

С.Ф. Горбов
Г.Г. Микулина



Пособие для учителя начальной школы



Москва
БИНОМ. Лаборатория знаний
2019

Горбов С. Ф.

Обучение математике. 1 класс: Пособие для учителя начальной школы / С. Ф. Горбов, Г. Г. Микулина. — М.:

— Электрон. текст дан (43,9 Мб) — 1 опт. компакт-диск (CD-ROM).

В пособии содержится методический комментарий к учебнику: Давыдов В.В., Горбов С.Ф., Микулина Г.Г., Савельева О.В. Математика. 1 класс.

Показано, как с помощью системы учебных задач развить у ребенка способность действовать самостоятельно, а не по образцу, как научить его находить новые способы действия, изобретать собственные средства для достижения целей обучения. Подробно рассказано о том, как через построение графических и знаковых моделей раскрыть детям основные свойства математических отношений и таким образом ввести в мир математических понятий.

Пособие будет полезно студентам педвузов и педучилищ, а также учителям, работающим по другим программам.

Минимальные системные требования:

Pentium III 1 ГГц (или аналог от AMD), 256 Мб ОЗУ, видеокарта с 32 Мб памяти, 64 Мб свободного места на HDD, 32x CD-ROM, клавиатура, мышь, Windows 2000sp4/XPsp3/Windows Vista/Windows 7, Windows 8, Adobe Acrobat Reader версии 7.0 и выше.

ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»
127473, Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3,
Тел.: (495) 181-53-44, e-mail: binom@lbz.ru
<http://www.lbz.ru>, <http://metodist.lbz.ru>

© ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2019
© Художественное оформление.
ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2019
Все права защищены

ВВЕДЕНИЕ

Курс математики в начальной школе, реализующей принципы развивающего обучения Д. Б. Эльконина — В. В. Давыдова ориентирован главным образом на формирование математических понятий, а не только на выработку практических навыков и умений, которая преобладает при традиционном изучении предмета. Цели курса достигаются в ходе развернутой учебной деятельности детей по постановке и решению ими системы учебных задач.

Основной задачей курса является освоение детьми понятия действительного числа, опирающегося на понятие величины. Поэтому даже натуральное число, изучением которого ограничивается начальная школа, рассматривается как отношение величин.

Обучение начинается с изучения признаков предметов. Действуя с различными предметами, пытаясь найти предмет, равный данному по некоторому признаку, дети выделяют такие параметры вещей, которые являются величинами, т. е. свойства, для которых можно установить отношения «равно», «больше», «меньше». При этом выделение каждой конкретной величины (длины, площади, объема, массы и количества) в первую очередь связано с овладением детьми определенным способом сравнения вещей и лишь во вторую — со словом-термином.

Результаты сравнения величин фиксируются сначала графически, на так называемых чертежах, соответствующими отношениями отрезков, а затем с помощью буквенных записей вида $A = C$, $A > B$, $B < A$.

В ситуации, когда невозможно выполнить непосредственное (путем прикладывания полосок бумаги, переливания воды и т. п.) сравнение величин, дети открывают новый способ сравнения с помощью мерки и числа. Таким образом, число вводится как инструмент измерения. Измеряя величины различными мерками, дети обнаруживают, что числовая характеристика величины зависит не только от этой величины, но и от выбранной мерки, т. е. она относительна. Вводятся стандартные единицы измерения длины, массы, объема.

Процесс измерения-отмеривания величины отражается в специальной модели — числовой прямой. Далее дети обнаруживают,

что предметные измерения при особых условиях могут быть заменены действиями с числами на числовой прямой. Если уже измерили одну величину и известно, на сколько мерок она больше или меньше другой, то значение этой другой величины можно узнать с помощью числовой прямой. Таким образом вводятся действия сложения и вычитания чисел как присчет и отсчет на числовой прямой. Действия с числами описываются выражениями. В дальнейшем ставится задача получения результатов сложения и вычитания при мысленном движении по числовой прямой. Так начинается этап формирования навыка вычислений.

Специальные предметные задачи позволяют ввести отношение целого и частей для величин. Дети обнаруживают, что целое можно найти, сложив части, а часть — вычтя из целого другую часть. Таким образом расширяется смысл арифметических действий сложения и вычитания. Отношение целого и частей фиксируется и изучается с помощью чертежей. Работа с этими моделями позволяет учащимся понять, как простой текст («рассказ») преобразуется в несколько задач, каждую из которых можно рассматривать как задачу поиска значения целого или части.

Навык вычислений формируется на основе действий присчета и отсчета (с числами в пределах 20) и через освоение состава чисел (в пределах первого десятка).

При организации обучения в форме развернутой учебной деятельности, логика предмета не может задаваться в виде готовых образцов, как это имеет место в традиционной системе обучения, а должна открываться самими школьниками. Одним из основных методических требований курса является организация действий учащихся, таких как подбор или изготовление объектов, равных или неравных по заданному параметру, измерение величин, выполнение разного рода построений. При этом операции с реальными или рисованными объектами должны быть как бы повторены на условном графическом или знаковом материале, в результате чего создается модель изучаемого объекта, фиксирующая его сущность.

Во многие упражнения заложена «ловушка» — задание, на первый взгляд обычное, но на самом деле либо не имеющее решения, либо допускающее разные решения, либо требующее уточнения. На полях учебника такие задания отмечены специальным знаком. Как показывает опыт, дети с удоволь-

ствием ищут «ловушки». Но кроме повышения учебной мотивации эта работа важна для формирования у детей контрольных действий и полноценного представления об условиях выполнения того или иного способа действия.

Предусматривается, что вычислительные умения складываются на основе понятий, однако процесс перевода умений на уровень навыка имеет свои особенности. Сначала школьник учится «понимать», а затем «запоминать». Такое различие фиксируется тем, что вычислительные разделы представлены отдельным блоком в конце учебника.

При подготовке к уроку учитель должен обязательно прочитать методические указания к разделам, а не ограничиться лишь просмотром страниц учебника. Текст методического пособия раскрывает содержание каждого раздела учебника и описывает способы постановки и решения учебной задачи. В общих чертах обучение организуется следующим образом. Сначала перед учащимися ставится предметная задача, поиск решения которой убеждает детей в том, что прежний способ действия в похожих ситуациях теперь оказывается или невозможным, или слишком трудоемким. В результате выполнения определенного предметного преобразования обнаруживается отношение, лежащее в основе нового класса задач и определяющее новый и при этом общий для всего класса способ действия. В процессе фиксации произведенных предметных действий в условной (модельной) форме происходит абстрагирование отношения. Посредством преобразования модели изучаются свойства выделенного отношения, на основе которых учащиеся выводят систему частнопрактических задач, решаемых общим способом.

Самые первые шаги в постановке учебной задачи чрезвычайно трудно представить в учебнике. Ведь учебник содержит готовые образцы решений, а нужно, чтобы дети сами открывали способы действия. Как это сделать, и описывает методическое пособие. Нередко процесс взаимодействия учителя и учеников передается в пособии с помощью прямой речи.

Показывается, как можно организовать в классе дискуссию, как учитель должен сам «ошибаться» и отстаивать неправильный ход рассуждения, чтобы дети аргументированно опровергли его.

Учителю предоставлена свобода в построении урока и определении объема материала, который будет на уроке пройден.

Вместе с тем указано примерное число уроков, отводимое на каждую тему, при этом предусмотрен некоторый запас учебного времени на проведение контрольных работ и на непредвиденные обстоятельства.

Как указывалось выше, методика обучения предполагает преобразование учащимися разного рода рисунков, построение моделей, схем. Определенные пространственные ориентиры для выполнения таких действий должны быть заданы не в словесной, а в графической или знаковой форме. Эти условия обеспечивают тетради с печатной основой. К данному учебнику прилагаются три такие тетради. Одна из них содержит контрольные работы, две другие — рабочие задания.

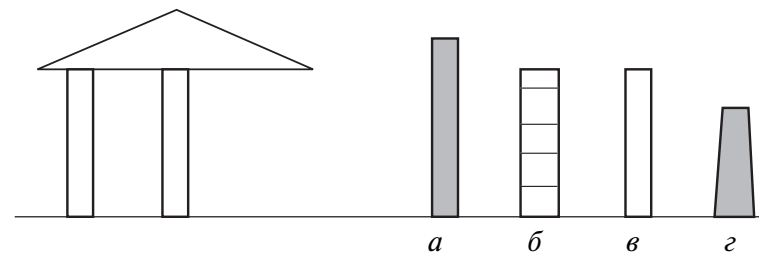
В тетради кроме этого представлены упражнения по выработке графических навыков. По мере их выполнения учащиеся оценивают, проставляя специальные значки, заданные образцы написания цифр (среди которых обязательно есть неправильные) и свои собственные записи, выделяют цифры, требующие дополнительной отработки.

1. ПРИЗНАКИ ПРЕДМЕТОВ (9 – 10 уроков)

1.1. Цвет. Форма

В этом разделе рассматриваются знакомые детям признаки предметов — цвет и форма (хотя слово *форма* они могут и не знать). Однако важным является не формальное умение детей различать (выделять) предметы по цвету и форме (это они в основном и так умеют), а использование ими признаков для поиска (выбора) подходящего для каких-то целей предмета. Таким образом, центральным моментом данного раздела (и следующих) является построение (формирование) поискового действия детей, для которого применение признаков — лишь средство. Поэтому большое внимание здесь уделено правильной постановке **детьми** вопросов сначала учителю, а затем себе, связанных с рациональной стратегией поиска.

1. *Вводное задание.* На доске бумажный макет недостроенного здания (не хватает одной колонны) и набор колонн, различающихся по цвету и форме. Надо подобрать недостающую колонну:



Скорее всего, дети сразу сделают правильный выбор. Однако нужно обсудить и неправильные варианты. Поэтому учитель предлагает использовать другие колонны:

У.¹ Один мой знакомый ученик считает, что сюда подойдет колонна *б* — она самая красивая!

¹Здесь и далее при воспроизведении диалога приняты следующие обозначения: У. — учитель, Д. — дети.

Д. Нет, она не такой формы.

У. Ну, тогда подойдет колонна *а*.

Д. Нет, она другого цвета.

У. Значит, одна колонна не подходит **по форме**, а другая — **по цвету**. А что вы скажете о колонне *г*?

Д. Она не подходит ни **по форме**, ни **по цвету**. Только колонна (*в*) подходит и **по форме**, и **по цвету**.

Учитель интонацией подчеркивает выделенные в тексте слова, чтобы дети привыкали к ним.

2. В классной комнате нужно найти предметы, одинаковые по цвету или форме.

3. Учебник, с. 3. Упр. 1 — 3.

4. Игра «Угадай фигуру» (введение вопросо-ответной формы). Один участник (сначала это учитель) загадывает одну фигуру из набора, а остальные за наименьшее число вопросов должны отгадать загаданную фигуру.

1) На фланелеграфе набор фигур одного цвета и различной формы:



Учитель загадывает одну из них. Дети должны узнать, какую фигуру из набора он задумал. Для этого они могут задавать любые вопросы.

Скорее всего, дети будут просто гадать, перечисляя все фигуры, причем в утвердительной форме: *Круг. Квадрат.* И т. д.

Учитель подчеркивает, что дети должны спрашивать его, и исправляет ответы детей, придавая им вопросительную форму (*Это круг? Это квадрат?* И т. д.). На все вопросы, кроме последнего (пятого), он отвечает отрицательно, отмечая число задаваемых вопросов (ставя на доске черточки). Обращает внимание, что приходится задавать много вопросов (пять), чтобы узнать загаданную фигуру.

У. А можете ли вы задать только один «умный (хороший)» вопрос, чтобы сразу узнать загаданную фигуру?

Дети предпринимают различные попытки:

Д. Круг?

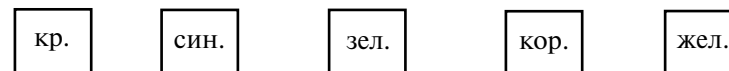
У. Нет. За один вопрос не удалось узнать, надо задавать еще вопросы.

Д. Какая это фигура?

У. Бумажная.

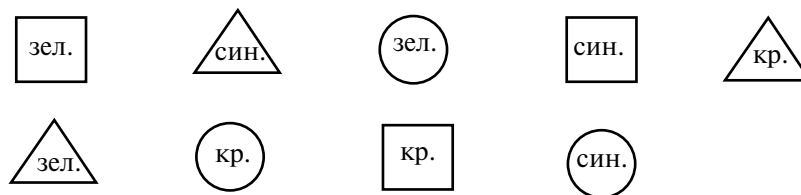
Учитель обращает внимание детей на то, что последний вопрос бессмысленный, так как все фигуры бумажные. Другим бессмысленным вопросом будет вопрос: *Какого цвета эта фигура?* (Все фигуры красные.) Вопрос надо задавать о том, что различает фигуры. В данной ситуации «умным» вопросом будет: *Какой формы эта фигура?*

2) В новом наборе все фигуры одинаковой формы, но разного цвета:



Предлагается узнать загаданную фигуру за один вопрос. В данной ситуации вопрос о форме фигуры будет бессмысленным, а «хорошим» вопросом будет: *Какого цвета эта фигура?*

3) Предъявляется набор фигур, различающихся и по форме, и по цвету:



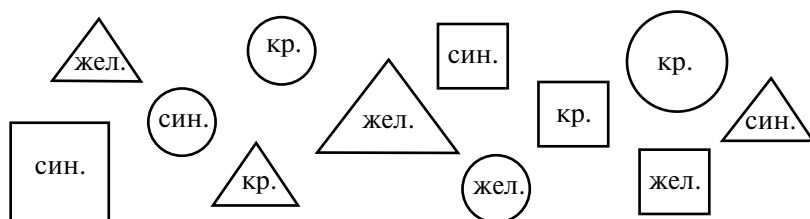
Как и раньше, детям нужно отгадать загаданную учителем фигуру за наименьшее число вопросов. Выясняется, что это можно сделать, задав два вопроса (в любой последовательности): *Какого цвета фигура? Какой формы фигура?* Каждый из них существенно сужает зону поиска (это можно показать, снимая лишние фигуры после ответа на каждый из вопросов).

4) Задания, аналогичные предыдущему, только и загадывать фигуру, и отвечать на вопросы предоставляется детям.

1.2. Цвет. Форма. Размер

В этом разделе рассматривается новый признак, позволяющий различать предметы, — размер. Пока представления о размере ограничиваются сравнением только двух предметов одинаковой формы (дихотомия «большой — маленький»).

1. *Вводное задание.* Игра «Угадай фигуру». На фланелеграфе набор фигур, различающихся не только по форме и цвету, но и по размерам («большие» и «маленькие»):



Как и раньше, требуется угадать загаданную учителем фигуру за наименьшее число вопросов. Так как дети уже умеют задавать «умные» вопросы, они спросят о форме и цвете загаданной фигуры. Однако теперь после ответов учителя останется не одна, а две фигуры одинаковой формы и цвета (учитель специально задумывает один из двух красных кругов, или один из двух желтых треугольников, или один из двух синих квадратов). Таким образом, двух вопросов не хватает для того, чтобы угадать фигуру. Учитель фиксирует на этом внимание детей:

У. А теперь вы знаете, какая фигура была задумана?

Д. Нет.

У. Но ведь я говорю, какие у нее форма и цвет. Это красный круг.

Д. Но здесь два красных круга, и мы не знаем, какой из них вы загадали.

У. Да, эти фигуры не различаются ни по форме, ни по цвету, поэтому нужно задать еще один вопрос. А о чем нужно еще спросить? Чем отличаются эти фигуры?

Д. Большая она или маленькая?

У. Правильно, эти фигуры различаются **по размеру** — одна большая, а другая маленькая. Она большая. Теперь вы знаете, какая это фигура?

Д. Да, это большой красный круг (показывают).

У. Правильно. А какие вопросы помогли вам угадать фигуру?

Д. Какой она формы? Какого она цвета? Какого она размера?

- 2.** У детей на партах наборы фигур. У учителя свой набор фигур, не совпадающий с детскими.

Учитель показывает свою фигуру и просит детей показать **такую же** из их набора. Если дети говорят, что у них нет такой же, то учитель уточняет: *Такую же по форме* (или *по цвету*). Если дети сразу показывают какие-то фигуры, то учитель просит детей сравнить *их образцы со своим*, отмечая различия и тем самым вынуждая детей уточнять, по каким признакам их фигуры такие же, как у него.

- 3.** Учебник, с. 4. Упр. 4 – 6.

В упр. 6 при изменении фигур надо учитывать не только тот признак, по которому происходит изменение, но и признаки, по которым фигура не меняется.

4. Игра «Угадай фигуру». Предъявляется набор фигур, различающихся по форме, цвету и размеру. Как и раньше, дети должны отгадать за наименьшее число вопросов фигуру, загаданную учителем, но теперь ответы на «умные» вопросы учитель дает, показывая некоторую фигуру из отдельного набора и говоря: *Такая же, как эта.*

1.3. Сверху – снизу. Слева – справа. Между

В этом разделе рассматривается новый способ различения предметов — по их положению относительно других предметов (отношения «сверху — снизу», «слева — справа», «между»).

1. **Вводное задание.** Игра «Угадай фигуру». На фланелеграфе набор из семи одинаковых по размеру квадратов, расположенных вертикально. Четыре квадрата одного цвета (например, синего) чередуются с тремя другими квадратами, цвета которых различны и отличаются от него (например, красный, зеленый и желтый).

син. Дети должны отгадать загаданную учителем фигуру, задавая ему вопросы (число вопросов не ограничивается, но нельзя показывать на фигуру и спросить: *Вот эта?*).

зел. Сначала дети выясняют, какие вопросы в данной ситуации являются «умными». Вопросы о форме и размере загаданной фигуры здесь бесполезны. Поскольку единственным признаком, по которому различаются фигуры, является цвет, то напрашивается вопрос: *Какого цвета этот квадрат?*

кр. Учитель отвечает, что загаданный им квадрат синего цвета. Но таких квадратов четыре. Как узнать, какой из них загадан? Все известные детям признаки не могут помочь, нужно воспользоваться чем-то другим, чтобы отличить загаданный квадрат от других. В ходе обсуждения этой проблемы с детьми выясняется, что синие квадраты отличаются друг от друга только своим положением по вертикали, поэтому и вопросы надо задавать об их положении. Учитель помогает детям формулировать такие вопросы. Например: *Где находится этот квадрат, сверху или снизу от красного квадрата?*

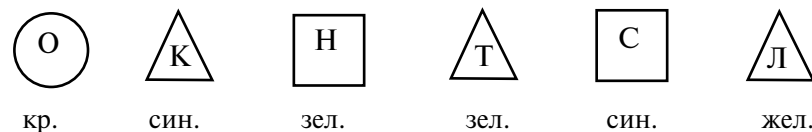
После того как дети отгадают загаданный квадрат, учитель предлагает им рассказать о положении других синих квадратов, используя речевые обороты: **сверху от, снизу от, выше, ниже, над, под, между.**

2. Задание аналогично предыдущему, только фигуры (круги) расположены горизонтально:



В ходе выполнения этого задания вводятся речевые обороты: **справа от, слева от, правее, левее, между.**

3. Составление слов из цветных карточек с буквами:



Учитель предлагает детям выкладывать карточки с буквами по его указаниям. Если дети правильно выложат карточки, то можно будет прочитать слово (слева направо по горизонтали и сверху вниз по вертикали). Например:

Положи круг.

Слева от круга положи синий треугольник.

Справа от круга положи зеленый треугольник. (К О Т)

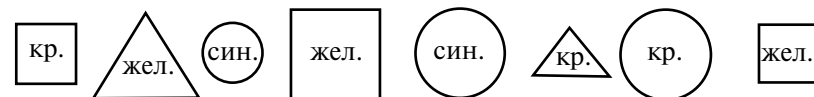
Сверху от круга положи зеленый квадрат.

Снизу от круга положи синий квадрат. (Н О С)

4. Учебник, с. 5. Упр. 1 – 2.

5. (Факультативно.) На фланелеграфе набор фигур, различающихся по форме, цвету и размеру.

1) Фигуры расположены горизонтально:



Дети должны описать фигуры по их расположению. Например:

У. Какие фигуры находятся справа от большого синего круга?

Д. Маленький красный треугольник, большой красный круг, маленький желтый квадрат.

У. Какие фигуры находятся между большим желтым треугольником и большим синим кругом?

Д. Маленький синий круг, большой желтый квадрат.

У. Какие фигуры находятся левее маленького синего круга?

Д. Маленький красный квадрат, большой желтый треугольник.

И т. п.

