А. Г. Мордкович
П. В. Семенов

АЛГЕБРА

8

КЛАСС

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

МОСКВА
БИНОМ. Лаборатория знаний
2019

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
М79

Мордкович, Александр Григорьевич

М79 Алгебра : 8 класс : методическое пособие для учителя / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2019.

ISBN 978-5-906939-71-5

В пособии представлено содержание курса алгебры 8-го класса, примерное планирование учебного материала и методические рекомендации по всем главам учебника алгебры для 8-го класса. Содержание методических рекомендаций не унифицировано и зависит от важности и трудности темы, её методической новизны. Для традиционных тем авторы ограничиваются отдельными замечаниями, в других случаях разговор идёт на более серьёзном методическом и психолого-педагогическом уровнях.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-906939-71-5

Содержание курса алгебры. 8 класс

Множество действительных чисел

Понятие множества, принадлежности элемента множеству. Подмножество, дополнение множества. Объединение и пересечение множеств. Множество рациональных чисел. *Сравнение рациональных чисел.* Действия с рациональными числами. Представление рационального числа десятичной дробью. Понятие иррационального числа. Сравнение иррациональных чисел. Множество действительных чисел и числовая прямая, виды промежутков на числовой прямой. Числовые неравенства и их свойства. Решение линейных неравенств. Модуль действительного числа, функция $y = |x|$. Приближённые значения действительных чисел.

Алгебраические дроби

Определение алгебраической дроби, допустимые и недопустимые значения переменных. Основное свойство алгебраической дроби, сокращение дробей, приведение алгебраических дробей к наименьшему общему знаменателю. Сложение и вычитание алгебраических дробей. Умножение, деление и возведение в степень алгебраических дробей. Преобразование рациональных выражений. Первые представления о рациональных уравнениях, о проверке и отборе корней рационального уравнения. Степень с нулевым и отрицательным целым показателем. Стандартный вид положительного числа.

Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратных корней

Понятие квадратного корня из неотрицательного числа. Функция $y = \sqrt{x}$, её свойства и график. Свойства квадратных корней. Вынесение множителя из-под знака радикала, внесение множителя под знак радикала. Преобразование иррациональных выражений. Тождество $\sqrt{a^2} = |a|$. Преобразование выражений, содержащих знак модуля.

Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$

Функция $y = kx^2$, её свойства и график. Изменение графика функции $y = kx^2$ в зависимости от изменения значения коэффициента k. Построение графиков функций $y = f(x + l)$, $y = f(x) + m$, $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$. Функция $y = ax^2 + bx + c$, её свойства и график. Графическое решение квадратных уравнений.

Свойства и график функции $y = \frac{k}{x}$. Понятие асимптоты.

Квадратные уравнения

Основные понятия, связанные с квадратными уравнениями: определение квадратного уравнения, коэффициенты квадратного уравнения, корни квадратного уравнения, полные и неполные, приведённые и неприведённые квадратные уравнения. Дискриминант, определение количества корней квадратного уравнения. Формулы корней квадратного уравнения. Квадратные уравнения с параметром. Рациональные уравнения, биквадратные уравнения, уравнения, сводимые к квадратным. Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций. Теорема Виета, подбор корней квадратного уравнения с помощью теоремы Виета. Понятие квадратного трёхчлена, разложение квадратного трёхчлена на множители. Представление о равносильности уравнений.

Вероятности случайных событий

Испытания с равновозможными исходами. Классическое определение вероятности. Случайные события как множества элементарных событий (исходов испытаний). Вероятность противоположного события. Правило умножения и его применение при нахождении вероятностей. Правило сложения вероятностей несовместных событий. Испытания с конечным числом исходов и общее определение вероятности. Распределение вероятности. Последовательные независимые испытания и повторения испытаний.

