



НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной  
педагогики»

Издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний»



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
**БИНОМ**

# КАК ФОРМИРОВАТЬ КЛЮЧЕВЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ: МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ



21 ноября 2019 года

# ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КОМАНДЫ



# НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ



**Петерсон Людмила Георгиевна,**

доктор педагогических наук, профессор, научный консультант ректората МПГУ, лауреат Премии Президента РФ в области образования, академик Международной академии наук педагогического образования, автор образовательной системы «Учись учиться», автор надпредметного курса «Мир деятельности», автор непрерывного курса математики для дошкольников, начальной и основной школы (ДО, 1–9), научный руководитель Института СДП, кавалер знака детского признания «Орден Ладочки»





# ИННОВАЦИОННАЯ МЕТОДИЧЕСКАЯ СЕТЬ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ»

Инновационная методическая сеть «Учусь учиться» объединяет около **6500 педагогов** из более, чем **600 образовательных организаций** **57 регионов России** – лидеров образования в своих регионах.



В рамках ИМС «Учусь учиться» разрабатываются и апробируются для условий массовой школы **неслучайные, технологичные решения актуальных проблем современного образования.**



# 2019 – ГОД ЮБИЛЕЕВ И ПОБЕД!



**40 ЛЕТ** началу разработки КОНЦЕПЦИИ непрерывного математического образования для 1–9 классов (Н.Я Виленкин, Л.Г. Петерсон и др.) на базе НИИ ОПП АПН СССР (В.В. Давыдов) и 91-й школы г. Москвы.



**30 ЛЕТ** началу разработки ПРОГРАММЫ курса математики для 1–9 классов и УЧЕБНИКОВ математики для начальной школы (Н.Я Виленкин, Л.Г. Петерсон) в рамках эксперимента «Экология и диалектика» (Л.В. Тарасов)



**10 ЛЕТ** надпредметному курсу «Мир деятельности»



## КОМАНДА ИНСТИТУТА СДП



**Марина Андреевна Кубышева**, к.п.н., профессор,  
заместитель директора по НИР Института СДП,  
автор надпредметного курса «Мир деятельности»



**Владимир Андреевич Петерсон**,  
к.психол.н., исполнительный директор Института СДП



**Ирина Владимировна Шалыгина**,  
к.п.н., доцент, руководитель отдела по инновационной и  
экспериментальной работе Института СДП



**Назар Хангельдыевич Агаханов**,  
к.ф.-м.н., председатель Центральной предметно-методической  
комиссии по математике и жюри Всероссийской олимпиады  
школьников, член Координационного совета Международной  
математической олимпиады.



## КОМАНДА ИНСТИТУТА СДП



**Ольга Назаровна Агаханова**, преподаватель МФТИ, Физмат лицея № 5 г. Долгопрудного, член жюри Всероссийской олимпиады школьников, преподаватель ОЦ "Сириус" и всероссийских олимпиадных школ, руководитель проекта Института СДП



**Ольга Васильевна Баханова**, ведущий методист по математике для основной и средней школы Института СДП, соавтор учебно-методических пособий по программе математики «Учусь учиться»



**Лилия Аркадьевна Грушевская**, ведущий методист по математике для основной и средней школы Института СДП, соавтор учебно-методических пособий по программе математики «Учусь учиться»





## ПРИГЛАШЕННЫЕ СПИКЕРЫ



**Елена Владимировна Метрик,**

почётный работник общего образования Российской Федерации, директор МБОУ СОШ №10 с углубленным изучением отдельных предметов, г.о. Щелково, Московская область.



**Елена Ивановна Антонова,**

зав. кафедрой естественно-математического образования ГАОУДПО ВО ВИРО, кандидат педагогических наук, Почетный работник общего образования РФ



Желаем творческого профессионального общения!

## НАШИ ОЖИДАНИЯ ОТ ВСТРЕЧИ



### ВЫБЕРИТЕ СВОЙ ВАРИАНТ ОТВЕТА:

**Каковы ваши ожидания от работы с командой Института СДП?  
Что вы хотите узнать сегодня в первую очередь?**

- A. В чем особенности методик непрерывного курса математики «Учусь учиться» (Л.Г. Петерсон, Н.Х. Агаханов, Г.В. Дорофеев и др.)?
- B. Как данные учебники соотносятся с современной нормативной базой (ФГОС, Концепция РМО, профстандарт педагога)?
- C. Как мотивировать детей, научить их учиться, работая по данному курсу?
- D. Какие варианты сотрудничества с Институтом СДП предлагаются?

**Есть ли другие ожидания?**

**Согласуем наши цели и задачи!**

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ (ВИП)

«Развитие современных механизмов и технологий общего образования на основе  
деятельностного метода Л.Г. Петерсон (ИМС «Учусь учиться»)»

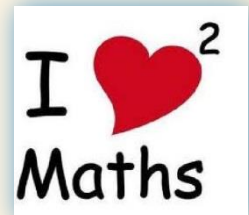
ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА МИНОБРНАУКИ РФ



# СИТЕМА «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» (Л.Г. Петерсон)



*Петерсон Владимир Андреевич, к.психол.н.,  
исполнительный директор Института СДП*







- Методологическая база: **ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**, ММПК (Г.П. Щедровицкий, О.С. Анисимов и др.)
- Теоретическая основа: **ДИДАКТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО МЕТОДА Л.Г. ПЕТЕРСОН (ДСДМ)**  
**ДО – ШКОЛА – СПО – ВУЗ – ПОВЫШЕНИЕ КВАЛИФИКАЦИИ ПЕДАГОГОВ**

**ТЕОРИИ, КОНЦЕПЦИИ, ПРОГРАММЫ, МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

- ДСДМ:** дидактические принципы, ТДМ (технология деятельностного метода), технология «Ситуация», типология уроков / занятий
- КОМПЛЕКСНАЯ ПРОГРАММА ДО «МИР ОТКРЫТИЙ»
- ПАРЦИАЛЬНАЯ ПРОГРАММА МАТЕМАТИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ «ИГРАЛОЧКА» (3–7 лет)
- ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» (1–9 классы)
- ПРОГРАММА НАДПРЕДМЕТНОГО КУРСА «МИР ДЕЯТЕЛЬНОСТИ» 1–4 классы, 5–9 классы
- МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ К ПРОГРАММАМ ДО–НОО–ООО (методические рекомендации, сценарии, презентации и др.)
- МОДЕЛЬ ВЫРАЩИВАНИЯ СПОСОБНОСТЕЙ И ОДАРЕННОСТИ ШКОЛЬНИКА
- МОДЕЛЬ «МЕТОДИЧЕСКАЯ РАБОТА В ШКОЛЕ»
- МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОО И СЕМЬИ
- МОДЕЛЬ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ ШКОЛ С НИЗКИМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ

**УЧЕБНИКИ И УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ**

- ПОСОБИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ДО:
  - «Игралочка», 3–7 лет
  - «Раз – ступенька, два – ступенька...», 5–7 лет
- УЧЕБНИКИ ПО МАТЕМАТИКЕ, 1–9 КЛАССЫ («УЧУСЬ УЧИТЬСЯ»)
- УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ: НОО – ООО
  - Рабочие тетради, 1–6 классы
  - Самостоятельные и контрольные работы, 1–9 классы
  - Развивающие СР и КР, 1–2 классы (в разработке)
  - Эталоны «Построй свою математику», 1–6 классы
  - Устный счет, «Радуга», 1–4 классы
- УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ «МИР ДЕЯТЕЛЬНОСТИ», 1–4 классы
- УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ «ОТКРЫВАЮ СЕКРЕТЫ ПИСЬМА» (ЦИФРЫ, БУКВЫ) ДЛЯ ДО – НОО

**СИСТЕМА КОМПЛЕКСНОГО МОНИТОРИНГА**

- СИСТЕМА МОНИТОРИНГА ДЛЯ ДОО
- КОМПЛЕКСНАЯ ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА В «ДЕТСКОЙ АКАДЕМИИ ПЕТЕРСОН»
- МОНИТОРИНГ ПРЕДМЕТНЫХ И МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
- КОМПЛЕКСНЫЙ МОНИТОРИНГ УУД (Надпредметный курс «Мир деятельности»)

**СИСТЕМА ПК И МЕТОДИЧЕСКОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ**

- ИМС «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ»
- ФИП, МИП (ПРОЕКТЫ ИНСТИТУТА СДП)
- ТВОРЧЕСКИЕ ЛАБОРАТОРИИ:
  - Методологическая школа
  - ДСДМ (ДО–НОО–ООО)
  - Мир деятельности
  - Математика «Учусь учиться», 1–4, 5–9
  - Выращивание способностей, олимпиадная математика
  - Секреты письма
  - Взаимодействие с родителями
  - Педколледжи
  - Школы развития
- КУРСЫ ПК: от 4 до 144 ч (очные, дистантные, выездные)
- МЕТОДИЧЕСКАЯ ПОДДЕРЖКА (вебинары, консультации, семинары)
- НАСТАВНИЧЕСТВО (стажировки, лектонал)
- КОНФЕРЕНЦИИ

**СИСТЕМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С РОДИТЕЛЯМИ**

- РОДИТЕЛЬСКАЯ АКАДЕМИЯ ПЕТЕРСОН



- СИСТЕМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЕМЬЕЙ, СТАТЬИ

- КОНФЕРЕНЦИИ, РОДИТЕЛЬСКИЕ СОБРАНИЯ

- КОНСУЛЬТАЦИИ, ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ, ВЕБИНАРЫ

- СЕМЕЙНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОЛИМПИАДЫ

**НЕФОРМАЛЬНЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ПРАКТИКИ**

(доп. математич. образов.)

- КОНКУРС «МАТЕМАТИКА ПЕТЕРСОН – ДЕТИ» (учат детей)

- «УМНЫЙ РЕШЕБНИК» (онлайн-сервис для родителей)

**ДЕЛАЮ СВОЙ ВЫБОР**



# НОВОСТИ О НОВОМ ФЕДЕРАЛЬНОМ ПЕРЕЧНЕ УЧЕБНИКОВ



**НЕПРЕРЫВНЫЙ КУРС МАТЕМАТИКИ  
«УЧУСЬ УЧИТЬСЯ»  
ДЛЯ 1–9 КЛАССОВ ШКОЛЫ  
ВСЕЙ ЛИНЕЙКОЙ  
ВЕРНУЛСЯ В НОВЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ  
ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНИКОВ!**



[Подробнее: binom@lbz.ru;](mailto:binom@lbz.ru) [www.sch2000.ru](http://www.sch2000.ru)

# РЕЗУЛЬТАТЫ (2011–2016 гг.)

## ВЭП Центра СДП «Школа 2000...» АПК и ППРО



**492 00** – ДОО, школ, ИПК,  
более **3000** педагогов и  
**45 000** обучающихся

**СТАБИЛЬНОЕ ПРЕВЫШЕНИЕ ОБЩЕРОССИЙСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ**

**ВПР, ОГЭ, ЕГЭ на 15–30%**

**МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ на 20–50%, до 100%**

**Развитие** личностных качеств детей, их мотивации, воспитанности, результатов в конкурсах и олимпиадах (вплоть до международных),

**рост** профессионализма учителей, **РЕЙТИНГА ШКОЛ.**



# РЕЗУЛЬТАТЫ (2011–2019 гг.) МЕЖДУНАРОДНЫЕ ОЛИМПИАДЫ

## ИТОГИ ОПРОСА КАНДИДАТОВ В МЕЖДУНАРОДНУЮ СБОРНУЮ РОССИИ ПО МАТЕМАТИКЕ

Участвовало	48 человек	
Не вспомнили, по каким учебникам учились в НШ	24 человека	
Из остальных 24 ребят учились в НШ		
по учебнику <b>Моро</b>	3 человека	12,5%
по учебнику <b>Аргинской</b>	1 человек	4 %
по учебнику <b>Петерсон</b>	20 человек	83,5%



**Никита Чернега,  
Алексей Волостнов**  
СОШ № 122, Казань  
2014 год

**Более 50% школ,** подготовивших кандидатов в национальную сборную России по курсу «Учусь учиться», НЕ ЯВЛЯЮТСЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫМИ ФИЗМАТШКОЛАМИ.

## ЗА СЧЕТ ЧЕГО ДОСТИГАЕТСЯ РЕЗУЛЬТАТ?

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ (ВИП)

«Развитие современных механизмов и технологий общего образования на основе  
деятельностного метода Л.Г. Петерсон (ИМС «Учусь учиться»)»

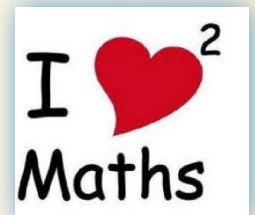
ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА МИНОБРНАУКИ РФ



# КАК НАУЧИТЬ УЧИТЬСЯ: дидактическая система деятельностного метода обучения



*Петерсон Людмила Георгиевна, д.п.н., профессор,  
научный руководитель Института СДП*



# ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

**ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ ПЕДАГОГА –**  
документ, в котором определены основные  
требования к квалификации педагога.



- ▶ **Практическая реализация ФГОС и предметных концепций.**
- ▶ Обеспечивать **мотивацию учащихся к обучению.**
- ▶ **Использовать современные технологии,** которые обеспечивают дифференцированный подход к обучению и формирование умения учиться.
- ▶ **Систематически повышать свою квалификацию** через курсовую подготовку и самообразование.



# СОВРЕМЕННЫЕ ЗАДАЧИ ОБРАЗОВАНИЯ

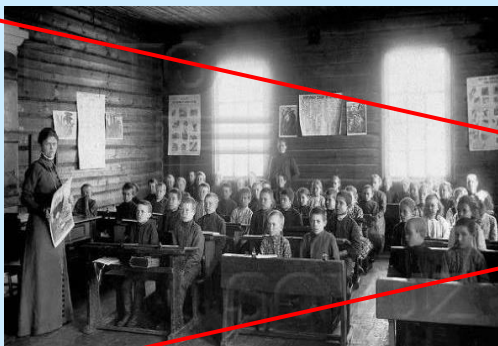


- ❑ **личностные результаты** (мотивация, самооценка, личностные качества)
- ❑ **метапредметные результаты** (регулятивные, познавательные, коммуникативные)
- ❑ **предметные результаты** (основы системы научных знаний, опыт предметной деятельности)

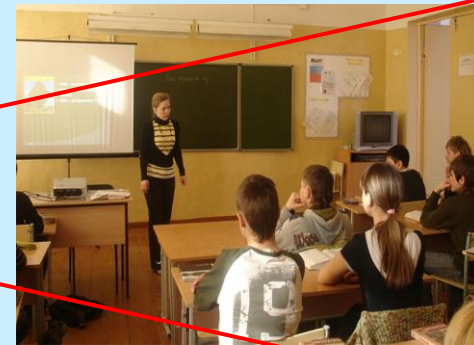
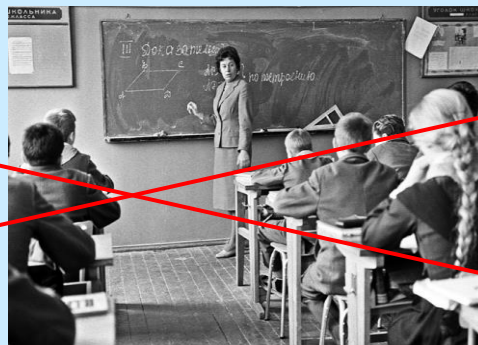
- ❑ **Мотивационного характера («нет неспособных к математике детей», поддержка одаренных детей)**
- ❑ **преимущество ДО–НОО–ООО**
- ❑ **кадровые проблемы** (нехватка учителей, способных реализовать современные задачи образования)

# КАК УЧИТЬ?

## XIX век – ОБЪЯСНЕНИЕ



## XX век – НАГЛЯДНОЕ ОБЪЯСНЕНИЕ



## XXI век – ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ДЕТЕЙ



У педагога должен быть адекватный педагогический инструментарий!

# ДЕЯТЕЛЬНОСТНЫЙ ПОДХОД

Конфуций, около 550 г. до н. э.



«Я слышу и забываю.  
Я вижу и запоминаю.  
**Я делаю и понимаю»**



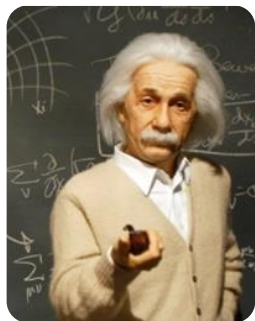
**Деятельностный подход** – это способ обучения, при котором ученик не получает знание в готовом виде, а добывает его сам в процессе собственной учебной деятельности.

**КАРДИНАЛЬНЫМ ОБРАЗОМ МЕНЯЕТСЯ ФУНКЦИЯ УЧИТЕЛЯ**





## ГДЕ НАЙТИ ОТВЕТЫ?



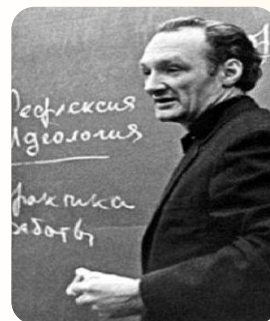
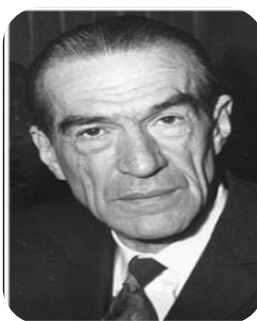
Невозможно решить проблему на том уровне, где она возникла. Нужно стать выше этой проблемы,  
**ПОДНЯВШИСЬ НА СЛЕДУЮЩИЙ УРОВЕНЬ.**

*А. Эйнштейн*



Достаточно убедительные ответы на свои вопросы психологи и педагоги смогут получить, лишь  
**ОПИРАЯСЬ НА КОНКРЕТНУЮ И РАЗВЕТВЛЕННУЮ ТЕОРИЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ.**

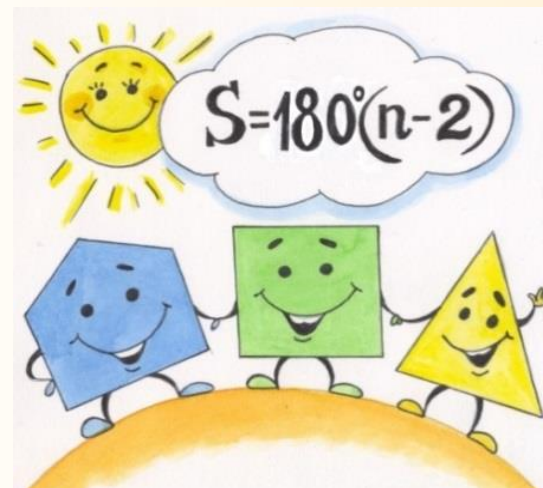
*В.В. Давыдов*



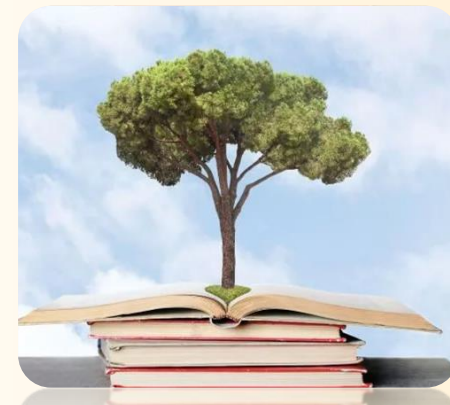
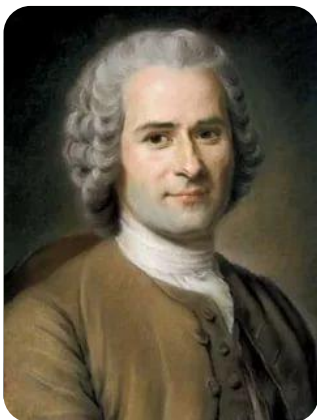
**ММПК**

# СИСТЕМНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНЫЙ ПОДХОД

**Системно-деятельностный подход (СДП)** – это деятельностный подход, основывающийся на общих законах деятельности, описанных в теории деятельности.



# РОЛЬ ЗАТРУДНЕНИЙ В ОБУЧЕНИИ



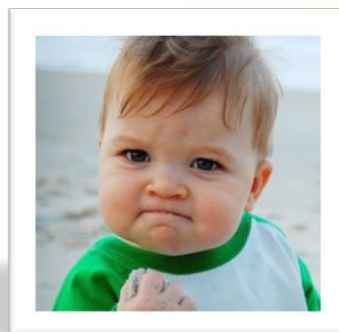
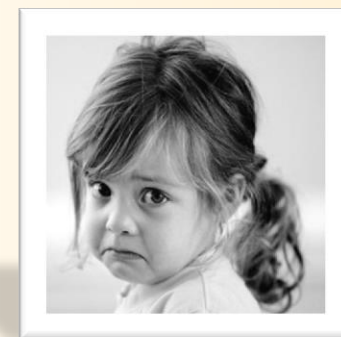
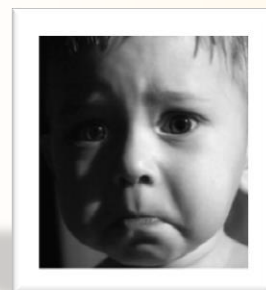
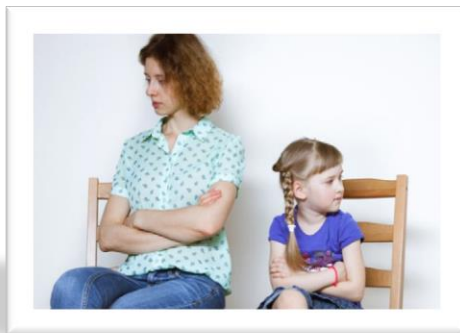
«Среди многих тропинок, сокращающих дорогу к знанию, нам нужнее всего одна – одна, которая научила бы нас искусству приобретать знания с **ЗАТРУДНЕНИЯМИ**».

*Ж.-Ж. Руссо*

«Сегодня ЗАЛОГ УСПЕХА ЧЕЛОВЕКА — **атлетически тренированная психика**, умение в трудной ситуации сохранять спокойствие, начинать думать, правильно действовать».

*К.В. Ремчуков, главный редактор «Независимой газеты»*

# ЗАТРУДНЕНИЕ ПУТИ ВЫХОДА. ДЕТИ





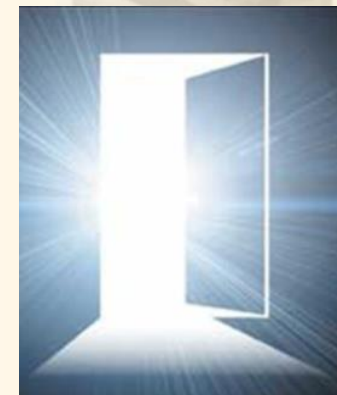
# ЗАТРУДНЕНИЕ ПУТИ ВЫХОДА. ВЗРОСЛЫЕ



«В затруднении содержится возможность».

*А. Эйнштейн*

«Всякая стена – это дверь». *Эрих Фромм*



# ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ В ГРУППАХ



1	2
4	3

Определите номер каждого участника

## ЗАДАНИЕ 1 (ЛИСТ 1)

Какому способу преодоления затруднений вы обучаете своих учеников? Запишите его в виде алгоритма.

- 1.
- 2.
- 3.
- ...



**ГДЕ ЭТИ СПОСОБЫ ВЗЯТЬ?**

# ТЕОРИИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ





## ЗАДАНИЕ 2 (ЛИСТ 2)

Определите порядок шагов эффективного преодоления затруднений, установленного в общей теории деятельности ММПК. Запишите свой ответ в виде 6-значного числа.

1

выявление **причины** затруднения

2

выполнение действия, которое привело к затруднению

3

реализация проекта

4

фиксирование затруднения

5

выявление **места** затруднения

6

построение **проекта** выхода из затруднения



## 2 4 5 1 6 3

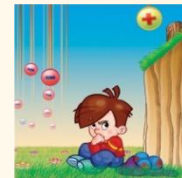
2

выполнение действия, которое привело к затруднению



4

фиксирование затруднения



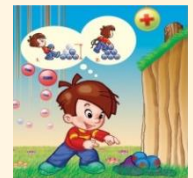
5

выявление **места** затруднения



1

выявление **причины** затруднения



6

построение **проекта** выхода из затруднения  
(цель, способ, средства и т.д.)