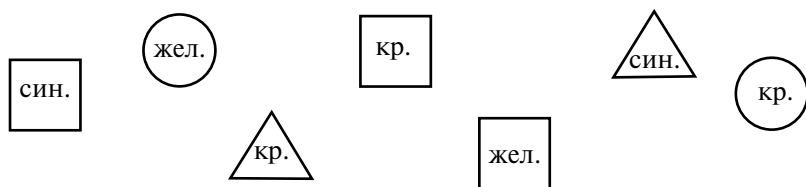
2) Аналогичное задание, только фигуры расположены вертикально.

Параллельно изучению данного и следующего разделов программы проводится подготовка к обучению написанию цифр. Материал для нее находится в тетради с печатной основой.

1.4. Не красный. Не круг

В этом разделе дети знакомятся с отрицательной формой описания предметов.

1. *Вводное задание.* Игра «Угадай фигуру». На фланелеграфе и на партах набор фигур, различающихся по форме и цвету:



Как и раньше, требуется угадать загаданную учителем фигуру за наименьшее число вопросов. Так как фигуры отличаются только цветом и формой (и не расположены в ряд), то «хорошими» будут вопросы о форме и цвете фигур. Однако теперь учитель дает ответы в отрицательной форме. Например:

Д. Какой формы эта фигура?

У. Она не квадрат.

Д. Какого цвета эта фигура?

У. Она не красного цвета.

После каждого ответа учителя дети убирают лишние фигуры. Так, после первого ответа убираются квадраты, а после второго — фигуры красного цвета. В результате остаются только желтый круг и синий треугольник. Теперь можно задать любой вопрос о цвете или форме, и любой ответ (в отрицательной или положительной форме) позволит отгадать искомую фигуру.

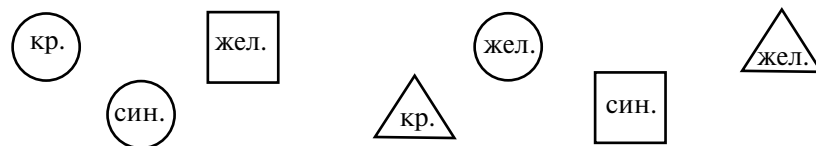
2.* (Более трудный вариант игры «Угадай фигуру».) Задания аналогичны предыдущему, только загадывают фигуру и отвечают на вопросы в отрицательной форме сами дети. Используются небольшие наборы фигур, отличающихся только цветом и формой.

3. Учебник, с. 6. Упр. 1 — 3.

В упр. 2 во всех случаях фигуры распределены на группы по форме. Только в первом случае распределение на группы отвечает на вопрос о форме фигур в положительной форме (квадраты, круги, треугольники), а в других — в отрицательной (квадраты и не квадраты во втором случае, треугольники и не треугольники в третьем случае).

В упр. 3 надо нарисовать в тетради две фигуры, которые отличаются от заданной по одному признаку и не отличаются по другому.

4. У детей на партах набор фигур, различающихся по форме и цвету:



Учитель предлагает описание фигуры, а дети должны выбрать из своего набора подходящую фигуру:

Покажите красную фигуру, но не треугольник. (Красный круг.)

Покажите квадрат, но не желтый. (Синий квадрат.)

Покажите желтую фигуру, но не круг. (Желтый квадрат, желтый треугольник.)

И т. п.

1.5. Размер. Больше? Меньше?

В этом разделе уточняются представления о размере. Выявляется относительный характер этого признака. В отличие от цвета и формы размер отдельного предмета нельзя

определить, т. е. нельзя сказать, маленький он или большой. Чтобы это сделать, надо сравнить этот предмет с другим: если предмет маленький, то только по сравнению с другим — большим. Таким образом, различить (сравнить) предметы по размеру — это значит определить, какой из них **больше**, а какой **меньше** (установить между ними отношение «больше — меньше»).

Кроме того, в этом разделе рассматривается упорядочивание предметов по размеру, т. е. расположение их в ряд по возрастанию или убыванию.

1. *Вводное задание.* На фланелеграфе горизонтально расположены фигуры, различающиеся по форме, цвету и размеру:



Дети должны описать фигуры по их расположению.

У. Какие фигуры находятся правее синего треугольника?

Д. Большой красный квадрат, большой зеленый круг, маленький желтый треугольник.

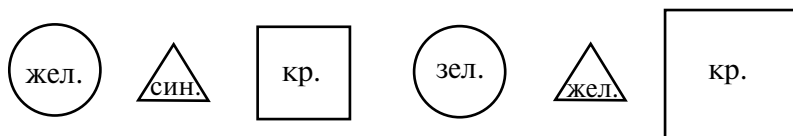
У. Какие фигуры находятся слева от синего треугольника?

Д. Маленький красный квадрат, большой желтый круг.

У. Какие фигуры находятся между синим треугольником и зеленым кругом?

Д. Большой красный квадрат.

Учитель убирает левый квадрат и добавляет справа красный квадрат большего размера, чем оставшийся квадрат:



После этого он повторяет последний вопрос: *Какие фигуры находятся между синим треугольником и зеленым кругом?*

Некоторые дети сразу замечают противоречивость ситуации и затрудняются с ответом, другие дают правильный в новой ситуации ответ: *Маленький красный квадрат.* Учитель драматизирует ситуацию:

У. Как же так? Сначала вы об этой фигуре сказали, что это большой красный квадрат, а теперь говорите, что это маленький красный квадрат. Так какой же на самом деле это квадрат, большой или маленький?

В ходе обсуждения детьми этой проблемы выявляется, что в обоих случаях фигура описана правильно, поскольку данный квадрат большой по сравнению с убранным (первый случай) и маленький по сравнению с добавленным (второй случай). Точнее сказать, что данный квадрат **больше** убранного и **меньше** добавленного.

2. На фланелеграфе одна фигура (например, желтый круг).

У. Какого цвета эта фигура?

Д. Желтого.

У. Какой она формы?

Д. Круг.

У. А какого она размера?

Оказывается, что нельзя ответить на этот вопрос. Учитель добавляет еще одну фигуру (например, зеленый круг большего размера).

У. А теперь вы можете ответить?

Д. Да, она маленькая.

Учитель добавляет еще одну фигуру (например, синий круг, который меньше желтого).

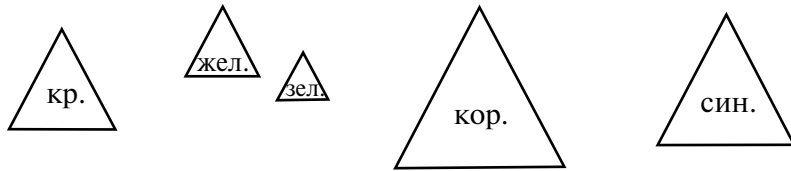
У. А теперь что вы скажете о ее размере: она маленькая или большая?

По мере поступления детских ответов учитель добавляет, если нужно, еще фигуры (круги), вынуждая детей изменять (уточнять) свои ответы, например: *Желтый круг меньше зеленого и больше синего.* В итоге делается следующий вывод: *Про одну фигуру нельзя сказать, большая она или маленькая.*

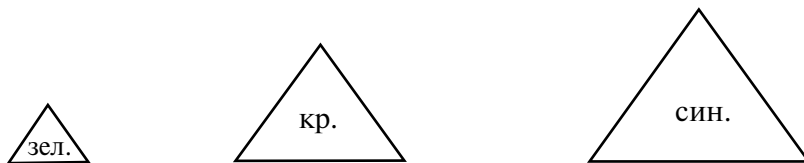
Определить размер фигуры можно, только сравнив ее с другой: одна фигура больше или меньше другой, а не одна большая, а другая маленькая.

3. Учебник, с. 7. Упр. 1.

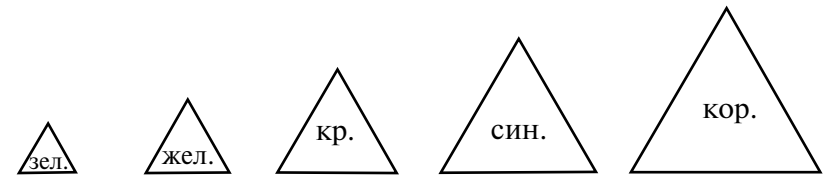
4. У детей наборы из пяти треугольников, отличающихся друг от друга цветом и размером:



Один ребенок работает у доски, а остальные — за партами. Учитель предлагает детям взять зеленый треугольник и положить его перед собой. Затем взять синий треугольник и сравнить его с зеленым. Выясняется, что синий треугольник больше зеленого. Учитель предлагает положить синий треугольник справа от зеленого. После этого выбирается красный треугольник и сравнивается с зеленым и синим. Он больше зеленого треугольника и меньше синего. Учитель спрашивает у детей, куда его лучше положить. Лучше всего его положить между зеленым и синим треугольниками, тогда сразу видно, что он больше одного и меньше другого:



Далее с детьми обсуждается, как расположены треугольники. Устанавливается, что треугольники расположены по порядку от меньшего к большему: чем больше, тем правее. После этого учитель предлагает поместить в этот ряд оставшиеся треугольники. Дети делают это, обосновывая свои действия. Учитель может участвовать в этой работе, предлагая неправильные варианты размещения треугольников и вынуждая детей отвергать их:



В заключение учитель предлагает детям по-другому расположить треугольники — наоборот, от большего к меньшему.

5. Учебник, с. 7. Упр. 2, 3.

2.1. Прямые и кривые линии. Точки. Отрезки

В этом разделе дети знакомятся с новыми геометрическими фигурами (линия, прямая линия, точка, отрезок) и их взаимным расположением (точка лежит или не лежит на линии, линия проходит или не проходит через точку, линия соединяет точки, точки являются концами линии, пересекающиеся или непересекающиеся линии, точка пересечения линий).

1. У детей два листа плотной бумаги. Предлагается сложить один из них по образцу, показанному учителем (так, чтобы линия сгиба проходила наискось листа, но не по диагонали). Обнаруживается, что сгиб имеет форму **прямой** линии. Такую же форму имеют и края листа.

Учитель предлагает начертить прямую линию на другом листе бумаги. Дети пытаются это сделать от руки. При сравнении со сгибом первого листа обнаруживается, что получилась неровная линия. А как ровно начертить прямую линию? Дети предлагают свои соображения, которые проверяются. Выясняется, что для вычерчивания прямой линии можно использовать сгиб первого листа или любой другой предмет с ровными краями. Кроме того, есть специальный инструмент для проведения прямых линий — линейка.

Учитель предлагает детям обвести свою ладонь. Линия, которая получилась, уже не будет прямой, это кривая линия.

Примечание. В отличие от понятия прямой линии представление о кривой линии не имеет самостоятельной ценности. Оно нужно лишь для различения прямых и не прямых линий, т. е. является фоном для понятия прямой. Поэтому не надо жестко (на уровне терминов) отрабатывать противопоставление прямой и кривой линий. В математике *кривая линия* чаще всего рассматривается как сино-

ним *линии вообще*: прямая линия — это особый (предельный) случай кривой линии, линия с нулевой кривизной.

2. Работа ведется в тетрадях и у доски. Нужно провести кривую линию, а затем начертить прямую (с помощью линейки) так, чтобы она **пересекала** кривую. После этого предлагается отметить места, в которых обе линии **пересекаются**. Это очень маленькие места — **точки**. Для того чтобы отметить точки, надо чуть-чуть надавить на мел или карандаш (чтобы остался крошечный след).
3. Учебник, с. 8. Упр. 1 — 3.
4. Детям предлагается начертить на листе бумаги прямую (с помощью линейки). Учитель просит их поставить две точки на прямой и обвести (другим цветом) часть прямой, соединяющую эти точки. Учитель сообщает, что выделенный кусок прямой называется **отрезком**, его можно представить как бы вырезанным из прямой. Поэтому иногда концы отрезка (точки) отмечают штрихами, как бы линиями разреза (учитель показывает):



Детям предлагается отметить еще две точки в другом «конце» прямой и выделить отрезок, соединяющий их.

Учитель просит детей отметить две точки вне прямой и соединить их отрезком. После этого можно продолжить отрезок по линейке за его концы. Далее высказываются и обсуждаются детские мнения о том, какая линия получилась, как далеко можно продолжать эту линию, есть ли у нее концы. Скорее всего, дети будут связывать возможность продолжения линии с естественными границами: с краем листа или доски, затем с краем стола или границей стены (если предположить, что разрешается чертить на столе или на стене), затем с границами классной комнаты или школьного здания (если вообразить продолжение по воздуху и возможность проникать сквозь предметы) и т. д. В ходе этой работы фиксируется различие между прямой линией и отрезком: прямая не имеет концов,

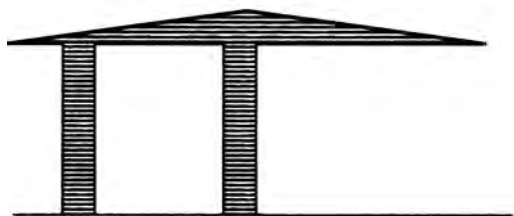
так как ее всегда можно продолжить за любые точки, а отрезок — это часть прямой, которая ограничена своими концами.

5. Учебник, с. 9. Упр. 4 — 6. При выполнении упр. 5 подчеркивается, что отрезком называют часть не любой линии, а только прямой.

2.2. Длина

В этом разделе делается первое уточнение представлений о размере. Прикладывая предметы друг к другу определенным образом, дети открывают такую их характеристику, как длина. При этом в предмете выделяются разные длины (по горизонтали, вертикали и другим направлениям), которые обычно имеют разные названия — толщина, ширина, высота, глубина и т. п.

1. На доске снова плоский макет фасада здания (см. п. 1. 1):



Опять нужно подобрать подходящую колонну. Среди запасных есть одна подходящая, а остальные не подходят по цвету или форме, по высоте (короче или длиннее, чем нужно) или ширине (толще или уже, чем требуется). Учитель «выбирает» одну колонну за другой, предполагая каждый раз, что это подходящая. Дети отвергают эти предложения.

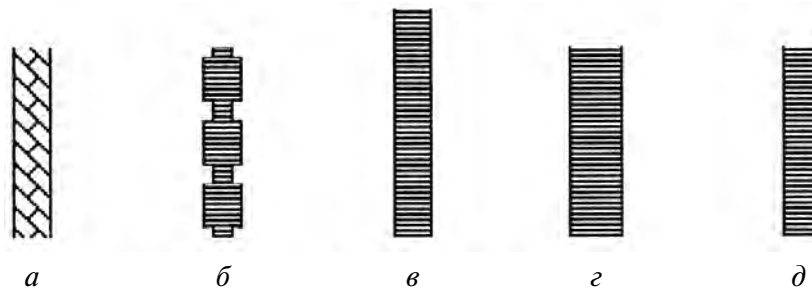
У. Мне кажется, что подойдет колонна *а*. (См рис. на след. с.)

Д. Нет, она другого цвета.

У. А может быть, подойдет *б*?

Д. Нет, она другой формы.

Остаются только колонны нужного цвета и нужной формы, отличающиеся только размерами, — *в*, *г*, *д*:



Учитель предлагает колонну *в*, так как она такая же по форме и цвету. Дети отвергают этот вариант, поскольку колонна не подходит по размеру. *Она больше, если ее поставить, то крыша перекосится*. Тогда учитель советуем взять колонну *г*, утверждая, что она такого же размера, как и колонны на макете. Когда дети возражают и говорят, что эта колонна больше, учитель вставляет эту колонну в макет, показывая, что крыша теперь лежит ровно. *Значит, все колонны имеют один и тот же размер*. В ходе обсуждения с детьми этой ситуации выясняется, что размеры бывают разные: **высота, ширина**. Это сопровождается показом высоты и ширины на колоннах (дети проводят пальцем по соответствующей стороне прямоугольника). Колонна *в* больше по высоте и такая же по ширине, а колонна *г*, наоборот, больше по ширине и такая же по высоте (прямоугольники соответствующим образом прикладываются друг к другу), как колонны на макете.

Последняя колонна *д* подходит, поскольку она такая же и по высоте, и по ширине (это обосновывается соответствующим приложением прямоугольников друг к другу).

Учитель сообщает, что высоту, ширину, а также толщину, глубину можно назвать одним словом — **длина**.

В заключение рассматривается упр. 1 на с. 10 учебника.

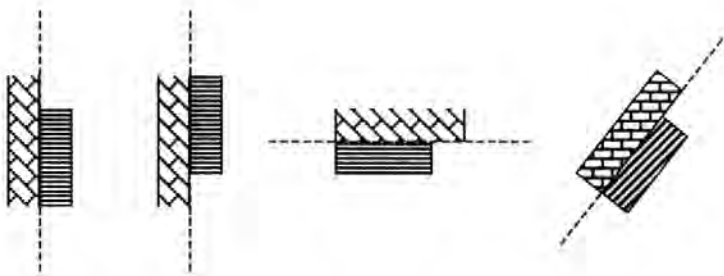
2. У детей на партах лежат полоски разной длины и ширины, каждая своего цвета. Нужно сравнить эти полоски по длине.

Сначала выясняется, что́ будем считать длиной полоски. Дети проводят пальцем по большей стороне прямоугольников.

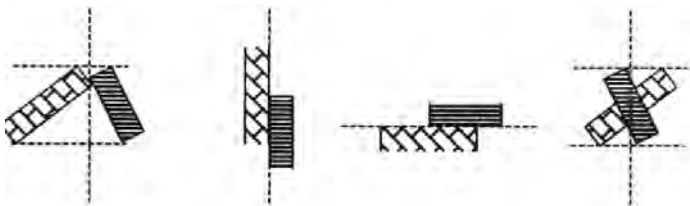
Учитель показывает две полоски в широко разведенных руках. Полоски нужно сравнить по длине. *Как это сделать?* Дети советуют как-то сблизить полоски. Учитель в ответ выполняет разные способы прикладывания полосок (см. рис.) из своего набора (такого же, как у детей). Дети выбирают правильные и отвергают неправильные. Затем детям предлагается выбрать из их набора такие же по цвету полоски, как у учителя, и показать правильный способ их сравнения по длине.

В ходе этой работы помимо выявления предметного способа сравнения длин дети осваивают такие обороты речи, как: **зеленая полоска больше красной по длине, длина зеленой полоски больше длины красной полоски** и т. п.

Правильные способы

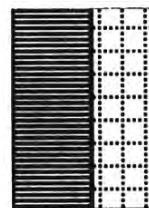


Неправильные способы

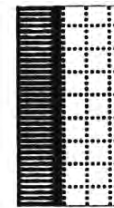


В заключение рассматривается упр. 2 на с. 10 учебника.

3. На доске прикреплены две бумажные полоски одинаковой длины (см. рис. *а* ниже). Учитель предлагает сравнить эти полоски по длине, или, иначе, длины этих полосок. Дети отвечают, что полоски равны (или одинаковы) по длине, или у полосок одинаковая длина. Учитель снимает одну полоску и отрезает часть ее ширины. *Теперь она такой же длины, как первая (на доске) полоска?* Ответы детей проверяются прикладыванием. Учитель еще дважды сужает полоску, а дети высказывают (и проверяют) мнение об отношении длин. Подчеркивается, что длина полоски, которую разрезали, осталась той же самой. Учитель предлагает нарисовать общую длину для двух полосок. *Как можно это сделать?* В ходе различных предложений и попыток детей выясняется, что можно провести подходящий отрезок между полосками (на рис. *б* он изображен жирной линией):

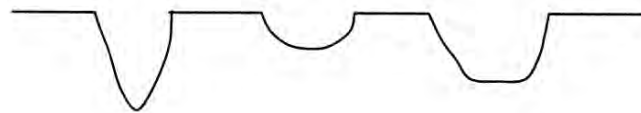


а

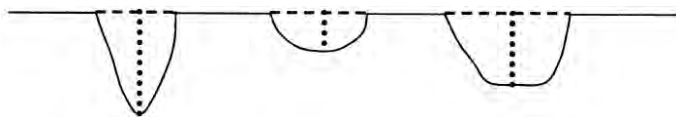


б

4. Учитель рассказывает, что выкопали три ямы, и рисует на доске схематическое изображение ям в разрезе. Нужно сравнить размеры этих ям:



Сначала выясняется, что исходя из рисунка для ям можно выделить два разных размера: **глубину** (длину по вертикали вниз) и **ширину** (длину поперек ямы). Дети выходят к доске и изображают их соответствующими отрезками (глубину — одним цветом, а ширину — другим):



После этого производится сравнение ям по глубине и ширине. По рисунку легче сравнивать глубину ям, чем их ширину (отрезки, изображающие глубину, расположены удобно для сравнения, а отрезки, изображающие ширину, — неудобно, они сравниваются на глаз).