Итоговое повторение

Примерное поурочное планирование
(из расчёта 3 ч в неделю, 34 недели)

Параграф	Тема	Кол-во часов
Глава 1. Множество действительных чисел (16 ч)		
1	Множества, их элементы и подмножества	1
2	Операции над множествами	2
3	Рациональные числа	1
4	Познакомимся с квадратными корнями	2
5	Иррациональные числа	1
6	Действительные числа и числовая прямая	1
7	Свойства числовых неравенств	2
8	Линейные неравенства	2
9	Модуль действительного числа. Функция	2
10	Приближённые значения действительных чисел	1
	Контрольная работа № 1	1
Глава 2. Алгебраические дроби (17 ч)		
11	Определение алгебраической дроби	1
12	Основное свойство алгебраической дроби	2
13	Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями	1
14	Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями	3

Пара-граф	Тема	Кол-во часов
	Контрольная работа № 2	1
15	Умножение и деление алгебраических дробей. Возведение алгебраической дроби в степень	2
16	Преобразование рациональных выражений	3
17	Понятие степени с любым целочисленным показателем	2
18	Стандартный вид положительного числа	1
	Контрольная работа № 3	1
	Глава 3. Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратных корней (12 ч)	
19	Функция $y = \sqrt{x}$, её график и свойства	2
20	Свойства квадратных корней	2
21	Тождество $\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$	1
22	Вынесение множителя из-под знака квадратного корня. Внесение множителя под знак квадратного корня	2
23	Преобразование иррациональных выражений	4
	Контрольная работа № 4	1
	Глава 4. Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$ (15 ч)	
24	Функция $y = kx^2$, $k > 0$	2

Продолжение таблицы

Пара-граф	Тема	Кол-во часов
25	Функция $y = kx^2$, $k < 0$	1
26	Как построить график функции $y = f(x + l)$, если известен график функции $y = f(x)$	2
27	Как построить график функции $y = f(x) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	1
28	Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$	2
29	Функция $y = ax^2 + bx + c$	3
30	Функция $y = \frac{k}{x}$, $k > 0$	2
31	Функция $y = \frac{k}{x}$, $k < 0$	1
	Контрольная работа № 5	1
Глава 5. Квадратные уравнения (19 ч)		
32	Основные понятия, связанные с квадратными уравнениями	2
33	Формула корней квадратного уравнения	3
34	Частный случай формулы корней квадратного уравнения	1
35*	Квадратные уравнения с параметром	2
	Контрольная работа № 6	1
36	Рациональные уравнения	2

Окончание таблицы

Пара-граф	Тема	Кол-во часов
37	Рациональные уравнения как математические модели реальных ситуаций	3
38	Теорема Виета	2
39	Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители	2
	Контрольная работа № 7	1
Глава 6. Вероятности случайных событий (13 ч)		
40	Испытания с равновозможными исходами	3
41	Случайные события. Вероятность противоположного события	3
42	Правило умножения. Правило сложения вероятностей несовместных событий	3
43	Испытания с конечным числом исходов. Последовательные независимые испытания и повторения испытаний	3
	Контрольная работа № 8	1
Итоговое повторение		**10 ч**

Методические особенности учебника «Алгебра. 8 класс»

Глава 1
Множество действительных чисел

Глава начинается с параграфов, которые называются «Множества, их элементы и подмножества», «Операции над множествами». Разумеется, никакая «теория множеств» тут не рассматривается. Основной акцент делается на тех понятиях, которые непосредственно нужны для курса алгебры, для записи ответов при решении различных уравнений и неравенств. Поэтому в первую очередь отрабатывается понятие принадлежности элемента множеству, способы перечисления элементов множества, разные способы описания множеств, понятия дополнения множества, объединения и пересечения множеств.

