Итак, в главе 1

Познакомились с новыми терминами математического языка:

— подмножество, дополнение множества, объединение и пересечение множеств;

— круги Эйлера;

— бесконечная десятичная периодическая дробь (рациональное число);

— бесконечная десятичная непериодическая дробь (иррациональное число);

— числовая прямая;

— квадратный корень из неотрицательного числа, подкоренное выражение;

— линейное неравенство с одной переменной;

— равносильные неравенства, равносильные преобразования неравенств;

— неравенства одинакового смысла, неравенства противоположного смысла;

— система неравенств;

— приближённое значение действительного числа по недостатку, по избытку;

— округление числа;

— абсолютная и относительная погрешность приближения.

Ввели несколько новых обозначений:

$\boldsymbol{N}$ — множество натуральных чисел;

$\boldsymbol{Z}$ — множество целых чисел;

$\boldsymbol{Q}$ — множество рациональных чисел;

$\boldsymbol{R}$ — множество действительных чисел;

$x \in X$ — элемент x принадлежит множеству X;

$x \notin X$ — элемент x не принадлежит множеству X;

$B \subset A$ — множество B есть подмножество множества A;

$A \cap B$ — пересечение множеств A и B;

$A \cup B$ — объединение множеств A и B;

$A \backslash B$ — дополнение множества A (в случае, когда $B \subset A$);

$\sqrt{a}$ — квадратный корень из неотрицательного числа $a \geqslant 0$; запись $\sqrt{a} = b$ означает, что $b \geqslant 0$ и $b^2 = a$.

Сформулировали ряд свойств числовых неравенств:

— если $a > b$, $b > c$, то $a > c$;

— если $a > b$, $b > c$, то $a + c > b + c$;
— если $a > b$, $m > 0$, то $am > bm$;
— если $a > b$, $m < 0$, то $am < bm$;
— если $a > b$, то $-a < -b$;
— если $a > b$, $c > d$, то $a + c > b + d$;
— если $a > b > 0$, $c > d > 0$, то $ac > bd$;
— если $a > b > 0$, $n \in \boldsymbol{N}$, то $a^n > b^n$.

Выяснили, какие преобразования являются равносильными при решении неравенств.

Определили понятие модуля действительного числа, познакомились со свойствами модуля и с его геометрическим смыслом.

Изучили новую математическую модель — функцию $y = |x|$ (свойства и график).

Вопросы

1. Приведите примеры множества и его подмножества.
2. Что называют дополнением множества? Приведите примеры дополнения множества.
3. Что называют пересечением двух множеств?
4. Что называют объединением двух множеств?
5. Что такое бесконечная периодическая дробь? Что называют периодом бесконечной десятичной периодической дроби?
6. Сформулируйте определение квадратного корня из неотрицательного числа.
7. Что является геометрической моделью множества действительных чисел?
8. Что такое линейное неравенство?
9. Что значит решить неравенство с переменной?
10. Сформулируйте правила решения неравенства с переменной.
11. Какие неравенства называют равносильными?
12. Что называют системой неравенств?
13. Что является решением системы неравенств?
14. Сформулируйте определение модуля действительного числа.
15. Чему равно расстояние между точками a и b числовой прямой?
16. Сформулируйте правило округления действительного числа.
17. Что такое абсолютная погрешность приближения?
18. Что такое относительная погрешность приближения?

Тест

1. Укажите подмножество множества натуральных чисел.

а) $A = \{3;\ 3{,}1;\ \pi\}$
б) $B = \{0;\ 1;\ 2\}$
в) $C = \{1;\ \sqrt{2};\ 2\}$
г) $D = \{2;\ 4;\ 6\}$

2. Даны множества $A = (-4;\ 5)$, $B = [-1;\ 5]$. Укажите верные высказывания.

1) $A \backslash B = (-4;\ -1)$
2) $B \subset A$
3) $A \cup B = (-4;\ 5]$
4) $A \cap B = [-1;\ 5)$

3. Переведите обыкновенную дробь $\dfrac{8}{15}$ в десятичную.

4. В каком из пунктов «а»—«г» указана дробь, равная $0{,}0(3)$?

а) $\dfrac{3}{100}$ б) $\dfrac{1}{3}$ в) $\dfrac{1}{30}$ г) $\dfrac{1}{33}$

5. Установите соответствие между квадратным корнем из числа и его значением.

А. $\sqrt{1{,}96}$ Б. $\sqrt{\sqrt{0{,}0625}}$ В. $\sqrt{1\dfrac{11}{25}}$

1) $\dfrac{1}{2}$ 2) $1{,}2$ 3) $1\dfrac{2}{5}$

6. В каких из пунктов «а»—«г» указаны иррациональные числа?

а) $\sqrt{4}$ б) $\sqrt{6}$ в) $0{,}142857142...$ г) $\dfrac{\pi}{3}$

7. Укажите <u>не</u>верное утверждение.

1) Если $a < b$ и $c > b$, то $a - c < 0$.
2) Если $a < b$, то $-b < -a$.
3) Если $a < b$, $n \neq 0$, то $a^n > b^n$.
4) Если $a < b$, $d > c$, то $a - b + c - d < 0$.

8. Решите неравенство $6 - 11y \geqslant -5(y - 1)$.

а) $y \leqslant 6$ б) $y \geqslant \dfrac{1}{6}$ в) $y \leqslant \dfrac{1}{6}$ г) $y \leqslant -\dfrac{1}{6}$

9. Решите уравнение $|x + 8| = 3$.

10. Установите соответствие между числом и его приближённым значением с точностью до 0,01.