5. Учебник, с. 10. Упр. 3. В этом задании «ловушка»: отрезки в одной паре расположены так, что трудно определить, какой из них длиннее.
6. Учебник, с. 11. Упр. 4.
7. Предлагается сравнить размеры учеников. Выясняется, какие это могут быть размеры. Среди прочих предложенных самими детьми выбирается **рост** (то же самое, что и высота, — длина по вертикали вверх). Несколько детей выходят к доске и сравниваются по росту.

В заключение рассматривается упр. 5 на с. 11 учебника. Перед сравнением учащиеся чертят отрезки, изображающие рост детей, чтобы, как они говорят, «сразу было видно, что сравниваем их по высоте, а не по толщине». Сравнить последнюю девочку (Таню) с остальными нельзя (и ее рост не изображается).

8. Учебник, с. 11. Упр. 6.

2.3. Замкнутые и незамкнутые линии

1. На доске отмечены четыре точки разного цвета, так что никакие три не лежат на одной прямой. Дети по этому образцу также отмечают точки в своих тетрадах. После этого они начинают соединять эти точки отрезками в последовательности, которую указывает им учитель (на-

пример, красную с синей, синюю с зеленой и т. д.). Образуется линия, которая состоит из отрезков, но не является прямой. Она получится из прямой, если прямую как бы сломать в нескольких местах. Такая линия называется **ломаной линией** (или просто **ломаной**).

2. Учебник, с. 12. Упр. 1, 2. Необходимо помнить, что линии, включающие в себя не только отрезки, но и звенья кривой не могут быть указаны как ломаные.
3. На доске четыре точки разного цвета. Работа протекает так же, как и в п. 1: дети переносят точки в свои тетради и чертят ломаную линию, соединяя эти точки в некоторой последовательности. После того как ломаная линия начерчена, учитель предлагает начертить еще один отрезок, соединяющий ее концы. Получилась новая ломаная линия, у которой уже нет ни начала, ни конца (или любая из отмеченных точек одновременно является и началом, и концом). Начало и конец линии соединились. Такая линия называется **замкнутой**, последний отрезок как бы замкнул старую линию.
4. Работа ведется у доски и в тетрадах. Нужно соединить две точки двумя кривыми (не ломаными) линиями. Обнаруживается, что из этих линий образуется замкнутая не ломаная линия.

Примечание. После того как выделен еще один класс ломаных линий, под кривыми линиями понимаются не прямые и не ломаные линии.

5. Учебник, с. 13. Упр. 3, 4. В упр. 4 одни и те же линии можно разбить на разные группы.

2.4. Границы фигур

1. Учебник, с. 14. Упр. 1 — 3. Уточняется, что замкнутая линия служит **границей** фигуры, она отделяет (ограничивает)

все точки фигуры (одной части) от точек оставшейся части листа, незамкнутая линия ничего не ограничивает, никакие точки не разделяет.

Примечание. Все это верно только применительно к простому случаю линий без самопересечений. И здесь этот вопрос не затрагивается.

2. Дети изготавливают различные фигуры из мягкой проволоки и с их помощью чертят замкнутые линии, которые они ограничивают.
3. Учитель предлагает детям провести замкнутую линию так, чтобы она не проходила через заданную точку. После этого рассматриваются получившиеся варианты взаимного расположения точки и линии. У одних детей точка оказалась **внутри** линии, у других — **снаружи**.
4. Учебник, с. 15. Упр. 4. Дети должны сказать, что получились замкнутые линии, последние две — ломанные.
5. Учебник, с. 15. Упр. 5. Здесь есть незамкнутые линии, которые не ограничивают никаких фигур.
6. У детей набор вырезанных из плотной бумаги фигур:



Дети называют фигуры, прикладывают их к бумаге и обводят границы. После этого они говорят о том, какие линии у них получились. Дети могут сказать, что в первом случае получился квадрат. Учитель уточняет, что нужно назвать не фигуру, которую обводили, а линию, которая получилась: *Это ломаная замкнутая линия, состоящая из четырех отрезков.* Во втором случае ломаная состоит из трех отрезков. *А как назвать третью линию?* Учитель сообщает, что эта

линия называется **окружностью**. Последнюю фигуру можно назвать **кольцом**. Ее граница состоит из двух окружностей.

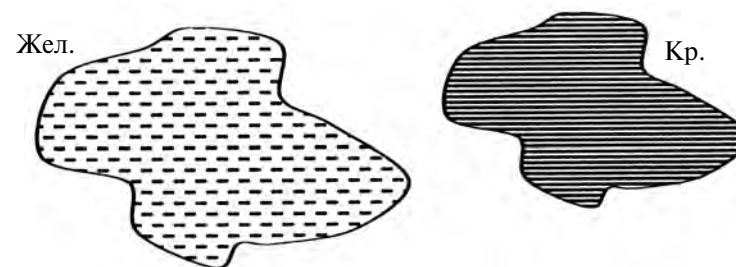
Примечание. Вообще различение круга и окружности — отдельная задача, которая будет решаться позже. Здесь речь идет лишь об иллюстрации к представлениям о границе фигуры. Поэтому необязательно требовать от детей, чтобы они запомнили термин *окружность*. Это же касается и термина *кольцо*.

7. Учебник, с. 15. Упр. 6.

2.5. Площадь

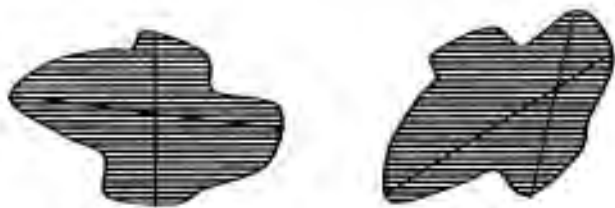
В этом разделе продолжается уточнение представлений о размере вещей. При наложении их поверхностей друг на друга выявляется новый признак сравнения — площадь. Более сложный случай сравнения площадей — с разбиением на части и перегруппировкой частей — будет рассмотрен позже.

1. **Вводное задание.** У учителя две фигуры одинаковой, но достаточно неправильной формы, чтобы было трудно выделить какой-нибудь особый линейный размер, т. е. чтобы было неясно, где у них длина, высота или ширина. Они разного цвета (например, желтая и красная), окрашены с двух сторон и достаточно большие, чтобы действия с ними были хорошо видны в классе:



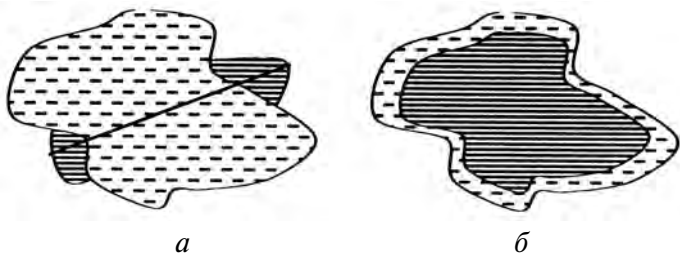
Учитель предлагает сравнить фигуры по разным признакам. С их формой и цветом проблем нет, они одинаковые по форме

и разные по цвету. Однако с размером все не так просто. Если дети скажут, что желтая фигура больше красной, то учитель соглашается с ними, но просит уточнить, о каком размере они говорят. Другие дети сразу начнут говорить о линейных размерах, например о высоте и ширине или о длине и ширине (или еще о чем-то подобном). После этого учитель проблематизирует ситуацию. Во-первых, поворачивая фигуры, он показывает, что трудно определить, где у этих фигур высота, или длина, или ширина:



Во-вторых, определенным образом прикладывая фигуры друг к другу, он показывает, что длина красной фигуры больше, чем желтой (см. рис. а ниже). Таким образом, вроде бы ясно, что желтая фигура больше красной, а приложение их друг к другу показывает, что красная фигура «длиннее» желтой.

Дети протестуют против такого способа прикладывания. Учитель предлагает им самим показать, как нужно прикладывать фигуры, чтобы увидеть, какая из них больше. Выясняется, что можно так наложить одну фигуру на другую, что красная фигура целиком уместится в желтой (см. рис. б), поэтому желтая больше:



Учитель соглашается, что этот способ правильный, поскольку фигуры сравниваются не по какой-то отдельной длине (проводит пальцем воображаемую линию), а **по площади**, целиком (ладонью проглаживается вся фигура).

Предлагается сравнить по площади, длине и ширине две полоски (прямоугольной формы). В каждом случае обращается внимание на способ сравнения (прикладывание или наложение полосок).



2. На партах у детей набор треугольников разного цвета. Они должны выбирать из него треугольники, удовлетворяющие определенным условиям. Например, выкладывается синий треугольник и предлагается найти треугольник такой же высоты, но меньший по площади, потом больший по площади. Выбрав фигуру, дети демонстрируют в качестве доказательства наложение ее на синий треугольник.
3. Предлагается подобрать или сделать подставку для стакана такой же площади, как донышко стакана. Затем сравниваются эта подставка и донышки чашки, кружки.
4. От одного из двух одинаковых прямоугольников отрезается маленький уголок. Выясняется, что у него остались такими же длина и ширина, а площадь стала меньше.
5. Учебник, с. 16. Упр. 1 – 3. Хотя сравнение площадей здесь осуществляется на глаз, однако каждый раз дети должны обосновать свой ответ через описание способа сравнения площадей (*Если наложить...*).

2.6. Объем

Продолжается уточнение представлений о размере, выявляется новый параметр сравнения предметов — объем. Кроме этого учащиеся начинают фиксировать отношения величин с помощью полосок бумаги разной длины, т. е. замещать отношение объемов отношением длин. Эта форма работы позволяет сделать первый шаг к обобщению понятия величины.

1. *Различение плоских фигур и тел.* Предлагается игра. Учитель показывает две фигуры, дети должны определить, одинаковой они формы или нет. Причем отвечать нужно всем сразу каким-либо «негромким» способом. Выясняется, что для этого можно воспользоваться имеющимися на партах тремя полосками (все они одного цвета, длина у двух из них одинаковая, а третья короче). Например, если нужно ответить, что фигуры одинаковой формы, то следует поднять полоски равной длины, в противном случае поднимаются полоски разной длины.

Сначала, чтобы дети освоились с правилами игры, учитель показывает им только плоские фигуры. Через какое-то время он показывает треугольник и треугольную призму, причем так, что треугольная грань, которая равна треугольнику, обращена к детям, а остальные грани полностью или частично скрыты. Скорее всего, дети не почувствуют подвоха и покажут одинаковые полоски. Учитель кладет треугольник на место и берет вместо него прямоугольник, равный прямоугольной грани призмы. Теперь он показывает этот прямоугольник и призму, но так, что дети видят ее прямоугольную грань. Возможно, кто-то из детей не обратит внимания на манипуляции учителя и опять поднимет одинаковые полоски. Другие засомневаются и ничего не поднимут. Третьи могут показать полоски разной длины. Возникает неопределенность, причем в каждой реакции детей есть доля истины. Фигура какая-то «необычная», с одной стороны, она треугольник (треугольник прикладывается к соответствующей грани), с другой — прямоугольник (опять показ). Какая же на самом деле эта фигура, чем она отличается и от треугольника, и от прямоугольника? Выясняется, что треугольник и прямоугольник — **плоские** фигуры, а эта фигура — не плоская.

Учитель сообщает, что неплоские фигуры называются **телами**. Они также могут быть разной формы, некоторые формы имеют специальные названия. Тело, которое они сравнивали с треугольником и прямоугольником, называется **призмой**. Показываются другие тела: **конус** (он похож на треугольник и круг), **куб** (похож на квадрат), **шар** (похож на круг). Большинство предметов (на самом деле все) в жизни являются телами (имеют форму тел).

Примечание. Детям запоминать названия различных тел не обязательно, так как сейчас главным является формирование представлений о телах вообще, в связи с понятием объема, а не изучение отдельных видов тел.

2. *Вводное задание.* Объем тел. У учителя две коробки (в форме параллелепипедов), причем одну из них можно поместить в другую. Нужно сравнить их по размерам. Дети по очереди выходят к доске и сравнивают коробки по высоте, длине, ширине и площади. Причем при одном положении коробок первая из них будет выше, а при другом — ниже. То же будет происходить с другими линейными размерами. В случае площади стенок также не будет однозначного результата, все будет зависеть от того, как приложить коробки друг к другу. Учитель предлагает придумать такой способ совмещения коробок, чтобы сравнивались не отдельные размеры коробок, а сами коробки целиком. Оказывается, можно вложить одну коробку в другую. Маленькая коробка помещается целиком в большую, и там еще остается свободное место. Такой «общий» размер коробок называется **объемом**, он показывает, сколько места в коробке.
3. У учителя два сосуда цилиндрической формы, которые различаются только высотой. Нужно сравнить их по объему. Дети сразу видят, что объем высокого сосуда больше, и сообщают об этом с помощью полосок. Но как это проверить? Ведь низкий сосуд нельзя поместить в высокий (у них одинаковое основание). Надо придумать другой способ сравнения. Выясняется, что можно заполнить низкий сосуд водой (или крупой, или песком), а затем

перелить (пересыпать) содержимое низкого сосуда в высокий. В этом случае оно заполнит не весь высокий сосуд, там еще останется место.

4. Аналогичное задание, только сосуды имеют разную форму и на глаз трудно определить, объем которого из них больше. Это можно сделать только переливанием. Дети не могут сразу показать отношение на полосках и просят выполнить переливание. Учитель наливает воду в сосуд большего объема. При переливании в нем останется излишек свободного пространства (в предыдущем задании различие объемов было показано через его недостаток).
5. У учителя несколько коробочек, среди которых есть коробочки одинаковой и разной формы. Предлагается игра: учитель показывает две коробочки, а дети должны определить, равны они по объему или нет. Ответ дети показывают на полосках. Если дети не могут сразу дать правильный ответ, то кто-нибудь выходит к доске и молча производит сравнение (с помощью пересыпания крупы), а остальные, видя результат его действий, отвечают полосками.
6. Учебник, с. 17. Упр. 1, 2. В упр. 1 третья пара сосудов представляет собой «ловушку» — без специальных действий отношение объемов установить нельзя.

7. *Освоение написания цифр.* Учитель самостоятельно определяет объем соответствующей работы на уроке.

Особенность предлагаемой методики заключается в использовании дефектных образцов и в требовании оценки учащимися качества написанных ими знаков.

Так, при обучении написанию цифры 1 учитель записывает ее на доске. Учащиеся называют ее. Сообщается, что при письме цифр нужно стараться вести ручку безотрывно, проводить только одну линию в одном направлении.

Вместе с детьми определяется, что цифру 1 нужно начинать писать с «носика». Далее учитель показывает «маршрут движения» руки внутри клетки, поясняя его.

На странице тетради с печатной основой учащиеся обводят образцы цифры. Обращается внимание на то, что среди образцов есть неправильные — «ловушки». Их обводить не надо. На этот раз они отмечены точками. Важно самим не сделать таких неточностей в написании.

При написании других цифр дети должны отмечать точкой неправильные образцы. Затем при самостоятельном написании цифр время от времени предлагается «поймать точкой» свою неточность, а правильно написанные цифры отметить положительной оценкой — «знаком улыбки» ☺.

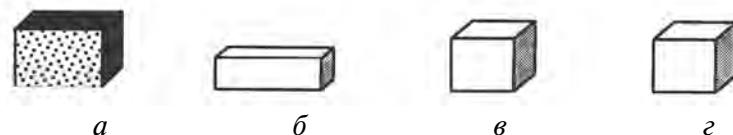
Можно предлагать оценивать сначала каждую цифру, потом выборочно: *Найдите и отметьте три самые правильные цифры, три самые неточные. Теперь попробуйте написать цифры без этих неточностей.*

Проверяя работу ученика, учитель одобряет ее именно за правильность самооценки, а не за качество написанных цифр. (Как знак одобрения может быть использована та же «улыбка», проставленная на поле рядом со строчкой.)

В этом случае дети охотно ищут свои ошибки, а значит, постепенно избавляются от них.

2.7. Масса

1. *Вводное задание.* У учителя две объемные фигуры разного цвета и одинаковой формы (параллелепипеды, см. рис. а и б). Требуется сравнить эти фигуры по разным признакам (цвет, форма, длина, площадь, объем):



Дети называют признак сравнения, кто-то из них выходит и производит соответствующее сравнение (если это сразу не видно, как, например, в случае цвета и формы), а остальные демонстрируют полученный результат на полосках.

Учитель показывает две другие фигуры, которые совпадают по всем известным детям признакам, но различаются

по массе (кубы на рис. 6 и 7). Он сообщает, что в другом классе при сравнении этих фигур дети показали *вот такие полоски* (показываются полоски разной длины). Детям предлагается угадать признак, по которому сравнили эти фигуры.

Дети по очереди рассматривают все знакомые им признаки (в случае необходимости учитель сам производит соответствующие сравнения, по-разному прикладывая фигуры друг к другу). Оказывается, что во всех случаях фигуры равны. Чтобы выяснить, по какому же все-таки признаку эти фигуры не равны, учитель предлагает лучше рассмотреть эти фигуры. Кто-нибудь из детей выходит для этого к столу. Взяв в руки фигуры, ребенок сразу обнаруживает, что одна фигура **тяжелее** другой, о чем сообщает классу. Учитель называет новый признак: *Одна (показ) фигура больше другой по массе* (показ).

2. Дети пробуют вручную сравнить различные предметы по массе. Если предметы сильно отличаются по массе, то это сделать легко, в этом случае результат сравнения сразу показывается на полосках. Однако выделяются случаи, когда вручную трудно определить, какая из фигур легче. Выясняется, что для сравнения по массе лучше использовать специальный прибор — двухчашечные весы. Дети сравнивают предметы на весах.

3. Учебник, с. 18. Упр. 1, 2.

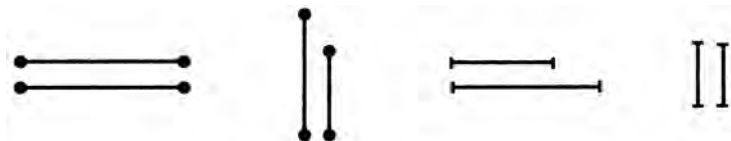
В последнем задании упр. 2 «ловушка»: рыбы не лежат на весах, и об их массах ничего сказать нельзя.

2.8. Графическое моделирование отношений равенства и неравенства

1. Предлагается сравнить два предмета. Дети сами называют признак, по которому можно их сравнить, после чего кто-нибудь производит соответствующее сравнение. Остальные показывают результат сравнения на полосках. Этот же результат фиксируется на доске с помощью отрезков (это проще, чем рисовать полоски).

Производится сравнение этих же предметов по другому признаку, и результат сравнения (который должен оказаться иным) снова фиксируется полосками и отрезками.

2. На доске пары равных и неравных отрезков. Их размеры и расположение различны:



Учитель указывает какую-либо пару отрезков, а дети показывают или называют пару предметов и признак сравнения, про которые могут говорить эти отрезки. Приведенные детьми примеры обсуждаются. Каждый раз выясняется, какие еще пары отрезков описывают данный случай сравнения.

Теперь нужно различить два вида признаков: с одной стороны, цвет и форма, с другой — масса, длина, площадь, объем. Для этого учитель показывает два объекта разного объема и просит не только найти соответствующие отрезки, но и указать, какой отрезок замещает каждый объем. Затем учитель предъявляет два объекта, различающиеся только по цвету (например, синий и красный), просит учащихся найти соответствующую пару отрезков и уточнить, какой отрезок обозначает красный объект, а какой — синий. Выясняется, что при сравнении объектов по цвету и форме можно говорить только о различии (неодинаковости), здесь неважно, как соотносятся друг с другом предметы и изображающие их отрезки. В других случаях (длина, площадь, объем, масса) можно более точно описать различие: один предмет больше другого (а другой меньше первого). В этих случаях больший предмет изображается более длинным отрезком, а меньший — более коротким. Учитель сообщает, что признак, по которому предмет может быть больше или меньше, называется **величиной**.

Примечание. С этого момента в подходящих случаях слово *величина* используется наравне со словом *признак*, постепенно вытесняя его.

3. Учебник, с. 19. Упр. 1 — 3.

2.9. Количество

1. У каждого ученика по четыре карточки с изображением флажка и по 4 — с изображением детей (картинки могут быть другими). Предлагается определить, хватит ли флажков, чтобы раздать их детям.

Выясняется, что каждому ребенку можно дать по одному флажку (ученики попарно соединяют карточки с изображением детей и флажков), тогда у каждого ребенка будет по флажку и лишних флажков не останется. **Количество** флажков равно **количеству** детей (флажков **столько же**, сколько детей). Флажков хватит. Результат сравнения группы детей с группой флажков (по количеству) фиксируется на отрезках (чертятся равные отрезки).