В **§ 4** не только вводится новый термин (квадратный корень), новое обозначение, но и имеется несколько достаточно серьёзных моментов методологического плана. Это и первый пример доказательства методом от противного, и общий разговор о введении новых символов математического языка, и технически трудное для соответствующего возраста доказательство иррациональности числа 5 (сам термин «иррациональное число» пока не вводится, это будет сделано в следующем параграфе). Мы не предполагаем требовать от учащихся самостоятельного проведения доказательств иррациональности таких чисел, как 2, 3, 7, но показать им серьёзное математическое рассуждение полезно.

В конце § 4 с опережением учащимся сообщаются формулы корней квадратного уравнения. Дело в том, что в геометрии раньше, чем в алгебре, начинают применять теорему Пифагора. Конечно, у учащихся в активе есть приёмы решения квадратных уравнений, известные им ещё из курса алгебры 7-го класса (графические приёмы, разложение на множители), и в принципе этим и можно было бы пока ограничиться. Однако хотелось побыстрее сообщить им практическое значение нового понятия — квадратный корень, т. е. усилить мотивационный фон изучения нового материала.

В учебнике понятие арифметического корня упомянуто лишь один раз (в виде замечания), поскольку для квадратных корней оно, по сути дела, лишено смысла: в курсе алгебры 7—9-го классов «неарифметические» квадратные корни не встречаются.

В **§ 5** обращаем внимание учащихся на общий вывод: если n — натуральное число, то $\sqrt{n}$ либо натуральное, либо иррациональное число. Этот вывод послужит им источником придумывания иррациональных чисел.

Разговор в **§ 6** о свойствах арифметических операций, об отношении порядка ($<$, $>$) — не повторение старого, ведь до сих пор всё это применялось лишь по отношению к рациональным числам; теперь же мы перешли в более широкую числовую область и имеем дело с действительными числами.

В **§ 7** речь идёт о свойствах числовых неравенств и о простейших случаях доказательства неравенств. При этом следует подчеркнуть, что на интуитивном уровне свойства числовых неравенств используются и в курсе математики 5—6-го классов, так что предварительное знакомство с этой темой уже состоялось.

В **§ 8** впервые в курсе алгебры появляется идея равносильности и равносильных преобразований — на материале линейных неравенств.

Очень ёмким по количеству информации является **§ 9**: определение, свойства, геометрический смысл модуля действительного числа, уравнения типа $|x - a| = b$, решение которых основано на геометрическом смысле выражения $|x - a|$, график функции $y = |x|$.

В учебнике функция $y = |x|$ рассматривается как существенный элемент в ряду основных школьных функций. Поэтому в системе упражнений в соответствующем параграфе предусмотрена работа по традиционным для нашей концепции изучения функций направлениям (*инвариантное ядро*):

- графическое решение уравнений (неравенств);
- отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на заданном промежутке;

- преобразование графиков;
- функциональная символика;
- кусочно-заданные функции;
- чтение графика.

В **§ 10**, где речь идёт о приближённых вычислениях, даётся представление об округлении действительных чисел, о приближениях по недостатку и по избытку, об оценке точности приближения, об абсолютной погрешности. Опыт показывает, что понятие относительной погрешности основной массой школьников на уроках математики не усваивается, поскольку не получает адекватного практического применения. Поэтому, несмотря на то, что понятие относительной погрешности в учебнике введено, считаем целесообразным ограничиться понятием абсолютной погрешности, а знакомство с понятием относительной погрешности должно произойти на уроках по другим предметам (например, на уроках физики, где это понятие найдёт практическое приложение).

Глава 2
Алгебраические дроби

В главе 2, где изучаются алгебраические дроби, содержится достаточно традиционный с методической точки зрения материал. Обратим внимание лишь на последние два параграфа главы: мы сочли целесообразным именно здесь ввести понятие степени с отрицательным целым показателем и присовокупить к этому разговор о стандартном виде положительного числа, что имеет практическое значение.