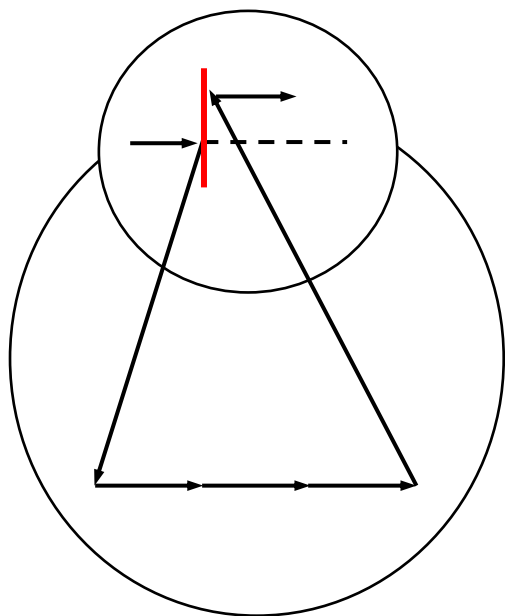


3

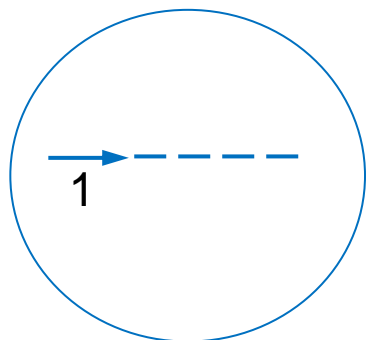
реализация построенного проекта

## ЗАДАНИЕ 3 (ЛИСТ 3)

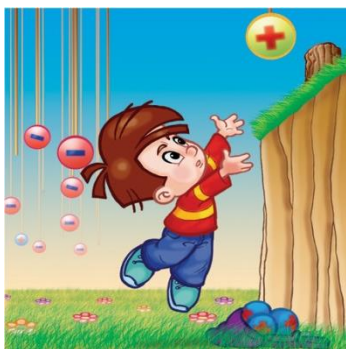
Поставьте цифры около нужных стрелок на схеме рефлексивной самоорганизации (способа наиболее эффективного преодоления затруднений по версии ММПК)



# СХЕМА «РЕФЛЕКСИВНАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ» («РЕФЛЕКСИЯ»)



**1** – выполнение действия, которое привело к затруднению

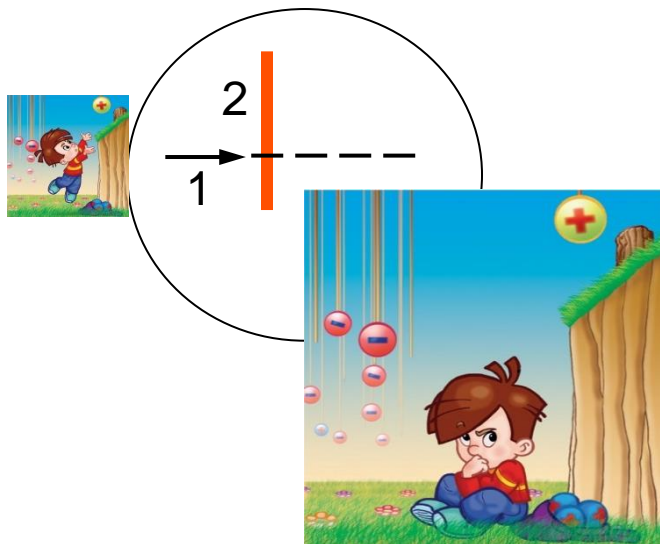


*«Метод должен быть признан НЕОГРАНИЧЕННО  
ВСЕОБЩИМ, внутренним и внешним способом и  
СОВЕРШЕННО БЕСКОНЕЧНОЙ СИЛОЙ».*

*ГЕГЕЛЬ*

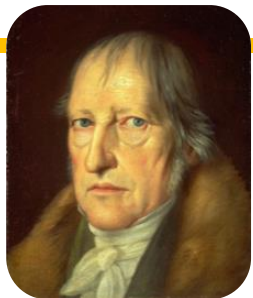


# СХЕМА «РЕФЛЕКСИВНАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ» («РЕФЛЕКСИЯ»)



**1** – выполнение действия, которое привело к затруднению

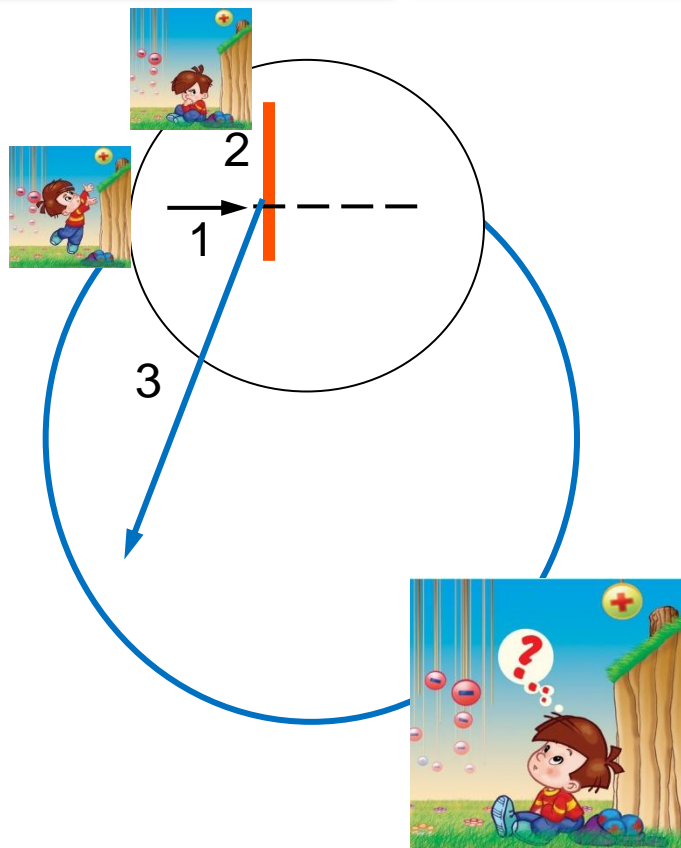
**2** – фиксирование затруднения («я не могу решить данную конкретную задачу ...»)



*«Метод должен быть признан НЕОГРАНИЧЕННО  
ВСЕОБЩИМ, внутренним и внешним способом и  
СОВЕРШЕННО БЕСКОНЕЧНОЙ СИЛОЙ».*

*ГЕГЕЛЬ*

# СХЕМА «РЕФЛЕКСИВНАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ» («РЕФЛЕКСИЯ»)



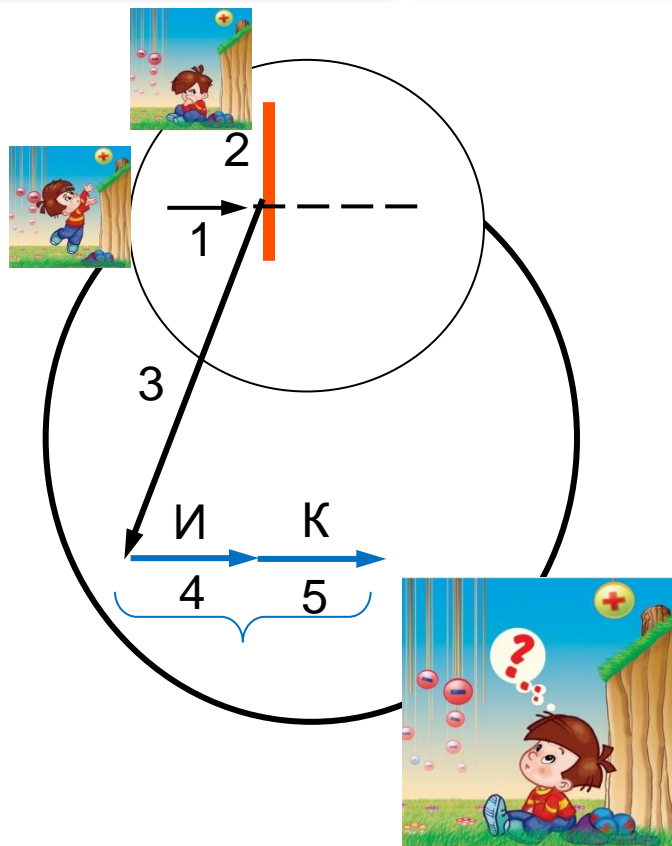
- 1 – выполнение действия, которое привело к затруднению
- 2 – фиксирование затруднения («я не могу решить данную конкретную задачу ...»)
- 3 – выход в пространство мышления



*«Метод должен быть признан НЕОГРАНИЧЕННО  
ВСЕОБЩИМ, внутренним и внешним способом и  
СОВЕРШЕННО БЕСКОНЕЧНОЙ СИЛОЙ».*

ГЕГЕЛЬ

# СХЕМА «РЕФЛЕКСИВНАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ» («РЕФЛЕКСИЯ»)



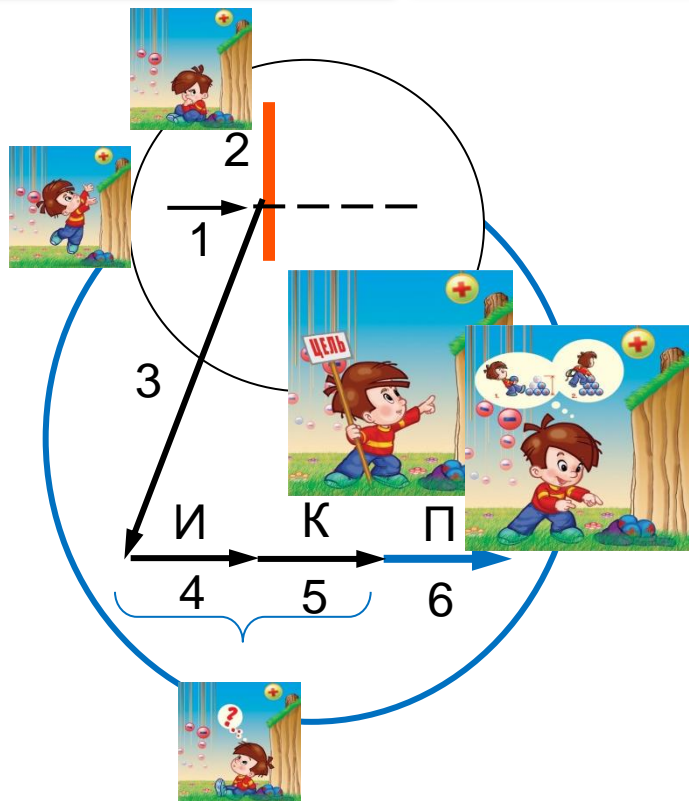
- 1 – выполнение действия, которое привело к затруднению
- 2 – фиксирование затруднения («я не могу решить данную конкретную задачу ...»)
- 3 – выход в пространство мышления
- 4 – выявление МЕСТА затруднения (И – исследование)
- 5 – выявление ПРИЧИНЫ ЗАТРУДНЕНИЯ (К – критика)



«Метод должен быть признан НЕОГРАНИЧЕННО  
ВСЕОБЩИМ, внутренним и внешним способом и  
СОВЕРШЕННО БЕСКОНЕЧНОЙ СИЛОЙ».

ГЕГЕЛЬ

# СХЕМА «РЕФЛЕКСИВНАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ» («РЕФЛЕКСИЯ»)



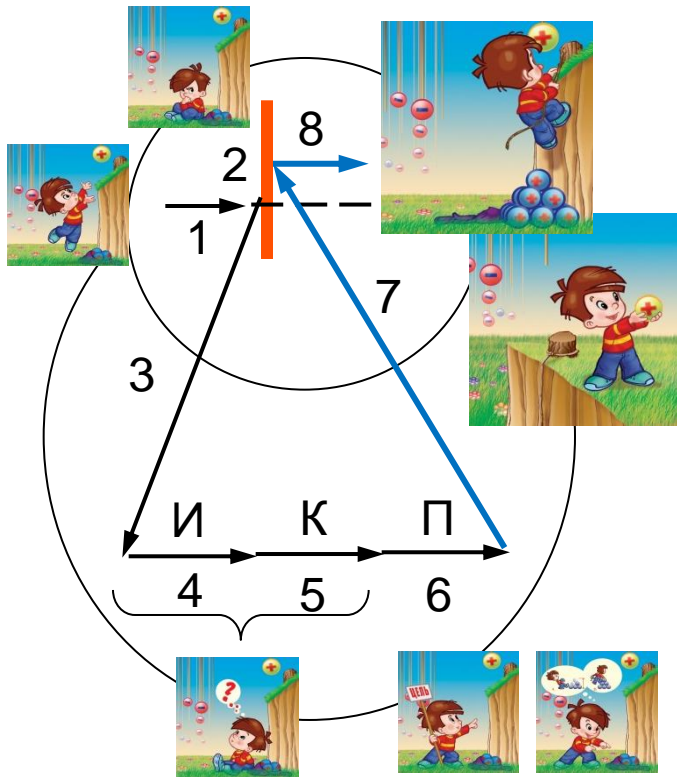
- 1 – выполнение действия, которое привело к затруднению
- 2 – фиксирование затруднения («я не могу решить данную конкретную задачу ...»)
- 3 – выход в пространство мышления
- 4 – выявление МЕСТА затруднения (И – исследование)
- 5 – выявление **ПРИЧИНЫ ЗАТРУДНЕНИЯ** (К – критика)
- 6 – построение проекта выхода из затруднения (П – проект)



«Метод должен быть признан **НЕОГРАНИЧЕННО**  
**ВСЕОБЩИМ**, внутренним и внешним способом и  
**СОВЕРШЕННО БЕСКОНЕЧНОЙ СИЛОЙ**».

ГЕГЕЛЬ

# СХЕМА «РЕФЛЕКСИВНАЯ САМООРГАНИЗАЦИЯ» («РЕФЛЕКСИЯ»)



- 1 – выполнение действия, которое привело к затруднению
- 2 – фиксирование затруднения («я не могу решить данную конкретную задачу ...»)
- 3 – выход в пространство мышления
- 4 – выявление МЕСТА затруднения (И – исследование)
- 5 – выявление ПРИЧИНЫ ЗАТРУДНЕНИЯ (К – критика)
- 6 – построение проекта выхода из затруднения (П – проект)
- 7 – возврат в деятельность
- 8 – реализация построенного проекта



*«Метод должен быть признан НЕОГРАНИЧЕННО  
ВСЕОБЩИМ, внутренним и внешним способом и  
СОВЕРШЕННО БЕСКОНЕЧНОЙ СИЛОЙ».*

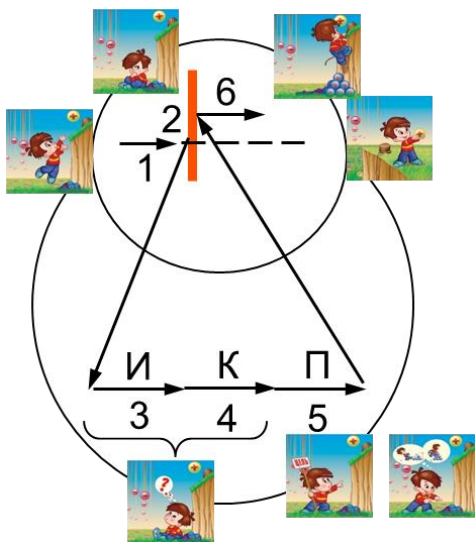
ГЕГЕЛЬ





## МЕТОД РСО – МЕТОД ПРЕОДОЛЕНИЯ ЗАТРУДНЕНИЙ

### ЗАТРУДНЕНИЕ – АНАЛИЗ – ПРИЧИНА – ЦЕЛЬ, ПРОЕКТ – РЕАЛИЗАЦИЯ



1 – выполнение действия, которое привело к затруднению

2 – фиксирование затруднения («я не могу решить данную конкретную задачу ...»)

3 – выход в пространство мышления

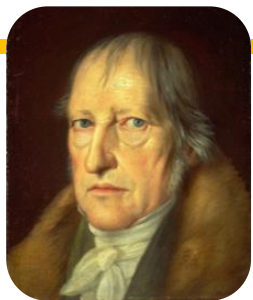
4 – выявление МЕСТА затруднения (И – исследование)

5 – выявление **ПРИЧИНЫ ЗАТРУДНЕНИЯ** (К – критика)

6 – построение проекта выхода из затруднения (П – проект)

7 – возврат в деятельность

8 – реализация построенного проекта



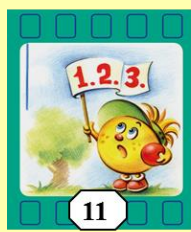
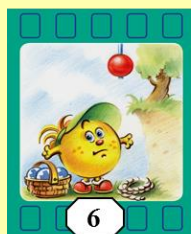
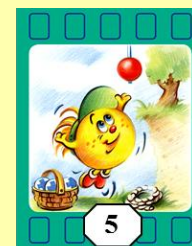
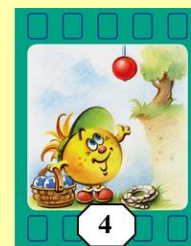
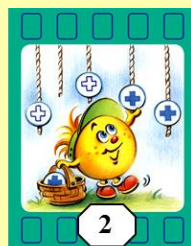
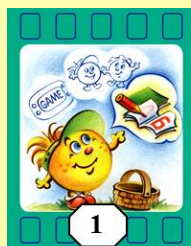
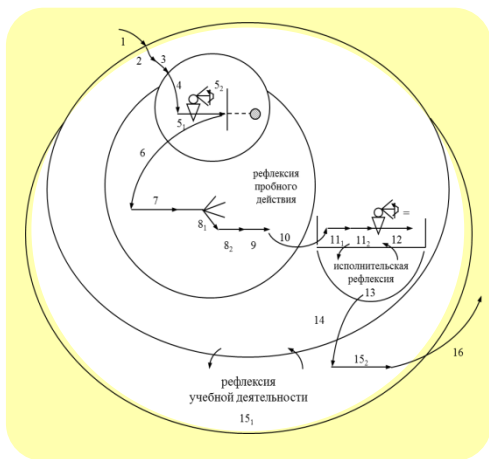
*«Метод должен быть признан НЕОГРАНИЧЕННО  
ВСЕОБЩИМ, внутренним и внешним способом и  
СОВЕРШЕННО БЕСКОНЕЧНОЙ СИЛОЙ».*

# СТРУКТУРА УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

## ОТВЕТ НА ВОПРОС «ЧТО ЗНАЧИТ УЧИТЬСЯ?»

ММПК

ПЕРЕВОД НА ЯЗЫК ДЕТЕЙ

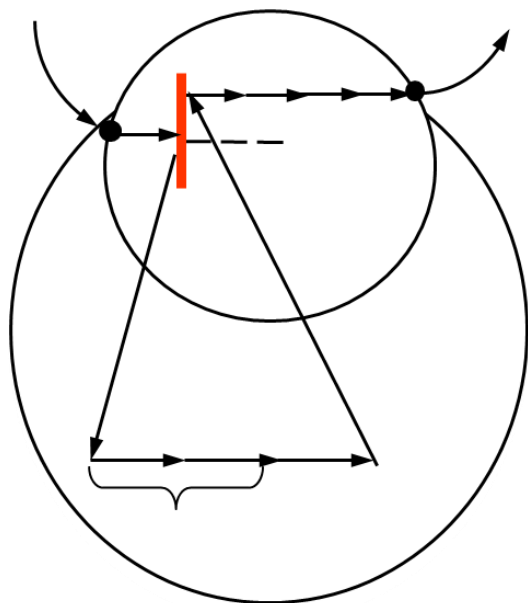


# КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ ИДЕЯ СИСТЕМЫ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ»



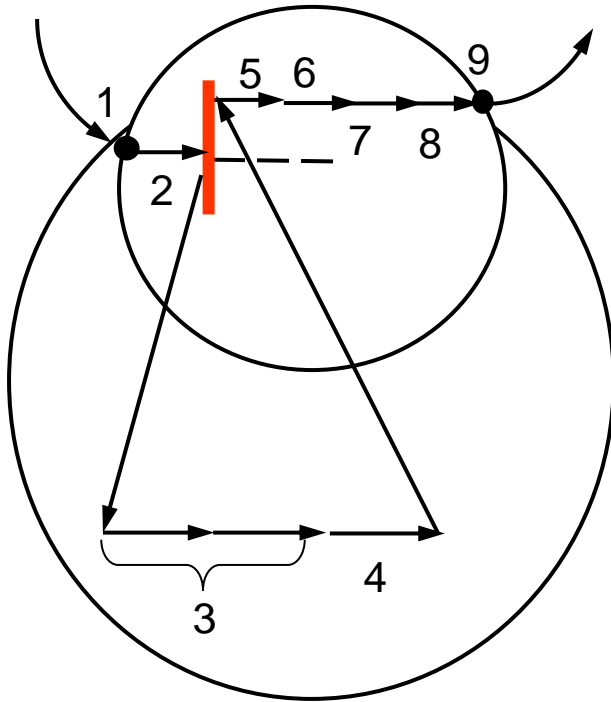
## ЗАДАНИЕ 4 (ЛИСТ 4)

Поставьте цифры около нужных стрелок на схеме **технологии деятельностного метода** (способа организации учебной деятельности учащихся, направленной на формирование умения учиться)





# ТДМ: СТРУКТУРА УРОКА ОТКРЫТИЯ НОВОГО ЗНАНИЯ (ОНЗ)



- 1) Мотивация к учебной деятельности.
- 2) Актуализация знаний и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии.
- 3) Выявление **МЕСТА И ПРИЧИНЫ** затруднения.
- 4) Построение проекта выхода из затруднения.
- 5) Реализация построенного проекта.
- 6) Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.
- 7) Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.
- 8) Включение в систему знаний и повторение.
- 9) Рефлексия учебной деятельности.





## ЗАДАНИЕ 5 (ЛИСТ 5)

Определите, какие УУД выполняют учащиеся на этапе 4 урока в ТДМ.

Этап 4. ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКТА ВЫХОДА ИЗ ЗАТРУДНЕНИЯ	
Требования к этапу	УУД, выполняемые учащимися
<p>На данном этапе учащиеся в <b>коммуникативной форме</b> обдумывают <b>проект</b> будущих учебных действий:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>✓ самостоятельно ставят <b>цель</b> своей учебной деятельности;</li><li>✓ выбирают <b>способ</b>,</li><li>✓ строят <b>план</b> достижения цели;</li><li>✓ определяют <b>средства</b>, ресурсы и сроки.</li></ul>	

# ТДМ: СИСТЕМНЫЙ ТРЕНИНГ УУД

## Этап 4. ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКТА ВЫХОДА ИЗ ЗАТРУДНЕНИЯ

### Требования к этапу

На данном этапе учащиеся в **коммуникативной форме** обдумывают проект будущих учебных действий:

- ✓ самостоятельно ставят **цель** своей учебной деятельности;
- ✓ выбирают **способ**,
- ✓ строят **план** достижения цели;
- ✓ определяют **средства**, ресурсы и сроки.

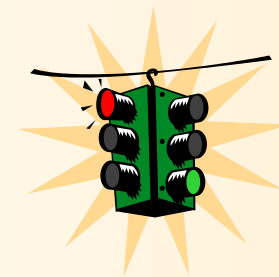
### УУД, выполняемые учащимися

- формулирование познавательной **цели** (Р);
- выбор **способов и средств** решения задач (Р);
- **планирование** (Р);
- **аргументация своего мнения** (К);
- **учет разных мнений** (К);
- **осознанное построение речевого высказывания** (П);
- **смыслообразование** (Л).





# ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ ЛЮБЫХ УМЕНИЙ (В ТОМ ЧИСЛЕ, УУД)

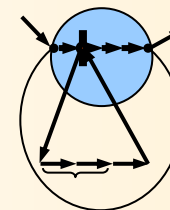


ОПЫТ – ЗНАНИЕ – ПРИМЕНЕНИЕ, КОРРЕКЦИЯ – КОНТРОЛЬ

# КАК НАУЧИТЬ УЧИТЬСЯ (система «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» Л.Г. Петерсон)



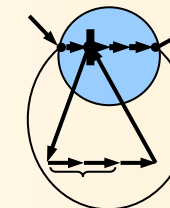
Уроки в ТДМ по математике «Учусь учиться»



Надпредметный курс «Мир деятельности»



Уроки в ТДМ по математике «Учусь учиться»



Комплексный мониторинг УУД всех видов

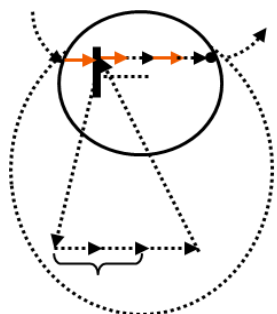




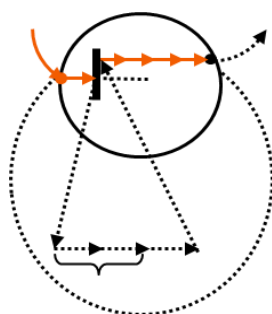
# СВЯЗЬ ДСДМ С ДРУГИМИ СИСТЕМАМИ ОБУЧЕНИЯ

Дидактическая система деятельностного метода Л.Г. Петерсон (ДСДМ) носит **ИНТЕГРАТИВНЫЙ ХАРАКТЕР**.

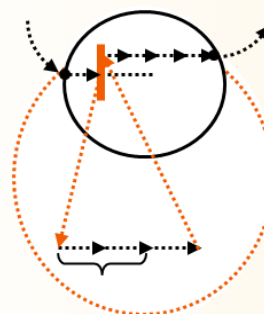
Традиционная школа



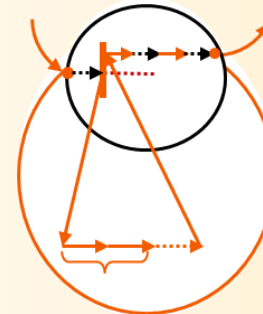
Система П.Я. Гальперина



Система Л.В. Занкова



Система В.В. Давыдова



Из Заключения РАО 14.07.2006 № 01–255/5/5:

ДСДМ **СИНТЕЗИРУЕТ** новые концепции образования с позиций преемственности с традиционной школой.

# РЕАЛИЗАЦИЯ СДП В СОДЕРЖАНИИ И МЕТОДИКАХ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

(на примере содержания и методик непрерывного курса  
математики «Учись учиться» для 1–9 классов,  
авторы Л.Г. Петерсон, Н.Х. Агаханов, Г.В. Дорофеев и др.)



21 ноября 2019 года

# КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ ИДЕЯ

Создание для каждого учащегося **ВОЗМОЖНОСТИ ВЫСОКОГО УРОВНЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ** за счет развития мышления, формирования интереса к предмету, мотивации и умения учиться, а с другой стороны – **сохранения лучших традиций отечественного математического образования.**



Полностью соответствует **СОВРЕМЕННОЙ НОРМАТИВНОЙ БАЗЕ ОБРАЗОВАНИЯ:**

- ❖ ФГОС,
- ❖ Концепции развития математического образования в РФ,
- ❖ Профессиональному стандарту педагога



## ЗАДАНИЕ 6 (ЛИСТ 6)

Прочитайте высказывание Александра Николаевича Страннолюбского, автора первого учебника алгебры в России, учителя Софьи Ковалевской.



### **А.Н.СТРАННОЛЮБСКИЙ**

**«Курс алгебры, построенный на  
постепенном обобщении арифметических  
задач». Спб, 1868**

# А.Н.СТРАННОЛЮБСКИЙ – УЧИТЕЛЬ СОФЬИ КОВАЛЕВСКОЙ



## А.Н.СТРАННОЛЮБСКИЙ

«Курс алгебры, построенный на  
постепенном обобщении арифметических  
задач». Спб, 1868

Педагоги как будто забыли, что **ПРОШЛИ ЦЕЛЫЕ ТЫСЯЧЕЛЕТΙΑ, ПРЕЖДЕ ЧЕМ ЯВИЛАСЬ ВЕЛИКОЛЕПНАЯ СИСТЕМА МАТЕМАТИКИ**, что для составления и выработки ее потребны были усилия многих величайших умов, мало-помалу обобщавших и связывающих между собой результаты, добытые ими то из наблюдений, то из сопоставления и комбинаций.

**ВСЯ ЭТА РАБОТА ТЩАТЕЛЬНО СКРЫВАЕТСЯ  
ОТ УЧЕНИКОВ.**

**В ПОРОЖДАЕМОМ ЭТИМ ПРИЕМОМ ТУПОМ  
НЕДОУМЕНИИ УЧЕНИКИ И ОСТАЮТСЯ ДО  
ОКОНЧАНИЯ КУРСА НАУК»**





# А.Н.СТРАННОЛЮБСКИЙ – УЧИТЕЛЬ СОФЬИ КОВАЛЕВСКОЙ



## А.Н.СТРАННОЛЮБСКИЙ

«Курс алгебры, построенный на  
постепенном обобщении арифметических  
задач». Спб, 1868

Педагоги как будто забыли, что **ПРОШЛИ ЦЕЛЫЕ ТЫСЯЧЕЛЕТΙΑ, ПРЕЖДЕ ЧЕМ ЯВИЛАСЬ ВЕЛИКОЛЕПНАЯ СИСТЕМА МАТЕМАТИКИ**, что для составления и выработки ее потребны были усилия многих величайших умов, мало-помалу обобщавших и связывающих между собой результаты, добытые ими то из наблюдений, то из сопоставления и комбинаций.