Учитель предлагает по-другому раздать флажки детям: каждому по два флажка (две карточки с флажками придвигаются к одной с изображением ребенка). Выясняется, что тогда флажков не хватит, их будет **меньше**, чем нужно. Этот результат тоже фиксируется на отрезках.

В ходе обсуждения выясняется, почему, сравнивая одни и те же группы предметов, один раз начертили равные отрезки, а другой — неравные. Устанавливается, что в первом случае сравнивали количество детей с количеством флажков (они оказались равными), а во втором — детей сравнивали с парами флажков (детей оказалось больше, чем пар флажков).

2. Демонстрируются (а лучше раздаются детям) предметы или их изображения в виде групп (наборов): кружек и ложек, велосипедных колес и рам, перчаток (для определения группы детей). Определяется, каким бывает комплект обычно в жизни. Так, кружке соответствует одна ложка, но одному ребенку нужно дать пару варежек, для велосипедной рамы одного вида требуются два колеса, а для другого вида — три. В каждом случае детям нужно определить, можно ли целиком использовать имеющиеся у них детали для образования соответствующих комплектов, а для этого надо сравнить две группы предметов по количеству. Результаты сравнения фиксируются на отрезках.

Примечания. 1) Сама по себе группа каких-то вещей никакого количества не имеет, оно появляется лишь в результате ее

взаимно-однозначного соотнесения с другой группой. Собственно, в самом способе соотнесения и выявляется, количества каких предметов сравниваются, например идет ли речь о количестве отдельных колес, или пар колес, или троек колес.

- 2) В данном курсе величина *количество* не отождествляется с числом (как это обычно делается). Однако не важно, если при сравнении количеств наряду с установлением взаимно-однозначного соответствия между совокупностями дети будут использовать числа и счет. В любом случае равенство или неравенство количеств должно быть обосновано с помощью **взаимно-однозначного соотнесения**.

3. Учебник, с. 20 — 21. Упр. 1 — 5.

В упр. 1 после сравнения количеств результат (неравенство) фиксируется отрезками, а затем выясняется, что равенство можно получить, либо добавив предмет к одной совокупности (блюде или треугольник), либо убрав предмет из другой (чашку или квадрат).

В упр. 4 задание повышенной трудности. Отрезками показан результат сравнения групп.

Критерии усвоения учебного материала

Учащиеся должны:

- 1) правильно выполнять предметное действие сравнения по заданному параметру. Например, когда учитель предлагает выяснить, равны ли книга и альбом по длине, ученик должен правильно совместить эти предметы;
- 2) отвечая на вопрос о равенстве или неравенстве предметов, употребить название признака, например: «Эти предметы равны по длине» (а не «предметы равны»);
- 3) на просьбу показать два одинаковых по какому-то параметру предмета уметь показать два предмета, отличающиеся по другим параметрам, а не полностью идентичные;
- 4) уметь подобрать предметы к отношению, представленному отрезками, передать отношение величин отношением отрезков.

3. ДЕЙСТВИЯ С ВЕЛИЧИНАМИ (10 — 12 уроков)

3.1. Изменение величин

1. На столе у учителя два одинаковых сосуда, а на доске изображены два отрезка разной длины. Учитель сообщает, что отрезки рассказывают об объемах воды, которую детям нужно налить в эти сосуды, и предлагает сначала заполнить водою объем, *о котором говорит вот этот отрезок* (показывается меньший отрезок), а уже затем налить воду в другой сосуд. Двое детей по очереди выходят к столу учителя и производят необходимые действия. Остальные дети следят за правильным выполнением их работы. Выясняется, что не имеет значения, сколько воды наливать в каждый из сосудов, главное, чтобы объем воды в первом был меньше, чем во втором. В заключение дети чертят в своих тетрадях соответствующие отрезки.
2. *Уравнивание величин.* На столе у учителя два одинаковых сосуда, в которых налито разное количество воды. Дети замечают, что объем воды в одном сосуде больше, чем в другом, и фиксируют это на отрезках, которые чертят в тетрадях и на доске.

После этого учитель сообщает, что нужно, чтобы в первом сосуде (с меньшим объемом воды) стало столько же воды, сколько во втором. (Это требование можно облечь в какой-нибудь правдоподобный сюжет, например связанный с дозировкой какой-то жидкости.)

У. Что нужно для этого сделать?

Д. Нужно долить воду (жидкость) в первый сосуд.

Учитель добавляет в сосуд явно недостаточное количество воды. Дети говорят, что нужно налить больше. Тогда учитель требует более точного указания. Оказывается, что нужно

долить то, чего не хватает, — **разность**. Учитель производит уравнивание и предлагает учащимся выполнить такое же действие на отрезках. Дети дочерчивают (другим цветом) меньший отрезок (так, чтобы он стал равным с большим).

Обсуждение работы:

У. Вы выполнили то же самое действие, что и я?

Д. Да.

У. Я доливал воду. Разве вы что-нибудь доливали?

Д. Мы не доливали, а пририсовали.

У. Как же назвать наше общее действие?

Д. (При подсказке учителя.) И вы, и мы **увеличили**, добавили разность (на отрезке показывается разность).

У. А в первый раз, что мной было сделано? Покажите это на отрезках.

Выясняется, что в первый раз учитель тоже увеличил (объем), но добавил слишком мало (на отрезке показывается только часть разности).

3. Задание аналогично предыдущему, только теперь требуется уравнивать большую величину до меньшей.

В ходе работы выясняется, что в этом случае надо **уменьшить** большую величину, причем не произвольным образом, путем отнятия (удаления) разности. На отрезках это можно показать, зачеркнув соответствующую часть более длинного отрезка, уменьшив его.

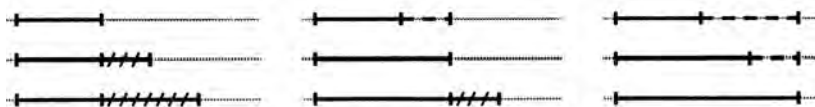
В заключение рассматривается упр. 1 на с. 22 учебника.

Примечание. На данном этапе не рассматривается такой способ уравнивания, когда часть разности перемещается из одного объекта в другой. Сейчас важно, чтобы дети выделили действия увеличения и уменьшения и связали их в случае уравнивания с необходимостью учета разности.

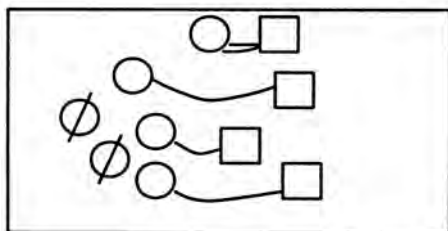
4. Учебник, с. 22. Упр. 2. Учитель поясняет детям, что на рисунке слева показано, какими были величины сначала, а справа, после стрелки, — что получилось после выполнения какого-то действия. Нужно догадаться, что сделали с величиной: увеличили или уменьшили. Свой ответ дети дают с помощью отрезков — увеличивают или уменьшают один из них.

Во второй паре рисунков способ соотнесения количеств (в данном случае — один к одному) показан не полностью, изображена только одна линия, связывающая куб с цилиндром. Поэтому, чтобы сравнить количества кубов и цилиндров, надо провести остальные линии.

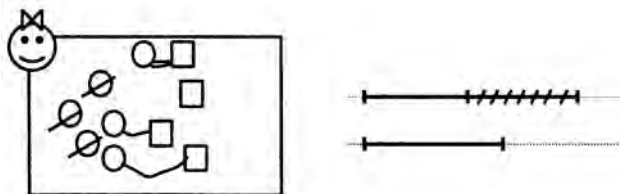
5. Учебник, с. 23. Упр. 3. Выясняется, что объемы воды можно сделать равными либо первому объему, либо второму, либо третьему. Нужно выполнить на чертежах все три варианта, поясняя, в каком случае производится увеличение, в каком — уменьшение:



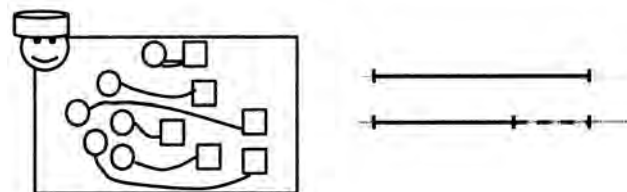
6. Учебник, с. 23. Упр. 4. Требуется уравнивать количества соответственно действию, показанному на чертеже. Выясняется, что надо уменьшить большее количество, в данном случае убрать (зачеркнуть) лишние круги:



Оценивается представленная в учебнике работа трех учеников. Выясняется, что первый ребенок все выполнил правильно. Второй ребенок правильно выбрал действие уменьшения, но зачеркнул слишком много кругов, так что равенства не получилось, что и показывается на чертеже:



Третий ученик выполнил уравнивание, но сделал это, увеличив количество квадратов:



7. У учителя на столе сосуд, который не полностью заполнен водой. Дети в своих тетрадях чертят отрезок, который будет рассказывать об объеме воды в сосуде. После этого учитель доливает в сосуд еще воды и предлагает детям показать это действие на чертеже (сделать то же самое, но с отрезком). Выясняется, что объем воды увеличили и поэтому отрезок тоже надо увеличить.

На доске чертится отрезок, который будет рассказывать о длине *вот этой полоски* (учитель показывает, например, красную полоску, у каждого ребенка на парте есть такая же). После этого учитель зачеркивает часть отрезка и предлагает детям выполнить то же самое со своей полоской. Выясняется, что чертеж показывает, что надо уменьшить длину полоски, и дети отрезают часть полоски.

8. Учебник, с. 24. Упр. 5, 6.

9. У учителя на столе пакет крупы. Ее масса обозначается отрезком. Учитель отсекает часть отрезка, не делая зачеркивающих штрихов, и спрашивает, понятно ли при таком действии с чертежом, что нужно сделать с массой крупы. Кто-то из детей отсыпает часть крупы. Предлагается провести указкой по отрезку, соответствующему оставшейся части крупы. Затем вызываются два ученика. Они должны охватывающим жестом показать на чертеже, какая масса крупы была сначала (один ученик) и какая масса стала после уменьшения (другой ученик). Затем предлагается вместо рук охватить нужные отрезки дугами. Учитель рисует дугу для большего отрезка, а кто-то из детей — для меньшего.

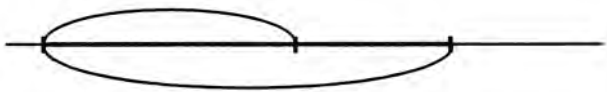
10. Учитель показывает прямоугольник и делает чертеж на доске, в котором увеличивает исходный отрезок, но пока не рисует дуг. Внимательные дети догадываются (и без пунктирной линии), что площадь будет увеличена. Учитель приклеивает к прямоугольнику полоску иного цвета. Предлагается показать на чертеже и на прямоугольнике, какая площадь была сначала. Дети показывают охватывающим жестом часть прямоугольника и нужный отрезок. Жест на чертеже заменяется дугой. Таким же образом показывается жёстами и дугой конечная площадь прямоугольника.

11. Учебник, с. 24. Упр. 7. По рисунку устанавливается, что с водой в сосуде последовательно провели два действия, причем оба раза объем воды увеличивали. После того как дети изобразят это на чертеже, учитель предлагает показать на нем с помощью дуг разного цвета все три объема (исходный, получившийся после первого увеличения, итоговый):



3.2. Обозначение величин буквами

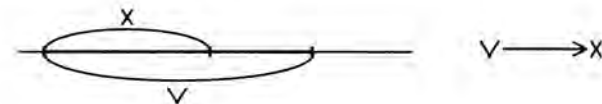
1. На столе у учителя стоит сосуд с водой, а на доске изображен чертеж:



Учитель сообщает, что в другом классе ученики изменили объем воды в сосуде и показали это на чертеже. Детям предлагается угадать, какое действие сделали ученики другого класса, и выполнить его.

Выясняется, что по этому чертежу нельзя сказать, увеличивали объем или уменьшали. На нем выделены два объема, но не ясно, какой из них был сначала, а какой получился потом.

Учитель сообщает детям, что он знает, какое действие было совершено, и поможет им это узнать, но чтобы было интереснее, он покажет это с помощью значков. После этого учитель отмечает на чертеже выделенные объемы какими-нибудь значками и делает запись, состоящую из этих значков, соединенных стрелкой:



Дети (при помощи учителя) выясняют, что первый значок в записи (галочка) обозначает больший объем, второй значок (крестик) соответствует меньшему объему, а стрелка показывает, какой из объемов был сначала и какой получился потом. Устанавливается, что запись говорит об уменьшении, так как сначала объем воды был больше, чем стал потом. Кто-нибудь из детей выходит к столу и отливает воду из сосуда.

Учитель сообщает, что в математике величины обычно обозначают буквами, предлагает выбрать буквы и переделать запись. Чтобы показать произвольность выбора букв, на доске фиксируется несколько вариантов записи:

$A \longrightarrow H,$ $C \longrightarrow T.$

2. Учебник, с. 25. Упр. 1. По рисунку устанавливается, что объем воды увеличили. Обсуждая рисунок, дети выясняют, что сначала был объем А, потом получился объем П. Соответствующие буквы наносят на чертеж (в тетради и на доске).

Далее предлагается провести указкой по отрезкам, обозначающим объем А и объем П. (Заметим, что такие показы нужно практиковать часто. Некоторые дети, работая с буквами и дугами, начинают считать изображением величины дугу или букву, а не отрезок; например, при просьбе показать величину П они обводят дугу или указывают на букву.)

3. Учебник, с. 25. Упр. 2. Выполняется, как упр. 1.

4. Учебник, с. 25. Упр. 3. По рисунку дети определяют, какая величина обозначена буквой (в обоих случаях количество), и находят ее на чертеже. Далее определяется, какая еще величина показана на чертеже и какое действие надо совершить, чтобы получить ее из данной. Соответствующее действие совершается (на рисунке закрываются лишние или добавляются новые фигуры), а в тетради делается запись проделанного действия (к букве, обозначающей исходную величину, дописываются стрелка и буква, обозначающая полученную величину):

$K \longrightarrow T, \quad A \longrightarrow P.$

5. Учебник, с. 26. Упр. 4. Задание выполняется с использованием реальных величин. Разные действия с разными величинами здесь заданы одним чертежом.
6. Учебник, с. 26. Упр. 5, 6. В отличие от прежних заданий здесь производятся два изменения величины, а поэтому для обозначения всего процесса требуются три буквы.
7. Учебник, с. 27. Упр. 7. Буквы присваиваются величинам вне ситуации их изменения. Сначала выясняется, какая величина представлена отрезками и обозначена буквами.

Дети могут сказать, что А — это мышь. Следует уточнить, что это может быть высота животных, а может быть их масса. Лучше остановиться на массе. Предлагается поставить буквы под рисунками и правильно прочесть запись: масса А (а не мышка А) и т. д.

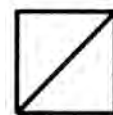
8. *Сохранение величин.* Учитель показывает квадрат. Подбирается буква для обозначения его площади (А). От квадрата отрезается и откладывается уголок. Теперь площадь фигуры должна быть обозначена другой буквой (С). Буквы записываются на доске: $A \longrightarrow C.$

Учитель приставляет отрезанный уголок на прежнее место — опять получилась величина А, добавили столько же, сколько убавили. Запись дополняется новой стрелкой и буквой А:

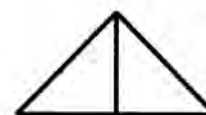
$A \longrightarrow C \longrightarrow A.$

Учитель приставляет отрезанный уголок к иному месту на фигуре. Какова теперь площадь? У некоторых детей возникнет замешательство. Другие дети или учитель разъясняют, что площадь фигуры осталась той же, что была вначале (добавили столько же, сколько убавили), изменилась лишь ее форма. Запись остается той же самой.

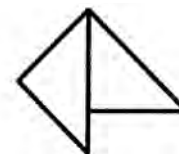
9. Учебник, с. 27. Упр. 8. Выясняется, что на рисунке показаны два последовательных изменения количества: сначала количество звездочек уменьшается, а затем увеличивается. Однако оказывается, что добавили столько же звездочек (две красные), сколько убрали (две желтые), в результате получится то же количество звездочек, что и исходное (А), хотя сами группы звездочек различны. Равенство исходного и получившегося в итоге количеств проверяется: проводятся линии, соединяющие звездочки на первом рисунке со звездочками на третьем рисунке (одна к одной). Вводится только одна новая буква — для обозначения меньшего количества (средний рисунок), а на чертеже выделяется только один отрезок внутри заданного.
10. *Уточнение представлений детей о площади.* У детей и учителя квадрат. На доске записывается обозначение его площади (Т). Далее квадрат разрезается по диагонали (рис. а) и из полученных треугольников составляется новый треугольник (рис. б):



а



б



в

У. Как теперь нужно обозначить площадь фигуры?

Выясняется, что полученные треугольники вместе также составляют фигуру площадью Т, — старую фигуру разрезали, но ничего не отбросили и ничего не добавили, у новой фигуры такая же площадь, как и была, но другая форма.

Предлагается еще раз изменить форму фигуры (рис. в). Жестом показывается ее площадь: она такая же, как и была (Т).

11. Учебник, с. 28. Упр. 9.
12. Учебник, с. 28, 29. Упр. 10 — 11. Работая с площадью и длиной, дети изменяют первоначально выбранную букву только при изменении величины, но не формы объектов.
13. Учебник, с. 29. Упр. 12 — 13. Если количества или площади равны, то они обозначаются одной буквой и изображаются отрезками равной длины.

3.3. Запись результатов сравнения

1. Двум ученикам выдаются два разных объекта (например, два кусочка пластилина разного цвета и разной формы). Выясняется, по каким признакам можно сравнить эти объекты. Среди прочих выбирается масса. Каждый из учеников сам придумывает и сообщает буквенное обозначение массы своего объекта. Буквы записываются на доске (например, А и Т). Предлагается сравнить эти массы на весах. Массы оказываются равными. *Как показать результат сравнения?* Выясняется, что это можно сделать с помощью чертежа:

А 
Т 

Учитель сообщает, что обычно в математике результат сравнения записывается с помощью букв и специального знака.

Учитель вписывает между буквами знак «равно» и прочитывает запись: *Масса А равна массе Т*. Может возникнуть недоразумение: равные величины раньше обозначали одной и той же буквой. Разъясняется, что буквы были выбраны еще до сравнения и теперь равенство величин показывается с помощью знака.

Еще одному ученику вручается гирька. Он обозначает ее массу буквой (например, Л). Предлагается сравнить эту массу с массой одного из кусков пластилина. Они оказываются неравными. «Хозяин» этого куска пластилина напоминает обозначение его массы. Делается запись: $A \neq Л$. Дети читают ее: *Масса А не равна массе Л*.

Учитель предлагает угадать, какой результат будет при сравнении массы другого куска пластилина и массы гирьки? Предположения детей проверяются с помощью весов, составляется и прочитывается запись неравенства $T \neq Л$, дополняется чертёж:

А 
Т 
Л 

Примечание. На данном этапе работы каждая запись (например, $A \neq Л$) читается с указанием величины, чтобы дети не перешли к ее пониманию как *буква А не равна букве Л*.

2. На столе два непрозрачных сосуда одинаковой формы. На доске запись об объеме воды в сосудах: $П \neq А$. Дети читают ее, называя величину. *Как сделать, чтобы во втором сосуде было бы столько же воды, сколько в первом?* Дети хотят заглянуть в сосуды, чтобы узнать, где воды больше. Учитель не разрешает этого, но делает уточняющую запись на доске: $П > А$. Детям это непонятно. Учитель сообщает, что взрослые сразу бы поняли, что делать, потому что они умеют читать новый знак — это знак «больше» Выясняется способ уравнивания, но ставится задача научиться читать и писать новые знаки. *Наверное, есть и знак «меньше»?*

Учитель предлагает найти в рамках (учебник, с. 30) знаки «равно», «неравно», «больше», «меньше». Дети замечают, что знаки «больше» и «меньше» похожи, только смотрят в разные стороны. Подчеркивается, что «носик» знака всегда показывает на меньшую величину.