Глава 3
Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратных корней

Линия, связанная с изучением функций, в нашем курсе приоритетная. Изучение квадратичной функции (глава 4) предшествует изучению квадратных уравнений (им посвящена глава 5). Точно так же будет обстоять дело и во всех других случаях, например изучение тригонометрии в 10-м классе будет начинаться с тригонометрических функций, а тригонометрические формулы появятся позднее. Та же методическая линия обнаруживается и в главе 3:

изучению свойств квадратных корней предшествует изучение функции $y = \sqrt{x}$.

Глава 4
Квадратичная функция. Функция $y = \dfrac{k}{x}$

Эта глава является непосредственным продолжением и развитием тем курса алгебры 7—8-го классов: «Линейная функция», «Функция $y = x^2$», «Функция $y = \sqrt{x}$». Построение графиков функций $y = kx^2$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \dfrac{k}{x}$ особых методических комментариев не требует, мы на этом здесь не останавливаемся; поговорим лишь о том, что принципиально отличает наш учебник от других в изложении указанного материала.

В **§ 24** введено нетрадиционное для общеобразовательной школы понятие ограниченности функции (снизу, сверху). Это сделано не ради самого понятия ограниченности (по большому счёту в школе без него можно обойтись), а скорее по причинам психолого-педагогического характера. Чем больше свойств функций знает ученик (хотя бы на наглядно-интуитивном уровне), тем любопытнее для него процесс чтения графика, процесс перевода графической модели на обычный язык. Образно выражаясь, при изучении математики имеется то, что можно назвать «чёрным хлебом», и то, что можно назвать «пирожными». «Чёрный хлеб» — это то, без чего нельзя обойтись (область определения, область значений функции, чётность, монотонность и иные традиционные «школьные» свойства функций). Без «пирожных» (ограниченность, выпуклость и различные «изюминки» в других разделах школьного курса алгебры) обойтись можно, но они украшают повседневную рутинную реальность. Ограниченность, выпуклость, непрерывность функции введены для развития речи, для поддержания интереса к математике, для создания приятного эмоционального фона при её изучении. Однако есть и более существенная причина появления в нашем курсе понятия ограниченной функции.

Уровень трудности восприятия того или иного математического понятия часто зависит, говоря языком математики, от числа «навешанных» кванторов, явно или неявно фигурирующих в определении понятия (без кванторов нет практически ни одного математического определения). Речь идёт о кванторе существования $\exists$ и кванторе общности $\forall$. Так, в определении чётной или нечётной функции присутствует лишь один квантор: функция $y = f(x)$ называется чётной, если $(\forall x \in D(f))\ f(-x) = f(x)$; функция называется нечётной, если $(\forall x \in D(f))\ f(-x) = -f(x)$. Это, так сказать, однокванторное определение, определение первого уровня трудности, с ним особых проблем у учащихся не возникает. В традиционной программе школьного курса алгебры имеются три свойства функций, связанные с двумя кванторами: периодичность, экстремумы, наибольшие и наименьшие значения. Как правило, все они без всякой предварительной подготовки вводятся в курсе алгебры и начал математического анализа (10—11-й классы), причём первым появляется наиболее трудное — определение периодичности. Функция $y = f(x)$ называется периодической, если *существует* такое отличное от нуля число T, что *для всех* x из области определения функции выполняется равенство $f(x - T) = f(x) = f(x + T)$. В кванторах: $(\exists T \neq 0)(\forall x \in D(f))\ f(x - T) = f(x) = f(x + T)$.

Чуть проще (хотя бы потому, что имеет понятную геометрическую иллюстрацию) выглядит двухкванторное определение наибольшего или наименьшего значения функции на промежутке X: $(\exists x_0 \in X)(\forall x \in X)\ f(x_0) \geqslant f(x)$ (здесь $f(x_0) = y_{\text{наиб}}$).

Понятия наибольшего и наименьшего значений функции используются в нашем курсе начиная с 7-го класса: учащиеся, сами того не подозревая, постепенно приучаются к восприятию двухкванторных (а значит, достаточно сложных) определений математических понятий (опираясь на геометрическую наглядность).