~~ВСЯ ЭТА РАБОТА ТЩАТЕЛЬНО СКРЫВАЕТСЯ  
ОТ УЧЕНИКОВ~~

~~В ПОРОЖДАЕМОМ ЭТИМ ПРИЕМОМ ТУПОМ  
НЕДОУМЕНИИ УЧЕНИКИ И ОСТАЮТСЯ ДО  
ОКОНЧАНИЯ КУРСА НАУК»~~



# ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ курса математики «Учусь учиться» 1–9

1. Разработка идей программы, начиная с 1975 года (под руководством Н.Я. Виленкина, В.В. Давыдова, Г.В. Дорофеева).
2. Широко апробирован в течение 30 лет, даёт **стабильно высокие результаты** (около 30 000 учащихся в 56 регионах РФ).
3. Непрерывность содержания, методик, технологий ДО, 1–9.
4. Новые технологии и методики СДП – созданы условия, чтобы учащиеся сами добывали новые знания.
5. Возможность разноуровневого обучения за счет ДСДМ.
6. Разветвленное методическое обеспечение (в развитии).



**УЧИМ, А НЕ ПЕРЕУЧИВАЕМ!**

# МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ курса математики «Учусь учиться» 1–9



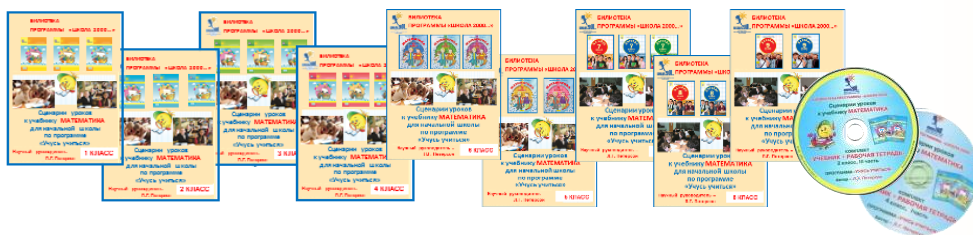
## ПРОГРАММЫ, МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ



## САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ



## СЦЕНАРИИ УРОКОВ 1–9



## ЭТАЛОНЫ «ПОСТРОЙ СВОЮ МАТЕМАТИКУ»



## ЭЛЕКТРОННАЯ ФОРМА УЧЕБНИКОВ, 1–9





# СОДЕРЖАТЕЛЬНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ЛИНИИ курса математики «Учусь учиться» 1–9

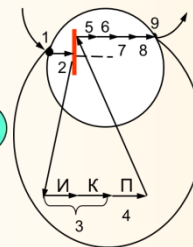
Дошкольная подготовка	Начальная школа	Основная школа
Числовая линия →●→		
→●→	Алгебраическая линия	
Геометрическая линия		→●→
→●→	Функциональная линия	
Логическая линия (Язык и логика) →●→		
→●→	Анализ данных и статистика	
Линия текстовых задач (моделирования) →●→		

- НЕПРЕРЫВНОСТЬ
- ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА
- СИСТЕМНОЕ ПОВТОРЕНИЕ
- ОТКРЫТИЕ ДЕТЬМИ НОВОГО ЗНАНИЯ (ИНТЕРЕС, УУД, УМЕНИЕ УЧИТЬСЯ)
- НОВЫЕ МЕТОДИКИ



## «СЛОЁНЫЙ ПИРОГ»

Собственный темп  
изучения материала



ТРУДНОЕ СТАНОВИТСЯ ЛЕГКИМ И ИНТЕРЕСНЫМ ДЛЯ ВСЕХ ДЕТЕЙ!

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ (ВИП)

«Развитие современных механизмов и технологий общего образования на основе  
деятельностного метода Л.Г. Петерсон (ИМС «Учусь учиться»)»

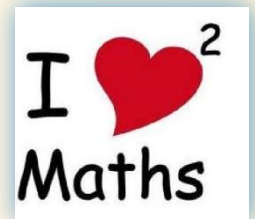
ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА МИНОБРНАУКИ РФ



# ЧИСЛОВАЯ ЛИНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ». Реализация ДСДМ на уроках математики

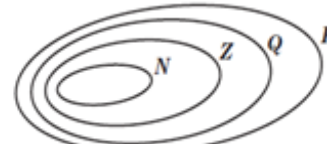


*Петерсон Людмила Георгиевна, д.п.н., профессор,  
научный руководитель Института СДП*





# ЧИСЛОВАЯ ЛИНИЯ

ДО	НШ	5–6	7–9
<p>Развитие мышления, закономерности</p> <p>Числа 1–10 (смысл числа, число и цифра, сравнение, + и – чисел на предметной основе)</p>	<p>Натуральные числа (12 разрядов) !</p> <p>Обыкновенные дроби, смешанные числа (смысл, запись, сравнение, + и – дробей и смешанных чисел с одинаковыми знаменателями на предметной основе)</p>	<p>Делимость на <math>N</math> Дробные числа Отрицательные числа Расширение числовых множеств <math>N, Z, Q</math></p>  <p>Недостаточность множества <math>Q</math> для выражения длин отрезков</p>	<p>Делимость на <math>Z</math> ! Иррациональные (<math>I</math>) и действительные (<math>R</math>) числа</p>  <p><math>N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}</math>  <math>Z = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}</math>  <math>Q = \{\frac{m}{n}, \text{ где } m \in Z, n \in N\}</math>  <math>R = Q \cup I</math></p> <p>Действительные числа представляются десятичными дробями (периодическими или непериодическими)</p>

## ЗАДАНИЕ 7 (ЛИСТ 7)

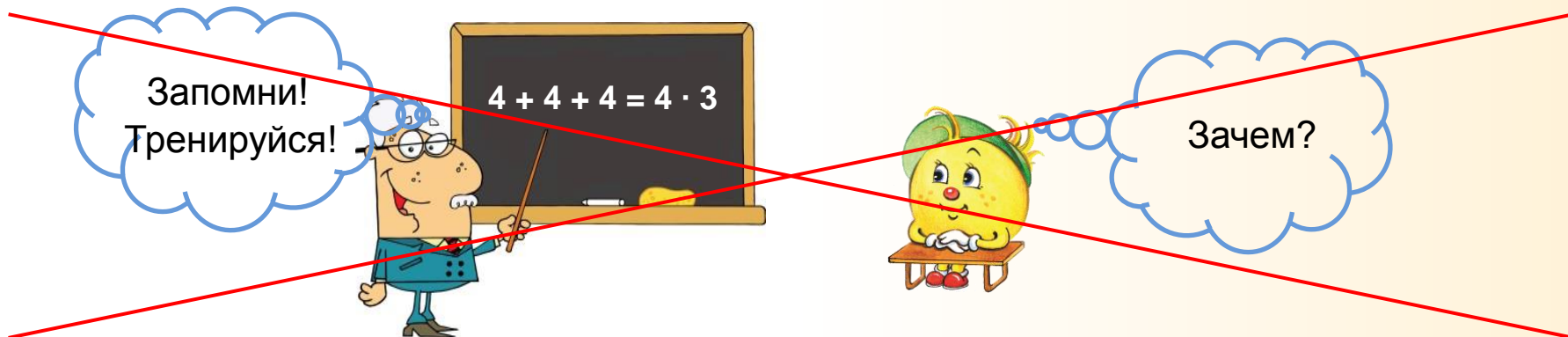
Как бы Вы объяснили в своём классе (или своему ребёнку, ученику) СМЫСЛ УМНОЖЕНИЯ?

2 минуты



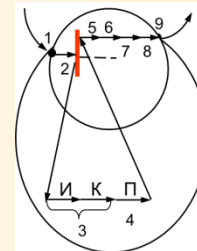
# ЧИСЛОВАЯ ЛИНИЯ: ПРИНЦИП ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

## ПРИМЕР 1. ВВЕДЕНИЕ ДЕЙСТВИЯ УМНОЖЕНИЯ, 2-й класс ОБЪЯСНИТЕЛЬНО-ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ МЕТОД



## ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ИНСТРУМЕНТЫ ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО МЕТОДА ОБУЧЕНИЯ

- 1) **дидактические принципы** (ключевой – *принцип деятельности*: ученик добывает новое знание **САМ**);
- 2) **ТДМ** (урок ОНЗ).



# ДЕЯТЕЛЬНОСТНЫЙ МЕТОД (ТДМ)

## 1–2. МОТИВАЦИЯ, АКТУАЛИЗАЦИЯ

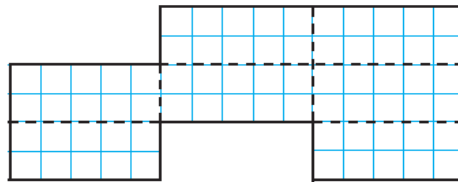
Практические задачи, приводящие к сумме равных слагаемых.

### УЧЕБНИК

- 1 а) Точки на рисунке сгруппировали по 10. Сколько всего точек? Как быстрее сосчитать? Составь выражение и вычисли.



- б) Как удобнее сосчитать число маленьких клеток в фигуре? Составь выражение и найди его значение.



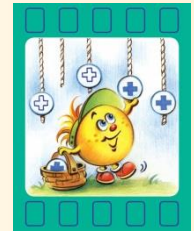
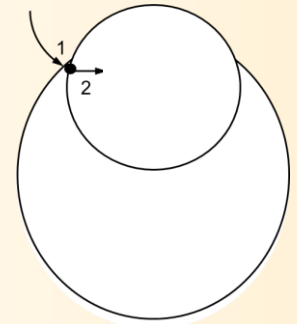
### РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

- 1 Что общего в выражениях?

$$21 \text{ м}^2 + 21 \text{ м}^2 + 21 \text{ м}^2 = \square \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \text{ дм}^2 + 5 \text{ дм}^2 + 5 \text{ дм}^2 = \square \underline{\hspace{2cm}}$$

$$14 \text{ кг} + 14 \text{ кг} + 14 \text{ кг} = \square \underline{\hspace{2cm}}$$



## 2. ПРОБНОЕ ДЕЙСТВИЕ И ФИКСАЦИЯ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ЗАТРУДНЕНИЯ

### Задача на пробное действие (время ограничивается)

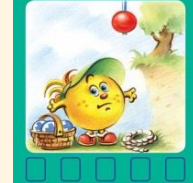
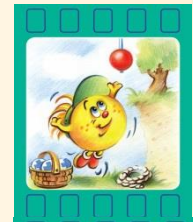
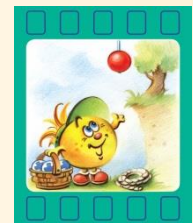
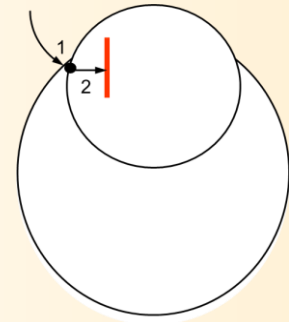
**УЧЕБНИК** ② Попробуй составить выражение для решения задачи:  
«В школе 856 учеников. К празднику каждому ученику решили подарить книгу по цене 120 р. Сколько рублей надо заплатить за эту покупку?»

$$120 + 120 + 120 + 120 + 120 + \dots \quad ?$$

**Затруднение** ученики фиксируют в форме:

1 вариант: «Я пока не могу записать выражение к этой задаче»

2 вариант: «Я пока не могу обосновать свой ответ».





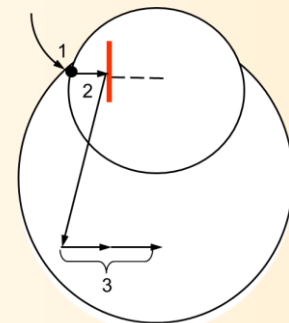
### 3. ВЫЯВЛЕНИЕ МЕСТА И ПРИЧИНЫ ЗАТРУДНЕНИЯ

#### Анализ:

- 1) Какую задачу решали? (...)
- 2) Что нужно сделать, чтобы ответить на вопрос задачи? (Записать сумму, которая состоит из 856 слагаемых, равных 120.)
- 3) Разве вы не умеете записывать сумму? (Умеем, но здесь слишком много слагаемых.) – **Место затруднения**

#### Критика:

Что же вы пока не знаете? (**Я пока не знаю**, как быстро записать сумму, где много **одинаковых** слагаемых.) – **Причина затруднения**



## 4. ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКТА ВЫХОДА ИЗ ЗАТРУДНЕНИЯ

**Цель:** **мне надо** научиться удобно записывать сумму, где много *одинаковых* слагаемых.

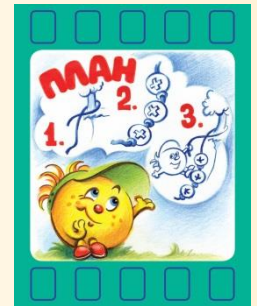
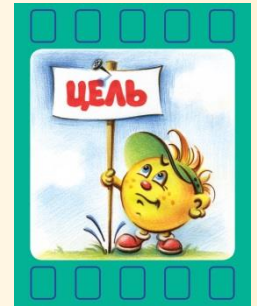
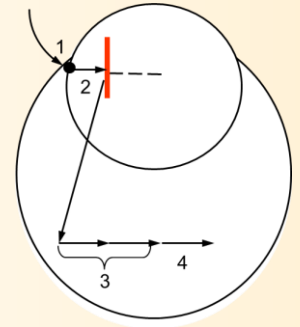
**Способ:** придумаем сами, будем работать в группах.

**План:**

- 1) Выдвинем свои версии и сравним их.
- 2) Выберем самый удобный способ записи.
- 3) Сравним с учебником.

**Знаковая фиксация цели:**

$$\underbrace{120 + 120 + \dots + 120}_{856 \text{ раз}} = ?$$



## 5. РЕАЛИЗАЦИЯ ПОСТРОЕННОГО ПРОЕКТА

- 1) Дети должны догадаться, что в записи надо зафиксировать слагаемое и их количество. Они выдвигают версию группы.
- 2) Затем дети выбирают некоторую версию из предложенных, например:

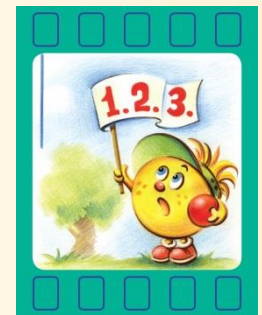
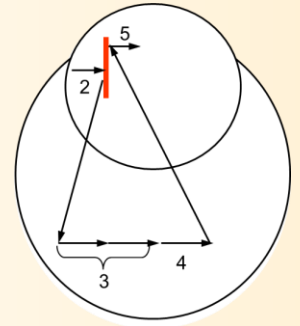
$$856 \text{ в } 120 \quad 856 \cdot 120 \quad 120 \# 856 \quad 120 \cdot 856 \quad 120 \times 856$$

- 3) Выбранную версию дети сравнивают с учебником и, при необходимости, корректируют:

$$\underbrace{120 + 120 + \dots + 120}_{856 \text{ раз}} = 120 \cdot 856$$

- 4) В завершение, дети строят эталон:

$$\underbrace{a + a + \dots + a}_{b \text{ раз}} = a \cdot b$$



5) Построенный эталон сравнивается с текстом учебника.  
Учитель сообщает, что новое действие называют *умножением*.

$$\underbrace{a + a + \dots + a}_{b \text{ раз}} = a \cdot b$$

### Умножение

В практических задачах часто вычисляют суммы одинаковых слагаемых. Эти суммы записывают короче, например:

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 4 \cdot 5$$

Читают так: «по 4 взять 5 раз» или «4 умножить на 5».

**Умножить число  $a$  на число  $b$  – это значит найти сумму  $b$  слагаемых, каждое из которых равно  $a$ .**

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + \dots + a}_{b \text{ раз}}$$



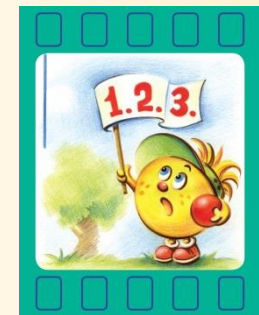
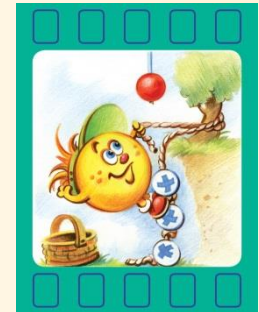
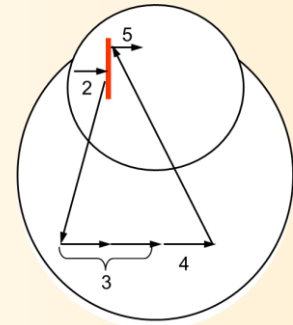
**МОТИВАЦИЯ!**



**«ВСЕЛИ В УЧЕНИКА ВЕРУ В СЕБЯ, В УСПЕХ.**

Моральные силы для преодоления своих слабых сторон ребенок черпает в своих успехах».

*В.А. Сухомлинский*



## ПРИМЕР 2. ДЕЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ, 5-й класс

### ДЕЯТЕЛЬНОСТНЫЙ МЕТОД (ТДМ)

#### 1–2. МОТИВАЦИЯ, АКТУАЛИЗАЦИЯ

**Задачи, подводящие к открытию нового знания.**

1. Среди этих равенств одно верное. Найди его, сделав прикидку :

а)  $594,32 : 68 = 0,874$       б)  $594,32 : 68 = 87,4$       в)  $594,32 : 68 = 8,74$

2. Как изменится частное, если:

а) делимое увеличить в 3 раза;      б) делитель уменьшить в 8 раз?

3. Пользуясь равенством  $594,32 : 68 = 8,74$ , вычисли:

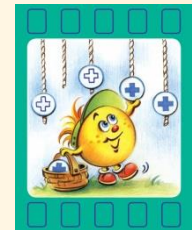
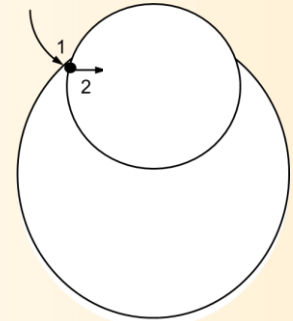
а)  $59,432 : 68$       б)  $5943,2 : 68$       в)  $0,59432 : 68$

4. Найдите пары выражений с одинаковыми частными, и вычисли:

а)  $244,8 : 1,2$       б)  $8,505 : 3,5$       в)  $66,88 : 0,22$       г)  $8,08 : 0,02$   
 $2448 : 12$        $850,5 : 35$        $6688 : 22$        $8080 : 20$

– **Каким свойством деления вы воспользовались?** (Если делимое и делитель увеличить в несколько раз, то частное не изменится.)

– **Какое правило деления вам помогло найти частное?**





## 2. ПРОБНОЕ ДЕЙСТВИЕ И ФИКСАЦИЯ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ЗАТРУДНЕНИЯ

### Задача на пробное действие (время ограничивается)

Найдите частное чисел, не переходя к обыкновенным дробям:  
 $128,16 : 3,2$

Разные варианты ответа:

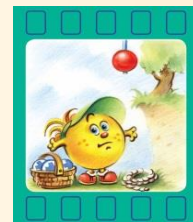
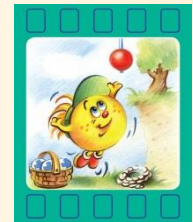
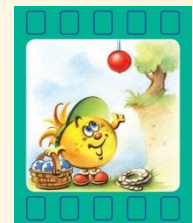
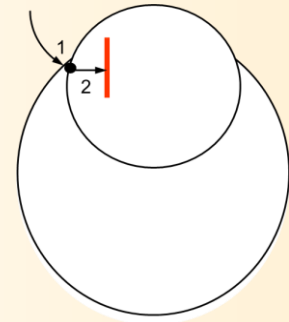
- Нет ответа.
- 4,05
- 40,5
- 40,05 и т.д.



Затруднение ученики фиксируют в форме:

1 вариант: «Я пока не могу найти частное  $128,16 : 3,2$ »

2 вариант: «Я пока не могу обосновать свой ответ».



### 3. ВЫЯВЛЕНИЕ МЕСТА И ПРИЧИНЫ ЗАТРУДНЕНИЯ

#### Анализ:

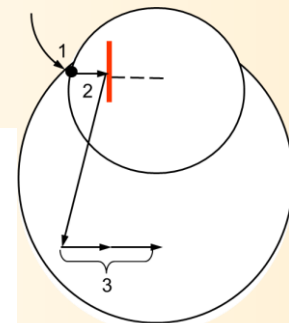
- Какое задание вы выполняли? (Находили частное  $128,16 : 3,2$ .)
- Каким эталоном вы пользовались? (У нас нет эталона.)

#### *Место затруднения*

#### Критика:

- Какого способа вы пока не знаете? (**Я пока не знаю** способа нахождения **частного десятичных дробей.**)

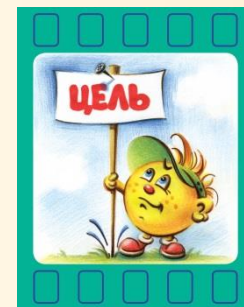
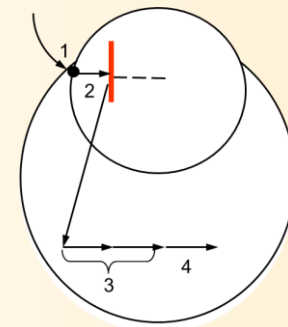
#### *Причина затруднения*



## 4. ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКТА ВЫХОДА ИЗ ЗАТРУДНЕНИЯ

- Поставьте перед собой **цель**. (**Мне надо** узнать способ деления десятичных дробей и научиться его применять.)
- Как вы это будете делать (**способ**)? (Например: придумаем сами, будем работать в группах, или прочитаем по учебнику и т.д.).
- Что вам в этом поможет (**средства**)? (Алгоритмы деления десятичных дробей на натуральное число, свойства делимости, правило умножения и деления на 10, на 100, на 1000 и т. д).
- Составьте **план**.

В зависимости от уровня подготовки класса учащиеся либо распределяют по порядку данные шаги, либо сами выстраивают их.



## 5. РЕАЛИЗАЦИЯ ПОСТРОЕННОГО ПРОЕКТА

Учащиеся, работая в группе, предлагают свои версии решения и, в результате обсуждения выходят на согласованный результат:

$$128,16 : 3,2 = (128,16 \cdot 10) : (3,2 \cdot 10) = 1281,6 : 32 = 40,05$$

Затем под руководством учителя они строят алгоритм деления десятичных дробей:

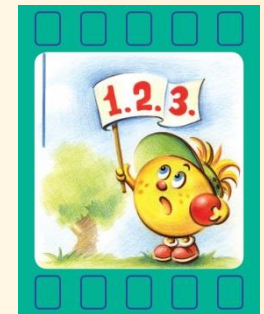
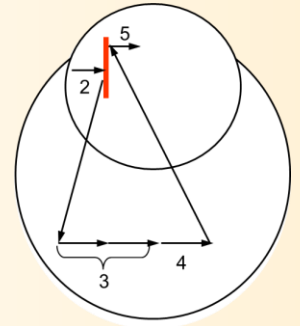
### Алгоритм деления десятичных дробей

1. В делимом и делителе перенести запятую на столько знаков вправо, сколько их стоит после запятой в делителе.
2. Выполнить деление на натуральное число.

И, в завершение, сравнивают его с текстом учебника:

Таким образом, чтобы разделить число на десятичную дробь, можно:

- 1) *Перенести в делимом и в делителе запятую вправо на столько цифр, сколько их после запятой в делителе.*
- 2) *Выполнить деление на натуральное число.*



# ЧИСЛОВАЯ ЛИНИЯ: ПРИНЦИП МИНИМАКСА

## ПРИМЕР 3. ОТРАБОТКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ НАВЫКОВ, 5-й класс

### КОНТЕКСТ: СТРУКТУРА ПАРАГРАФА

Глава 1, §3

#### § 3. Язык и логика

1. Высказывания.

2. Общие утверждения.

3. «Хотя бы один».

4. О доказательстве общих утверждений.

5. Введение обозначений.

#### Задача 1.

Доказать, что сумма любых трёх последовательных натуральных чисел делится на 3.

$$n + (n + 1) + (n + 2) = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1), \text{ ч.т.д.}$$

#### Задача 2.

Доказать, что частное двух натуральных чисел не изменится, если каждое из них увеличить в одно и то же число раз (при делении без остатка).

Пусть  $a \div k$ , тогда  $ac = (bk)c = b(kc) = b(ck) = (bc)k$ , ч.т.д.

Задачи для самопроверки.



### СТРУКТУРА ПУНКТА

К П Д С

К 299 Докажи, что ...

**ОПЕРЕЖАЮЩАЯ  
ПОДГОТОВКА К  
ИЗУЧЕНИЮ СЛЕДУЮЩЕЙ  
ТЕМЫ – «ДЕЛИМОСТЬ»**



# ЧИСЛОВАЯ ЛИНИЯ: ПРИНЦИП МИНИМАКСА

## Глава 1 «Математический язык», п. 3.1, раздел Повторение

*min*

**π** 306 «Счёт-тест»

В этом задании ты можешь проверить свое умение считать. Тест пройден, если в указанное время все ответы найдены верно.

Тест 1 (устно, 4 мин).

$70 - 26$	$47 + 25$	$14 + 49$	$7 \cdot 5$
$: 2$	$: 36$	$: 3$	$\cdot 3$
$+ 38$	$\cdot 19$	$+ 19$	$- 9$
$: 15$	$- 6$	$: 8$	$: 16$
$\cdot 9$	$: 4$	$\cdot 16$	$\cdot 7$
<hr/>			
$45 : 3$	$20 \cdot 8$	$90 - 26$	$80 \cdot 9$
$\cdot 5$	$: 40$	$: 8$	$- 90$
$- 19$	$\cdot 27$	$\cdot 60$	$: 70$
$: 8$	$- 27$	$- 30$	$\cdot 6$
$\cdot 17$	$: 9$	$: 9$	$: 18$

Тест 2 (письменно, 4 мин).

а)  $843\ 474\ 818 + 48\ 560\ 769$ ;

б)  $17\ 523\ 401 - 2\ 960\ 845$ .

Тест 3 (письменно, 4 мин).

а)  $85\ 900 \cdot 704$ ;      б)  $771\ 400 : 19$ .



**312** Составь программу действий и вычисли:

- $15 \cdot (325 - 325) + 36 \cdot 1 - 29 \cdot [(704 : 704 + 0 \cdot 51) : 1 - 0 : 17]$ ;
- $(42 - 0 : 24) : [(16 - 7 : 7) : 1 - 1 \cdot 9] + 18 \cdot (6 \cdot 8 - 12 \cdot 4)$ ;
- $(7050 \cdot 32 + 14\ 400) : 24 - (1\ 752\ 300 : 354 \cdot 804 - 326\ 936) : 608$ ;
- $20\ 000 - [8976 \cdot 97 - (4\ 713\ 450 : 1005 + 3978 : 39 \cdot 506)] : 310$ .