3. Учебник, с. 30. Упр. 1. Выясняется, что сравниваются количества. Делаются и прочитываются записи.
4. Учебник, с. 30, 31. Упр. 2, 3. Показывается, что запись сравнения может быть сделана начиная с любой из заданных величин. При этом знак в записи может измениться, если речь идет об отношении «больше — меньше». Так, сравнив массы С и Н в упр. 3, дети делают запись: $C < H$. Затем предлагается дополнить запись $H...C$. Учитель предлагает вписать тот же знак — ведь речь идет о массе тех же животных. Дети не соглашаются: тогда получится, что масса кита меньше массы медведя.
5. Учебник, с. 31. Упр. 4. Запись читается с указанием величины. Дорисовываются площади, длина У может быть и меньше, и больше длины Н.
6. Учебник, с. 31, 32. Упр. 5, 6. Одни и те же объекты сравниваются исходя из разных критериев. Результаты сравнения оказываются разными. В упр. 5 одни и те же звездочки по-разному соотносятся с сердечками. В первом случае с одним сердечком соотносится пара звездочек, а во втором — одна звездочка. Таким образом, в этих случаях речь идет о разных количествах (количестве пар звездочек и количестве звездочек), и поэтому они обозначены разными буквами.

В упр. 6 в первом случае сравниваются количества дырок в двух прямоугольниках (рассматривается наиболее простой случай — соотношение один к одному), а во втором — площади этих «дырявых» прямоугольников (т. е. площади закрашенных частей прямоугольников).

7. Предлагается прочесть запись на доске: $P < M$. Выясняется, что пока неизвестно, о какой величине идет речь. В таких случаях предлагается читать запись просто называя буквы и знак.

У. При сравнении каких величин может получиться такая запись?

Дети перечисляют разные величины: может быть, сравнили две длины или два объема и т. д.

У. Пусть это будут площади.

Работая в паре с соседом по парте, учащиеся подбирают подходящие объекты из разрезного материала. Обнаруживается, что дети, сидящие за разными партами, показывают разные виды фигур — круги, квадраты или треугольники. *Кто прав?* Выясняется, что правы все, потому что у всех одна площадь меньше другой.

Под предыдущей записью на доске делается новая: $P > R$. Учащиеся подбирают второй объект, сохранив первый.

8. Учебник, с. 32. Упр. 7. Сначала выясняется, о каких величинах идет речь. Может быть, это длина, но чертежом можно показать сравнение любых величин. Дети называют разные величины. Раз неизвестно, о чем точно идет речь, записи прочитываются абстрактно. Выполняется чертеж, с помощью которого делается вывод об отношении двух величин.
9. Учебник, с. 32. Упр. 8. Из рисунка понятно, что сравниваются массы. Соответствующим образом читаются записи. Дети высказывают предположение об отношении масс К и С, которое проверяется с помощью чертежа.

3.4. Ряды величин

1. У учителя четыре сосуда разного объема (что сразу заметно). У детей четыре полоски разной длины и разного цвета (то, что цвет разный, упростит процесс обмена мнениями).

Дети будут делать с полосками то же, что учитель с сосудами. Сосуды выстраиваются в порядке уменьшения их объемов.

У. Что сделано?

Д. Поставили сосуды по порядку.

У. Верно, сделали **упорядоченный** ряд. По какому признаку упорядочили сосуды?

Д. По объему.

У. Покажите этот порядок с помощью длин полосок.

Далее на полосках записываются буквы. Это обозначение объемов сосудов — ведь полоски замещают сосуды. Получается, например, такой ряд: А, П, Н, К.

Предлагается назвать самый большой объем, самый маленький. *Какой объем меньше К?* (Нет такого.) *Больше А?* (Нет такого.) *Какой объем больше П?* (А) *Меньше П?* (Н и К) *Какой объем задуман, если он больше К, но меньше П?* *Больше К, но меньше А?*

2. Учебник, с. 33. Упр. 1, 2, 3. В одних случаях нужно построить ряды на основе записей, в других — продолжить ряд заданного вида. В упр. 2 следует предложить детям определить, чем отличаются два упорядоченных ряда величин (площадей и длин). Учитель помогает им, вводя термины: величины построены в ряд **по возрастанию** и **по убыванию**. (От учащихся требовать воспроизведения этих терминов не нужно, достаточно, чтобы они их понимали.)
3. Учебник, с. 34. Упр. 4. Дети высказывают предположения, о каких величинах может идти речь в записях (это могут быть любые величины), пытаются назвать самую большую величину и самую маленькую. Учитель предлагает воспользоваться помощником — чертежом.
4. Учебник, с. 34. Упр. 5. При выполнении записей учитель должен «недоумевать» и «сомневаться» в их правильности.

У. Записали: $A > H$ и $A < B$. Так что же правильно: А больше или А меньше?

Д. Если сравнивать А с Н, то А больше, но та же величина А меньше другой величины, В.

5. Учебник, с. 34. Упр. 6. В предыдущем задании учащиеся определяли отношение величин, которые были наглядно представлены рядами объектов. Теперь ряд «спрятан», известно только, что он упорядочен по убыванию. После выполнения сравнения учитель «восхищенно» подчеркивает, что дети смогли сравнить величины, хотя их не видели, и этому помогло знание, что величины в ряду определенным образом упорядочены.

Критерии усвоения учебного материала

Учащиеся должны:

- 1) уметь изображать на чертеже одно изменение величины, выделять исходную и получившуюся величины, обозначая их разными буквами;
- 2) выполнять предметные действия с величиной в соответствии с чертежом и сопровождающими его буквенными записями;
- 3) уметь записывать результаты сравнения величин буквенными формулами;
- 4) подбирать величины к заданной формуле (разные пары предметов, величины которых находятся в соответствующем отношении).

4. ВВЕДЕНИЕ ЧИСЛА (10 – 12 уроков)

В этой теме рассматриваются ситуации, в которых освоенные способы непосредственного сравнения величин не подходят, например если предметы разделены в пространстве или во времени либо различны по форме.

Для ее решения приходится прибегнуть к некоторой другой величине — мерке (условной единице), которая повторяется в данной величине некоторое **число** раз. Таким образом, в первую очередь выявляется операторный смысл числа: число выступает как инструмент, позволяющий получить из одной величины другие.

Далее рассматриваются различные способы фиксации шагов в процессе построения (отмеривания) величины и соответствующие им формы представления чисел: с помощью меток (наиболее ранняя в истории форма числа), с помощью упорядоченного ряда слов-числительных и замещающих их значков-цифр (счет).

В заключение выявляется новый смысл числа — количественный, когда число выражает результат измерения величины.

4.1. Сравнение величин с помощью посредника

Сначала воспроизводится уже известный детям способ непосредственного сравнения величин. Затем создается ситуация, требующая использования посредника. Но пока это еще не число, а третья величина, с которой можно сравнить каждую из исходных величин по отдельности. На основании результатов этих двух сравнений можно сделать вывод об отношении между исходными величинами.

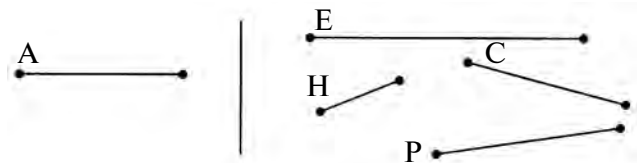
1. Учитель сообщает: *Сегодня вспомним, как нужно подбирать равные величины.* На столе учителя полоски картона, а в руке — брусок. Учитель стоит поодаль от стола. Требуется найти полоску такой же длины, как брусок. Кто-то из детей направляется к учителю.

У. Зачем ты идешь ко мне? Полоски находятся на столе!

Д. Нужен брусок, иначе не получится точно подобрать полоску. Брусок нужно приложить к полоскам.

Ученик выполняет задание. (На столе нужно иметь две явно неравные длине бруска полоски, одну равную и одну слегка отличающуюся от нее.) Задание вполне знакомо, и все дети знают, как нужно действовать.

2. На левом конце доски начерчен отрезок, длина которого обозначена буквой А, а на другом конце еще четыре отрезка с длинами Е, С, Н и Р (длины Е и Н явно не равны длине А; $P > A$, $C = A$):



Учитель предлагает найти среди отрезков справа отрезок, длина которого равна длине А. Некоторые дети начнут угадывать. На этом этапе отвергаются отрезки с длинами Е и Н, но остаются сомнения по поводу двух других отрезков. Учитель требует совершенно точного ответа и спрашивает, чем отличается это задание от того, с которым только что легко и быстро справились. Выясняется, что здесь невозможно приложить левый отрезок к другим отрезкам. *Как быть?* Возможны попытки зафиксировать длину отрезка-эталона руками. Учитель повторяет эти попытки, но при этом получает совсем другие результаты сравнения (специально меняя при переносе положение рук). Выясняется, что такой способ не будет точным, при переносе трудно сохранить положение рук неизменным.

Значит, надо **заменить** отрезок предметом такой же величины (длины), но который можно переносить. Нужен **посредник**! Вероятно, кто-то из детей предложит воспользоваться линейкой.

У. Но у меня линейки нет, а есть такие вещи: кружка, длинная веревочка, короткая бумажная полоска. Что нам поможет? Что послужит **посредником**?

В качестве посредника выбирается веревочка, с помощью которой и производится соизмерение длины А сначала с длиной Р, а затем с длиной С.

Далее учитель знакомит детей со специальным инструментом, который позволяет фиксировать длины, — циркулем. Снова производятся сравнения длин отрезков, но теперь уже с помощью циркуля.

В заключение еще раз подчеркивается, что открыт новый способ сравнения, и предлагается поупражняться в нем.

3. Учебник, с. 35. Упр. 1. Сначала устанавливается, что сравнить длины сторон фигур невозможно без посредника. В качестве такового предлагается использовать полоску бумаги (не линейку!). Учитель показывает, как нужно наложить ее на соответствующий отрезок и отметить на ней его длину.
4. Учебник, с. 35. Упр. 2. Для выполнения этого задания учитель предлагает использовать циркуль, а тем, у кого нет, воспользоваться полоской бумаги.
5. Учебник, с. 35. Упр. 3. Для его выполнения нужно воспользоваться материалом приложения. (Все фигуры из него должны быть заранее скопированы, вырезаны и сложены в конверты, которые следует выдавать детям на уроке.) Дети должны выбрать среди фигур ту, которая имеет ту же площадь, что и фигура слева. Для работы с правой фигурой вновь используется полоска бумаги.

4.2. Измерение. Мерка. Метки

Вводятся новое средство сравнения и воспроизведения величины — мерка — и сопровождающее работу с ней действие счета. Сначала рассматривается исторически более ранний способ учета количества отложенных мерок — использование меток. Это делается для того, чтобы сосредоточить внимание учащихся не на результате, а на *процессе* измерения и воспроизведения величины. Вводится схема, в которой фиксируется результат этого процесса и его компоненты.

1. Учебник, с. 36. Упр. 1. Дана ситуация, требующая не сравнения величин, а воспроизведения заданной величины, а именно площади. Устанавливается, что для работы необходим посредник. Учащиеся не обнаруживают в своих конвертах точно такой фигуры, как представленная в учебнике. Учитель утверждает, что в другом классе дети все же смогли воспользоваться этим разрезным материалом, и указывает на подсказку в учебнике — небольшие прямоугольники, площади которых обозначены буквами. Ученики выкладывают прямоугольники из конверта и после проб и обсуждений составляют площадь фигуры-образца из трех частей. Части переносятся в тетрадь и обводятся.

Учитель сообщает, что в детском саду дети не смогли додуматься до такого решения, им нужно помочь — послать «письмо», в котором указать, какие посредники нужно выбрать.

В ←———— Т А Р.

«Письмо» можно прочесть так: «Величину В получили с помощью величин Т, А, Р». Отмечается, что это новая работа с посредником.

При воспроизведении площади П (заданной в учебнике далее) пригодным оказывается посредник с площадью С или Р, который приходится наложить на образец несколько раз и столько же раз затем воспроизвести в тетради. Обсуждается новизна работы: воспользовались одним посредником, но его укладывали несколько раз. «Письмо в детсад» дополняется лишь одной буквой. Такой посредник предлагается называть особым словом — **мерка**.

2. Учебник, с. 36. Упр. 2. Нужно построить фигуру заданной площади, но иной формы. Выясняется, что придется воспользоваться посредником. *Сколько посредников нужно взять из конверта? Можно ли в этом случае действовать одной меркой?*

Дети примеряют разные объекты из конверта и находят полоску с площадью С, которой и действуют как меркой. Выбор посредника фиксируется в «письме»: Н ←———— С.

После этого учитель сообщает, что в детском саду, получив «письмо», одни дети отложили мерку только один раз, другие — кто сколько раз (учитель показывает листы бумаги с такими изображениями). Отмечается, что у детей в детском саду не получилась фигура такой же площади. *Почему это произошло?* Выясняется, что запись была неполной. Учащиеся могут предложить записать число 3. Учитель соглашается, что теперь запись понятна, но замечает, что дети в детском саду еще не знают цифр. Другое предложение — записать букву С (мерку) 3 раза — принимается как возможное. Но есть другой способ: показать метками, сколько раз нужно отложить мерку С. Метки могут быть любые, например палочки, кружочки, крестики и т. п. Над стрелкой проставляется нужное число меток. Анализируется полученная запись: где указана величина, мерка, где метки.

3. Учебник, с. 37. Упр. 3. Нужно отложить отрезок, длина которого Р. На доске воспроизведено «письмо» из учебника. Учащиеся находят в конверте фигуру, соответствующую заданной мерке по длине. Предлагается поработать так, как будто они тоже не знают чисел. Учитель диктует: «Отложите мерку раз... теперь еще раз... еще раз... еще раз». После выполнения каждого шага работы учитель зачеркивает одну метку.

Примечание. На данном этапе работы важно, чтобы дети не называли чисел, смысл которых еще должен быть сформирован.

4. У доски разыгрывается следующий сюжет. В банке налит сок (или окрашенная жидкость), рядом находится пустой стакан. На другом столе такая же банка, в которую нужно налить столько же сока, сколько в первой банке. При этом банки перемещать со стола на стол нельзя. Дети замечают стакан и предлагают воспользоваться им как меркой. Учитель начинает измерение, а дети ставят метки в запись (в тетради), приговаривая: «Раз отмерили, еще раз, еще раз» и т. д. (учитель напоминает, что дети будто бы не умеют считать).

Теперь можно наливать сок во вторую банку.

Дети «диктуют» учителю действие отмеривания: производят «раз» и зачеркивают первую метку и т. д. Учитель хочет продолжить работу и после того, как все метки зачеркнуты: у него ведь нет записи, а без записи он не помнит, когда нужно остановиться. Дети уверены, что работа закончена, так как все метки у них зачеркнуты. Для проверки правильности выполнения задания сосуды ставятся рядом, и равенство объемов жидкости в них становится очевидным.

5. Учебник, с. 37 — 39. Упр. 5 — 11. Следующие упражнения направлены на освоение детьми действий измерения и отмеривания и соответствующих записей. Некоторые задания полезно выполнять в парах. При этом один ученик работает с объектом (накладывает мерки), а другой — с записью (ставит или зачеркивает метки). Оба приговаривают: «Раз, еще раз...» Затем то же задание выполняется при смене ролей. В результате в тетрадях обоих учеников должна получиться одинаковая картина: имеются и измеренный объект, и запись.

Приведем особенности некоторых упражнений.

В упр. 6 необходимо сменить букву для обозначения мерки, поскольку теперь меркой является площадь полоски, в то время как в упр. 5 меркой служит ее длина.

Примечание. В строгом смысле меркой, или посредником, являются величины (именно они обозначаются буквами), однако в ситуациях, когда рассматривается только одна величина, характеризующая объекты, допускается называть меркой и сам объект.

Упр. 7. Дети должны сами найти в записи указание на то, какую мерку им нужно взять из конверта.

Упр. 8 — 11. Теперь мерка представлена только графически, поэтому придется не укладывать мерки, а рисовать их, ориентируясь на клетки.

4.3. Слова-метки

В этом и следующем разделах рассматривается новый способ учета откладываемых мерок при измерении и отмеривании — счет. В основе действия счета лежит представление об упорядоченном ряде чисел, в котором каждое число имеет собственное место. Таким образом, в счете используется порядковый аспект числа, свойства которого будут рассмотрены в следующем разделе.

Для выявления этих свойств, т. е. для того, чтобы счет отражал осмысленное действие, а не механическую процедуру, первоначально используются нестандартные системы числительных, имеющие те или иные недостатки по сравнению с числовым рядом. Такими системами могут служить детские считалки, стихи и любые другие тексты.

1. Нужно от веревки отрезать кусок, длина которого равна длине доски. Веревка находится «на складе» — в дальнем углу классной комнаты. Дети предлагают измерить доску. Учитель соглашается и выдает мерку — маленькую планку. Кто-то из учеников должен выполнить измерение, проставляя в записи на доске метки. Учащиеся на партах делают только запись. Скоро обнаруживается, что работающему у доски трудно все время переключаться от откладывания мерки к постановке метки. Как упростить работу, не прибегая к помощи других? Скорее всего, дети предложат называть «числа». Учитель подчеркивает, что они предлагают **не записывать метки, а называть слова**.

У. Но как быть, если малыш не знает таких слов — чисел? Вот маленький Юра использовал слова считалки (*сообщается считалка, приведенная в учебнике*). Опробуем и мы этот способ работы.

Учитель помогает учащимся соотнести каждое откладывание мерки с отдельным словом считалки. Последнее слово, чтобы не забыть, записывается в схему.

Как же теперь отмерить веревку? Выясняется, что, откладывая мерку на веревке, нужно называть слова считалки до слова, указанного в записи. Работа выполняется при хоровом воспро-

изведении считалки. Отмеренный кусок веревки отрезается и прикладывается к доске. Дети убеждаются в том, что задача решена верно.

2. Учебник, с. 40, 41. Упр. 1 — 5. В этих заданиях предлагается либо измерить величину, либо воспроизвести ее. В обоих случаях должны быть использованы слова считалки. Все это выполняется на материале разных видов величин: длины, площади, объема и количества.

4.4. Какой должна быть считалка

В данном разделе в результате применения «дефектных» систем числительных выявляются следующие основные свойства числового ряда:

- 1) числа следуют в определенном порядке одно за другим. Этот порядок никогда не может нарушаться;
- 2) числа в ряду не могут повторяться. Каждое число встречается только один раз;
- 3) если нужно, ряд чисел всегда можно продолжить. За каждым числом есть еще числа;
- 4) для всех людей числа должны быть одни и те же.

В связи с этим возникает необходимость использования стандартной системы числительных и специальных знаков (цифр) для их обозначения. Дети знакомятся с цифрами, которыми в разное время пользовались разные народы. Рассмотрение различных систем обозначения необходимо для выяснения их смысла, поскольку единственная привычная система обозначения воспринимается как данность и не вызывает вопросов.

1. Учебник, с. 42. Упр. 6. Рассматривается случай использования считалки с повторяющимися словами. Выясняется, что такая считалка «плохая»: по одному и тому же слову получаются разные результаты. Учитель помогает детям сформулировать требование, которому должна удовлетворять считалка, чтобы результат отмеривания величины был один.

2. Учебник, с. 43. Упр. 7, 8. Выясняется, что недостаточно знать одно слово из считалки, необходимо, чтобы была известна вся считалка. Поэтому считалка должна быть у всех одна и та же. Затем отмечается, что произойдет с результатом отмеривания, если изменить порядок слов в считалке. Устанавливается, что слова в считалке должны идти всегда в одном порядке.

3. Далее учитель предлагает измерить некоторую величину и дает для этого мерку. В качестве считалки дается лишь часть какого-нибудь стиха, в которой слов меньше, чем мерок, укладываемых в величине. Возникает проблема: не хватает слов в считалке. Нужны еще слова. Добавляется еще часть стиха. Теперь величина может быть измерена.

Берется еще бóльшая величина. Опять нужны новые слова. Добавляется еще часть стиха. После этого обсуждается, как долго может продолжаться процесс измерения, какой запас слов для этого необходим. (Здесь требуется не формирование каких-то точных понятий, а лишь уяснение детьми необходимости неограниченного продолжения считалки.)

4. Еще раз напоминает, какой должна быть считалка, чтобы люди могли с ее помощью производить измерение и отмеривание величин. Сообщаются последовательно числительных в разных языках — считалки разных народов (см. с. 44 учебника). Учащиеся воспроизводят сами «русскую считалку».

5. Указывается, что для удобства записи вместо слов используют знаки — цифры. Учебник, с. 44. Упр. 4. Рассматривается ряд славянских цифр. Они читаются детьми с помощью «русской считалки».

Учитель просит найти знак слова *четыре*, *два* и т. д. Определяется число, до которого нужно досчитать, чтобы выполнить построение по записи в схеме (до числа 3). Выполняется отмеривание соответствующей длины при хоровом произнесении числительных.

6. Учебник, с. 44. Упр. 11. Читается ряд арабских цифр. Учащиеся по возможности продолжают (устно) ряд числительных. При выполнении измерения учащиеся хором выполняют счет. Полезно, чтобы при этом один ученик передвигал указку по числовому ряду, представленному на доске, демонстрируя таким образом его пространственную упорядоченность.