Примерно так же обстоит дело с ограниченностью функции: функция ограничена снизу (сверху), если *весь* её график расположен выше (ниже) *некоторой* горизонтальной прямой $y = m$ (курсивом дано то, что связано с кванторами). Формальное определение функции, ограниченной, например, снизу, выглядит так: $(\exists m)(\forall x \in D(f))\ f(x) > m$.

Таким образом, в нашем курсе определение ограниченности функции, кроме информационной значимости, имеет и существенную логико-методическую окраску (осознание учащимися структуры математических определений), т. е. имеет воспитательную ценность.

В **§ 28** приведены два алгоритма построения графика функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$. Более удачным является второй алгоритм, но это не означает, что все ученики должны применять его на практике; пусть некоторые пользуются первым алгоритмом. Более того, если и первый алгоритм вызывает затруднения (в основном из-за наличия в нём символов $|l|$ и $|m|$), то есть смысл заменить первый алгоритм совокупностью двух правил, выделенных в § 26 и 27.

В **§ 29**, где речь идёт о построении графика квадратичной функции, делается акцент не на отыскании координат вершины параболы, служащей графиком функции $y = ax^2 + bx + c$, а на отыскании уравнения оси симметрии параболы $x = -\frac{b}{2a}$. Во-первых, построение оси параболы само по себе значимо с геометрической точки зрения: наличие оси параболы даёт учащемуся возможность найти одну-две пары симметричных относительно оси точек параболы, которые используются как контрольные точки для более точного изображения эскиза графика. Во-вторых, зная уравнение оси $x = x_0$, ученик сможет найти ординату вершины параболы по формуле $y_0 = f(x_0)$, более важной, на наш взгляд, для понимания сути дела, чем требующая специального запоминания формула $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$.

Глава 5
Квадратные уравнения

Предполагается, что к началу систематического изучения этой главы учащиеся уже имеют представление о том, что такое квадратное уравнение, имеют представление о графическом методе их решения, причём различными способами (например, отыскание точек пересечения параболы $y = ax^2 + bx + c$ с осью Ox; отыскание точек пересечения параболы $y = ax^2$ и прямой $y = -bx - c$). Графический метод решения квадратных уравнений в простейших случаях применялся уже в 7-м классе, в более сложных случаях — в теме «Квадратичная функция» в 8-м классе. Учащимся знаком метод разложения на множители, который в ряде случаев также даёт возможность решить квадратное уравнение (о чём не раз шла речь в курсе алгебры 7-го класса). Постепенно созревала проблемная ситуация, связанная с решением квадратных уравнений, поскольку метод разложения на множители применим не всегда, а графический метод в большинстве случаев может дать представление лишь о приближённых значениях корней. Таким образом, появляется необходимость найти алгоритм решения квадратных уравнений, не зависящий от эвристик метода разложения на множители и от ненадёжности, приблизительности графического метода. В этой главе, наконец, учащимся будет сообщена (и обоснована) формула корней квадратного уравнения, которую они, на что мы надеемся, воспримут как подарок судьбы.

В основном материал **§ 32** и **33** достаточно традиционен, методические новинки авторов не носят глобального характера, и учитель легко выявит их по тексту учебника.

В **§ 34** выводится упрощённая формула корней квадратного уравнения (для случая чётного коэффициента при x). Почему в учебнике общая и частная формулы разведены по разным параграфам? Опыт показывает, что если эти формулы дать одновременно, то учащиеся, как правило, вторую формулу игнорируют, они не хотят запоминать две формулы, понимая, что в принципе всегда можно обойтись одной (общей формулой), к которой ещё нужно привыкать. Поэтому мы и даём им возможность сначала привыкнуть к общей формуле корней квадратного уравнения. Когда они уже накопят достаточный опыт в работе с общей формулой, то смогут оценить те преимущества, которые даёт им возможность использовать «чётную» формулу (для чего, кстати, в § 34 в качестве примера фигурирует уравнение, решённое ранее по общей формуле). Частная формула не навязывается школьникам, а рекомендуется как более «интеллигентная».