**315** Выполни действия:

1)  $8\frac{3}{5} - (2\frac{4}{5} + 1\frac{1}{5})$ ;

3)  $(2\frac{4}{7} + 9\frac{6}{7}) - 2\frac{6}{7}$ ;

2)  $(3\frac{2}{9} + 5\frac{8}{9}) - 4\frac{1}{9}$ ;

4)  $6\frac{1}{11} - (3\frac{4}{11} + 1\frac{1}{11})$ .



- 316** 1) Велосипедист проехал в первый час  $18\frac{3}{5}$  км, а во второй час – на  $1\frac{4}{5}$  км больше, чем в первый. За эти два часа он проехал на  $20\frac{1}{5}$  км больше, чем в третий час. Какой путь проехал велосипедист за все 3 часа?
- 2) Теплоход проплыл за 3 часа  $104\frac{1}{4}$  км. В первый час он проплыл  $32\frac{3}{4}$  км. Это на  $3\frac{2}{4}$  км меньше, чем он проплыл во второй час. Сколько километров проплыл теплоход в третий час?

## ЗАДАНИЕ 7 (ЛИСТ 7)

**317** Расположи карточки с числами и буквами в порядке возрастания чисел и зачеркни 3 буквы так, чтобы получилась фамилия известного русского художника.

$1\frac{3}{7}$	$\frac{5}{9}$	2	$\frac{1}{9}$	$1\frac{5}{6}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{7}{9}$	$1\frac{5}{7}$	$\frac{7}{8}$
Т	Р	Ь	В	Л	М	Б	А	Е	У

Ответ:  $\frac{1}{16}$   $\frac{1}{9}$   $\frac{5}{9}$   $\frac{7}{9}$   $\frac{7}{8}$   $1\frac{1}{7}$   $1\frac{3}{7}$   $1\frac{5}{7}$   $1\frac{5}{6}$  2  
~~М~~ ~~В~~ ~~Р~~ ~~А~~ ~~У~~ ~~Б~~ ~~Т~~ ~~Е~~ ~~Л~~ ~~Ь~~

# ЧИСЛОВАЯ ЛИНИЯ: ПРИНЦИП МИНИМАКСА

2

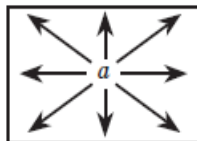
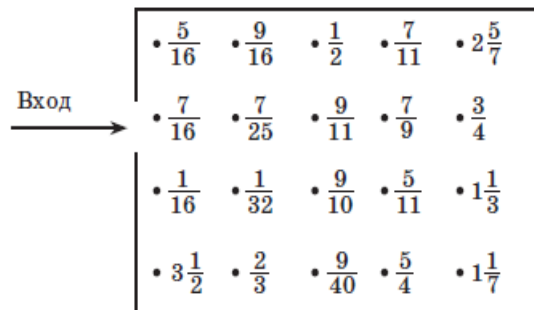
**339** Отметь на числовом луче дроби  $\frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{3}{12}, \frac{9}{12}$  ( $e = 12$  клеток). Какие из этих дробей равны? Как связаны между собой числители и знаменатели равных дробей? Приведи пример дроби, равной  $\frac{9}{12}$ , но имеющей другой числитель и знаменатель.

**335** Проверь истинность высказывания:

$$\frac{(320 + 85) \cdot (3003 - 93 \ 528 : 36) - 1025 \cdot 160}{390 \ 156 : 78 - [638 \ 774 - 304 \cdot (617 + 89)] : 85} \geq 2\frac{1}{5}.$$

**337** Числовой лабиринт

Надо найти выход из числового лабиринта. Пройти по нему можно, перемещаясь от числа к большему числу, находящемуся рядом с ним в любом из указанных восьми направлений. 1) Какое число обозначает выход из лабиринта? 2) Запиши последовательность чисел, ведущих от входа к выходу.



**338** Что общего и что различного в выражениях:

$$1) \left(7\frac{1}{11} - 4\frac{5}{11}\right) - \left(2\frac{3}{11} + 5\frac{8}{11} - 6\frac{2}{11}\right) + 1\frac{8}{11};$$

$$2) 7\frac{1}{11} - \left(4\frac{5}{11} - 2\frac{3}{11}\right) + 5\frac{8}{11} - \left(6\frac{2}{11} + 1\frac{8}{11}\right)?$$

Найди значения выражений.

## ЗАДАНИЕ 7 (ЛИСТ 7)

**342\*** Установи закономерность и, сохраняя её, продолжи ряд на два числа:  
 а) 9, 15, 27, 45, 69, ...      в) 4, 8, 8, 11, 16, 14, 32, 17, ...  
 б) 342, 313, 284, 255, ...      г) 3, 7, 16, 35, 74, 153, ...

**343\*** Ткань во время стирки садится на  $\frac{1}{16}$  часть по длине и на  $\frac{1}{15}$  часть по ширине. Какой длины надо взять кусок ткани, чтобы после стирки иметь  $378 \text{ м}^2$ , если до стирки ширина её была 90 см?

**344\*** Если каждому из своих детей мама даст по 13 тетрадей, то у неё останется 8 тетрадей; если же она им даст по 15 тетрадей, то все тетради будут розданы. Сколько тетрадей было у мамы?

**345\*** Пифагор Самосский (около 570 – 490 гг. до н. э.) Поликрат (известный из баллады Шиллера тиран с острова Самос) однажды спросил на пиру у Пифагора, сколько у того учеников. «Охотно скажу тебе, о Поликрат, – отвечал Пифагор. – Половина моих учеников изучает прекрасную математику, четверть исследует тайны вечной природы, седьмая часть упражняет силу духа, храня в сердце учение. Добавь ещё к ним трёх юношей, из которых Теон превосходит прочих своими способностями. Столько учеников веду я к рождению вечной истины». Сколько учеников было у Пифагора?



*max*



# ЧИСЛОВАЯ ЛИНИЯ: ПРИНЦИП ПСИХОЛОГИЧЕСКОЙ КОМФОРТНОСТИ

## ПРИМЕР 4. «Мне интересно считать!»

- Создается **доброжелательная творческая среда**, где к каждому ученику относятся с уважением, **ожидают и радуются успеху каждого**.
- Предлагается высокий уровень трудности (в зоне ближайшего развития наиболее подготовленных детей), но **оценивается обязательный результат и успех**.
- Предлагаются **интересные для детей** задания, несущие **позитивный эмоциональный заряд**.

**843** Викторина «В мире литературы»  
Расшифруй названия литературных терминов. Можешь ли ты объяснить их смысл?

а)

a	x	буква
0,1		
0,2		
0,3		
0,5		
1,8		
2,4		
3,2		

**5 класс**

**64** Выполни действия. Какие из полученных чисел можно представить в виде конечных десятичных дробей? Выпиши соответствующие им буквы и переставь их так, чтобы получилось слово.

<b>Б</b> $\frac{5}{9} - \frac{7}{18}$	<b>Н</b> $3 + \frac{9}{16}$	<b>М</b> $1\frac{7}{8} + 3\frac{5}{12}$	<b>Л</b> $\frac{7}{12} \cdot \frac{6}{25}$
<b>Т</b> $\frac{4}{5} + \frac{3}{7}$	<b>А</b> $1 - \frac{5}{8}$	<b>П</b> $2\frac{3}{14} - 1\frac{5}{7}$	<b>В</b> $\frac{18}{35} : \frac{16}{49}$
<b>О</b> $\frac{2}{3} - \frac{5}{12}$	<b>Г</b> $4 - 3\frac{5}{9}$	<b>Ь</b> $\frac{2}{45} \cdot 9$	<b>И</b> $2\frac{11}{20} \cdot 1\frac{1}{15}$
<b>С</b> $\frac{12}{25} + \frac{8}{15}$	<b>Р</b> $9 - 2\frac{17}{11}$	<b>Е</b> $\frac{48}{11} : 6$	<b>Д</b> $10\frac{2}{7} : 2\frac{25}{28}$

**6 класс**

Интервью порталу МЕЛ: «Как заинтересовать детей математикой»  
[https://mel.fm/matematika/3579802-peterson\\_math](https://mel.fm/matematika/3579802-peterson_math)

# ЧИСЛОВАЯ ЛИНИЯ: ПРИНЦИП ВАРИАТИВНОСТИ

## ПРИМЕР 5. ПЯТЬ СПОСОБОВ НАХОЖДЕНИЯ НОД

### 1 СПОСОБ. Нахождение множества общих делителей, выбор наибольшего элемента (на этапе опережающей подготовки к изучению НОД, п. 2.1.1)

**362** Запиши с помощью фигурных скобок множество делителей каждого из чисел: 6, 7, 12, 17, 32, 42, 81. Сколько делителей у каждого из них? Может ли у числа быть меньше двух делителей?

*Образец ответа:*  $D(10) = \{1, 2, 5, 10\}$ , 4 делителя.

**363** Пользуясь результатами предыдущего задания, найди все общие делители для указанных чисел. Подчеркни их наибольший общий делитель.

а) 6 и 7;                      б) 6 и 12;                      в) 12 и 81;                      г) 6, 42 и 81.

*Образец ответа:*  $D(10, 15) = \{1, \underline{5}\}$ .

### 2 СПОСОБ. Метод перебора (на этапе опережающей подготовки, п. 2.1.1)

**365** Найди наибольший общий делитель чисел методом перебора. Делители какого числа целесообразно находить для сокращения перебора? Сформулируй правило (алгоритм) перебора.

1) 7 и 420;                      3) 1 и 3473;                      5) 8, 12 и 42;                      7) 33 и 77;  
2) 7 и 12 345;                      4) 8917 и 2;                      6) 4, 36 и 84;                      8) 555 и 999.

*Образец ответа:*  $\text{НОД}(7, 16, 25) = 1$ .

## ЭТАЛОНЫ

Наибольший среди общих делителей данных чисел называется наибольшим общим делителем этих чисел (НОД).

### Алгоритмы нахождения НОД

#### Вариант 1

1. Найти делители чисел.
2. Выписать общие делители.
3. Выписать наибольший из общих делителей – НОД.

#### Вариант 2

1. Найти делители меньшего из данных чисел.
2. Найти, начиная с наибольшего, тот из выписанных делителей, который является также делителем всех данных других чисел.
3. Записать найденное число – НОД.

# ЧИСЛОВАЯ ЛИНИЯ: ПРИНЦИП ВАРИАТИВНОСТИ

## 3. Использование свойства делимости разности (на этапе опережающей подготовки, п. 2.2.2)

**485** Найди все общие делители чисел:

- а) 3523 и 3524;                      в) 649 и 651;                      д) 12, 18 и 78;  
б) 721 518 и 721 519;              г) 868 и 882;                      е) 45, 50 и 195.

**486** Каким может быть наибольший общий делитель:

- а) двух соседних чисел;  
б) двух последовательных нечётных чисел;  
в) двух последовательных чётных чисел?



## 4. Метод разложения на простые множители, п. 2.4.2.

**650** Даны разложения чисел на простые множители. Найди их наибольший общий делитель:

- 1)  $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$ ,                       $b = 2 \cdot 3 \cdot 11$ ;  
2)  $a = 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$ ,                     $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ ;  
3)  $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ ,         $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$ ;  
4)  $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$ ,         $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ ;



**651** Найди наибольший общий делитель чисел методом разложения на простые множители:

- 1) 75 и 135;                      3) 125 и 462;                      5) 117, 195 и 312;  
2) 180 и 210;                    4) 504 и 720;                      6) 306, 340 и 850.

**652** Найди наибольший общий делитель чисел наиболее удобным способом:

- 1) 14 и 140;                      2) 4914 и 4915;                    3) 6, 81 и 9054;                    4) 3150 и 1848.

### ЭТАЛОНЫ

#### Свойство 1

Если два числа делятся на некоторое число, то их сумма и разность также делятся на это число.

$$(a : c \text{ и } b : c) \Rightarrow ((a \pm b) : c)$$

#### Правило

Если разность двух чисел меньше каждого из них, то для нахождения их НОД можно найти наибольший делитель разности этих чисел.

#### Алгоритм нахождения НОД чисел с помощью разложения на простые множители

1. Разложить данные числа на простые множители.
2. Выписать в виде произведения все общие простые множители (НОД).
3. Если необходимо, найти полученное произведение.



# ЧИСЛОВАЯ ЛИНИЯ: ПРИНЦИП ВАРИАТИВНОСТИ

## 5. АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА, 7 КЛАСС, п. 2.1.4

Алгоритм Евклида основан на следующем утверждении.

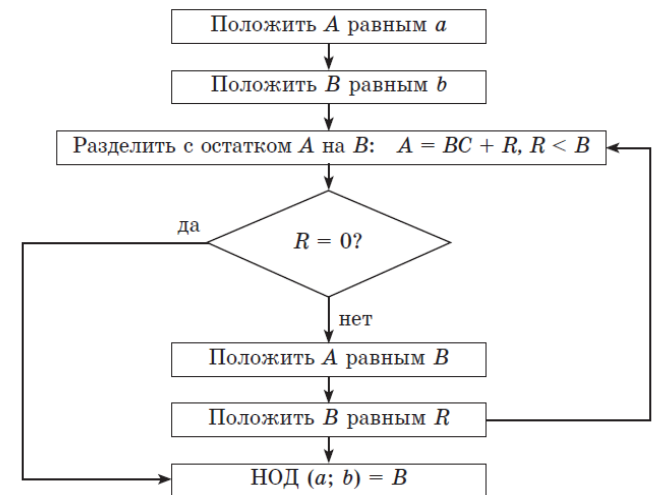
**Теорема.** Если  $a = bc + r$ , то НОД ( $a; b$ ) = НОД ( $b; r$ ).

1. Делим $a$ на $b$ с остатком	$a = bc + r$ , где $r < b$
2. Делим $b$ на $r$ с остатком	$b = rc_1 + r_1$ , где $r_1 < r$
3. Делим $r$ на $r_1$ с остатком	$r = r_1c_2 + r_2$ , где $r_2 < r_1$
4. Делим $r_1$ на $r_2$ с остатком	$r_1 = r_2c_3 + r_3$ , где $r_3 < r_2$
И т. д.	

$$\begin{aligned} \text{НОД}(a; b) &= \text{НОД}(b; r) = \text{НОД}(r; r_1) = \text{НОД}(r_1; r_2) = \dots = \\ &= \text{НОД}(r_{n+1}; 0) = r_{n+1}. \end{aligned}$$

Значит, **НОД чисел  $a$  и  $b$  равен последнему ненулевому остатку в указанной цепочке делений.**

Алгоритм Евклида  
нахождения НОД двух натуральных чисел  $a$  и  $b$  ( $a > b$ )



**206** Найдите НОД чисел  $a$  и  $b$  наиболее рациональным способом:

- а)  $a = 6, b = 15$ ;      в)  $a = 4, b = 17$ ;      д)  $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2, b = 2^2 \cdot 5 \cdot 17$ ;  
б)  $a = 39, b = 390$ ;    г)  $a = 527, b = 528$ ;    е)  $a = 851, b = 943$ .

**207** С помощью алгоритма Евклида найдите НОД чисел  $a$  и  $b$ :

- а)  $a = 143, b = 247$ ;      в)  $a = 451, b = 533$ ;      д)  $a = 391, b = 867$ ;  
б)  $a = 187, b = 319$ ;    г)  $a = 307, b = 945$ ;      е)  $a = 2581, b = 4005$ .

**208** Представьте дробь в несократимом виде:

- а)  $\frac{545}{4578}$ ;      в)  $\frac{1067}{1552}$ ;      г)  $\frac{3201}{5335}$ ;      д)  $\frac{1085}{20\ 398}$ .



# ЧИСЛОВАЯ ЛИНИЯ: ПРИНЦИП ТВОРЧЕСТВА

- ТДМ помогает создать **площадку для математического творчества каждого ученика** (в том числе, на уроках математики).
- Воспитание у учащихся **эстетического чувства** от восприятия красоты математики, **интеллектуальной радости** от решения красивых задач .

**ПРИМЕР 6.** Использование арифметики остатков для решения «красивых» задач.

**330** Определите, делится ли число  $a$  на  $b$ :

а)  $a = 333^{777} + 777^{333}$ ,  $b = 5$ ;

в)  $a = 11^{100} - 1$ ,  $b = 5$ ;

б)  $a = 2^{100} + 3^{100}$ ,  $b = 7$ ;

г)  $a = 2222^{5555} + 5555^{2222}$ ,  $b = 3$ .

**Решение № 330 (г)**  $5555 = 3 \cdot 1851 + 2$ ,  $2222 = 3 \cdot 740 + 2$

Следовательно,  $2222^{5555} + 5555^{2222} \equiv 2^{5555} + 2^{2222} \pmod{3}$

$$\left. \begin{array}{l} 2^1 \equiv 2 \pmod{3} \\ 2^2 \equiv 1 \pmod{3} \end{array} \right\} 2 \text{ шага}$$

$$2^3 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$5555 = 2 \cdot 2777 + 1$$

$$2222 = 2 \cdot 1111 + 0$$

$$2^{5555} + 2^{2222} \equiv 2^1 + 2^0 \equiv 3 \pmod{3} \equiv 0 \pmod{3}$$

**Ответ:** число  $2222^{5555} + 5555^{2222}$  делится на 3.

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ (ВИП)

«Развитие современных механизмов и технологий общего образования на основе  
деятельностного метода Л.Г. Петерсон (ИМС «Учусь учиться»)»

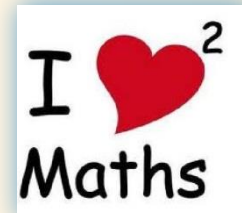
ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА МИНОБРНАУКИ РФ



# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ (МОДЕЛИРОВАНИЯ) КУРСА МАТЕМАТИКИ 1–9 «Учусь учиться»



*Баханова Ольга Васильевна, методист по  
математике основной и средней школы Института  
системно-деятельностной педагогики*



# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ (МОДЕЛИРОВАНИЯ)

ДО	НШ	5–6	7–9
<p>Взаимосвязь между целым и частью. Чтение схем. Простые задачи-ситуации на сложение и вычитание</p> <p><b>На предметной основе</b></p>	<p>Задачи на все 4 арифметических действия (1-6 действия) 3 типа задач на дроби (проценты) ! Задачи на формулу <math>a = bc</math> ! Задачи на одновременное движение ! ( 4 вида)</p> <p>Текст задачи (системно)</p> <p>Первичный опыт работы с текстом (конспект текста)</p>	<p>Представление о математическом моделировании (3 этапа) Перевод текста на математический язык Работа с математической моделью</p> <p><b>Метод проб и ошибок, метод перебора !</b></p> <p>Задачи на дроби. Задачи на проценты. Пропорциональность. Пропорциональное деление. Масштаб Совместная работа. Решение задач методом уравнений.</p>	<p>Уточнение метода математического моделирования !</p> <p>Систематизация методов решения текстовых задач</p> <p>Построение математических моделей новых типов (квадратные уравнения и неравенства, системы уравнений и неравенств и др.)</p> <p><b>Прикладные задачи с практическим содержанием !</b></p>

# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## Опережающая подготовка 1–4

### ПРИМЕР 1. БЛИЦтурниры.

#### 4 БЛИЦтурнир

а) За 4 пакета кефира заплатили  $m$  руб., а за 5 пакетов сока –  $k$  руб. На сколько рублей пакет кефира дешевле пакета сока?

б) Воробей пролетел  $x$  м за 9 мин, а бабочка –  $y$  м за 2 мин. Во сколько раз скорость бабочки меньше скорости воробья?

в) Мастер сделал  $a$  деталей за 4 ч. Сколько таких деталей сделает он за 7 ч, если будет работать с той же производительностью?

г) Моторная лодка прошла  $b$  км за 2 ч. За сколько времени она пройдёт  $d$  км, если будет идти с той же скоростью?



$$k : 5 - m : 4$$

$$x : 9 - y : 2$$

$$a : 4 \cdot 7$$

$$b : 2 \cdot d$$



# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## Опережающая подготовка 1–4

### ПРИМЕР 2. ЗАДАЧИ НА ОДНОВРЕМЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

<p><b>Встречное движение</b></p> <p><math>v_{\text{встр.}} = v_1 + v_2</math></p> <p><math>s = v_{\text{встр.}} \cdot t_{\text{встр.}}</math></p> <p><math>d_t = s - (v_1 + v_2) \cdot t</math></p>	<p><b>Движение вдогонку</b></p> <p><math>v_{\text{встр.}} = v_1 - v_2</math></p> <p><math>v_1 &gt; v_2</math></p> <p><math>d_t = s - (v_1 - v_2) \cdot t</math></p>
<p><b>Движение в противоположных направлениях</b></p> <p><math>v_{\text{уд.}} = v_1 + v_2</math></p> <p>Встречи не произойдет</p> <p><math>v_1 &gt; v_2</math></p> <p><math>d_t = s + (v_1 + v_2) \cdot t</math></p>	<p><b>Движение с отставанием</b></p> <p><math>v_{\text{уд.}} = v_1 - v_2</math></p> <p><math>v_1 &gt; v_2</math></p> <p><math>d_t = s + (v_1 - v_2) \cdot t</math></p>

<p>а)</p> <p><math>4 \text{ км/ч}</math>      <math>5 \text{ км/ч}</math></p> <p>? км      <math>t_{\text{встр.}} = 3 \text{ ч}</math></p>
<p>б)</p> <p><math>4 \text{ км/ч}</math>      ? км/ч</p> <p>27 км      <math>t_{\text{встр.}} = 3 \text{ ч}</math></p>
<p>в)</p> <p>? км/ч      <math>5 \text{ км/ч}</math></p> <p>27 км      <math>t_{\text{встр.}} = 3 \text{ ч}</math></p>
<p>г)</p> <p><math>4 \text{ км/ч}</math>      <math>5 \text{ км/ч}</math></p> <p>27 км      <math>t_{\text{встр.}} = ?</math></p>

# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## Опережающая подготовка 1–4

- 10) Расстояние от Москвы до Владимира 175 км. В 9 часов утра из Владимира в Нижний Новгород выехал автомобиль со скоростью 90 км/ч. Одновременно из Москвы в том же направлении через Владимир выехал автобус, скорость которого составляет  $\frac{3}{5}$  скорости автомобиля. На каком расстоянии друг от друга будут автомобиль и автобус в 11 часов того же дня? (Известно, что за это время автомобиль не успеет доехать до Нижнего Новгорода.)



- 1)  $90 : 5 \cdot 3 = 54$  (км/ч) – скорость автобуса;
- 2)  $11 - 9 = 2$  (ч) – время движения автобуса и автомобиля;
- 3)  $175 + (90 - 54) \cdot 2 = 247$  (км).

Ответ: 247 км.

# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## МОДЕЛИРОВАНИЕ, 5–9 классы

### I. Построение математической модели.

На данном этапе текст задачи переводится на математический язык. Для этого определяется, что известно, что надо найти, устанавливаются взаимосвязи между известными и неизвестными величинами, вводятся буквенные обозначения, составляются математические соотношения: уравнения и неравенства. При этом важно выбрать буквенные обозначения таким образом, чтобы полученные соотношения имели как можно более простой вид.

### II. Работа с математической моделью.

В результате перевода практической задачи на математический язык могут возникнуть два случая:

- 1) имеется математическая теория, позволяющая получить решение данной задачи;
- 2) такой математической теории не существует.

В первом случае мы просто выбираем способ, позволяющий получить решение задачи. Во втором случае мы должны создать новый или усовершенствовать некоторый старый способ таким образом, чтобы получить в итоге решение данной задачи (и одновременно всех других подобных задач). При этом происходит развитие и самой математической теории.

Математика может развиваться также, исходя лишь из своей внутренней логики и красоты, опережая потребности практики. Так, например, Евклид ещё до нашей эры заложил основы теории делимости, а сегодня она широко используется в задачах шифрования и дешифрования текстов.

### III. Практический вывод.

Получив решение математической задачи, необходимо его проанализировать, то есть разобраться в его реальном смысле, а затем сделать выводы. В этом состоит третий этап математического моделирования.





# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## МОДЕЛИРОВАНИЕ

5 класс

<b>I ЭТАП: ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТ. МОДЕЛИ</b>	<b>II ЭТАП: РАБОТА С МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ</b>
<b>П 1. Перевод условия задачи на математический язык</b>	<b>П 2 . Работа с математическими моделями</b>
<u>Задача 1</u> <b>ВЫРАЖЕНИЕ</b>	Применение известного способа (вычисляем значения выражения)
<u>Задача 2</u> <b>УРАВНЕНИЕ</b> с одной переменной вида <b><math>ax+bx=c</math></b>	Применение известного способа (использовав распределительное свойство, решаем уравнение)



# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## МОДЕЛИРОВАНИЕ

5 класс

### I ЭТАП: ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТ. МОДЕЛИ

### II ЭТАП: РАБОТА С МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ

#### Задача 3

**МОДЕЛЬ:** уравнение  
с одной переменной вида

$$x(x + b) = c;$$

$$(x + a)(x + b) = c$$

#### Задача 4

**МОДЕЛЬ:** два уравнения с двумя  
переменными (система уравнений)

#### Задача 5

**МОДЕЛЬ:**  
уравнение с двумя переменными

**Метод  
проб и ошибок**

**Способ не известен**

**Метод  
перебора**



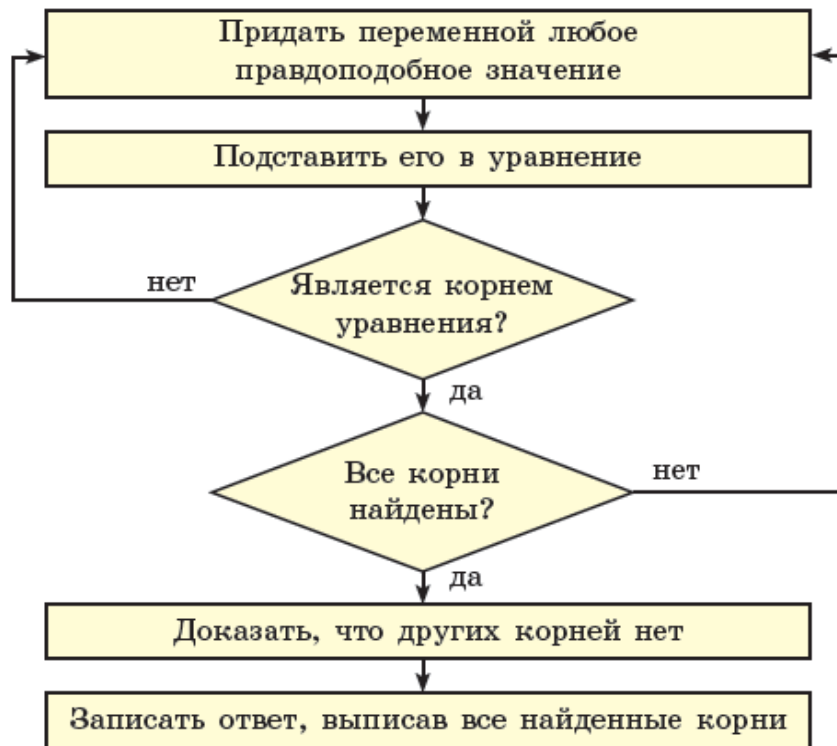
# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## РАБОТА С МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ

### МЕТОД ПРОБ И ОШИБОК

#### Алгоритм решения уравнений методом проб и ошибок

Вариант 1



Одна сторона прямоугольного участка земли на 3 м больше другой его стороны. Площадь участка равна  $70 \text{ м}^2$ . Найти размеры этого участка.

$$x(x + 3) = 70$$

- 1) Заменяем переменную любым правдоподобным числом : 10, 5, 7.
- 2) Определяем, является ли число корнем уравнения.  
Если  $x = 10$ , то  $10 \cdot (10 + 3) = 130 \neq 70$ ;  
Если  $x = 5$ , то  $5 \cdot (5 + 3) = 40 \neq 70$ ;  
Если  $x = 7$ , то  $7 \cdot (7 + 3) = 70 = 70$  (В!!!)
- 3) Доказываем, что других корней нет.  
Если  $x < 7$ , то  $x(x + 3) < 70$ ;  
Если  $x > 7$ , то  $x(x + 3) > 70$ .