4.5. Составная мерка

В этом разделе дети продолжают осваивать измерение и отмеривание величин с помощью мерки и стандартной последовательности числительных. Однако теперь мерка представлена не одним, а несколькими объектами. Это важно для того, чтобы дети понимали, что меркой является не предмет, а величина, и в дальнейшем относили число 1 не к отдельному объекту, а к части измеряемой величины, которая равна мерке.

1. Учитель сообщает, что есть три цветка в разных горшках, которые нужно поливать. Причем для поливки каждого цветка требуется разный объем воды. Предъявляются три маленьких сосуда разного объема. После этого учитель показывает большой сосуд с водой и предлагает детям помочь ему узнать, сколько раз можно полить все три цветка этой водой. Что для этого нужно сделать? Выясняется, что нужно измерить объем воды в большом сосуде, а в качестве мерки нужно использовать сразу все три маленьких сосуда, иначе какой-нибудь из цветков останется неполитым.

Учитель наполняет три маленьких сосуда, учащиеся называют число — 1. Далее учитель наполняет только один сосудик и «подсказывает» детям число — 2. Обнаруживается, что это не целая мерка и нужно наполнить все три сосудика. Следующие шаги измерения учитель предлагает сделать кому-то из детей. Оказывается, полить цветы можно 4 раза.

В заключение учитель предлагает детям выбрать буквы для обозначения мерки и измеряемой величины и сделать

запись (стрелочную схему) проведенного измерения. При этом еще раз фиксируется, что измеряли (объем воды в большом сосуде) и чем измеряли (объемом сразу всех трех маленьких сосудов).

2. Учебник, с. 45. Упр. 1. Нужно отмерить в сосуд воду объемом K . По рисунку и записи в учебнике определяется, что мерку должен составить объем двух стаканчиков и наливать эту мерку нужно, считая до трех. Кто-то из учеников будет работать с водой, остальным же детям предлагается выполнять нужные действия условно, на чертеже. На доске тоже имеется заготовка для чертежа. Ученик наливает воду в одну из мерок — соответствующий отрезок уже отложен на чертеже. Как только один из стаканчиков наполняется вновь, учитель прерывает ученика — нужно скорее отложить мерку на чертеже! Дети должны возразить: *Это не вся мерка*. После переливания воды из второй мерки в сосуд учитель на своем чертеже откладывает отрезок заметно меньше предыдущего. Обнаруживается, что в таком случае на чертеже не видно, что работали одной и той же меркой. Полученный объем воды охватывается на чертеже дугой.
3. Учебник, с. 45. Упр. 2. Требуется произвести измерение количества, показать ход измерения на чертеже и записать в схему, до какого числа при этом пришлось считать.
4. Учебник, с. 45. Упр. 3. Имеется чертеж. Нужно дополнить запись и восстановить измеряемый объект. Рисуются 4 раза по три квадрата.

4.6. Число 1

В этом разделе выявляется новый смысл числа 1, связанный с количественным аспектом чисел. Число 1 может рассматри-

ваться не только как первый шаг в процессе последовательного укладывания мерок, но и как произвольная часть величины, которая равна мерке.

1. Учебник, с. 46. Упр. 1. После выполнения всех заданий учитель предлагает в каждом случае, начиная с последнего, показать на чертеже и на рисунке число 1. Выясняется, что в последнем задании надо показать всю величину, потому что она равна мерке, а в остальных случаях — только часть (которая равна мерке) измеряемой величины.
2. Учебник, с. 46, 47. Упр. 2. Уточняются условия счета (понимаемого как измерение): числом 1 может быть определена любая часть величины, равная мерке, т. е. считать можно, начиная с любой такой части величины; каждая часть величины должна быть сосчитана только 1 раз.
3. Учебник, с. 47. Упр. 3. При выполнении этого задания еще раз подчеркивается, что меркой является величина, а не объект.

4.7. Сколько мерок?

В данном разделе на первый план выдвигается рассмотрение количественного аспекта числа, выражающего **результат** измерения (счета). В этом случае число отвечает на вопрос: «Сколько мерок E укладывается (или содержится) в величине A ?» — и является характеристикой величины A . Новый смысл числа фиксируется новой формой записи, которая соответствует записи именованного числа: $A = 3E$, $A = 3 \text{ см}$.

1. Учебник, с. 48. Упр. 4. Ставится вопрос, сколько мерок в величине T , и обращается внимание учащихся на заготовку записи, которую нужно дополнить.

У. Чему равна величина T ? Может быть, она равна мерке K ?
Д. Нет, в ней 7 мерок K .

У. Поэтому и говорят, что Т равно семи К.

Делается запись: $T = 7K$. Ставятся вопросы: сколько мерок в величине С, чему она равна? Строится запись: $C = 3K$.

2. Учебник, с. 48. Упр. 5. Прочитываются записи. В соответствии с ними строится площадь из 6 мерок. В ней закрашиваются 2 мерки.
3. Учебник, с. 48. Упр. 6, 7. Эти задания направлены на освоение новой записи.
4. Учебник, с. 49. Упр. 8 — 10. Используются обе формы записи результата измерения на материале, связанном с полученными ранее геометрическими представлениями.

Критерии усвоения учебного материала

Учащиеся должны:

- 1) правильно выполнять построение (отмеривание) величины по схеме;
- 2) правильно выполнять измерение величин с помощью мерки и описывать его стрелочной схемой (особенно показательны случаи с использованием составной мерки);
- 3) уметь выделять часть величины, соответствующую числу 1;
- 4) воспроизводить последовательность числительных в пределах 10, знать цифры (кроме 0).

5. ЧИСЛОВАЯ ПРЯМАЯ (5 — 6 уроков)

В этой теме рассматривается специальная геометрическая конструкция, называемая числовой прямой. Ее построение позволяет наглядно представить процесс измерения-отмеривания величин как последовательное откладывание мерки. Выявляются условия, необходимые для построения числовой прямой: выбор начала, направления и шага.

Вначале числа представляются точками прямой, что выражает порядковый аспект числа. И лишь затем рассматривается представление чисел в виде отрезков прямой, которое выражает количественный смысл числа.

5.1. Введение числовой прямой

Числовая прямая строится на основе чертежа, который выполняли дети при измерениях. Как и чертеж, она имеет произвольную единичную меру — шаг. В отличие от чертежа на ней фиксируются начало отсчета и направление, причем и то, и другое выбирается произвольно.

1. На столе учителя сосуд с водой и еще один пустой, который будет использован в качестве мерки. На доске запись: $A = 5C$. Учитель сообщает, что А — это объем воды, который нужно налить в сосуд, но Витя уже налил некоторое количество воды и требуется закончить его работу. Обнаруживается, что для этого нужно знать, сколько мерок в сосуд уже налито. Учитель признается, что не видел действий Вити и сожалеет, что при измерении воды мерки не видны, как это бывает при измерении площади или длины. Принимается решение — перемерить уже налитую воду. Но как сделать «видными» мерки в сосуде? Можно отмечать их на стекле фломастером или с помощью аптечной резинки. Выполняется промеривание, которое фиксируется чертежом. На доске чертеж берется выполнять учитель. Второй шаг на чертеже он делает

неравным первому, что должно быть замечено детьми и затем исправлено. В сосуде оказываются всего лишь три мерки. Работа с водой и на чертеже доводится до конца.

2. Учебник, с. 50. Упр. 1. Рассматривается рисунок в учебнике. Дети определяют, сколько мерок налито в сосуд на рисунке (4), отмечается, что благодаря меткам — черточкам на сосуде, это можно установить и без дополнительного измерения. Соответствующий объем воды выделяется на чертеже дугой и буквой Т.

Рассматриваются представленные в учебнике варианты выполнения чертежа. Выясняется, что в первом случае чертеж выполнен правильно, хотя взят меньший, чем на основном чертеже, шаг, но все шаги равны и их четыре, как и мерок в сосуде. Во втором случае чертеж выполнен неправильно: во-первых, шаги на чертеже разные, хотя наливали каждый раз один и тот же объем воды (мерку), во-вторых, разные длины обозначены одной буквой.

3. На столе учителя два пустых сосуда одинаковой формы, на одном из которых нанесены метки. Учитель сообщает, что в один из сосудов наливали воду вот такой меркой Т (показывает) и делали метки. После этого на доске делается запись: $M = 6T$ — и предлагается налить в каждый сосуд объем воды М. Для этого к доске выходят два ученика. Оказывается, что одному обязательно нужна мерка, а другой может обойтись без нее. Выясняется, что с помощью сосуда с метками проще наливать заданные объемы воды, надо просто отсчитать нужное число меток и сразу налить воду до последней из них. Учитель сообщает, что такой измерительный сосуд называется мензуркой.
4. Учебник, с. 50. Упр. 2. По рисунку определяется объем воды в мензурке. Нужно показать его на чертеже. На этот раз мерка-шаг не нанесена на прямую, а дана отдельно. Обращается внимание на флажок и стрелку на чертеже. Первый показывает место, от которого надо откладывать

шаги, а вторая — направление, в котором их надо откладывать. Уточняется, что шаг менять по ходу работы нельзя.

5. Учебник, с. 51. Упр. 3. Дети устанавливают, что оба чертежа выполнены правильно, по каждому видно, что наливали воду в мензурку одной и той же меркой (шаги одинаковые) и сколько таких мерок налили. Выясняется, что на чертеже откладывать шаги можно с любого места (договариваемся его отмечать флажком) и в любом из двух направлений (договариваемся показывать его стрелкой).
6. Учебник, с. 51. Упр. 4. Учитель сообщает, что дети Оля и Павлик определяли, сколько воды налито в мензурку, которая изображена на рисунке. *Какую запись они сделали об объеме воды? ($A = 8E$).*

После этого рассматриваются чертежи. Сообщается, что Оля заранее сделала заготовку для чертежа. Павлик поступил так же, но он на заготовке после каждого шага записал числа. Чтобы показать величину А на чертеже, предлагается одному ученику за партой выполнить работу на Олином чертеже, а соседу — на чертеже Павлика. Выясняется, что во втором случае работать было удобнее, числа сразу позволяют показать нужную величину, не надо считать шаги. Сообщается, что такая прямая с числами называется **числовой прямой**.

7. Учебник, с. 52 — 54. Упр. 5 — 12 направлены на освоение устройства числовой прямой. Уточняется, что измерение-отмеривание величины изображается откладыванием от начала соответствующего числа шагов; само число, показывающее, сколько шагов сделано, ставится в конце последнего шага. Откладываться должен один и тот же шаг, хотя его можно выбирать произвольно. Откладывание шагов от начала должно идти строго в одном направлении, хотя выбор направления произволен. Между соседними числами ровно один шаг.

В упр. 8 нужно разобраться в том, что хотя метки на сосудах расположены не на равном расстоянии друг от друга, каждая из них отмечает равный объем — одну и ту же мерку. Поэтому и на чертеже шаги должны быть равными.

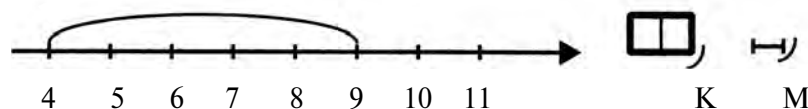
5.2. Представление величин на числовой прямой

Продолжается освоение числовой прямой и количественного аспекта числа. Учащиеся приводятся к пониманию того, что любое число состоит из некоторого количества единиц, передаваемого на числовой прямой соответствующим количеством шагов. Поэтому показать значение величины (результат ее измерения) на числовой прямой можно не только от начала, хотя это и менее удобно.

1. На столе учителя три небольших сосуда с водой и один пустой сосуд. Учитель сообщает, что вода в сосудах измерена меркой Е (показывает стаканчик). Воду из всех сосудов слили в один большой, и получился объем А. Этот объем показан в учебнике на рисунке (с. 54. Упр. 13), а на числовой прямой изображено, как это делали. Выясняется, что сначала вылили объем В, затем объем С, наконец, объем Т (по очереди показываются соответствующие сосуды с водой). Дети по числовой прямой определяют, сколько мерок Е в каждом из этих сосудов (2, 1, 4). Предлагается указать эти объемы на изображении мензурки. Вода сливается в один сосуд, на котором отмечаются уровни каждой части объема.
2. Учебник, с. 55. Упр. 14. Судя по числовой прямой, теперь воду сливали в ином порядке. Требуется «налить» в каждый сосуд соответствующий объем воды. Каждый объем описывается равенством и закрашивается на рисунке.
3. Учебник, с. 55. Упр. 15. Выясняется, что значение величины можно определить по числовой прямой, даже если

она отложена не от ее начала. Значение величины Д определить нельзя, потому что неизвестно, от какого места идет дуга.

4. Учебник, с. 56. Упр. 16. Две величины представлены на числовых прямых отрезками одинаковой длины. Однако величины не равны, так как в них содержится разное число мерок.
5. Учебник, с. 56. Упр. 17. Предлагается задание, обратное тем, что были ранее. Теперь дети должны сами выбрать разные места на числовой прямой для обозначения величин А и Б.
6. Учебник, с. 56. Упр. 18. Величина обозначается над дугой не одной буквой, а числом с указанием мерки (именованным числом).
7. На доске изображена часть числовой прямой, на которой дугой отмечена некоторая величина:



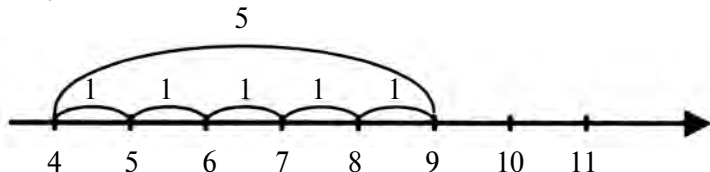
Необходимо построить эту величину, для чего дается мерка — площадь К (см. рис.). Дети строят фигуру нужной площади в своих тетрадях и рядом делают запись: 5К.

Учитель предлагает другую мерку — длину М (см. рис.) и просит построить новую величину. Дети чертят отрезок соответствующей длины и делают запись: 5М.

У. Мы построили две разные величины — площадь 5К и длину 5М. Какая же из них показана на числовой прямой?

Выясняется, что на прямой показано только, сколько шагов надо сделать, чтобы получить величину, но то, какой должна быть мерка, на прямой не показывается. Мерка может быть любой. Поэтому шаг показывает число 1, а не какую-то конкретную мерку, а дугой показывается число шагов (5), которые

нужно сделать, чтобы получить величину, а не какая-то величина. На чертеже над каждым шагом ставится число 1, а над дугой — число 5:



8. Учебник, с. 57. Упр. 19, 20. Дуги на числовой прямой подписываются отвлеченным числом.
9. Учебник, с. 57. Упр. 21. Над дугами нужно записать число. Число оказывается одним и тем же. Обсуждается, в каком случае определить число было проще. Оказывается, когда счет шагов идет от начала числовой прямой.

Критерии усвоения учебного материала

Учащиеся должны:

- 1) уметь строить числовую прямую, выбирая начало, направление и шаг; находить точку для заданного числа и определять число, которое соответствует данной точке;
- 2) понимать принцип последовательного расположения чисел на прямой: каждое следующее число отстоит от предыдущего на шаг;
- 3) уметь представлять числа и величины отрезками числовой прямой.

6. СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ (9 уроков)

В этой теме выявляется, что чем дальше число расположено в числовом ряду (или на числовой прямой), тем бóльшая величина отмеривается с помощью этого числа. Таким образом, на числа переносится отношение «больше—меньше». Это позволяет сравнивать величины по их числовым значениям при условии, что сравниваемые величины измерены одной и той же меркой.

В связи с необходимостью измерять величины единой меркой вводятся стандартные единицы измерения (пока только единицы длины и счета количеств).

6.1. Сравнение чисел на числовой прямой

В результате работы с числовой прямой учащиеся должны уяснить себе, что чем дальше число расположено на числовой прямой от начала, тем оно больше.

1. Учебник, с. 58. Упр. 1. Имеются две пары объектов. Выясняется, что в первом случае речь идет о количестве, а во втором — о количестве или о площади. Нужно сравнить величины. Это можно сделать, выполнив измерение показав на числовой прямой его результаты. На ней уже показали сравнение двух величин, но каких?

Выполняется измерение величин К и М. Обнаруживается, что сделанные на числовой прямой дуги соответствуют результатам измерения. Отмечается, что по длине отрезка числовой прямой видно, что одна величина больше другой, остается дополнить запись знаком «больше».

Выполняется измерение площадей. Нужно и этот результат показать на числовой прямой. Оказывается, что и для площадей подходит уже сделанный чертеж. Запись дополняется знаком «больше».

Далее отмечается, что чертеж подходит к обоим случаям: оба раза при измерении величин получились те же самые числа 6 и 5. Таким образом, чертеж показывает, что **всегда** величина, в которой уместается 6 мерок, больше величины, в которой уместается 5 мерок. В числе 6 больше единиц, чем в числе 5. Делается соответствующая запись: $6 > 5$.

2. Учебник, с. 58. Упр. 2. Для сравнения первой пары чисел их нужно отметить дугами на числовой прямой начиная от флажка. Числа сравниваются по количеству единиц в каждом и по месту на числовой прямой. Замечается, что большее число отстоит от начала числовой прямой дальше, чем меньшее, поэтому в нем единиц больше. При сравнении других пар чисел дуги не рисуются, но дети охватывающим жестом показывают, сколько единиц в заданном числе и в его паре.
3. Учебник, с. 59. Упр. 3. Дана заготовка числовой прямой. Дети должны назвать недостающие числа. Затем «дополненная» числовая прямая служит опорой для выполнения других заданий на этой странице учебника.
4. Учебник, с. 59. Упр. 4. Дети, скорее всего, сразу скажут, что число 6 больше числа 4. Нужно это доказать с помощью числовой прямой. Это можно сделать, используя охватывающий жест, но лучше указать на то, что число 6 отстоит на числовой прямой дальше от начала, чем число 4.

При подборе чисел в запись нужно найти на числовой прямой заданное число, а затем показать жестом, где нужно искать ему пару — дальше от начала или ближе к нему. Подбирается несколько вариантов решений.

5. Учебник, с. 59. Упр. 5. На свитках даны числовые прямые. По поводу каждой числовой прямой ставятся вопросы: *Где начало числовой прямой?* (Его не видно.) *Покажите рукой, справа оно или слева. Как вы догадались об этом?*

(Стрелкой указано направление числовой прямой, а начало ее находится в противоположной стороне от стрелки.)

В одном случае детям придется сравнить «большие числа», которые не все знают. Их следует не читать, а называть как «первое число, второе число». Сравнивая числа, дети должны ссылаться на то, какое число стоит от начала числовой прямой дальше.

При выполнении задания со сказочными числами нужно эмоционально подчеркнуть, что эти числа никто не знает, и тем не менее другие дети смогли их сравнить. *Почему?* (Потом, что понятно, какое из них ближе на числовой прямой к началу.)

На последнем свитке имеется только одно число из каждой пары сравниваемых чисел. *Почему же мы можем их сравнить?* Выясняется, что одно число из пары можно показать на числовой прямой, а где находится другое, можно сообразить. Так, мы **знаем** все числа, которые находятся ближе к началу, чем число 6. Среди них нет числа 15, значит, оно стоит на числовой прямой дальше, значит, оно больше. Подчеркивается важность **знания** числового ряда. Возможно, дети заявят, что они его хорошо знают. Предлагается проверить это.

6. Учитель дает заведомо трудные задания (при закрытом учебнике), чтобы показать, что числовой ряд еще нужно освоить. Например:
«Какое число стоит перед числом 16?»
Идите к началу числового ряда от чисел 9, 6, 14».

Вот некоторые устные упражнения, которые следует проводить на последующих уроках:

- 1) учитель называет число и просит детей назвать только три следующих числа;
- 2) на доске дан отрезок числовой прямой со скрытым началом, но с указанием направления (вправо) и тремя точками. Учитель указывает дальнюю от начала точку и называет некоторое число. Учащиеся должны назвать два других числа по указке учителя. Значение исходной точки меняется несколько раз.

- 3) Дан отрезок числовой прямой со скрытым началом и заданным направлением. Даны всего три точки, обозначенные сказочными цифрами. Указывается одна из них. *Пусть это будет число 4. Какими тогда будут другие написанные числа? А если это число 6?* Таким образом, несколько раз меняется значение одной и той же точки.
- 4) Осваивается счет от большего числа к меньшему: учитель называет одно число, а учащиеся должны назвать два числа, стоящие перед ним.
- 5) Учитель называет число, а дети хором должны назвать два следующих или два предыдущих. Учитель задает жестом темп ответов, при этом делает лишний жест, побуждая назвать не два числа, а больше. Задача детей — не попасться в «ловушку» и остановиться, назвав именно два числа.