В **§ 35*** рассматриваются квадратные уравнения с параметром. Такие уравнения (а в 9-м классе и неравенства с параметром) естественным образом мягко и ненавязчиво вплетаются в общую ткань изложения в учебнике и имеются в системе упражнений начиная с 7-го класса. Учащиеся не должны воспринимать задачи с параметрами как нечто «чересчур страшное».

§ 36 посвящён решению рациональных уравнений. Первое упоминание о таких уравнениях было сделано в § 16 (глава 2), теперь же есть возможность выработать общий алгоритм решения рациональных уравнений, осмыслить три основных метода их решения: графический (который в основном до сих пор использовался), преобразование уравнения к виду $\frac{p(x)}{q(x)} = 0$, введение новых переменных.

В конце **§ 36** осуществлено первое в нашем курсе достаточно робкое вхождение в теорию равносильности уравнений. На наш взгляд, восьмиклассники должны иметь представление о том, что при решении уравнений они выполняют разные преобразования: член уравнения переносят из одной части уравнения в другую с противоположным знаком; обе части уравнения умножают или делят на одно и то же отличное от нуля число; освобождаются от знаменателя, т. е. заменяют уравнение $\frac{p(x)}{q(x)} = 0$ уравнением $p(x) = 0$; обе части уравнения возводят в квадрат. Учащиеся должны обратить внимание на то, что первые два из указанных выше преобразований оставляют корни уравнения в целости и сохранности (равносильные преобразования), а в результате двух других преобразований могут появиться посторонние корни (неравносильные преобразования), поэтому все найденные корни надо проверять.

О важности **§ 37**, где речь идёт о текстовых задачах, говорить не приходится. В нашей концепции реализуется идея математического моделирования, и решение всех текстовых задач оформляется в виде трёх этапов математического моделирования. Приступая к первому этапу — этапу составления математической модели, мы как бы осуществляем синхронный перевод текста задачи с обычного языка на математический. На втором этапе решается математическая модель, которая составлена на первом этапе. Эта модель в данный период времени представляет собой рациональное уравнение. Для рационального уравнения имеется свой алгоритм решения, который в качестве последнего шага включает в себя проверку найденных корней (с целью отбросить те из них, которые обращают в нуль знаменатель дроби). На третьем этапе, где формулируется ответ на вопрос задачи, фактически также приходится делать проверку, но уже смысловую. Например, число -3 может быть корнем рационального уравнения, но не удовлетворять условиям, если за x принималось, скажем, время. Таким образом, есть два вида проверки, но ученики часто путают *принципиальную проверку* (проверку того, не является ли найденный корень посторонним для уравнения) и *смысловую проверку* (по условиям задачи), а если и не путают, то часто смешивают всё в одну кучу. Явное выделение трёх этапов математического моделирования позволит избежать указанных неприятностей: на втором этапе осуществляется принципиальная проверка, а на третьем — смысловая. В учебнике показано, как проверка по модели отделяется от смысловой проверки.

Глава 6
Вероятности случайных событий

Название главы выглядит, быть может, излишне общим, его можно отнести практически к любому тексту по теории вероятностей. Всё же при выборе этой сравнительно небольшой главы из четырёх параграфов (по 4—5 страниц текста) мы предпочли именно общие слова, чтобы подчеркнуть действительно основные понятия главы.

В **§ 40** «Испытания с равновозможными исходами» в нескольких вариантах и на конкретных примерах повторяется основная идея построения всего курса алгебры, изложенная в § 2 учебника 7-го класса: переход от реальной ситуации к её математической *модели*.