Ответ: 7.



# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## РАБОТА С МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ

### МЕТОД ПЕРЕБОРА

#### ЗАДАЧА № 4.

На экскурсию едут 252 ученика школы. Для них заказаны несколько одинаковых автобусов. Однако выяснилось, что если заказать автобусы, вмещающие на 6 человек больше, то автобусов потребуется на один меньше. Сколько больших автобусов надо заказать, если в обоих случаях предполагается заполнить все автобусы без свободных мест?

$$\begin{cases} xy = 150 \\ (y + 1)(x - 5) = 150 \end{cases}$$

1)  $x > 5$

2)

$y$	25	15	10	6	5	3	2	1
$x$	6	10	15	25	30	50	75	150

$y = 5; x = 30$

**Ответ: (30; 5).**

# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## МОДЕЛИРОВАНИЕ

6 класс

### Алгоритм решения задач с помощью уравнений (с одним неизвестным)

I.

1. *Внимательно* прочитать условие и вопрос задачи.
2. Определить, какие величины известны, а какие – нет.
3. Проверить соответствие единиц измерения величин (если необходимо, согласовать их).
4. Установить взаимосвязи между величинами (если необходимо, записать их в виде формул, схем, таблиц).
5. Одну из неизвестных величин обозначить буквой  $x$  (или любой другой буквой).
6. Выразить через  $x$  значения других неизвестных величин.
7. Определить множество значений переменной  $x$ .
8. Составить уравнение.
9. Решить уравнение.
10. Соотнести полученные значения  $x$  с вопросом задачи (при необходимости найти искомую ве-

II.

III.

# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## МОДЕЛИРОВАНИЕ

Алгоритм решения задач  
методом математического моделирования

7 класс

I.

1. Внимательно прочитать задачу.
2. Определить, какие величины известны, и какие надо найти.
3. Проверить соответствие единиц измерения величин.
4. Выбрать неизвестные величины, которые будем обозначать буквой.
5. **Определить множество значений, которые могут принимать неизвестные величины.**
6. Установить взаимосвязи между величинами (**не явно заданные в условии и возникающие из свойств моделируемого объекта**).
7. Составить уравнение или **неравенство** (одно или несколько) и обосновать их.
8. **Проверить, что каждый элемент условия задачи описан соответствующим соотношением.**
9. **Зафиксировать искомую величину.**
10. Найти все решения, удовлетворяющие построенной модели.
11. Проверить соответствие полученного ответа вопросу задачи.
12. Убедиться, что полученные решения соответствуют смыслу задачи.

II.

III.

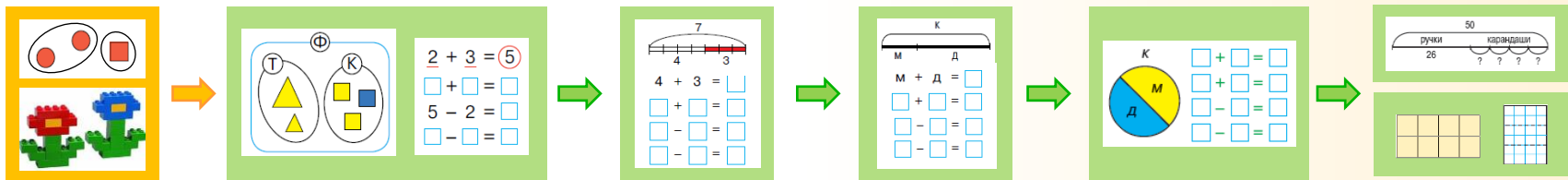
# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## Непрерывность содержания и методик

### ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ

Дошкольное образование, 1–3 КЛАССЫ

Понятия «ЧАСТЬ–ЦЕЛОЕ», взаимосвязь, деление целого на равные части



### 4 КЛАСС

ДОЛИ. 1 процент

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7} \dots \frac{1}{n}$

$\frac{1}{100}$  – это 1%

ДРОБИ. Проценты

$\frac{3}{5}$

$\frac{m}{n}$  – числитель дроби  
 $n$  – знаменатель дроби

$\frac{84}{100}$  – это 84%

ТРИ ТИПА  
задач на дроби

$1 - a$	$a : n \cdot m$
$\frac{m}{n} - ?$	
$1 - ?$	$b : m \cdot n$
$\frac{m}{n} - b$	
$1 - a$	$b : a$
$? - b$	



# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## Непрерывность содержания и методик

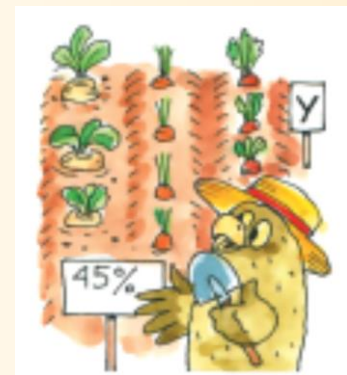
### 5 КЛАСС

Системное решение задач на проценты как частного случая задач на дроби.

#### 4 класс, ч. 3, № 8 (б), с. 78

Огород прямоугольной формы имеет длину  $y$  м, а ширина составляет 45 % его длины. Чему равна площадь огорода?

$$y \cdot (y : 100 \cdot 45) \text{ (м}^2\text{)}$$



#### 4 класс, часть 3, № 6, с. 55

Патрульный катер заметил шхуну контрабандистов на расстоянии 1 км 600 м. За сколько времени катер догонит шхуну, если его скорость 500 м/мин, а скорость шхуны составляет 92 % скорости катера? Успеет ли шхуна доплыть до нейтральных вод, если её отделяют от них 20 км 700 м?

5 действий,  $v$  шхуны =  $500 : 100 \cdot 92 = 460$  м/мин



# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## Непрерывность содержания и методик

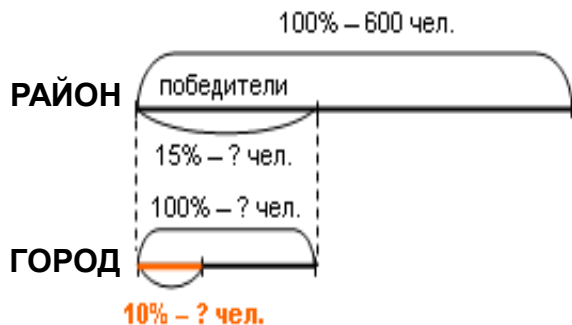
### 5 КЛАСС

В 5 классе дети открывают для себя новые правила решения задач на дроби.

$\frac{1-a}{m} - ?$	$a \cdot \frac{m}{n}$
$\frac{1-?}{m} - b$	$b : \frac{m}{n}$
$1-a$ $? - b$	$b : a$

#### 5 класс, часть 2, № 595

В районной олимпиаде по математике участвовало 600 школьников. Из них 15% стали победителями районного тура, а 10% победителей районного тура получили призы городской олимпиады. Сколько призов городской олимпиады в этом районе?



$$1) 600 \cdot \frac{15}{100} = \frac{600 \cdot 15}{100} = 90 \text{ (чел.)} -$$

победителей районного тура

$$2) 90 \cdot \frac{10}{100} = \frac{90 \cdot 10}{100} = 9 \text{ (чел.)}$$

Ответ: 9 победителей из района.



# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## Непрерывность содержания и методик

### 6 КЛАСС

Выражение процентов числом, и наоборот:

$$58\% = 0,58 \quad 0,045 = 4.5\%$$

Равносильность высказываний

увеличить на 50%  $\Leftrightarrow$  увеличить в 1,5 раза

уменьшить на 80%  $\Leftrightarrow$  уменьшить в 5 раз

3 типа задач на проценты

100% –  $a$   
 $p\%$  – ?

$$a \cdot \frac{p}{100}$$

100% – ?  
 $p\%$  –  $b$

$$b : \frac{p}{100}$$

100% –  $a$   
? % –  $b$

$$\frac{b}{a} \cdot 100$$

Формула процентов

$$b = a \cdot \frac{p}{100}$$

Формулы простого и сложного процентного роста

$$S_n = \left(1 + \frac{pn}{100}\right)S$$

$$S_n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n S$$

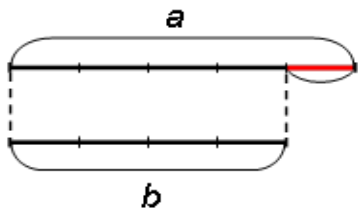
## СИСТЕМНОЕ ПОВТОРЕНИЕ

### 6–7 КЛАССЫ

В классе девочек на 25% больше, чем мальчиков. На сколько процентов мальчиков меньше, чем девочек?



ДЕВОЧКИ  
МАЛЬЧИКИ



**НА  
20%!!!**

## СИСТЕМНОЕ ПОВТОРЕНИЕ

### 7–9 КЛАССЫ

Системное решение задач на проценты уровня «СКАНАВИ», ГРУППЫ А, Б, В ПО ВЫБОРУ САМИХ УЧАЩИХСЯ

# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## Непрерывность содержания и методик

472

7 класс

Постройте математическую модель и решите задачу:

а) Завод запланировал произвести одинаковое количество продукции в течение каждого из первых двух лет своей работы. В действительности за первый год работы объём производства оказался выше запланированного, а в следующем году процент его роста по сравнению с запланированным оказался на 10 больше, чем в первом. Определите, на сколько процентов объём производства в первый год превысил запланированный, если известно, что за два года его общий прирост к запланированному составил 48,5%.

	По плану	Реально
1 год	$x$	$x + 0,01px$
2 год	$x$	$x + 0,01(p + 10)x$
За 2 года	$2x$	$1,485 \cdot 2x$

$$1,485 \cdot 2x = x + 0,01px + x + 0,01(p + 10)x$$

$$2,97x = x(1 + 0,01p) + x(1 + 0,01(p + 10))$$

$$2,97 = 1 + 0,01p + 1 + 0,01(p + 10)$$

$$2,97 = 2 + 0,01p + 0,01p + 0,1$$

$$0,02p = 0,87$$

$$p = 43,5$$

Ответ: на 43,5%.



# ЛИНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

## Непрерывность содержания и методик

9 класс

### ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

$$S_n = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \cdot S$$

**Пример 1.**

Максим накопил 100 000 рублей и хочет положить их в банк на 4 года. Банк предлагает три варианта вклада:

- вклад раз в год увеличивается на 10 %;
- вклад раз в два года увеличивается на 22 %;
- вклад один раз в конце срока увеличивается на 48 %.

Какой вариант вклада наиболее выгоден Максиму?

$$100\,000 \cdot 1,1^4 = 100\,000 \cdot 1,4641 = 146\,410 \text{ (р.)}$$

$$100\,000 \cdot 1,22^2 = 100\,000 \cdot 1,4884 = 148\,840 \text{ (р.)}$$

$$100\,000 \cdot 1,48 = 148\,000 \text{ (р.)}$$

Поэтому Максиму выгоднее всего воспользоваться вторым вариантом.

*Ответ:* Второй вариант.

**ТРУДНОЕ СТАНОВИТСЯ ЛЕГКИМ!**



# ОБРАЗОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИКИ

9 класс

## ЗАДАНИЕ 1 (ЛИСТ 12)

Подчеркните УУД, которые тренируются у учащихся 8 класса при выполнении задания № 243 из учебника «Учусь учиться», 8 класс, часть 1 (допишите, если потребуется, свои варианты).

**243** Решите задачу и ответьте на вопросы к ней:

«Егору нужно купить не менее 20 дисков, потратив на покупку не более 500 рублей. Сколько и каких дисков он сможет купить, если цена *CD* диска составляет 20 рублей, а цена *DVD* диска – 30 рублей?»

1) Что получено в качестве математической модели этой задачи? Какие шаги вы предпринимали, чтобы найти ее решение?

2) Составьте алгоритм решения системы линейных неравенств с двумя переменными, выбрав из следующих шагов необходимые:

Найти пересечение полученных решений неравенств системы.

Изобразить на координатной плоскости графическое решение каждого неравенства системы.

Найти объединение полученных решений неравенств системы.

При необходимости уточнить координаты точек, описывающих полученное решение системы.

- |                   |                         |                         |
|-------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1. анализ;        | 6. целеполагание;       | 11. смыслообразование;  |
| 2. сравнение;     | 7. планирование;        | 12. понимание текста;   |
| 3. обобщение;     | 8. определение способа; | 13. выдвижение гипотез; |
| 4. аналогия;      | 9. определение средств; | 14. самоконтроль;       |
| 5. классификация; | 10. проектирование;     | 15. коррекция           |

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ (ВИП)

«Развитие современных механизмов и технологий общего образования на основе  
деятельностного метода Л.Г. Петерсон (ИМС «Учусь учиться»)»

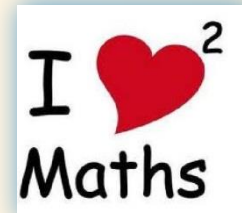
ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА МИНОБРНАУКИ РФ



# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ КУРСА МАТЕМАТИКИ 1–9 «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» Многофункциональность заданий



*Грушевская Лилия Аркадьевна, методист по  
математике основной и средней школы Института  
системно-деятельностной педагогики*



# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

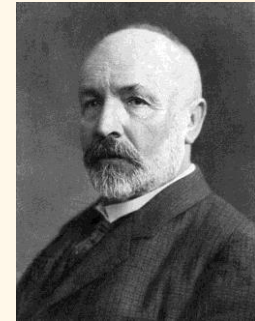
ДО	Тренинг мыслительных операций. Опыт решения простейших логических задач.
НШ	Свойства предметов. Представление о высказываниях, их видах, <b>ОПЫТ</b> доказательства высказываний. Высказывания с союзами «и» и «или». <b>Множество, элемент, пустое множество, диаграмма Венна. Подмножество, объединение, пересечение множеств.</b> Знаки $\in$ , $\notin$ , $\subset$ , $\supset$ , $\cup$ , $\cap$ , $\emptyset$ . Системное решение логических задач.
5–6	<b>Высказывание</b> , тема и рема, виды высказываний. Равносильность ( $\Leftrightarrow$ ). Характеристические свойства. <b>Методы доказательства.</b> <b>Определение. Отрицание. Логическое следование и отрицание следования. Обратное утверждение.</b> Чтение, запись высказываний с помощью кванторов.
7–9	<b>Метод построения математической теории.</b> Систематизация методов математического доказательства. <b>Логические ошибки. Необходимость и достаточность, свойство и признак, критерий. Конъюнкция и дизъюнкция.</b> Сложные высказывания. Формулы де Моргана. Метод математической индукции. Дополнение и разность множеств.



# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

«Множество есть многое, мыслимое нами как единое»

Георг Кантор  
(1845—1918)



## 3 класс «Множество, элементы множества»

1 Придумай названия для предметов и животных, собранных вместе:

<p>Коллекция марок</p>	<p>?</p>	<p>?</p>
<p>?</p>	<p>?</p>	<p>?</p>

6 На рисунке изображены портреты семьи Ивановых. Перечисли элементы этого множества.

СЫН  
ПЕТЯ

БАБУШКА  
ИРИНА СЕМЕНОВНА

ДЕД  
СЕРГЕЙ ВАСИЛЬЕВИЧ

ДОЧЬ  
АННА

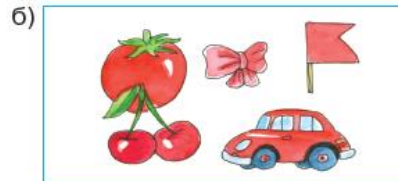
ОТЕЦ  
ИВАН СЕРГЕЕВИЧ

МАТЬ  
ЕЛЕНА АЛЕКСАНДРОВНА

# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

## 3 класс «Способы задания множеств»

1 Найди общее свойство всех предметов, изображённых на рисунке:



Общее свойство

## Перечисление

- 6 а) Перечисли множество летних месяцев.  
б) Перечисли множество вторых классов в твоей школе.  
в) Придумай множество, в котором легко перечислить элементы.

7 Обозначь множество буквой и задай общим свойством его элементов по образцу.

**Образец:**

$\{1; 3; 5; 7; 9\}$

$K$  – множество нечётных однозначных чисел

а)  $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ ;

б)  $\{0; 2; 4; 6; 8\}$ ;

в)  $\{a; я; у; ю; э; е; о; ё; ы; и\}$ .

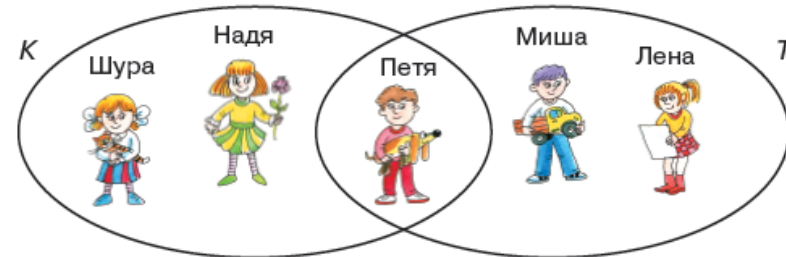


# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

## 3 класс «Операции с множествами»

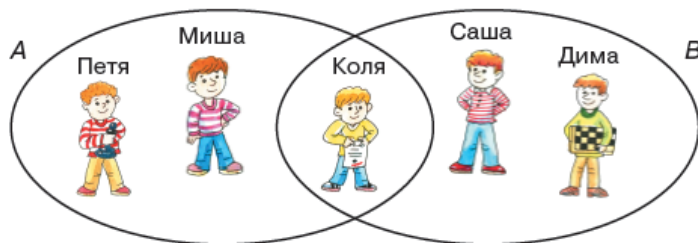
### Пересечения

2 К – множество детей на дне рождения у Коли, а Т – множество детей на дне рождения у Тани. Из каких элементов они состоят? Найди пересечение множеств К и Т.



Как можно найти пересечение множеств К и Т, не рисуя диаграммы? Сделай вывод.

2 В классе проводился шахматно-шашечный турнир. А – множество победителей шахматного турнира, а В – шашечного турнира. Назови элементы множеств А и В. Чему равно их объединение?



Как можно найти объединение множеств А и В, не рисуя диаграммы? Сделай вывод.

### Объединение

# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

## 3 класс «Верно и неверно. Высказывания»

1 Прочитай предложения. Какие из них верные (истинные), а какие – неверные (ложные)?

- а) В году 12 месяцев.
- б) В неделе 8 дней.
- в) Квадрат является прямоугольником.
- г) Диагонали прямоугольника параллельны.
- д) Все ученики изучают математику.
- е) Некоторые ученики летали на Марс.
- ж) Любое число с нулём на конце делится на 3.
- з) Некоторые числа делятся на нуль.



**Высказыванием** называют предложение, о котором можно сказать, верно оно или неверно (истинно или ложно).

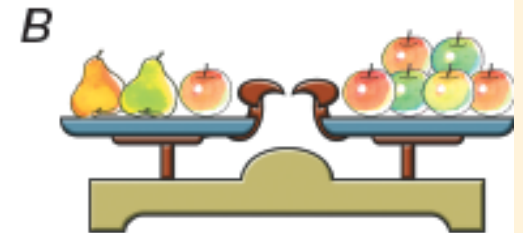
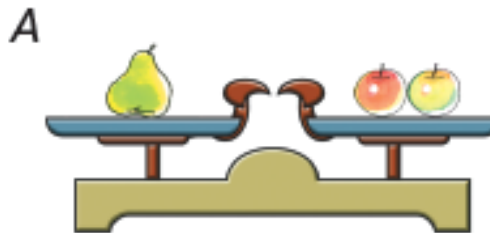
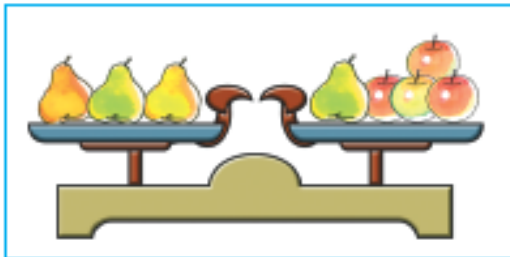
- 5 Является ли выражение  $7 \cdot 23 - 36$  высказыванием? Дополни его так, чтобы получилось:
- а) верное высказывание; б) неверное высказывание.

# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

## Возможность проводить простейшие доказательства

- 5 а) Таня сказала, что для всех значений переменной  $x$  верно равенство  $2 \cdot x + 3 = 11$ . Как опровергнуть слова Тани?
- б) Валера сказал, что для некоторых значений  $k$  неравенство  $k + 24 < k + 25$  ложно. Как доказать, что Валера не прав?

- 3 Известно, что весы в рамке находятся в равновесии:



- 1) Верно ли, что яблоко в 2 раза легче груши?
- 2) Верно ли, что находятся в равновесии весы A, весы B?

# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

## 4 класс. Высказывания с союзами «и», «или»

2 Прочитай неравенства. Из каких высказываний они состоят? Какие из них верны, а какие – нет?

$5 \leq 16$

$12 \leq 12$

$29 \leq 1$

$99 \geq 100$

$180 \geq 7$

$25 \geq 25$

$94 \geq 49$

$805 \leq 508$

3 замени двойное неравенство двумя неравенствами:

а)  $9 \leq x < 18$

б)  $3 < y \leq 11$

в)  $4 \leq z \leq 7$

4 Запиши двойные неравенства:

а)  $t$  больше 4 и меньше 9

б)  $k$  больше или равно 5 и меньше 18

в)  $m$  больше 10 и меньше или равно 25

г)  $n$  больше или равно 6 и меньше или равно 15

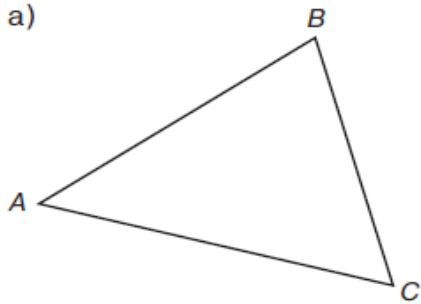


# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

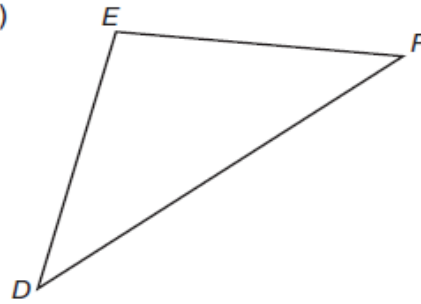
## 4 класс. Опыт простейших доказательств

6 Измерь углы треугольника и найди их сумму:

а)



б)



Что ты замечаешь? Можно ли считать на основании проведённых тобой измерений, что найденная закономерность верна для *всех* треугольников? Почему?

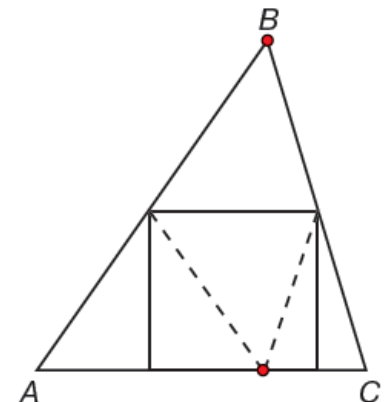
### 7 Практическая работа

Нарисуй на листе бумаги произвольный треугольник  $ABC$ . Вырежи его.

Найди середины  $M$  и  $N$  сторон  $AB$  и  $BC$ . Перегни треугольник по отрезку  $MN$ .

Затем перегни треугольник ещё два раза так, чтобы вершины  $A$  и  $C$  совместились с вершиной  $B$ .

Что ты замечаешь? Сформулируй гипотезу.

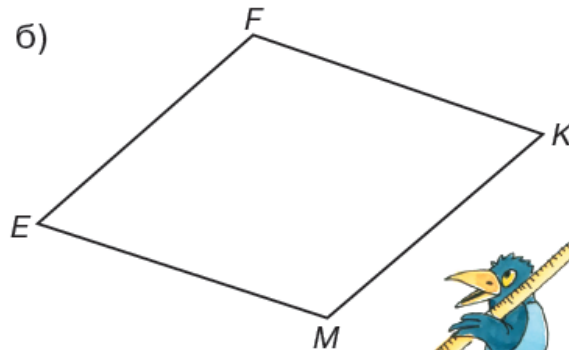
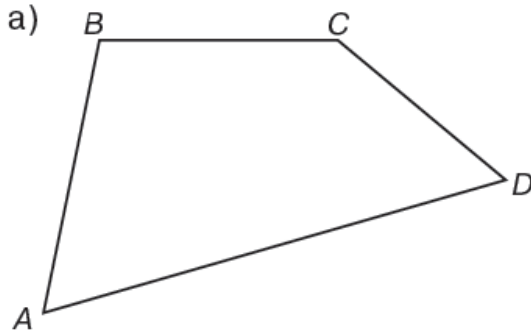




# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

## 4 класс. Опыт простейших доказательств

8 Измерь углы четырёхугольника и найди их сумму:

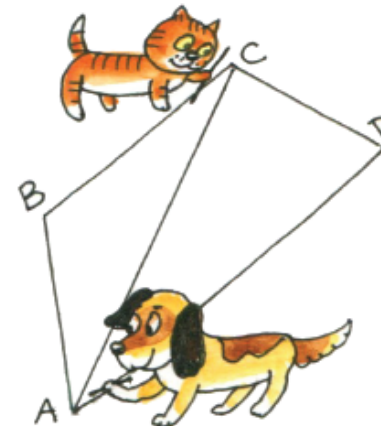


Что ты наблюдаешь? Сформулируй гипотезу.

9 Построй четырёхугольник  $ABCD$ , углы которого меньше развёрнутого. Проведи диагональ  $AC$ . Сколько получилось треугольников?

Используя результаты исследований в № 6–8, стр. 25, дополни и обоснуй предложение для таких четырёхугольников:

«Если сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ , то сумма углов четырёхугольника равна ...».



# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9





# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Пример 1.