6.2. Сравнение величин с помощью числовой прямой

1. Учебник, с. 60. Упр. 1. Даны два отрезка и две ломаные линии. Выясняется, что для сравнения длин отрезков нет необходимости в измерении, а удобной меркой для измерения ломаной линии может быть длина одного ее звена. Результаты измерения показываются с помощью дуг на числовой прямой. Подчеркивается, что на числовой прямой, как на отрезках, сразу видно, что ломаные равны.
2. Учебник, с. 60. Упр. 2. Задание выполняется с обязательным нанесением дуг на числовую прямую.
3. Учебник, с. 61. Упр. 3. В задании имеется «ловушка»: третий объем нельзя сравнить с другими, так как он измерен иной меркой.
4. Учебник, с. 61. Упр. 4. На числовой прямой показаны две величины. *Что это за величины?* Дети называют разные варианты. *Неизвестно, о каких величинах идет речь, но что о них известно?* Что величина М больше

величины Н. Известно также, что в одной величине содержится 5 мерок, а в другой — 3. Дополняются соответствующие записи.

6.3. Зависимость между числами и величинами при измерении их одной и той же меркой

В этом разделе продолжается изучение способа сравнения величин по их числовым значениям. Однако теперь это делается без опоры на числовую прямую. Осваивается зависимость между величинами и числами при условии использования одной и той же мерки: чем больше величина, тем больше получится при ее измерении число, и наоборот, чем больше число, тем больше получится при построении величина.

1. Имеются три сосуда одинаковой формы. В них разный объем воды. Известно, что при измерении меркой (показывается) получились числа 2, 3, 4. Нужно догадаться, к какому объему воды относится каждое из этих чисел. Скорее всего, дети дадут правильный ответ и обоснуют его тем, что в большем объеме должно быть больше мерок, значит, большее число относится к большему объему. Правильность вывода подтверждается промериванием.

Учитель подчеркивает, что учащиеся правильно догадались об отношении объемов на основании **знания** отношения чисел еще до измерения.

2. Учебник, с. 62. Упр. 5. Читаются записи об измерении длин. Предлагается по числам определить отношение длин. Ответы детей проверяются реальным построением величин. Задания выполняются последовательно, сначала сравниваются величины П и С, а затем С и Р. Во втором случае дети могут не обратить внимания на изменение мерки и дать неправильный ответ. Это должно обнаружиться при построении величины Р. Подчеркивается, что числа подсказывают отношение между величинами тогда, когда измерение произведено одной и той же меркой.

3. Учебник, с. 62. Упр. 6. На рисунке две группы объектов. Результат их измерения (заданной меркой) записан сказочными цифрами. Нужно сравнить эти числа. Первая группа явно больше второй, и учащиеся, скорее всего, дадут правильный ответ. После этого предлагается расшифровать сказочные цифры, т. е. выполнить измерение. Подчеркивается, что еще до счета дети догадались, что большую величину будет обозначать большее число.
4. Учебник, с. 62. Упр. 7. Даны три отрезка. Результаты их измерения представлены сказочными цифрами. Уточняется, что измерение проведено одной меркой Е, поэтому чем длиннее отрезок, тем больше число.

6.4. Зависимость результата измерения от выбора мерки

Рассматривается зависимость между мерками и числами при измерении одной и той же величины: чем больше мерка, тем меньше число.

1. На парте две разные мерки (они должны быть такими, чтобы при работе с одной из них получилось число 3, а при работе с другой — число 4). Предлагается каждому ученику взять одну мерку и измерить ширину учебника. Получив от детей разные числа, учитель делает предложение, что ширина учебника у соседей по парте неодинаковая. Дети выполняют непосредственное сравнение — учебники по ширине равны. *Почему же получились разные числа? Потому что измерение производили разными мерками. У кого мерка больше? У кого число больше?* Обнаруживается, что тот, кто работал с большей меркой, получил меньшее число, и наоборот.
2. Учебник, с. 63. Упр. 8. Длину удава мартышка измеряла разными мерками. В конверте дети находят соответствующие мерки. Предлагается сначала догадаться, в каком случае получится большее число. Выполняется измерение, оценивается догадка, дополняются записи.

3. Учебник, с. 63. Упр. 9. Перед измерением площади нужно высказать догадку, в каком случае получится самое большое число, а в каком — самое маленькое.
4. Учебник, с. 63. Упр. 10. Длину удава измеряли попугай и мартышка. Требуется догадаться, кто из них получит число 5, а кто — число 3.

6.5. Линейка

1. Учебник, с. 64. Упр. 1. Измерена длина Д. Нужно выбрать в конверте соответствующую мерку. Ею оказывается мерка А. Дополняется запись.
2. Учебник, с. 64. Упр. 2. Этой же меркой нужно измерить длину С. Дети начинают работу. Учитель останавливает их и обращает внимание на то, что в первом упражнении удалось определить длину быстро, потому что не нужно было ставить меток, где кончается одна мерка и начинается другая.

Сообщается, что для измерения длины используют линейку, на которой заранее отмечены мерки. Из конверта вынимается полоска со шкалой, взятая из Приложения. Дети находят обозначение начала, отмечают, что при определении шага использовалась мерка А, — это написано на линейке под первым шагом, но это обязательно проверяется с помощью мерки.

Предлагается поучиться пользоваться такой линейкой: измеряется ширина тетради, страницы учебника и др. При этом получаются и нецелые числа, о которых говорится: число меньше 5, но больше 4. Никакие записи при этом не ведутся: важно, чтобы дети освоили технику работы с линейкой — правила ее приложения к объекту. Наконец, измеряются длины С и Е в учебнике, делаются соответствующие записи.

3. Учебник, с. 64. Упр. 3. Предлагается сделать новую линейку, на которой повторяется мерка Б. Из конверта вынимается заготовка из приложения, проверяется, что на ней отложена именно мерка Б. Линейка достраивается учащимися.

Нужно измерить длины Е и С этой линейкой. Но сначала предлагается догадаться, какое число получится при этом — больше или меньше того, что было получено при измерении длин меркой А.

4. Учебник, с. 64. Упр. 4. С помощью изготовленных линеек нужно построить отрезки. По записи определяется, в каком случае какую линейку нужно использовать.

Сначала строится первый отрезок. Затем уточняется, будет ли второй отрезок равен первому. Учитель провоцирует неправильный ответ, указывая на равенство чисел в записях. Предположения детей проверяются реальным построением второго отрезка.

6.6. Стандартные единицы измерения. Единицы длины

1. У учащихся две линейки из материалов прошлого урока и полоска бумаги. Работа в парах. С помощью линейки и числа 5 один ученик должен начертить отрезок на листе бумаги, а другой — отмерить полоску. Ставится условие: длины полоски и отрезка у соседей по парте должны быть равны. На вопрос детей, какой линейкой нужно воспользоваться, предлагается выбрать ее самостоятельно. Проверка работы выполняется путем наложения полоски на отрезок.

Выясняется, что можно было взять любую линейку из двух, но при этом обязательно договориться между собой, какую именно.

Учитель сообщает, что люди во всем мире тоже договорились о некоторых мерках. Их называют **мерами** или **единицами измерения**. Для измерения длины есть такие единицы: *метр, дециметр, сантиметр* (называя единицы, учитель показывает полоски картона соответствующей длины). Есть и другие единицы длины: *километр, миллиметр*, но они пока не будут рассматриваться.

Открывается с. 159 учебника. Учащиеся находят перечень мер длины и их сокращенные обозначения.

Повторяются названия единиц длины: учитель показывает одну из картонных полосок, а учащиеся называют ее длину.

Сообщается, что для удобства измерения эти мерки бывают «собранны» в линейки. Учащиеся рассматривают свои стандартные деревянные линейки. Убеждаются в том, что на бумажных линейках, с которыми они работали ранее, нанесены мерки больше, чем сантиметр.

Показываются линейки с другими единицами: полоса с нанесенными на ней дециметрами, металлическая или мягкая рулетка.

2. Учебник, с. 65. Упр. 2. Предлагается потренироваться в использовании единиц длины при измерении разных объектов в классе. В учебнике заданы некоторые ориентиры. Определив объект, дети должны назвать подходящую единицу измерения.

По ходу измерений будут получаться нецелые числа. При назывании результатов используются житейские выражения, например: длина доски 3 м и еще немного, но не 4 м, и т. п. Записывать полученные числа не требуется.

3. Учебник, с. 65, 66. Упр. 3 и 4. Задания выполняются на основе полученного представления об отношении единиц длины. Если дети забыли его, предлагается справиться об этом на обложке.
4. Учебник, с. 66. Упр. 5. Даны полоски. Требуется построить отрезки той же длины.

У. Подойдет ли для работы метр (показывает деревянный метр)?

Д. Нет, он слишком большой.

Учитель предлагает начать с небольшой сантиметровой линейки. При работе с линейкой обращается внимание детей на то, что начало отсчета мерок отмечено цифрой 0. Именно с этой меткой нужно совмещать «начало» измеряемой длины.

Измеряется длина К (8 см), делается запись и строится отрезок. Затем записывается длина Т (7 см). Сравнивая записи, учащиеся высказывают предположение об отношении длин К и Т. Строится отрезок, который оказывается наглядно короче первого.

С помощью мерки-дециметра (из приложения) измеряется длина Н. Строится соответствующий отрезок, делается запись. Предлагается повторить измерение Н, используя единицу-сантиметр. Учащиеся «предсказывают», какое получится число — больше или меньше, чем при измерении дециметром. Устанавливается, что в 1 дм содержится 10 см.

5. Учебник, с. 66. Упр. 6. При измерении длины указанными мерками отмечается, что клетка не является стандартной меркой, — клетки бывают разные, а сантиметр во всем мире одинаков.

6.7. Единицы счета

1. Повторяются известные детям единицы длины. Ставится задача выяснить, какие единицы люди договорились использовать для измерения количества.

У детей на партах 6 кругов и 4 квадрата. Это величина А. Нужно ее измерить и сообщить число. Если учащиеся спросят о мерке, следует предложить им придумать мерку самостоятельно. Скорее всего, дети пересчитают фигуры по одной и получат число 10. Предлагается назвать мерку, единицу счета. Можно ли сказать, что это 10 м? 10 см? 10 квадратов? Дети могут сказать *10 фигур*.

У. Покажите мерку... Теперь посчитайте фигуры вот такой меркой (показывает пару фигур).

Дети получают число 5. «Как назвать эту мерку? Нельзя же сказать, что здесь 5 фигур!» Предлагается обратиться к учебнику. Читаются названия единиц. Дети уточняют результаты своих измерений: 10 штук и 5 пар.

2. Учебник, с. 67, 68. Упр. 1 — 5. Выполняя задания, учащиеся переходят в счете от одной единицы к другой. В упр. 2 они должны догадаться о единице счета по заданному числу.

3. Учебник, с. 69. Упр. 6 — 8. Производится счет геометрических объектов. Выбирается самая простая единица — штука, но поясняется, что часто слово *штука* заменяют названием тех объектов, которые пересчитывают: 3 отрезка, а не 3 штуки, хотя второе не является ошибкой.

У. Как считали игрушки, если ответ получился 4 машинки?
Д. Считали штуками.

В упр. 7 важно увидеть на последнем рисунке 3 отрезка.

Критерии усвоения учебного материала

Учащиеся должны:

- 1) уметь сравнивать числа на числовой прямой; знать, что чем дальше число отстоит от начала, тем оно больше;
- 2) знать зависимость между величинами и числами при использовании одной и той же мерки;
- 3) понимать зависимость между мерками и числами при измерении одной и той же величины;
- 4) знать единицы длины и счета.

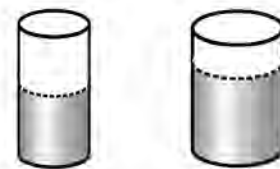
7. РАЗНОСТНОЕ СРАВНЕНИЕ ВЕЛИЧИН. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ЧИСЕЛ (17 уроков)

В этой теме уточняется отношение неравенства величин. Выявляется их разность — величина, характеризующая степень различия между величинами. Это отношение моделируется на числовой прямой, что позволяет ввести действия сложения и вычитания для чисел как присчет и отсчет шагов на числовой прямой. Рассматриваются выражения, описывающие эти действия. Вводится число 0.

Дети тренируются в мысленном движении по числовой прямой на 1, 2, 3 шага от заданного числа.

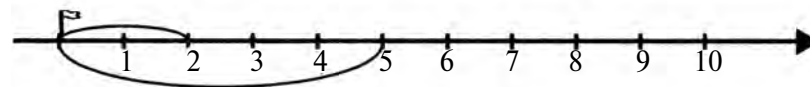
7.1. Разность чисел

1. Демонстрируются два сосуда одинаковой формы и размера, но с разным объемом воды в них. Выясняются и выполняются реально и на чертеже два способа уравнивания объемов: увеличение меньшего до уровня большего и наоборот — уменьшение большего. По ходу работы учитель пытается долить или отлить «неправильный» объем воды. При обсуждении этих ошибок подчеркивается, что добавлять или отливать нужно не любую величину, а определенную — **разность, то, на сколько различаются** объемы в обоих сосудах. Предлагается показать на сосудах эту разность как избыток в большем объеме и как недостаток в меньшем.
2. На столе учителя два сосуда разных размеров и с разным объемом воды в них, а на доске изображена числовая прямая. Устанавливается, что в первом сосуде объем воды меньше, чем во втором (сосуды такие, и в них столько налито, что это сразу видно, см. рис.):



Учитель предлагает уравнивать объемы воды в сосудах. Выбирается любой из способов уравнивания, например доливание воды в первый сосуд. Однако теперь нельзя ориентироваться на уровень воды в сосудах. *Как же определить объем воды, которую нужно долить в первый сосуд?*

Дети предлагают произвести измерение. Учитель дает мерку (стаканчик). Кто-то из детей промеривает воду в первом сосуде и результат (2 мерки) отмечает дугой на числовой прямой. После этого другой ученик измеряет объем воды во втором сосуде и отмечает свой результат (5 мерок) на числовой прямой:



Учитель предлагает показать разность на чертеже. Дети выделяют ее дугой другого цвета.

У. Теперь вы можете уравнивать объемы воды в сосудах?

Д. Да. Надо долить в первый сосуд 3 мерки.

Дети выполняют уравнивание. Для проверки вода из этих сосудов переливается в другие, одинаковые по форме и размеру.

Еще раз уточняется, что по числовой прямой дети смогли определить, на сколько мерок во втором сосуде воды больше, на сколько мерок в первом сосуде воды меньше (используется новый для детей оборот речи).

Далее учитель показывает два прямоугольника и сообщает, что их площади измерили меркой К. Площадь первого оказалась 2К, а площадь второго — 5К. Детям предлагаются догадаться, на сколько площадь одного больше площади другого. *Надо ли для этого делать новый чертеж?* Оказывается, можно и по старому чертежу определить разность. Она состоит из 3

мерок К. На числовой прямой видно, что в числе 5 на 3 единицы больше, чем в числе 2. Над дугой, выделяющей разность, записывается цифра 3.

После этого учитель помогает детям сделать и прочитать соответствующие записи:

$$5 > 2 \text{ (на 3) и } 2 < 5 \text{ (на 3).}$$

3. Учебник, с. 70. Упр. 1, 2.
4. Учебник, с. 70. Упр. 3. На свитке изображена сказочная числовая прямая. Хотя начала не видно, но стрелка позволяет определить, в какой оно стороне. Поэтому можно установить, какое число больше и на сколько. Например, число $\cdot$ на один шаг дальше числа $\underline{\underline{1}}$, значит, оно на 1 больше.
5. Учебник, с. 71. Упр. 4. Выполняя задание, учащиеся подбирают 5 – 6 разных пар чисел с заданной разностью. Записываются только две пары.
6. Дети находят на числовой прямой указанное учителем число (6) и называют соседние числа. Сообщается, что число, находящееся на один шаг впереди, называют предыдущим, а число, идущее следом, на один шаг дальше, — последующим. Выполняются упр. 5 и 6 (учебник, с. 71). Подчеркивается, что разность соседних чисел равна единице.
7. Предлагается дополнить сделанную на доске запись: 7... 9 (на $\underline{\quad}$). Числа и разность показываются на числовой прямой жестом, записывается результат сравнения.

С помощью жестов сравнивается еще одна пара чисел — 9 и 7. Обнаруживается, что показано то же самое место на числовой прямой.

С помощью числовой прямой выясняется разность чисел 5 и 8. Новое сравнение (8 и 5) уже не требует обращения к прямой: учащиеся говорят, что уже установили, что число 5 меньше числа 8 на 3, значит, число 8 больше числа 5 тоже на 3.

Разность чисел 9 и 6; 5 и 7 предлагается найти с помощью пальцев: дети часто считают на пальцах. В результате проб должно быть уяснено, что на числовой прямой действовать проще. Обнаруживается также, что эти два задания не составляют такой пары, как предыдущие, и каждое из них пришлось выполнять на числовой прямой отдельно.

8. Учебник, с. 71. Упр. 7. Нужно дополнить записи, не прибегая к числовой прямой и к пальцам. Учащиеся объясняют, что первая запись позволяет дополнить вторую.

7.2. Разность величин

1. Демонстрируются два сосуда одинаковой формы и размера, но с разным объемом воды в них. В тетрадах и на доске делается запись об отношении объемов воды, например: $A < B$.

Предлагается измерить эти объемы и найти их разность с помощью числовой прямой (она должна уже быть нарисована на доске). Для этого учитель предъявляет мерку Е. Производится измерение обоих объемов, и полученные числа (2 и 6) отмечаются на числовой прямой. Находится разность — число 4.

Предлагается дополнить запись на доске, чтобы было видно, на сколько объем А меньше объема Б. Учитель поддерживает идею тех детей, которые предлагают дополнить запись числом 4: $A < B$ (на 4).

После этого предлагается выполнить ту же работу, но уже с меркой К. Получаются числа 1 и 3. На числовой прямой находится их разность — число 2. *Это другая разность? Какую из них надо вставить в запись, 2 или 4?*

Выясняется, что на самом деле разность одна (этот объем показывается на сосудах), только измерена она разными мерками. Запись дополняется указанием мерки: $A < B$ (на 4Е), а рядом делается еще одна запись: $A < B$ (на 2К).

2. Учебник, с. 72. Упр. 1. Надо достроить числовую прямую, на которой уже отмечено число 5 и дана еще одна точка. Учитель сообщает, что между точками как раз один шаг.

Ориентируясь на направление прямой, дети определяют, в какой стороне должно быть начало, и отмечают на прямой числа.

Эта прямая будет использоваться при выполнении других упражнений на этой странице.

3. Учебник, с. 72, 73. Упр. 2, 3, 4. Во всех случаях учитель ставит дополнительный вопрос: на сколько мерок нужно уменьшить большую величину или на сколько мерок нужно увеличить меньшую величину, чтобы получить равенство?
4. Учебник, с. 73. Упр. 5, 6. Поиск разности производится с помощью числовой прямой. Важно не попасться в «ловушку». Величины, измеренные разными мерками, нельзя одновременно представлять на одной числовой прямой. Поэтому в этом случае нельзя найти их разность.

7.3. Единицы массы

1. Повторяются единицы длины. Затем учитель показывает груз: можно ли измерить этими единицами массу? Выясняется, что для измерения массы существуют свои стандартные меры (демонстрируются гири массой 1 кг и 1 г). На обложке учебника дети рассматривают рисунки и получают некоторое представление о тонне и центнере. Ориентируясь на эти рисунки, учащиеся дополняют фразы учителя нужными наименованиями:

В вагон погрузили 7... (т) угля.

Мама сварила 1... (кг) картофеля.

На базу привезли 10... (т или ц) крупы.

Уточняется, что в быту люди чаще всего пользуются единицами килограмм и грамм.

2. Учебник, с. 74. Упр. 1. Нужно прочитать числа, называя их наименования не сокращенно, а полностью. Затем именованные числа переписываются в порядке возрастания. Позволяется обращаться к учебнику.
3. Учебник, с. 74. Упр. 2, 3. Выполняется сравнение масс. Требуется найти разность, используя числовую прямую на соседней странице тетради. Важно отказаться от определения разности, когда измерение массы было проведено разными единицами (3 кг и 3 г, 5 кг и 10 г).