Например, бросания идеальной монеты (идеального кубика) — это математическая *модель* бросаний реальных монет или кубика. В этой модели бессмысленно пытаться *обосновать* или *доказать*, что выпадение «орла» равновозможно выпадению «решки»: такое предположение верно *по определению*; оно, собственно, и составляет саму модель. Хотя в условиях большинства задач по элементарной теории вероятностей нет слов «идеальная» или «модель», они по умолчанию предполагаются в решении. Ситуация такая же, как и в текстовых задачах на движение, в которых постоянна, скажем, скорость течения реки или прямолинейна сама река.

Основная цель параграфа, важная для дальнейшего, — сообщить классическое определение вероятности в виде алгоритма действий. Его действие демонстрируется в трёх примерах. Слова и беседы про *элементарное событие* и *случайное событие* отнесены далее в отдельный § 41. В заключение параграфа повторён основный вывод: «...в примерах 1—3 мы имеем дело с моделями реальных ситуаций. Впрочем, это вообще всегда бывает так при использовании классического определения вероятности». При работе с параграфом основной акцент должен быть сделан на упражнениях 40.1—40.12. Каждое из них состоит из шести пунктов, что позволяет в каждом упражнении полно, но небольшими шагами разобраться с ситуацией. В упражнениях примерно половина сюжетов «игровые», а половина связана с традиционным курсом алгебры: 40.4—40.6 — натуральные числа, 40.11, 40.12 — графики функций $y = ax^2 + c$, что позволяет повторять и закреплять ранее изученный материал.

В **§ 41** впервые предлагается трактовка *случайного события* как *множества*, состоящего из нескольких элементарных событий (исходов испытания). Вовсе не предполагается, что на четырёх страницах параграфа будет раз и навсегда сформулирована именно теоретико-множественная трактовка понятия «случайное событие». Это понимание случайного события требует долгого времени формирования через выработку умения работать с ним в конкретных ситуациях. Мы вовсе не отказываемся от термина «исход испытания» в пользу «элементарного события»: во многих конкретных задачах «исход испытания» оказывается предпочтительнее, а «элементарное событие» существенно при корректном изложении ряда теоретических вопросов. Тем, кому небезынтересно формально-логическое различие между «исходом» и «элементарным событием», вполне достаточно ограничиться таким примером: отдельное число 5 — это исход, а одноэлементное множество $\{5\}$ — элементарное событие при проведении испытания, скажем «выбор однозначного натурального числа».

Основное содержание параграфа — рассмотрение примеров решения задач. Так, утверждение «Вероятность достоверного (невозможного) события равна единице (нулю)» не доказывается как некое теоретическое положение, а демонстрируется разбором примера 4. Рассматривать операции над событиями мы начинаем не с суммы и произведения (это 9-й класс), а с перехода к противоположному событию, связывая его с дополнением подмножества в множестве из § 1. Для такого понимания противоположного события как раз и необходимо понимание случайного события как подмножества множества всех исходов испытания.

Упражнения 41.1—41.12 делятся на две части. В первых шести упражнениях идёт закрепление понятий *элементарное событие* и *противоположное событие*; все упражнения связаны с однократным бросанием игрального кубика. Во второй части от положения «один сюжет — много вопросов» происходит переход к разнообразным сюжетам, но примерно с теми же вопросами: назвать элементарное событие, составить событие из элементарных событий, найти противоположное, вычислить вероятность.