А. $\dfrac{25}{11}$ Б. $\sqrt{5}$ В. $0{,}75\pi$

1) 2,24 2) 2,27 3) 2,36

Дополнительные задачи

Для упражнений **1—4** дано уравнение $x(x^2 - 1)(x + 2) = 0$.

1. Для данного уравнения составьте множество:
а) его отрицательных корней;
б) его положительных корней;
в) корней, не входящих в «а» и «б»;
г) корней, которые больше -1;
д) корней, которые меньше 0,2018;
е) всех его корней.

2. Придумайте три-четыре словесных описания для множества из упражнения **1** «е», отличающихся от словосочетания «множество корней уравнения $x(x^2 - 1)(x + 2) = 0$».

3. Перечислите все корни уравнения:
а) в порядке возрастания;
б) в порядке убывания;
в) в порядке возрастания расстояния от числа $-0{,}1$;
г) в порядке убывания расстояния от числа 0,2018.

4. а) Сколько существует способов перечисления корней, в которых на первом месте стоит больший корень?
б) Сколько существует способов перечисления корней?

5. Представьте обыкновенные дроби $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$ в виде десятичных периодических дробей и исследуйте их периоды.

6. Переведите десятичную периодическую дробь в обыкновенную:
а) 0,(210); в) 0,(102); д) 0,0(12);
б) 0,(201); г) 0,(120); е) 0,0(21).

7. Запишите в виде обыкновенной дроби и в виде десятичной дроби результат выполнения действия:

а) $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$;
б) $0{,}1111\ldots+\frac{1}{3}$;
в) $2{,}2222\ldots+\frac{5}{3}$;
г) $33{,}33333\ldots+\frac{8}{9}$;
д) $(0{,}333\ldots)\cdot(0{,}333\ldots)$;
е) $(0{,}3333\ldots)\cdot(0{,}66666\ldots)$.

8. Для десятичной дроби 20,1(82017) найдите цифру, которая стоит после запятой на:

а) шестом месте;
б) девятом месте;
в) тридцать третьем месте;
г) сотом месте;
д) тысячном месте;
е) 2018-м месте.

9. Докажите, что:

а) среди любых трёх натуральных чисел всегда есть два числа, которые или оба чётны, или оба нечётны (т. е. имеют одинаковую чётность);
б) среди любых четырёх натуральных чисел всегда есть два числа, дающие одинаковый остаток при делении на 3;
в) среди любых 14 натуральных чисел всегда есть два числа, дающие одинаковый остаток при делении на 13;
г) при переводе дроби $\frac{m}{13}$ в десятичную дробь длина её периода не может быть больше 13;
д) при переводе дроби $\frac{m}{n}$ в десятичную дробь длина её периода не может быть больше n.

10. Преобразуйте следующие числовые выражения и выясните, являются ли их значения рациональными или иррациональными числами:

а) $\left(3+\sqrt{2}\right)^2$;
б) $\left(1+\sqrt{2}\right)^3$;
в) $\left(3+\sqrt{2}\right)^2+\left(3-\sqrt{2}\right)^2$;
г) $\left(3+\sqrt{2}\right)^2-\left(3-\sqrt{2}\right)^2$;
д) $\left(1+\sqrt{2}\right)^3+\left(1-\sqrt{2}\right)^3$;
е) $\left(1+\sqrt{2}\right)^3-\left(1-\sqrt{2}\right)^3$.

11. Найдите все решения уравнения $\sqrt{0{,}nnnnn\ldots}=0{,}mmmm\ldots$; n и m — цифры.

12. Увеличится или уменьшится десятичная дробь 0,(23459) в результате:
а) удаления 15-й цифры;
б) удаления 104-й цифры;
в) удаления 203-й цифры;
г) удаления цифр, начиная с 1001-й и заканчивая 10 001-й;
д) вставки цифры 7 между 9-й и 10-й цифрами;
е) вставки цифры 1 между 87-й и 88-й цифрами?

13. Сравните числа:
а) $\frac{3}{4}$ и 0,(7499);
б) $\frac{13}{4}$ и 3,(2501);
в) 3,(45) и 3,45;
г) $1\frac{2}{7}$ и 1,(28);
д) $-5,(431)$ и $-5,(413)$;
е) $-\pi$ и $-3,(141)$.

14. Найдите натуральное число n такое, что:
а) $\frac{n}{5} < 2,(345) < \frac{n+1}{5}$;
б) $\frac{n}{10} < 20,(18) < \frac{n+1}{10}$;
в) $\frac{n}{100} < 3,(14) < \frac{n+1}{100}$;
г) $\frac{n}{3} < \sqrt{2} < \frac{n+1}{3}$;
д) $\frac{n}{7} < \sqrt{3} < \frac{n+1}{7}$;
е) $\frac{n}{13} < \sqrt{5} < \frac{n+1}{13}$.

В упражнениях **15**, **16** даны два множества: A — множество решений неравенства $|x - 5| < 3$ и B — множество решений неравенства $|x + 3| \leqslant 5$. Изобразите множества A и B на числовой прямой.

15. Верно ли утверждение:
а) $4,1 \in A$;
б) $1,4 \in B$;
в) $\sqrt{2} \in A$;
г) $\sqrt{2} \in B$;
д) $\sqrt{5} \in A$;
е) $\sqrt{5} \in B$?

16. Верно ли утверждение:
а) $\{3;\ 4\} \subset A$;
б) $\{2;\ 3;\ 4\} \subset A$;
в) $\{0;\ 1;\ 2\} \subset B$;
г) $\{2,(1);\ 3,(2)\} \subset A$;
д) $\left\{-7 - \sqrt{3};\ -3\sqrt{3}\right\} \subset B$;
е) $\left\{-\pi;\ -\sqrt{5}\right\} \subset B$?