### Равносильность предложений

**812** Докажи с помощью *контрпримера*, что следующие утверждения не являются равносильными:

- а) «Все кошки четвероногие» и «Все четвероногие – кошки».
- б) «Число  $x$  делится на 2» и «Число  $x$  оканчивается на 2».
- в) «Число  $x$  оканчивается на 7» и «Число  $x$  делится на 7».

### Новый способ записи решения уравнений

$$(2x - 3) : 5 + 3 = 6 \Leftrightarrow (2x - 3) : 5 = 3 \Leftrightarrow 2x - 3 = 15 \Leftrightarrow 2x = 18 \Leftrightarrow x = 9.$$

# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Пример 2.

### Определения

**824** Среди предложений, приведенных ниже, найди определения и сформулируй их с помощью слова «называется». Какие понятия в них определяются и какие понятия для этого используются?

- 1) Световой день – это время от восхода до заката солнца.
- 2) Световой день в Москве летом составляет больше половины суток.
- 3) Процент числа (величины) – это одна сотая часть этого числа (величины).
- 4) Лето – время года, продолжающееся в Северном полушарии Земли с 1 июня по 31 августа, а в Южном полушарии – с 1 декабря по 28 (в високосном году 29) февраля.



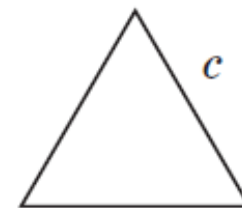
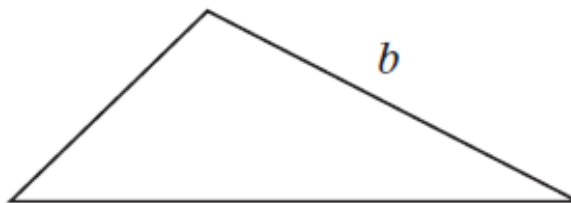
$$a \text{ кратно } b \Leftrightarrow \exists c: a = bc \quad (a, b, c \in N)$$

# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

III

$S$  красивее  $T \Leftrightarrow T$ , так, чтобы одна часть полностью наложилась на другую ( $S$  и  $T$  – треугольники)

1) Какой из треугольников на рисунке самый красивый? Самый некрасивый? Какие треугольники красивее – равнобедренные или равносторонние?



2) Дай аналогичное определение для четырёхугольников. Нарисуй четыре четырёхугольника, расположив их по возрастанию красоты.

# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

**849** Будем считать слова «мужчина», «женщина», «родитель», «муж», «жена» основными и объяснять с их помощью все остальные слова, обозначающие родственные связи. Запиши с помощью знаков  $\Leftrightarrow$  и  $\exists$  определения следующих членов семьи:

- |          |             |                 |                 |
|----------|-------------|-----------------|-----------------|
| 1) мать; | 5) дедушка; | 9) племянник;   | 13) свёкор;     |
| 2) дочь; | 6) бабушка; | 10) племянница; | 14) свекровь;   |
| 3) брат; | 7) внук;    | 11) дядя;       | 15) прабабушка; |
| 4) тёща; | 8) внучка;  | 12) тётя;       | 16) прадед.     |

*Образцы:*

$x$  – отец  $y \Leftrightarrow x$  – родитель  $y$  и  $x$  – мужчина

$x$  – сын  $y \Leftrightarrow y$  – родитель  $x$  и  $x$  – мужчина

$x$  – сестра  $y \Leftrightarrow x$  – женщина и  $\exists z, t$ :  $z$  и  $t$  – родители  $x$  и родители  $y$

$x$  – золовка  $y \Leftrightarrow \exists z$ :  $z$  – муж  $y$  и  $x$  – сестра  $z$

$x$  – тёща  $y \Leftrightarrow x$  – женщина и  $\exists z$ :  $z$  – дочь  $x$  и жена  $y$



# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Пример 3. Кванторы. Логическое следование.

**120** Переведи высказывания на русский язык. Рассмотрй различные варианты перевода.

- 1)  $\forall a \in A$ :  $a$  – имеет дневник ( $A$  – множество учеников);
- 2)  $\exists b \in A$ :  $b$  – пишет стихи ( $A$  – множество учеников);

**126** Прочитай утверждения и опровергни их. Построй их отрицания.

- 1)  $\forall a \in R$ :  $a^2 > a$  ( $R$  – множество дробей);
- 5)  $\exists a, b \in N$ :  $(a + b)^2 = 5$ ;
- 2)  $\forall b \in N$ :  $b^2 + b + 1$  – простое число;
- 6)  $\exists c, d \in N$ :  $c^2 + d^2 = 6$ ;

**247** Переведи высказывания с математического языка на русский. Найди ложные высказывания и построй их отрицания. Обоснуй свой ответ.

а)  $x^2 = y^2 \Rightarrow x = y$ ;

д)  $n > 5 \Rightarrow n \geq 6$  ( $n \in N$ );

б)  $m^2 = n^2 \Rightarrow m = n$  ( $m, n \in N$ );

е)  $x > 5 \Rightarrow x \geq 6$ ;

в)  $x^2 = y^2 \Rightarrow |x| = |y|$ ;

ж)  $m \in N, n \in N \Rightarrow m - n \in N$ ;

г)  $|x| = |y| \Rightarrow x = y$ ;

з)  $x^2 \in Q \Rightarrow x \in Q$ .



# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Задание № 1 для групп (лист 10)

Определите, какие темы повторяются и закрепляются при выполнении указанных заданий.



# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Задание № 1 для групп (лист 10)

Определите, какие темы повторяются и закрепляются при выполнении указанных заданий.

- 167** Построй отрицания высказываний:
- 1) Число 1 – простое.
  - 2) Сумма  $38 \cdot 15 + 27$  кратна 9.
  - 3) Квадрат натурального числа может быть меньше 1.
  - 4) Все простые числа – нечетные.
  - 5) Любое число отлично от своего квадрата.
  - 6) Существуют натуральные числа, сумма которых не превышает их разности.



# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Задание № 1 для групп (лист 10)

Определите, какие темы повторяются и закрепляются при выполнении указанных заданий.

- 234** Сформулируй высказывания с использованием союза «если..., то...» и запиши их на математическом языке.
- а) Число, противоположное отрицательному, положительно.
  - б) Произведение правильных дробей является правильной дробью.
  - в) Параллельные прямые не пересекаются.
  - г) Вертикальные углы равны.

## Задание № 1 для групп (лист 10)

Определите, какие темы повторяются и закрепляются при выполнении указанных заданий.

**238** Найди истинные высказывания и составь из соответствующих им букв имя древнегреческого философа, которого считают основоположником науки логики:

**Э** 815 кратно 3;

**Т** 815 делится на 5;

**О** 1536 не делится на 9;

**П** 1536 не кратно 4;

**Т** 52 704 делится на 2 и на 9;

**Е** 52 704 кратно 18;

**Н** 14 625 не кратно 3 или 25;

**Л** 75 является делителем 14 625;

**Д**  $712 \cdot 15 + 340$  не кратно 5;

**Б**  $10\,800 - 63 \cdot 47$  делится на 9;

**А**  $325 \cdot 120 \cdot 79$  кратно 10;

**М**  $325 \cdot 120 \cdot 79$  не делится на 200;

**Р** 9 является делителем  $438^2$ ;

**И**  $405^2$  делится на 25 и на 81;

**С**  $246^3$  кратно 8;

**Х**  $210^2 - 60^2$  не делится на 100.

# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Пример 4. Методы построения математической теории



48

В некоторой математической теории введены следующие *первоначальные понятия*: *талл, воад, твёрдый, жидкий, прямой, кривой*. Для этих понятий введена следующая *система аксиом*:

$A_1$ . Есть хотя бы один талл и хотя бы один воад.

$A_2$ . Таллы и воады могут быть как прямыми, так и кривыми.

$A_3$ . Талл твёрдый.

$A_4$ . Воад жидкий.

С учётом новых определений докажите указанную теорему:

а) **Определение.** Алюминий – это прямой талл.

**Теорема.** Алюминий – твёрдый.

б) **Определение.** Сок – это кривой воад.

**Теорема.** Сок – жидкий.







# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Пример 5. Логические ошибки

### Виды логических ошибок

1. «Порочный круг».
2. Попытка доказать некоторое утверждение, исходя из ложного предположения.
3. Распространение общего правила на исключительные случаи.
4. Замена одного утверждения неравносильным другим.
5. Неточные формулировки и двусмысленность понятий

### Задание № 2 для групп (лист 9)

Найдите логическую ошибку при выполнении указанных заданий.



# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Задание № 2 для групп (лист 9–1)

Найдите логическую ошибку при выполнении указанных заданий.

**Задача.** Участник соревнования по бегу пробежал дистанцию длиной 200 м за 25 с. Какое расстояние он пробежит за 1 час?

*Решение:*

Так как за 1 секунду бегун пробежал  $200 \text{ м} : 25 = 8 \text{ м}$ , а  $1 \text{ ч} = 3600 \text{ с}$ , то за 1 час он пробежит  $8 \text{ м} \cdot 3600 = 28\,800 \text{ м} = 28,8 \text{ км}$ .

*Ответ:* за 1 час бегун пробежит 28,8 км.



# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Задание № 2 для групп (лист 9–2)

Найдите логическую ошибку при выполнении указанных заданий.

Рассуждение. Мы знаем, что  $1 \text{ р.} = 100 \text{ к.}$  Так как  $10 \text{ р.} = 1000 \text{ к.}$  и при умножении равенства на одно и то же число оно не изменится, получаем:

$$1 \cdot 10 \text{ р.} = 100 \cdot 1000 \text{ к.} \Leftrightarrow 10 \text{ р.} = 100\,000 \text{ к.}$$

Разделим обе части последнего равенства на 10:

$$1 \text{ р.} = 10\,000 \text{ к.}$$

Таким образом, мы получили, что 1 рубль одновременно равен 100 к. и 10 000 к.  
Почему так получилось?



# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Задание № 2 для групп (лист 9–3)

Найдите логическую ошибку при выполнении указанных заданий.

89 Найдите ошибки в следующих рассуждениях:

а) Рассмотрим уравнение  $2(x - 7) = 0$ . Разделим обе его части на  $x - 7$ , получим:  
$$\frac{2(x - 7)}{x - 7} = \frac{0}{x - 7}$$
. Правая часть равенства равна 0, а левая после сокращения на  $x - 7$  равна 2. Значит,  $2 = 0$ .

# ЛОГИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ: ИЗУЧЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ 5–9

## Задание № 2 для групп (лист 9–4)

Найдите логическую ошибку при выполнении указанных заданий.

91

в) Рассмотрим равенство:

$$9 : 9 = 7 : 7.$$

Вынесем за скобки общий множитель в каждой части равенства, получим:

$$9 \cdot (1 : 1) = 7 \cdot (1 : 1) \Leftrightarrow (3 \cdot 3) \cdot (1 : 1) = 7 \cdot (1 : 1).$$

Так как  $1 : 1 = 1$ , то  $3 \cdot 3 = 7$ .

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ (ВИП)

«Развитие современных механизмов и технологий общего образования на основе  
деятельностного метода Л.Г. Петерсон (ИМС «Учусь учиться»)»

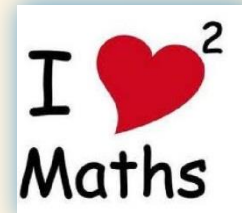
ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА МИНОБРНАУКИ РФ



# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ КУРСА МАТЕМАТИКИ 1–9 «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» Развитие геометрических представлений



*Грушевская Лилия Аркадьевна, методист по  
математике основной и средней школы Института  
системно-деятельностной педагогики*





# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

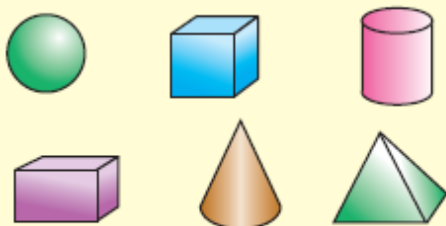
ДО	Представление обо всех основных видах геометрических фигур <b>на предметной основе.</b>
НШ	Плоские и пространственные фигуры. Элементы фигур (точки, линии, области и границы). Отрезок, прямая, луч, их взаимное расположение. Ломаная, многоугольник, длина ломаной, периметр. Равные фигуры. Прямоугольник, квадрат. Прямоугольный параллелепипед, куб. Угол, виды углов (прямые, острые, тупые, развернутый, смежные, вертикальные, вписанные, центральные). Транспортир, измерение и построение углов. Окружность, круг. Исследовательские задачи.
5-6	Исследование свойств геометрических фигур с помощью построений и измерений и выдвижение гипотез. Геометрических величины. Построения с помощью циркуля и линейки. Замечательные точки в треугольнике. Представления о преобразованиях плоскости (осевая симметрия, поворот, центральная симметрия, параллельный перенос). Многогранники. Тела вращения. Правильные многоугольники и многогранники. Построение моделей правильных многогранников. Представления о логическом выводе.



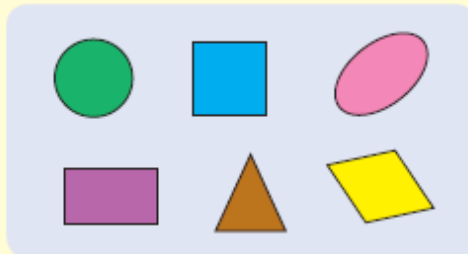
# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

## ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА 1-4

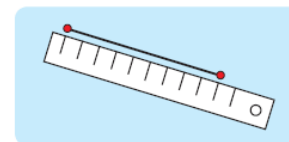
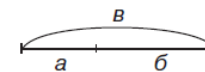
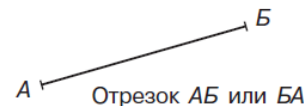
### ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ФИГУРЫ



### ПЛОСКИЕ ФИГУРЫ



### Отрезок и его части



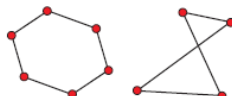
$$\begin{aligned} \underline{a} + \underline{б} &= \underline{в} \\ \underline{б} + \underline{a} &= \underline{в} \\ \underline{в} - \underline{a} &= \underline{б} \\ \underline{в} - \underline{б} &= \underline{a} \end{aligned}$$

### Ломаная линия

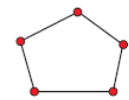
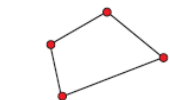
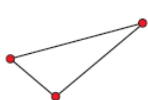
**Незамкнутая**  
ломаная линия



**Замкнутая**  
ломаная линия



### Многоугольник



треугольник

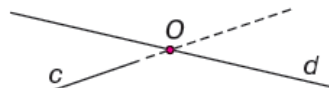
четырёхугольник

пятиугольник

Стороны многоугольника не пересекаются.

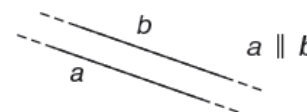
### Пересекающиеся и параллельные прямые

**Пересекающиеся** прямые имеют одну общую точку.  
**Параллельные** прямые не пересекаются, сколько их ни продолжай.



Прямые  $c$  и  $d$

пересекаются в точке  $O$

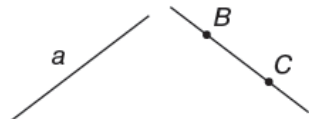


Прямые  $a$  и  $b$  параллельны

### Точка. Прямая и кривая линии

$A$

точка  $A$

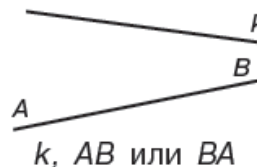


прямые  $a$  и  $BC$



кривая  $b$

### ПРЯМАЯ



$k$ ,  $AB$  или  $BA$

### ЛУЧ



$CD$

### ОТРЕЗОК



$MK$  или  $KM$

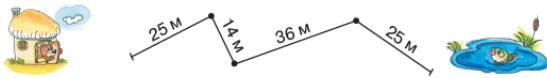
# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

## ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА 1–4

### Длина ломаной. Периметр

На рисунке показан путь от домика медвежонка до озера. Это **ломаная линия**.

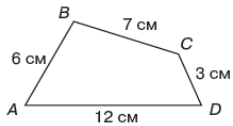
Длина пути равна  $25 + 14 + 36 + 25 = 100$  (м).



**Длиной ломаной** называют сумму длин всех её звеньев. Замкнутая ломаная линия образует **многоугольник**. Его стороны не пересекаются. Сумму длин всех сторон многоугольника называют **периметром**.

Например, периметр четырёхугольника  $ABCD$  равен

$$6 + 7 + 3 + 12 = 28 \text{ (см)}$$



### Плоскость

Плоские поверхности предметов имеют края. У **плоскости** края нет. Её можно продолжить во всех направлениях.



плоская поверхность



плоскость

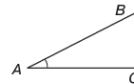


### Угол

Два луча с общим началом разбивают плоскость на две части. Меньшую из этих частей будем называть **углом**.



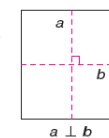
На рисунке изображён угол, образованный лучами  $AB$  и  $AC$ . Он отмечен дугой.



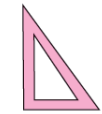
Точка **A** – вершина угла  
Лучи **AB** и **AC** – стороны угла  
Записывают:  $\angle BAC$  или  $\angle A$

### Прямой угол. Перпендикулярные прямые

Если сложить прямоугольный лист бумаги пополам, а потом ещё раз пополам, то получится **прямой угол**. Прямые **a** и **b** образуют при пересечении прямой угол. Такие прямые называют **перпендикулярными**. Пишут:  $a \perp b$



$$a \perp b$$



угольник



прямой угол

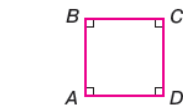
Прямые углы удобно находить и строить с помощью **угольника**.

### Прямоугольник. Квадрат

**Прямоугольник** – это четырёхугольник, у которого все углы прямые. **Квадрат** – это прямоугольник, у которого все стороны равны.



$$AB = CD, BC = AD$$



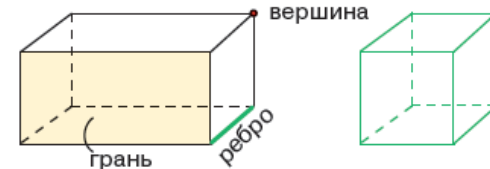
$$AB = BC = CD = AD$$

Противоположные стороны прямоугольника равны. Большую сторону называют **длиной**, а меньшую – **шириной**.

### Прямоугольный параллелепипед

Коробка, ящик, шкаф, кубики и многие другие предметы имеют форму **прямоугольного параллелепипеда**.

У прямоугольного параллелепипеда 6 граней, 8 вершин и 12 рёбер.

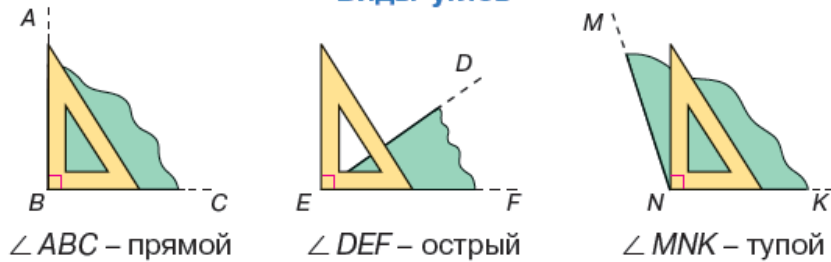


**Куб** тоже является прямоугольным параллелепипедом, но особым – у него все рёбра равны.

# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

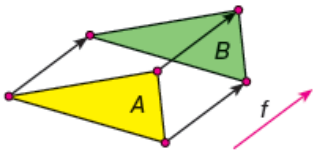
## ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА 1–4

### Виды углов



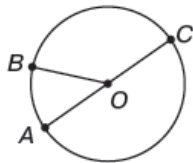
### Перемещение фигур на плоскости

1. Выбрать опорные точки данной фигуры.
2. Переместить опорные точки указанным способом.
3. Достроить по полученным точкам всю фигуру.



$f$  – правило преобразования фигуры  $A$  в фигуру  $B$ .

### Окружность

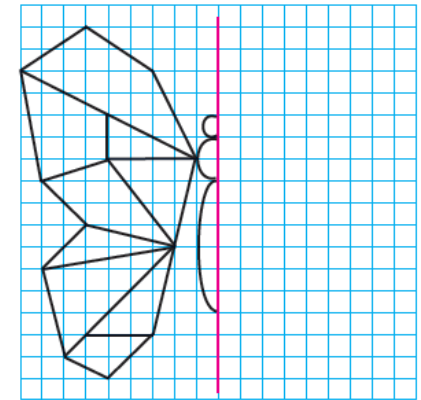
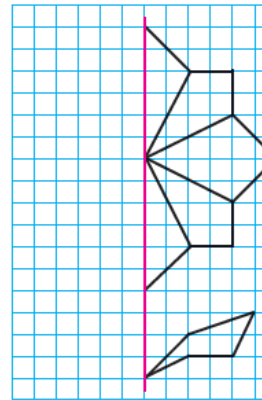


**Окружность** – граница круга.  
Точка  $O$  – **центр** окружности.  
Отрезки  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  – **радиусы**.  
Отрезок  $AC$  – **диаметр**.



Циркуль

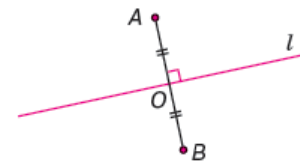
- 11\* Перенеси в тетрадь по точкам половину фигуры. Дорисуй вторую половину и раскрась.



### Симметрия относительно прямой

Точки  $A$  и  $B$  **симметричны** относительно прямой  $l$ , если отрезок  $AB$ :

- 1) перпендикулярен прямой  $l$ ;
- 2) пересекает прямую  $l$  в своей середине.



$$AB \perp l$$

$$AO = OB$$



Прямая  $l$  – **ось симметрии**.

# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

## ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА 1–4

**Прямоугольным треугольником** называют треугольник, один из углов которого является прямым.

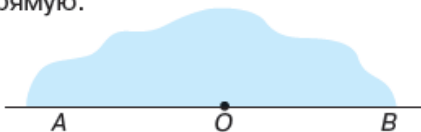


$AB, BC$  – катеты  
 $AC$  – гипотенуза



### Развёрнутый угол

**Развёрнутым** углом называют угол, стороны которого образуют прямую.

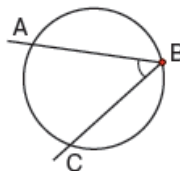


$\angle AOB$  – развёрнутый

стороны  $OA$  и  $OB$   
образуют прямую

Угол, вершина которого принадлежит окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным углом**.

$\angle ABC$  – вписанный угол

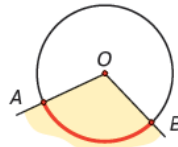


### Центральный угол

Угол, вершина которого совпадает с центром окружности, называется **центральным углом**.

$\angle AOB$  – центральный угол.

На рисунке выделена дуга  $AB$  окружности, на которую *опирается* центральный  $\angle AOB$ .

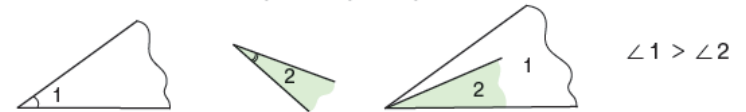


### Сравнение углов

Два угла можно сравнить с помощью наложения. Их надо наложить так, чтобы сторона первого угла совпала со стороной второго угла. Если при этом и две другие стороны совпадут, то углы **равны**.



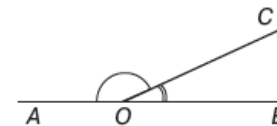
Если же две другие стороны не совпадут, то меньше угол, сторона которого оказалась внутри другого угла.



### Смежные углы

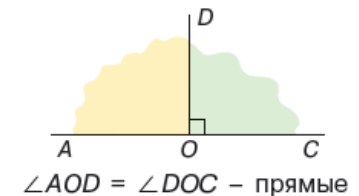
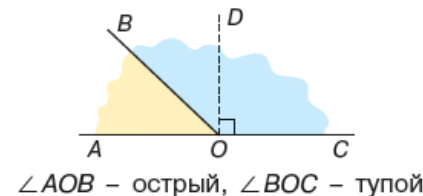
**Смежными** углами называют два угла, у которых одна сторона общая, а две другие образуют прямую.

$\angle AOC$  и  $\angle COB$  – смежные



- 1) сторона  $OC$  – общая
- 2) стороны  $OA$  и  $OB$  образуют прямую

Прямой угол равен половине развёрнутого угла. Если один из смежных углов острый, то второй – тупой.

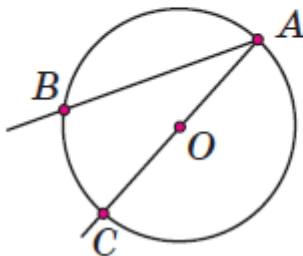


# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

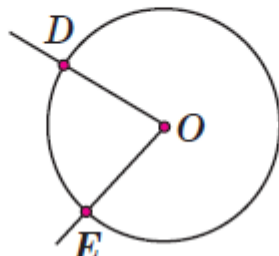
## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

**332** Как ты считаешь, какой из нарисованных углов называют *центральной*? Почему? Проверь по справочнику. Нарисуй несколько центральных углов окружности и сформулируй определение этого понятия.

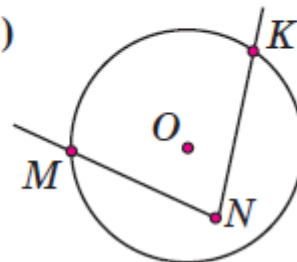
1)



2)



3)



**329**

- Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.
- Две прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.
- Параллелограмм – это четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.
- Прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые.



# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

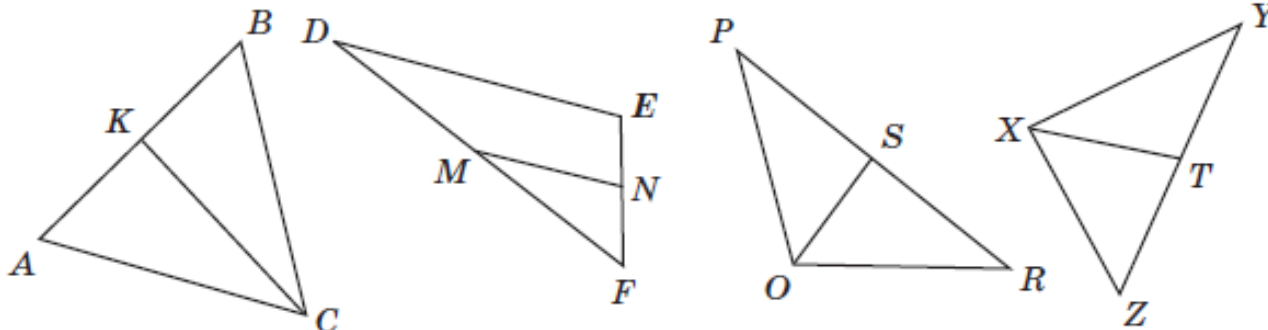
### Задание № 3 для групп (лист 11)

Определите, в чем состоит методическая ценность задания № 223 из учебника 6 класса, часть 1 (курс «Учусь учиться»)?