В **§ 42** мы напоминаем базовый рабочий инструмент элементарной комбинаторики и теории вероятностей — *правило умножения*. Если лет пятнадцать тому назад оно было в диковинку для отечественной школы и его приходилось довольно аккуратно вводить и объяснять, то к настоящему моменту с ним, как правило, знакомятся уже в 5—6-х классах. Поэтому мы ограничиваемся его формулировкой и иллюстрацией с помощью дерева вариантов. Это правило далее используется во всех параграфах учебников и для 8-го, и для 9-го классов при подсчёте числа различных комбинаций. Рядом с правилом умножения естественно поставить и *правило сложения*, которое в каждой реальной ситуации с комбинаторной точки зрения выглядит очень просто. Например, если в классе 15 девочек и

13 мальчиков, то всего в классе $15 + 13 = 28$ учеников. Несмотря на такую простоту, правило сложения важно по двум причинам. Во-первых, мы приходим к понятию *несовместные события*. Во-вторых, из комбинаторного правила сложения сразу следует его вероятностная форма: «Для несовместных событий A и B вероятность того, что наступит или A, или B, равна сумме $P(A) + P(B)$ вероятностей событий A и B». Обращаем внимание, что тут мы обходим введение термина и понятия *сумма событий*, чтобы не перегружать изложение. К $A + B$ и AB переход будет сделан в 9-м классе, а в 8-м классе для решения задач вполне достаточно использовать оборот «вероятность того, что наступит или A, или B».

Подчеркнём важный технический момент. В этом параграфе мы начинаем регулярно использовать в ответах не точные значения в обыкновенных дробях, а приближённые значения в десятичных дробях, ограничиваясь, как правило, тремя десятичными знаками после запятой.

При изложении предмета «Теория вероятностей» в вузе после § 41 и 42 несомненно шли бы многочисленные факты об абстрактных операциях над событиями и вероятностях «сложносоставленных» событий. Но в 8-м классе школы излишняя абстрактность и ворох новых терминов вредны. По этой причине мы в **§ 43** «Испытания с конечным числом исходов. Последовательные независимые испытания и повторения испытаний» переходим к более осязаемым задачам, связанным с повторениями одного и того же испытания с двумя исходами. Этот подход точнее соответствует историческому, генетическому опыту становления теории вероятностей. Действительно, независимые повторения испытаний с двумя исходами были одним из центральных объектов исследований начиная с конца XVII в., а вся учебно-методическая «технология», связанная с алгеброй событий, сформировалась существенно позже. Основных целей в этом заключительном параграфе две. Во-первых, это пропедевтика *схемы*, *испытаний* и *формулы Бернулли*, названия которых в 8-м классе не звучат, а появятся позже, в 9-м классе; главное — формирование первых представлений об испытаниях с исходами «успех-неудача» и об их независимых повторениях в небольшом числе (два, три, четыре) раз. Во-вторых, а по порядку следования материала — сначала, это расширение классического определения вероятности (см. § 40) со случая равновозможных исходов до случая произвольного распределения единичной вероятности на конечном множестве исходов испытания. При этом независимые повторения как раз и являются естественной площадкой для нахождения вероятностей при неравномерном распределении.

Содержание

Содержание курса алгебры. 8 класс 3

Примерное поурочное планирование 5

Методические особенности учебника «Алгебра. 8 класс» 9

Глава 1. Множество действительных чисел 9

Глава 2. Алгебраические дроби 11

Глава 3. Функция $y = \sqrt{x}$. Свойства квадратных корней 11

Глава 4. Квадратичная функция. Функция $y = \frac{k}{x}$ 12

Глава 5. Квадратные уравнения 14

Глава 6. Вероятности случайных событий 17

Учебное издание

Мордкович Александр Григорьевич
Семенов Павел Владимирович

Алгебра

8 класс

Методическое пособие для учителя

Редактор *С. В. Бахтина*
Внешнее оформление: *В. А. Андрианов*
Компьютерная вёрстка: *Н. П. Горлова*
Технический редактор *Л. В. Коновалова*
Корректоры *О. Ч. Кохановская*, *Ю. С. Борисенко*

Формат 60×84/16
Гарнитура SchoolBookSanPin
Бумага офсетная № 1. Усл. печ. л. 1,86

ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»
127473, Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3,
тел. (495)181-53-44, e-mail: binom@Lbz.ru, http://www.Lbz.ru