**223** 1) Прочитай определение и назови определяемое понятие.

Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

2) Найди на рисунке отрезки, являющиеся медианами треугольников:

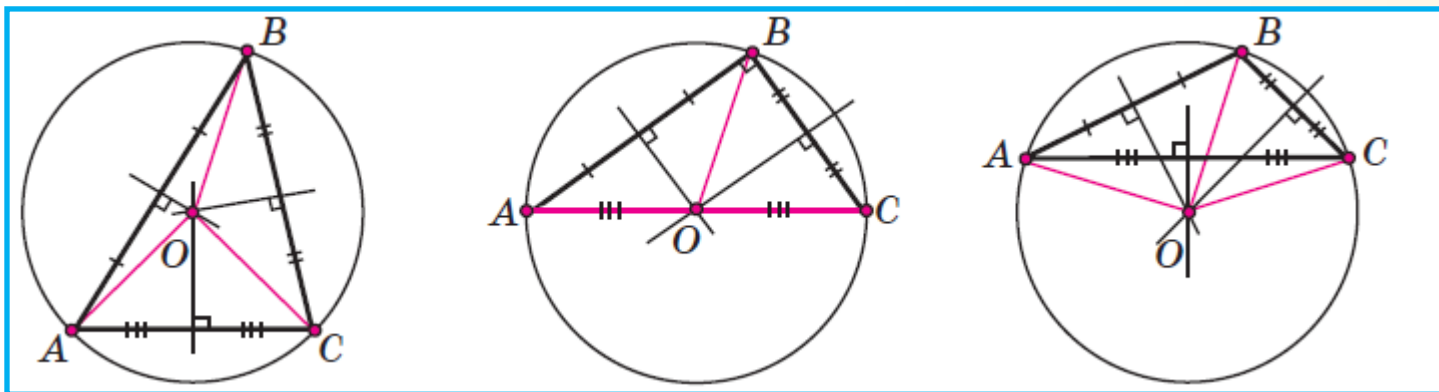


3) Сколько медиан в треугольнике? 4) Начерти произвольный треугольник и проведи все его медианы. Что ты замечаешь? Повтори эксперимент ещё раз и сформулируй *гипотезу*. Можно ли считать построенную гипотезу доказанной на основании выполненных построений?

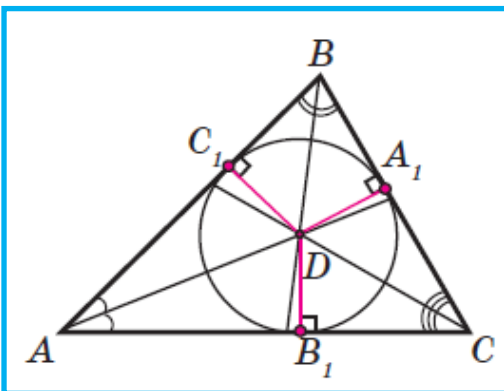
# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

## ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ

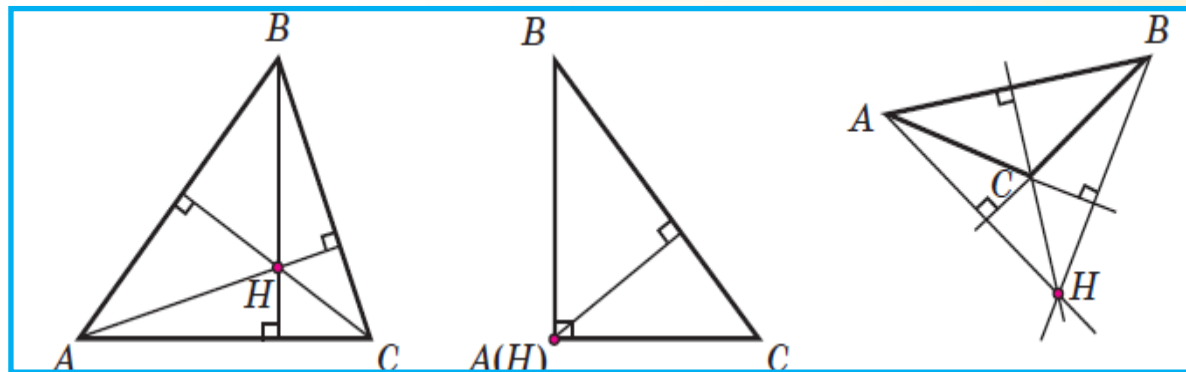
### Центр описанной окружности



### Центр вписанной окружности



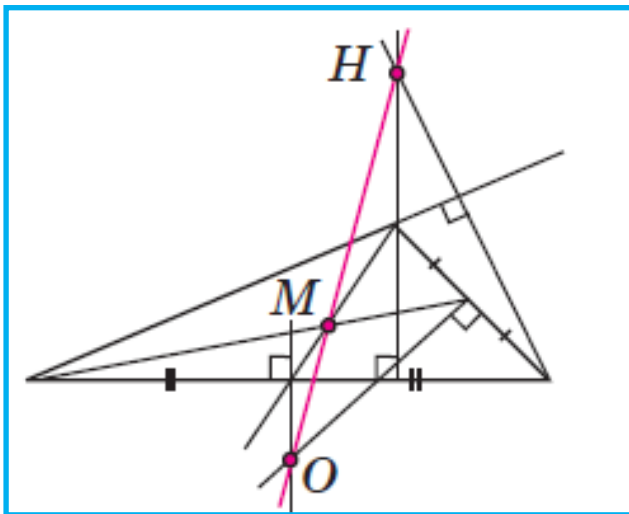
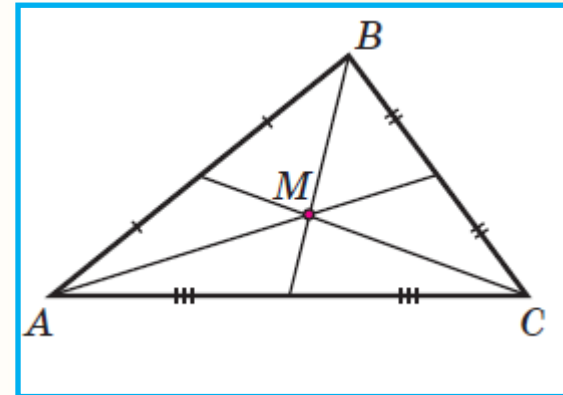
### Ортоцентр



# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

## ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ

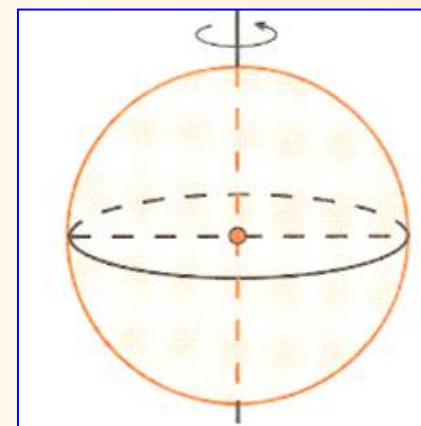
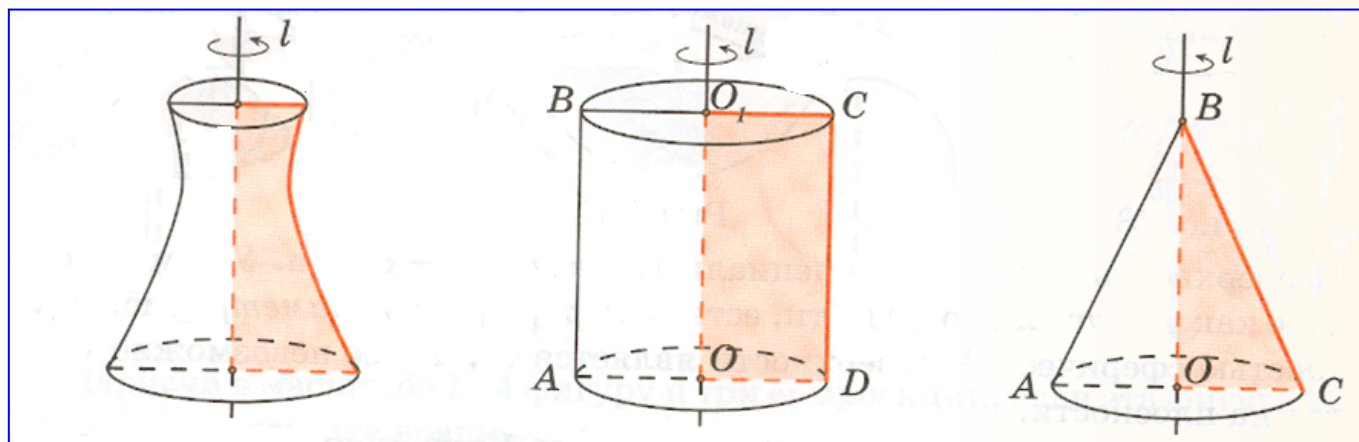
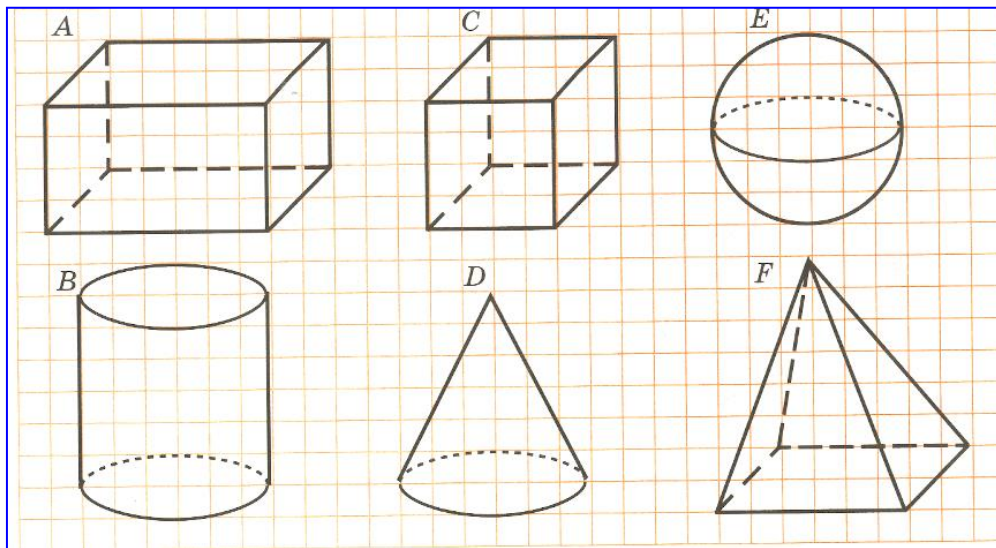
### Точка пересечения медиан



Точка пересечения медиан  $M$ , ортоцентр  $H$  и центр описанной окружности  $O$  лежат на одной прямой,  $M$  делит отрезок  $HO$  в отношении  $1 : 2$

# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

## ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ТЕЛА



# ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ЛИНИЯ

## КРАСОТА И СИММЕТРИЯ

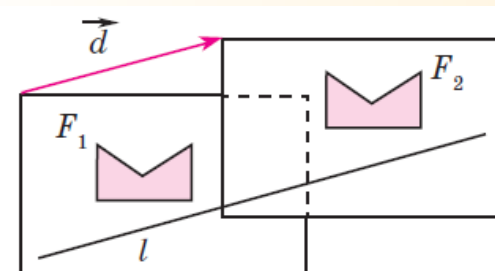
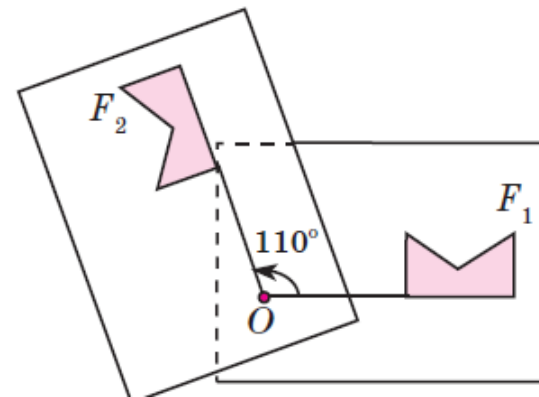
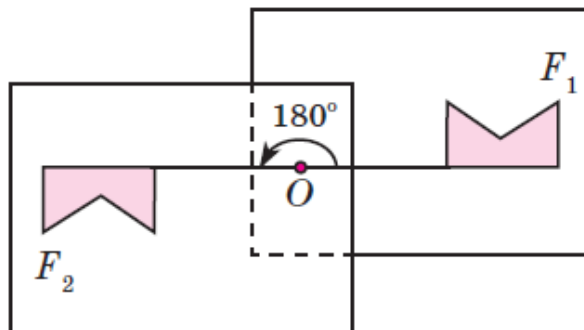
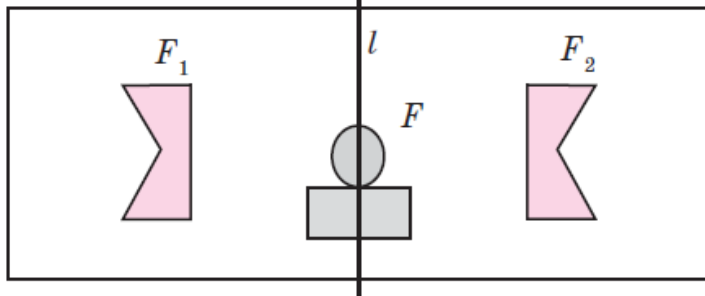
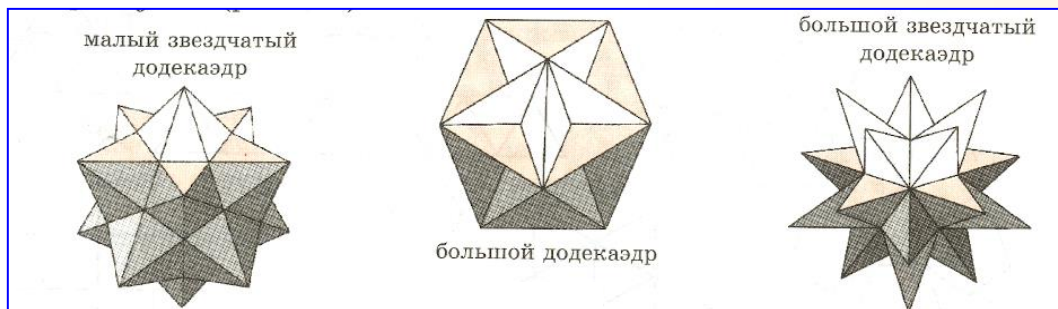
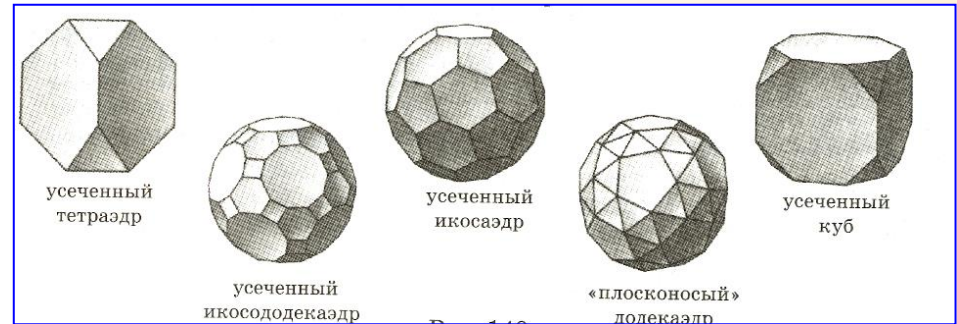
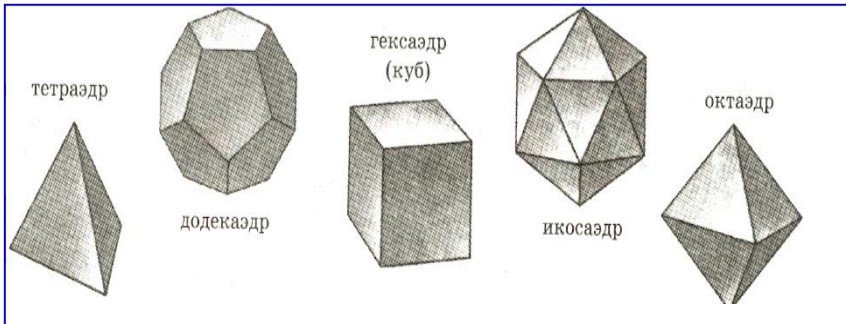
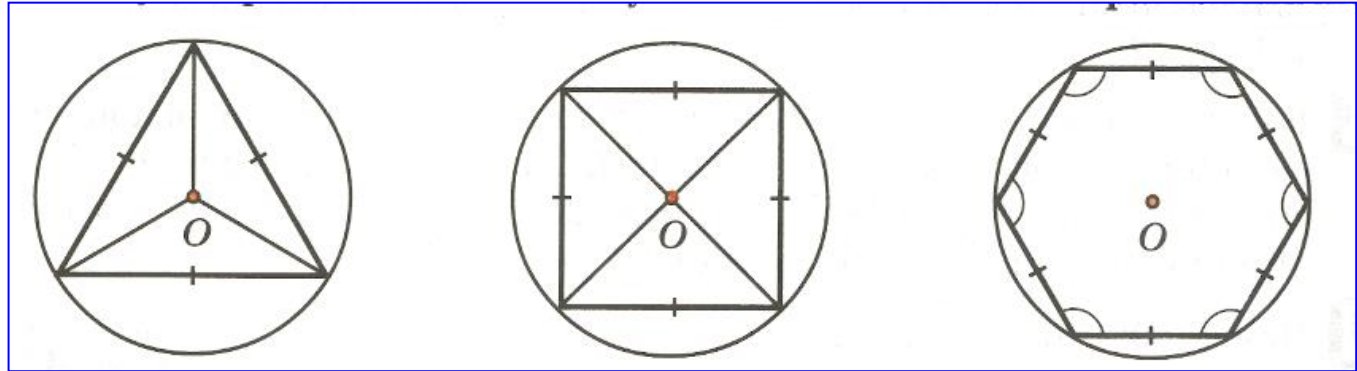


Рис. 112

# ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ И МНОГОГРАННИКИ





МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ (ВИП)

«Развитие современных механизмов и технологий общего образования на основе  
деятельностного метода Л.Г. Петерсон (ИМС «Учусь учиться»)»

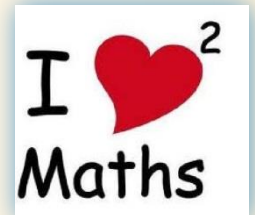
ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА МИНОБРНАУКИ РФ



# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ КУРСА МАТЕМАТИКИ 1–9 «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ». Формирование понятия функции



*Петерсон Людмила Георгиевна, д.п.н., профессор,  
научный руководитель Института СДП*



Дорофеев Г. В. Понятие функции в математике и в школе // Математика в школе.  
1978. № 4. С. 11—27.

# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ

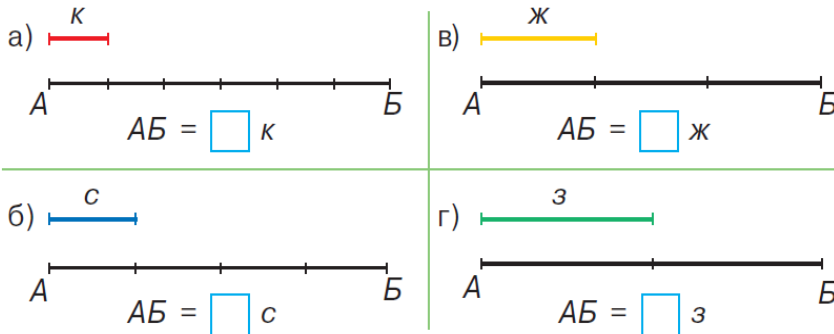
## ДО, 1–9

ДО	НШ	5–6	7–9
<p>Развитие мышления, закономерности.</p> <p>Представления о величинах длина, масса, объём.</p> <p><b>Практические измерения</b> разными мерками.</p> <p>Зависимость результата измерения от величины мерки.</p>	<p>Величины – измерение, наблюдение зависимостей.</p> <p><b>Зависимости</b> <math>s = vt</math>, <math>C = an</math>, <math>A = wt</math>, и их обобщение <math>a = bc</math>.</p> <p>Диаграммы. Числовой луч. Координатный угол, графики движения.</p> <p>Выражение зависимостей с помощью формул, таблиц, графиков.</p>	<p>Переменная. Прямая и обратная пропорциональности, их взаимосвязь, способы задания.</p> <p>Координатная прямая и плоскость.</p> <p>Зависимости величин в реальных процессах, их графики.</p> <p><b>Представление о функциональной зависимости (функции).</b></p>	<p><b>Понятие функции.</b></p> <p>Функции линейная, степенная, квадратичная, кусочно-заданные, графики и свойства.</p> <p>Преобразование графиков: <math>(y =   f(x)  </math> <math>y = f(  x  )</math></p> <p>Арифметическая и геометрическая прогрессии.</p> <p>Тригонометрические функции как отражение реальных процессов</p>

# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

## ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ

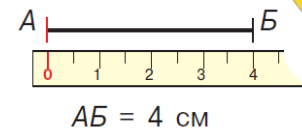
- 1 Измерь длину отрезка  $AB$ , используя указанные мерки  $к$ ,  $ж$ ,  $з$ . Как изменяется результат при изменении мерки?



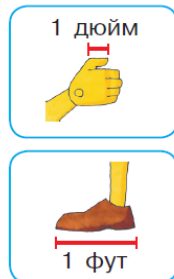
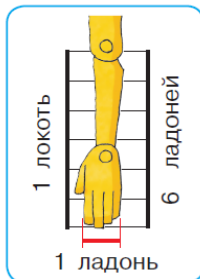
## 1 КЛАСС

### Сантиметр

1 сантиметр  
1 см

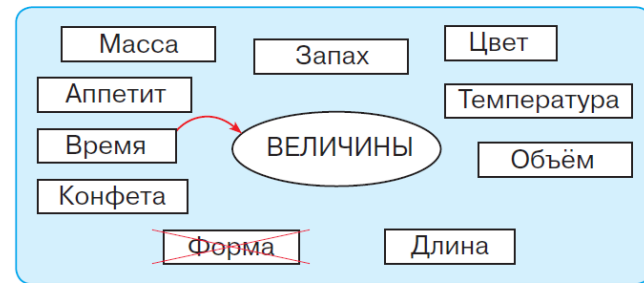


- 2 Назови первые единицы измерения длины:



Одинаковы ли эти мерки у разных людей? Почему нужны единые для всех мерки? Сделай вывод.

- 1 а) Объясни, почему *время* является величиной, а *форма* – нет. Выбери величины и обоснуй свой ответ.

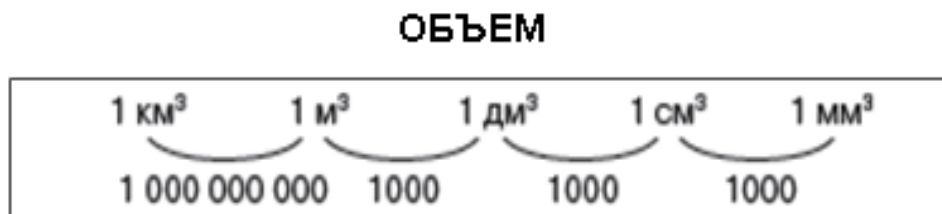
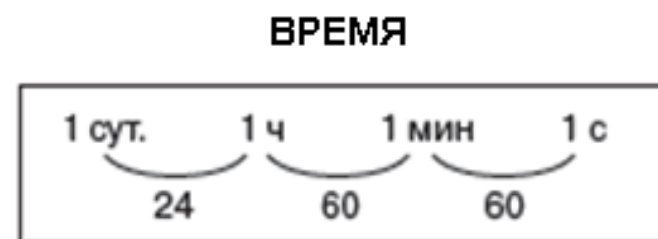
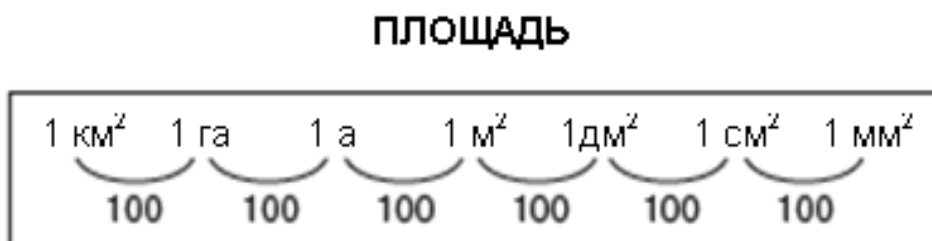
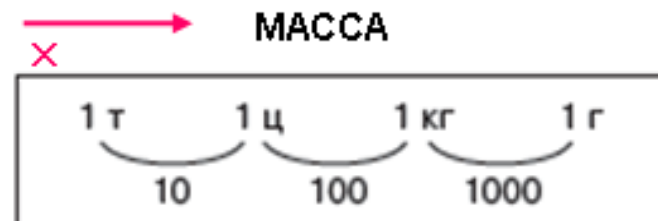


- б) Как измерить величину?  
в) Как изменяется величина при изменении мерки?  
г) Назови единицы измерения длины, массы, объёма.

# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

## 4 КЛАСС

### СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ЕДИНИЦАМИ ИЗМЕРЕНИЯ ВЕЛИЧИН



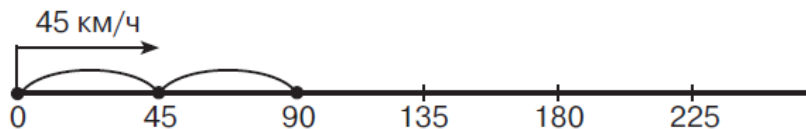
←  
:

**1 л = 1 дм<sup>3</sup>**

# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

## КООРДИНАТНЫЙ ЛУЧ. НАБЛЮДЕНИЕ ЗАВИСИМОСТЕЙ, ИХ ВЫРАЖЕНИЕ ФОРМУЛОЙ И ТАБЛИЦЕЙ

- 2) Аэросани едут со скоростью  $v = 45$  км/ч. Построй в тетради числовой луч и покажи на нём движение саней\*.



3 КЛАСС

Какое расстояние преодолют аэросани за 1 ч, 2 ч, 3 ч, 4 ч,  $t$  ч? Составь и заполни в тетради таблицу. Напиши формулу, выражающую зависимость пройденного расстояния  $s$  от времени  $t$ .

Время ( $t$ ч)	1	2	3	4	$t$
Расстояние ( $s$ км)					

$$v = 45 \text{ км/ч}$$

$$s = \dots \cdot t$$

$$s = v \cdot t$$

$$C = a \cdot n$$

$$A = w \cdot t$$

### Алгоритм построения формул зависимостей между величинами

1. Составить таблицу соответствующих значений величин (если нужно, использовать схему).
2. Понаблюдать, как изменяются значения одной величины при изменении другой.
3. Выявить закономерность и записать её в виде формулы.

# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

## АНАЛОГИЯ СПОСОБОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА «СХОДНЫЕ» ЗАВИСИМОСТИ (3 КЛАСС)

$s$	$v$	$t$
?	5 м/с	9 с
48 км	?	6 ч
21 м	7 м/мин	?

$c$	$a$	$n$
?	58 руб./м	3 м
420 руб.	70 руб./кг	?
1000 руб.	?	20 шт.

$A$	$w$	$t$
60 шт.	4 шт./ч	?
?	8 л/мин	20 мин
450 шт.	?	15 с

б) Поезд проходит 320 км за 5 ч. Какое расстояние он пройдёт за 8 ч, двигаясь с этой же скоростью?

	$s$	$v$	$t$
I		одинаковая	
II			



а) За 6 дней на фабрике сшили 1926 костюмов. Сколько костюмов сошьют на этой фабрике за год (256 рабочих дней), если будут работать с той же производительностью?

	$A$	$w$	$t$
I		одинаковая	
II			







# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА, 1–4

## ПОСТРОЕНИЕ ОБЩЕЙ ФОРМУЛЫ ПРОИЗВЕДЕНИЯ

1	Расстояние ( $s$ )	Скорость ( $v$ )	Время ( $t$ )	$s = v \cdot t$
2	Стоимость ( $C$ )	Цена ( $a$ )	Количество товара ( $n$ )	?
3	Работа ( $A$ )	Производительность ( $w$ )	Время ( $t$ )	?
4	Площадь прямоугольника ( $S$ )	Длина ( $a$ )	Ширина ( $b$ )	?
5	Объём бассейна ( $V$ )	Скорость наполнения бассейна ( $a$ )	Время наполнения бассейна ( $t$ )	?
6	Количество квартир в доме ( $K$ )	Количество квартир на одном этаже ( $k$ )	Количество этажей ( $n$ )	?
7	Количество мест в театре ( $T$ )	Количество мест в ряду ( $t$ )	Количество рядов ( $n$ )	?

3 КЛАСС

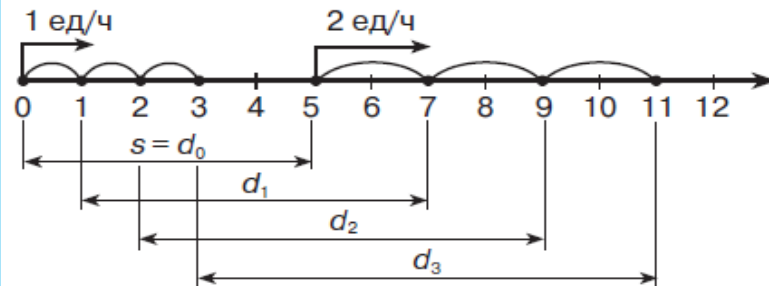
$$a = b \cdot c$$

Что общего у всех записанных формул? **Замени все формулы одной общей формулой.**

# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА 1–4

## ВЫРАЖЕНИЕ ЗАВИСИМОСТЕЙ ФОРМУЛОЙ И ТАБЛИЦЕЙ

а) Опиши по схеме одновременное движение вертолётa и самолётa. Каким было расстояние  $d$  между ними вначале, через 1 ч, 2 ч, 3 ч? Что ты замечаешь?



$t$ ч	$d$ ед.
0	5
1	$5 + (2 - 1) \cdot 1 = \dots$
2	$5 + (2 - 1) \cdot 2 = \dots$
3	$5 + (2 - 1) \cdot 3 = \dots$
$t$	$5 + (2 - 1) \cdot \dots$

зависимости расстояния  $d$  от времени движения  $t$ :

$$d = \dots + (\dots - \dots) \cdot \dots$$

4 КЛАСС

$$d_t = s + (v_1 - v_2) \cdot t$$

Переменные  $x$  и  $y$  связаны зависимостью:  $y = x \cdot (6 + x) - x \cdot 4$ . Составь и заполни таблицу в тетради:

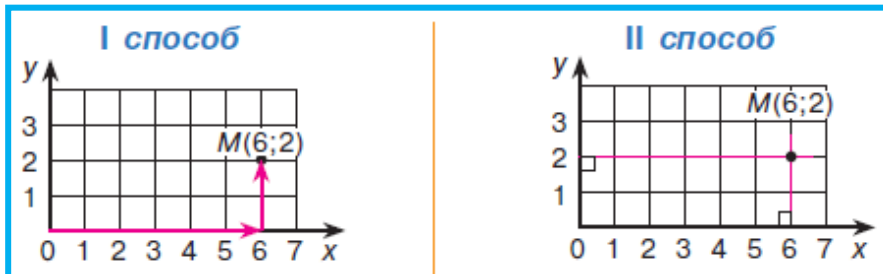
$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y$											

Что ты замечаешь? Можно ли выразить зависимость между переменными  $x$  и  $y$  более простой формулой?



# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА 1–4

## 4 КЛАСС, КООРДИНАТНЫЙ УГОЛ



**6** Верно ли закодировано изображение парусника:

1)  $A_1(1; 2)$ ,  $A_2(9; 2)$ ,  $A_3(8; 1)$ ,  $A_4(3; 1)$ ,  $A_1$   
 2)  $B_1(4; 2)$ ,  $B_2(4; 8)$ ,  $B_3(8; 3)$ ,  $B_4(7; 2)$

а) Определи координаты вершин четырёхугольника  $ABCD$ . Назови точку с ординатой 0. Где она расположена?

б) Назови диагонали четырёхугольника  $ABCD$ . Определи координату их точки пересечения  $E$ .

Построй точки  $A(1; 4)$ ,  $B(9; 10)$ ,  $C(3; 9)$ ,  $D(10; 2)$ . Проведи прямые  $AB$  и  $CD$  и найди координаты их точки пересечения  $M$ .

Измерь транспортиром угол  $AMD$ . Как, не выполняя измерений, найти величины остальных углов? Проверь с помощью измерений.

Построй координатный угол и восстанови рисунок по его коду:

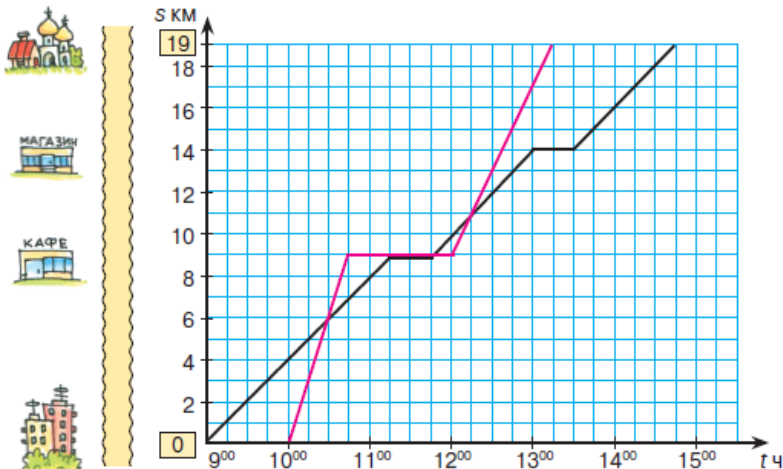
1)  $A_1(1; 21)$ ,  $A_2(1; 15)$ ,  $A_3(2; 14)$ ,  $A_4(3; 15)$ ,  $A_5(4; 14)$ ,  $A_6(5; 15)$ ,  $A_7(6; 14)$ ,  $A_8(7; 15)$ ,  $A_9(8; 14)$ ,  $A_{10}(9; 15)$ ,  $A_{11}(9; 3)$ ,  $A_{12}(10; 3)$ ,  $A_{13}(10; 1)$ ,  $A_{14}(11; 1)$ ,  $A_{15}(11; 3)$ ,  $A_{16}(13; 1)$ ,  $A_{17}(11; 5)$ ,  $A_{18}(13; 3)$ ,  $A_{19}(11; 7)$ ,  $A_{20}(13; 5)$ ,  $A_{21}(11; 9)$ ,  $A_{22}(24; 9)$ ,  $A_{23}(24; 3)$ ,  $A_{24}(25; 3)$ ,  $A_{25}(25; 1)$ ,  $A_{26}(26; 1)$ ,  $A_{27}(26; 3)$ ,  $A_{28}(28; 1)$ ,  $A_{29}(26; 7)$ ,  $A_{30}(28; 5)$ ,  $A_{31}(26; 11)$ ,  $A_{32}(26; 21)$ ,  $A_{33}(24; 25)$ ,  $A_{34}(24; 15)$ ,  $A_{35}(10; 15)$ ,  $A_{36}(10; 25)$ ,  $A_{37}(8; 21)$ ,  $A_1$ .

2)  $B_1(6; 20)$ ,  $B_2(8; 20)$ ,  $B_3(8; 18)$ ,  $B_4(6; 18)$ ,  $B_1$ .

# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА 1–4

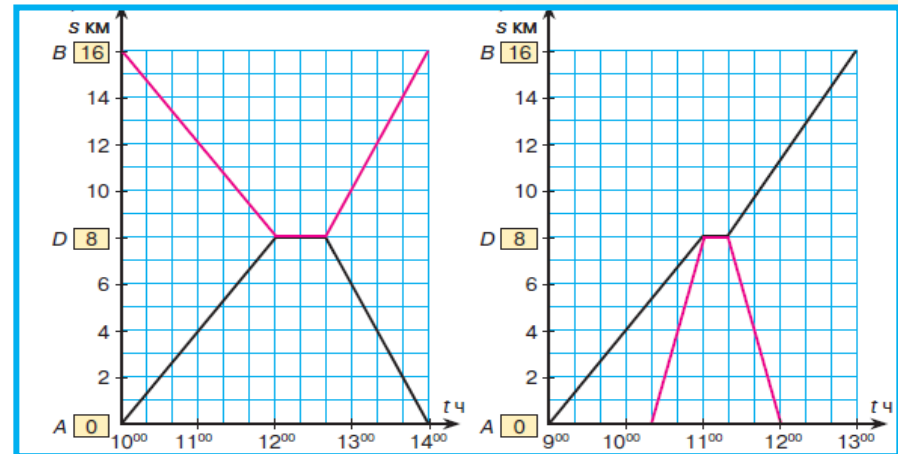
## 4 КЛАСС

а) Рассмотрим график и определи, движение каких объектов он может описывать? Какие события могли происходить?



б) Вставь пропущенные числа в рассказ по этому графику:

«Пешеход отправился в путь из пункта  $A$  в ... ч утра со скоростью ... км/ч. Через ... ч вслед за ним выехал велосипедист со скоростью ... км/ч, и через ... мин он обогнал пешехода. Однако ещё через ... мин велосипедист был вынужден остановиться, чтобы исправить повреждённую камеру, и пешеход в ... ч ... мин его догнал. Полчаса пешеход помогал велосипедисту устранять неполадку, а затем продолжил путь с прежней скоростью. Велосипедист провозился с ремонтом ещё ... мин и поехал дальше, снизив скорость до ... км/ч. Он вновь обогнал пешехода в ... ч ... мин и приехал в пункт  $B$  в ... ч ... мин. А пешеход пришёл в пункт  $B$  в ... ч ... мин, сделав по пути привал на ... мин».



Нарисуй график движения по рассказу Зеничевой Иры (4 «В»).

«Экскурсия»

В 4 «В» классе решено было провести зимнюю экскурсию. В 10 ч утра ребята вышли из школы и пошли со скоростью 4 км/ч. За полчаса они дошли до леса и остановились, чтобы узнать глубину снега. Там они пробыли полчаса и пошли дальше со скоростью 2 км/ч. Через час они остановились, чтобы повесить кормушки и поиграть. Они отдыхали полтора часа, а затем тронулись в обратный путь со скоростью 4 км/ч. Ещё через час они вернулись в школу уставшие, но довольные (1 кл. – 30 мин, 1 кл. – 1 км).



Построй график движения и сочини по этому графику рассказ.

# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА 5–6

## ЗНАЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОБОБЩЕНИЙ

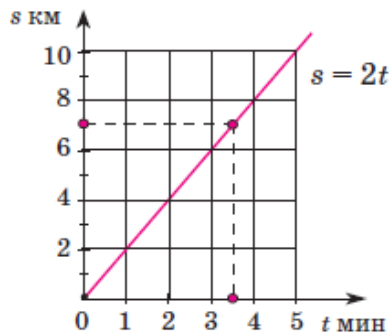


*Математика это искусство называть разные вещи одним и тем же именем.*

*Анри Пуанкаре (1854–1902)*

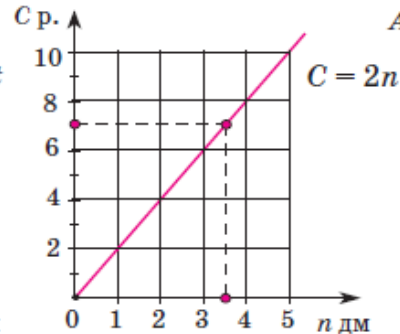
$$s = 2t$$

$t$	1	2	3	4	5
$s$	2	4	6	8	10



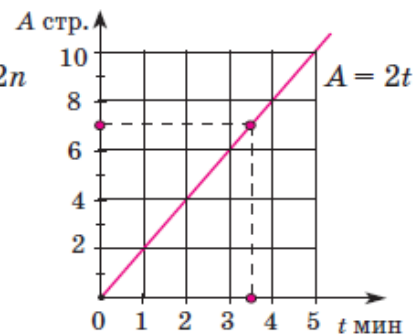
$$C = 2n$$

$n$	1	2	3	4	5
$C$	2	4	6	8	10



$$A = 2t$$

$t$	1	2	3	4	5
$A$	2	4	6	8	10



$$y = 2x$$

$x$	1	2	3	4	5
$y$	2	4	6	8	10

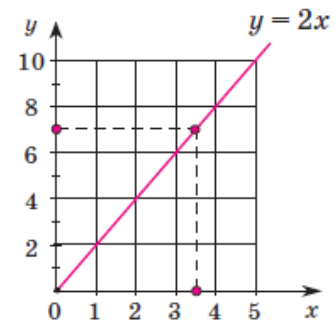


График обобщённой зависимости позволяет решать все конкретные задачи **ОДНОВРЕМЕННО**.

# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА 5–6

## ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ВЕЛИЧИН

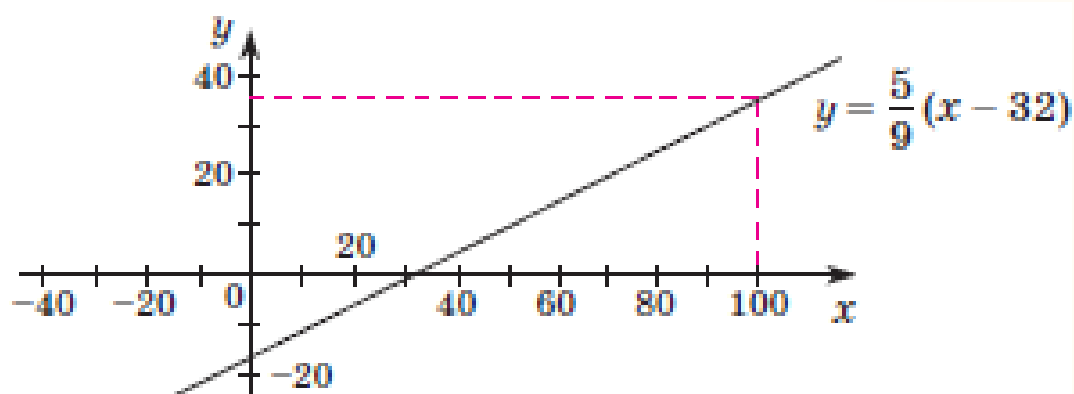
$$y = 2 \cdot x$$

$$y = \frac{7}{x}$$

$$y = 8 \cdot x + 3$$

$$y = \frac{5}{9}(x - 32)$$

$$y = 6 - x \quad \dots$$

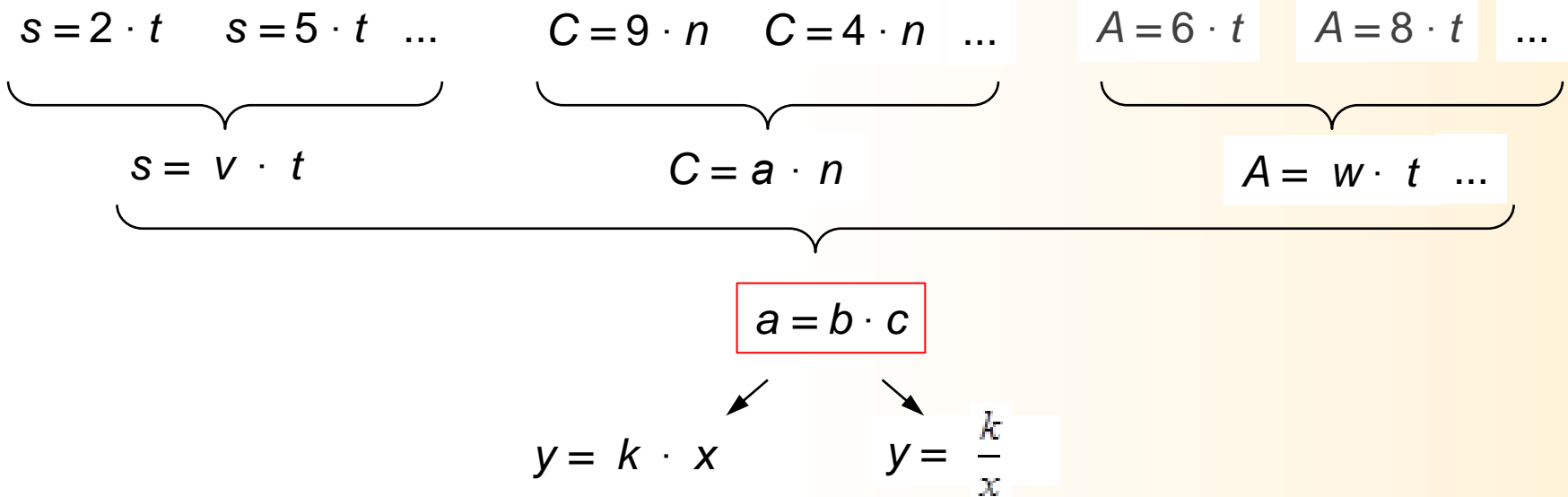


Зависимость переменной  $y$  от переменной  $x$ , при которой каждому значению  $x$  соответствует единственное значение  $y$ , стали называть **функциональной зависимостью**, или **функцией**.



# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА 5–6

## ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ



Если величины связаны зависимостью  $a = b \cdot c$ , то при постоянном множителе мы получаем прямо пропорциональную зависимость, а при постоянном произведении – обратно пропорциональную.

# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ФУНКЦИЙ

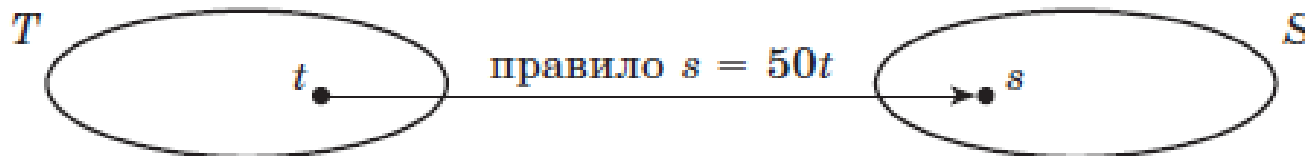
## 7 КЛАСС



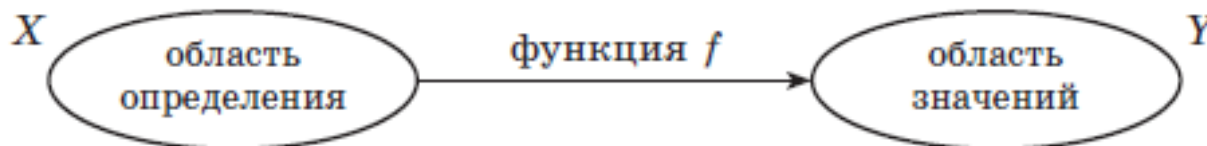
*Понятие функции такое же основное и первоначальное, как понятие множества.*

*Феликс Хаусдорф (1868–1942)*

Данная зависимость определяет следующую взаимосвязь между множествами  $S$  и  $T$ :



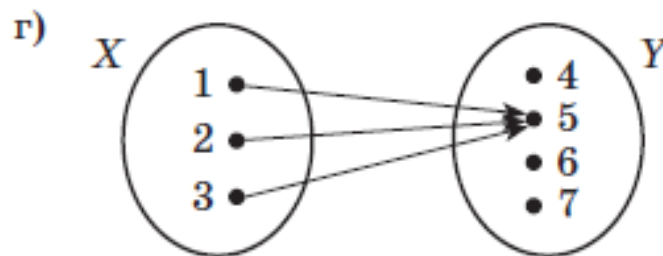
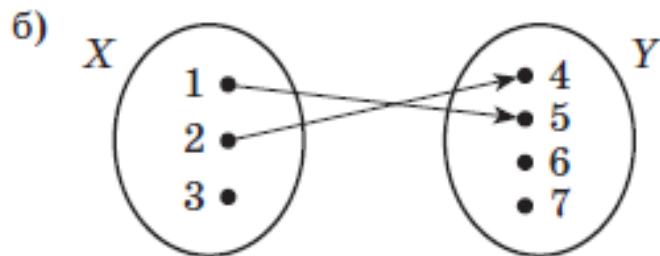
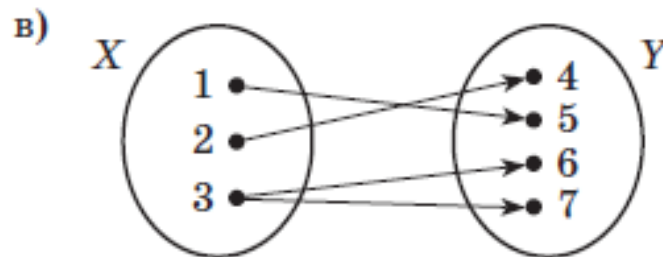
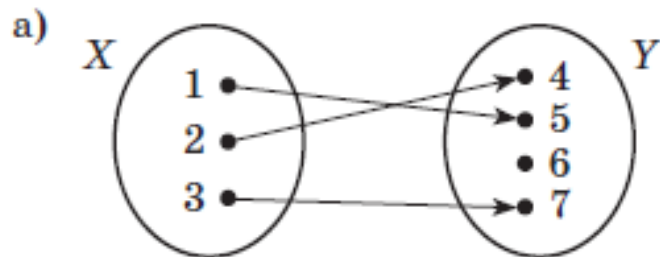
**Определение.** *Функцией* называется правило  $f$ , по которому *каждому* элементу  $x$  из некоторого множества  $X$  ставится в соответствие *единственный* элемент  $y$  из множества  $Y$ . Множество  $X$  при этом называется областью определения, а множество  $Y$  – областью значений данной функции.



# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ФУНКЦИЙ

## 7–8 КЛАССЫ ОПЕРЕЖАЮЩАЯ ПОДГОТОВКА К ВВЕДЕНИЮ ОБЩЕГО ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

Пусть  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{4, 5, 6, 7\}$ . На схемах показано, какой элемент множества  $Y$  соответствует тому или иному элементу множества  $X$ .



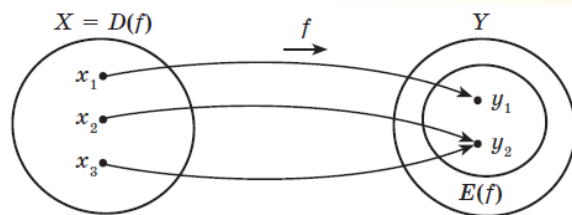
# ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЛИНИЯ: ОБЩЕЕ ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ

## 9 КЛАСС



*Знать, чтобы предвидеть.*  
*Огюст Конт (1798–1857)*

**Определение 1.** Соответствие  $f$  между множествами  $X$  и  $Y$  называется *функцией*, если каждому элементу  $x \in X$  соответствует единственный элемент  $y \in Y$ . Множество  $X$  называется *областью определения функции* (обозначается  $D(f)$ ). Множество элементов  $y \in Y$ , каждый из которых соответствует хотя бы одному  $x \in X$ , называется *множеством значений функции* (обозначается  $E(f)$ ).



$y = f(x)$  – функция с областью определения  $X$  и множеством значений из  $Y$ ,



$$\forall x \in X \rightarrow \exists! y \in Y: y = f(x)$$



**«Пережёвывание уже известного детям, осуществляемое в виде многократных повторений, способствует умственной лени, апатии, а значит, препятствует развитию».**

*Л.В. Занков*

**СДЕЛАЕМ ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ  
ИНТЕРЕСНЫМ, ВДОХНОВЛЯЮЩИМ, РАЗВИВАЮЩИМ  
НАШИХ ДЕТЕЙ!**

**ЭТО САМЫЙ КОРОТКИЙ ПУТЬ К ПОВЫШЕНИЮ  
КАЧЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ!**

# ВАШИ ВОПРОСЫ – НАШИ ОТВЕТЫ



***ЗАДАВАЙТЕ СВОИ  
ВОПРОСЫ!***

***МЫ С РАДОСТЬЮ  
НА НИХ ОТВЕТИМ!***

**БЛАГОДАРИМ ЗА ОТКРЫТОЕ ДОВЕРИТЕЛЬНОЕ ОБЩЕНИЕ!**



# ЧТО ДЛЯ ВАС СЕГОДНЯ БЫЛО ВАЖНЫМ, ЦЕННЫМ? НАМЕТИМ ПЕРСПЕКТИВЫ

## ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА Л.Г. ПЕТЕРСОН «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ»

ТЕОРИИ,  
КОНЦЕПЦИИ,  
ПРОГРАММЫ,  
МЕТОДИЧЕСКОЕ  
ОБЕСПЕЧЕНИЕ

УЧЕБНИКИ И  
УЧЕБНЫЕ  
ПОСОБИЯ

СИСТЕМА  
КОМПЛЕКСНОГО  
МОНИТОРИНГА

СИСТЕМА ПК И  
МЕТОДИЧЕСКОГО  
СОПРОВОЖДЕНИЯ

СИСТЕМА  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ  
С РОДИТЕЛЯМИ





НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики»  
Издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний»



ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА  
Министерства просвещения Российской Федерации



МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ ИНСТИТУТА СДП

**ПРИГЛАШАЕМ К СОТРУДНИЧЕСТВУ!**

**НАШИ КОНТАКТЫ:**

г. Москва, 5-я ул. Ямского Поля, д. 9.  
8 (495) 797–89–77      info@sch2000.ru



<https://www.sch2000.ru>