7.4. Нахождение значения величины по значению другой величины и разности

1. У учителя два сосуда одинаковой формы, в одном из них вода. Анализируется запись: $\square E < 8E$ (на $3E$). Из нее следует, что объем воды измерили меркой E (учитель показывает ее) и что неизвестный объем на 3 такие мерки меньше. Как налить недостающий объем воды? Дети могут предложить предметный способ действия: налить сначала столько же воды, потом отлить 3 мерки. *Это правильный способ, но нельзя ли без переливаний узнать, сколько мерок надо налить в пустой сосуд? Может, в этом нам поможет числовая прямая?* Дети ищут ответ на числовой прямой, а учитель помогает детям вопросами, например:

Какое число нужно определить — большее или меньшее?

В какую сторону по числовой прямой нужно идти от известного числа?

Сколько шагов нужно пройти?

Полученным числом дополняется запись. Наливается нужный объем воды с помощью мерки. Подчеркивается, что объем был определен при работе с числами на числовой прямой.

2. Учебник, с. 75. Упр. 4. Требуется построить меньшую величину. Анализируется запись. Из нее ясно, что неизвестная величина должна быть меньше заданной на 3 мерки. Измеряется заданная величина, а затем на числовой

прямой находится, из скольких мерок состоит первая величина. Дополняются запись и рисунки.

3. Учебник, с. 75. Упр. 5, 6. С помощью числовой прямой определяются неизвестные числа.

Некоторые дети смогут определить искомое число мысленно. Пусть они докажут свой ответ с помощью числовой прямой.

4. Учебник, с. 75. Упр. 7. Предлагается действовать на воображаемой числовой прямой.

7.5. Сложение и вычитание чисел

1. Учебник, с. 76. Упр. 1. На числовой прямой дано одно число. Нужно найти другое число, которое можно вставить в запись: $_ > 5$ (на 2). Учитель направляет работу детей следующим образом:

У. Найдите на числовой прямой число 5. Теперь нужно найти неизвестное число. Оно больше или меньше 5?

Д. Больше.

У. Значит, куда нужно двигаться по числовой прямой: по направлению стрелки (удаляясь от начала) или против направления стрелки (к началу)?

Д. Нужно двигаться по стрелке, потому что чем число дальше от начала, тем оно больше.

У. Сколько шагов нужно сделать от числа 5?

Д. 2 шага, потому что это число больше числа 5 на 2.

По ходу рассуждений сдвиг на два шага вправо от числа 5 отмечается дугой со стрелкой. Определяется, какое число получилось.

Учитель делает на доске запись произведенных действий: $5 + 2$ — и разъясняет ее: начали двигаться от числа 5; ищем большее число и поэтому идем в сторону от начала — это обозначают знаком «плюс»; наконец, записываем, сколько шагов нужно сделать от числа 5. Такая запись называется **выражением**. Ее читают так: «пять плюс два» или «пять увеличили на два».

Таким же образом проводится работа с числом 7. Записывается и дается образец чтения выражения: $7 - 3$.

Два новых задания уже выполнены на одной числовой прямой. Нужно вписать число, от которого началось движение, и соотнести записи заданий и стрелки на числовой прямой. Среди выражений, помещенных ниже числовых прямых, предлагается найти и прочитать те, в которых описана эта работа на числовой прямой.

2. Учебник, с. 76. Упр. 2. Выражения прочитываются двояким способом: со словами *плюс*, *минус* и со словами *уменьшили*, *увеличили*. После этого учитель сообщает, что действие увеличения числа на другое число называется *сложением*, а действие уменьшения — *вычитанием*.

Примечание. Пока названия действий не очень нужны. Более активно эти термины будут использоваться после расширения смысла этих действий, связанного с рассмотрением отношения целого и частей.

3. Учебник, с. 77. Упр. 3. Аналогичная работа проводится относительно величин. Определяется, о какой величине идет речь: большей или меньшей — и так далее по схеме, описанной в пункте 1. Действия обязательно фиксируются стрелками на числовой прямой.
4. Учебник, с. 77. Упр. 4. Предлагается поучиться читать и понимать выражения. Имеется запись: $6 + 2$. *Какое число нашли на числовой прямой сначала? Найдите его. В какую сторону пошли? (От начала.) Сколько шагов прошли? (Два.) Какое число получилось? (8).* Действия на числовой прямой выполняются только жестом, без рисования дуг.
5. Учебник, с. 77. Упр. 5. Если в предыдущем упражнении дети учились **понимать запись**, то теперь даются задания на умение **сделать запись** в соответствии с производимыми на числовой прямой действиями. Учитель указывает на числовой прямой (она изображена на доске) число 7, а дети записывают цифру. Затем он показывает, в какую

сторону будет двигаться по прямой, а дети записывают соответствующий знак («плюс» или «минус»). Наконец учитель делает указкой два шага по числовой прямой, а дети записывают цифру 2. Называется найденное число. Читается полученная запись.

6. Учебник, с. 78. Упр. 6.
7. Учебник, с. 78. Упр. 7 — 9. Требуется найти величину или число, записав и прочитав выражение. Это обязательно должно сопровождаться соответствующим показом на числовой прямой.
8. Учебник, с. 79. Упр. 10. Сообщается, что результат действия на числовой прямой записывается с помощью равенства. Такую запись можно прочитать по-разному: «пять плюс три равно восьми»; «пять плюс три — это восемь»; «пять увеличить на 3 — получится восемь».
9. Учебник, с. 79, 80. Упр. 11 — 14. Выполняя эти упражнения, дети учатся строить и читать равенства.

При выполнении упр. 14 учитель просит детей найти **значения** выражений и поясняет, что так говорят о числе, которое получится в результате действия, описанного выражением. В дальнейшем в речи учителя этот термин должен использоваться достаточно часто.

7.6. Случаи $a \pm 1$, $a \pm 2$, $a \pm 3$

1. У детей на партах разложены вырезанные из Приложения сказочные цифры. Предлагается придумать из них числовой ряд. На доске нарисована лента с оборванными краями. На ней изображена прямая с указанным направлением (например, вправо) и отмеченными четырьмя шагами (ограниченными пятью точками).

Учитель берет один знак и ставит его к средней точке на числовой прямой:

У. Какое это число?

Д. Наверное, это 3!

У. Неизвестно, ведь начало числовой прямой оказалось отрезанным. Теперь выберем знак для числа на 1 больше. С какой стороны его поставить?

Д. Справа.

Вызванный ученик выбирает карточку с цифрой, учитель соглашается, подчеркивая произвольность выбора: *Пусть будет такая цифра*. Таким же образом дети самостоятельно выбирают знаки для остальных чисел.

Допустим, получился ряд: $\perp \gamma (\odot) \Upsilon \cap$. Предлагается указать самое маленькое из этих чисел; число больше его на 1; число меньше первого на 1 (его в ряду нет, а вообще-то оно существует); число на 1 больше и на 1 меньше числа Υ и т. п.

2. На доске записаны сказочные числовые выражения с цифрами из созданного числового ряда: $\gamma + 1$, $\gamma - 1$, $\cdot + 1$, $\cdot - 2$, $\cap - 1$, $\cap + 2$.

Учитель «замечает», что в этой сказочной школе «один» и «два» пишутся, как обычно. Предлагается догадаться, какие числа получили сказочные ученики в результате заданных действий. Учитель указывает выражение, приписывает знак равенства, дети поднимают карточку с нужной цифрой — ответом.

В последнем случае дать ответ нельзя из-за нехватки цифр.

3. Учебник, с. 81. Упр. 1. В учебнике сказочные цифры стоят в иной последовательности: этот порядок придумали другие дети. Уточняется, что первая цифра не означает число 1. Выясняется, какое из заданных чисел самое большое, а какое — самое маленькое.

Записываются равенства. В объяснениях используются понятия следующего и предыдущего чисел.

4. У учителя лист бумаги, сложенный гармошкой, на каждой грани которой написаны равенства вида $a \pm 1 = c$ и $a \pm 2 = c$ (с обычными цифрами). Учитель загораживает

карточкой часть записи, закрывая второе число. Если спрятано число 1, дети должны поднять один палец. Затем учитель снимает карточку, и все проверяют свое решение. Рассуждение: если в равенстве записаны соседние числа, значит, произошло увеличение или уменьшение на 1.

Учитель «восхищен» — дети работали «держа числовую прямую в уме».

Примечание. Мысленное движение по числовой прямой на один шаг, вероятно, уже освоено учащимися. На данном этапе обучения требуется связать направление движения со знаками «+» и «-» и соответствующими терминами.

5. Учебник, с. 81. Упр. 2. Просматривается первый столбик выражений. Отмечается последовательное изменение исходного числа, предлагается читать выражения и называть результаты действий, по возможности не глядя на числовую прямую. Под диктовку учеников учитель записывает соответствующие равенства на доске.

Обнаруживается, что столбик можно продолжить. Записываются случаи до $9 + 1$. Обращается внимание на постепенное увеличение числа, записанного после знака равенства.

Такая же работа продлевается со вторым столбиком. Учитель сообщает, что нужно тренироваться, чтобы научиться быстро и правильно производить такие действия «в уме». В качестве тренировки выполняется упр. 3 (учебник, с. 3).

Примечание. Упражнения, формирующие навык сложения и вычитания, представлены в учебной тетради, а также в учебнике, начиная со с. 120. Задания выполняются параллельно изучению нового учебного материала.

6. Учебник, с. 4. Упр. 4 Работа выполняется в парах: один ученик решает (с помощью жестов на числовой прямой) верхний пример, а другой — нижий. Затем выясняется, почему у обоих получился один и тот же результат.

7. Учебник, с. 82. Упр. 5. В сказочной школе тоже выполняли такие задания, один ученик решил верхний пример и нашел на сказочном числовом ряду указанное число. Какое число получит другой ученик? Выясняется, что оба должны проделать на числовой прямой одну и ту же работу, поэтому результат получится тот же. В последнем столбике скрыта «ловушка». Нельзя поставить во вторую запись то же число, что получено в первой.

8. Учебник, с. 82. Упр. 6. Предлагается потренироваться в мысленной работе на числовой прямой. Не стоит приучать детей к развернутой речевой формулировке способа действия, например: $5 + 1$ — это 6, $6 + 1$ — это 7, значит, $5 + 2 = 7$. Это замедляет процесс присчитывания. Нужно, чтобы дети, увидев или услышав выражение, сразу называли следующие точки числовой прямой. Дети порой принимают исходное число за первый шаг по прямой. Чтобы этого избежать, нужно предложить детям не повторять заданное число — ведь его «уже слышали (видели в записи)». Поэтому работу с упр. 7 можно организовать так.

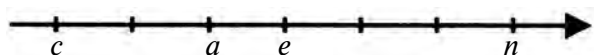
Один ученик вслух читает исходное число, а остальные дети последовательно хором произносят следующие или предыдущие числа. При этом они должны по виду знака быстро определить направление движения по числовому ряду, досчитать до нужного числа и вовремя остановиться.

9. Учебник, с. 82. Упр. 7. По рисунку требуется составить рассказ-задачу и решить ее, т. е. найти ответ и записать соответствующее равенство. Само движение по числовой прямой детям предлагается выполнить мысленно. Не нужно требовать от детей отчета о том, что такое задача, что такое решение, просто учитель начинает активно использовать эти термины. Упражнения в составлении и решении задач представлены на следующих двух страницах учебника. (Параллельно выполняются задания на отработку случаев прибавления и вычитания чисел 1 и 2.)

10. Учебник, с. 83, 84. Упр. 8 — 13. Материал для составления и решения задач прорабатывается параллельно работе со с. 85 — 90 учебника.

7.7. Обозначение чисел буквами. Буквенные выражения

1. Учебник, с. 85. Упр. 1. На доске и в учебниках числовая прямая:



Учитель поясняет, что некоторые числа на числовой прямой пока обозначили буквами. В отличие от величин, которые мы обозначали заглавными печатными буквами, числа обычно обозначают строчными письменными буквами.

У. Вы не знаете, какие это числа, но мне кажется, что сможете сравнить их!

Устанавливается, что начало на числовой прямой не отмечено, но имеется стрелка, указывающая ее направление. Сравниваются пары чисел, заданные в учебнике. Находятся их разность. При оценке отношения чисел учащиеся ссылаются на то, что данное число стоит на числовой прямой дальше от начала (или ближе к нему). В одном случае выполнить сравнение нельзя, так как число p на прямой не отмечено.

Определяются результаты действий с числами (они тоже обозначены буквами). В одном случае точного ответа дать нельзя, хотя, конечно, в этой точке число тоже имеется, однако нам не сообщили его обозначение.

К доске вызываются дети, которые будут играть роль чисел c , a , e , n . Они встают «рядом со своим числом». Учитель «расшифровывает» число a , вручив соответствующему ученику карточку с цифрой 3. Ученик помещает ее на числовую прямую (на доске) под буквой a . Класс «разгадывает» остальные числа. Числа записываются в тетрадях. Таким же образом выполняются два других задания, представленные в упражнении.

2. Учебник, с. 85 — 86. Упр. 2 — 4.

3. Учебник, с. 86. Упр. 5. На доске и в учебнике имеется числовая прямая, на которой обозначено число a . У учителя сосуд, в котором a мерок воды (мерку учитель показывает), т. е. воду измерили, но пока не назвали конкретного числа. В другой сосуд (такой же формы) нужно налить на две мерки больше. Выясняется, что можно налить столько же воды и добавить 2 мерки. На числовой прямой дугой со стрелкой отмечается это действие и находится точка, соответствующая полученному объему воды. Но как ее обозначить? Можно ли сказать, что это число a ? (Нет, число a стоит впереди.) Новое число можно обозначить другой буквой. Учитель сообщает, что эту точку можно обозначить и **выражением**. В таком случае говорят, что это число — « $a + 2$ ». Дети находят такую запись под числовой прямой и соединяют ее с соответствующей точкой.

В третий сосуд (такой же формы) учитель наливает объем a и тут же уменьшает его на 3 мерки. После этого дети должны сказать, что в третьем сосуде на 3 мерки меньше воды, чем в первом. На числовой прямой ученики находят и обозначают выражением соответствующую точку. Обсуждается уровень воды на рисунке в учебнике. Дополняются записи.

4. Учебник, с. 86, 87. Упр. 6, 7. Требуется разместить на числовой прямой заданные выражения или составить выражения для обозначения точек.
5. Учебник, с. 87. Упр. 8, 9. Нужно сравнить выражения, используя числовую прямую. Числа в выражениях подобраны так, что позволяют учителю при обсуждении решений «недоумевать»: *В первом выражении число 1, а во втором 2, второе выражение обозначает большее число! В выражениях записаны двойки, наверное, нужно везде поставить знак равенства!* Дети дают свои объяснения.

6. Учебник, с. 87. Упр. 10. Учащиеся сталкиваются с равенством выражений: хотя выражения выглядят по-разному, но они обозначают одно и то же число (одну и ту же точку на числовой прямой).
7. Учебник, с. 88. Упр. 11. В задании использованы не буквенные, как было раньше, а числовые выражения.

На числовой прямой числа 5 и 10, выделено еще одно число. Учитель сообщает, что Саша нашел это число, двигаясь от числа 5, а Витя — двигаясь от числа 10. *Каким выражением обозначит свое число каждый мальчик?* Выясняется, что это выражения $5 + 3$ и $10 - 2$ и обозначают они одно и то же число 8.

Требуется сравнить выражения. Дети должны выполнить соответствующее действие на числовой прямой, найти указанные точки, обозначить их выражениями и произвести сравнение.

8. Учебник, с. 88. Упр. 12. Дети рассматривают рисунок и решают, что для измерения длины карандашей подходит единица меры *сантиметр*. Значит, длина первого карандаша p см. Второй и третий карандаши закрыты так, что их полная длина не видна, однако есть выражения.

У. Прочитайте первое выражение, обозначающее длину второго карандаша.

Д. $p + 2$.

У. Теперь продолжите рассказ: длина первого карандаша p см, а длина второго... Больше или меньше?

Д. Длина второго карандаша на 2 см больше.

У. Теперь расскажите о длине третьего карандаша.

Д. Длина третьего карандаша на 1 см меньше.

У. Нужно уточнить: меньше, чем что?

Д. Меньше, чем длина первого карандаша.

Дети сравнивают заданные выражения. Учитель называет значение p , а дети определяют значения выражений, т. е. называют длины карандашей. Результаты записываются в таблицу.

7.8. Число 0

1. Учебник, с. 89. Упр. 1. На доске и в учебниках изображена числовая прямая. С ее помощью нужно найти результаты действий: $4 - 1$, $4 - 2$, $4 - 3$, $4 - 4$. При выполнении на числовой прямой действия $4 - 4$ учащиеся оказываются в ее начале. *Какое число нужно вписать в качестве ответа?* Дети высказывают свои предложения. Учитель сообщает, что в таком случае записывается особое число 0. Им обычно обозначают начало числовой прямой.
2. Учебник, с. 89. Упр. 2.
3. Учебник, с. 89. Упр. 3. Если до этого 0 рассматривался как число, стоящее в начале на числовой прямой, то теперь нужно показать детям, что 0 может обозначать и «ни одной мерки» (количественный смысл числа 0).

Требуется построить отрезки по записям. В последнем случае выясняется, что от точки ничего откладывать не нужно, 0 см означает «ни одного сантиметра».

4. Учебник, с. 90. Упр. 4. Даны выражения, в которых 0 занимает второе место в записи ($4 + 0$). Выясняется, что $4 + 0$ означает, что от числа 4 нужно пройти 0 шагов, т. е. ни одного.
5. Учебник, с. 90. Упр. 5. Выясняется, что если по числовому ряду из числа отшагать назад это же число шагов, то попадешь в начало ряда. А отшагать назад 0 шагов — значит вообще не шагать, а остаться на месте.
6. Учебник, с. 90. Упр. 6. Число a отстоит от начала на a шагов. Значит, $0 < a$ (на a).

Учащиеся должны:

- 1) находить разность чисел на числовой прямой;
- 2) представлять на числовой прямой разностное отношение величин;
- 3) выполнять сложение и вычитание чисел на числовой прямой.

8. ЦЕЛОЕ И ЧАСТИ (8 — 10 уроков)

Сначала учащиеся знакомятся с возможностью составления величины (и числа) из частей. Затем учатся определять числовое значение величин, находящихся в отношении целого и частей. Выполняя действия на числовой прямой, учащиеся обнаруживают, что способы поиска значения целого и значения части различны. Знание свойств отношения целого и частей позволяет составлять и решать текстовые задачи на поиск любого компонента сложения и вычитания.

В рамках этой темы начинаются изучение состава чисел в пределах 10 и отработка соответствующего навыка вычислений.

8.1. Целое и части в предметной ситуации

В предметной ситуации выделяется целое как величина, состоящая из других величин — частей. Выделенное отношение фиксируется средствами чертежа.

1. На столе учителя два сосуда с водой и один (больше первых двух) пустой. Сообщается, что в первом сосуде содержатся 7 стаканов воды (учитель показывает стакан), а в другом — 9. Числа записываются на доске.

Далее учитель уточняет, что первоначально вся вода находилась в третьем (сейчас пустом) сосуде. Ее объем — k стаканов. Предлагается сравнить числа k и 7, k и 9. Дети тем или иным образом пытаются доказать правоту своих ответов. Учитель пока не дает разъяснений, но вызывает к доске трех учеников и назначает их ответственными за объемы воды: 7 стаканов, 9 стаканов и k стаканов. Предлагается всем троим одновременно взять в руки свой объем воды. «Хозяин» объема k может взять в руки пустой сосуд. Его поправляют — нужно взять k стаканов *воды!* Выясняется, что это та же вода, что и у двух других учеников. Учитель помогает учащимся, вводя термины: 7 стаканов и 9 стаканов — это **части**, составляющие k стаканов, а в это же время k стаканов — это **целое**, состоящее из двух частей — 7 и 9.

Предлагается показать, как это получается, с помощью чертежа (в тетрадах). Одна часть — один отрезок. Выясняется, что вторую часть удобно поместить вплотную к первой, а целое показать, охватив дугой части. Элементы чертежа обозначаются числами. Охватывающим жестом дети показывают на чертеже 7 стаканов и k стаканов и делают вывод об их отношении. Таким же образом дети показывают и оценивают отношение 9 и k .

2. В описанной предметной ситуации целое разбивалось на части, в следующей, наоборот, целое будет собираться из частей.

Требуется натянуть веревку во дворе от одного столба к другому. Демонстрируются 3 клубка веревки, длины которых уже померили (какой мерой?) и выяснили, что первая длина 8 м, вторая — c м, а третья — 3 м (числа записываются на доске). Выяснилось, что нужная длина — n м (запись на доске) — получится, если связать все 3 веревки. К доске вызываются четыре ученика, чтобы они одновременно взяли в руки веревки, описанные четырьмя числами: 8, c , 3, n . Обнаруживается, что n м является целым по отношению к другим величинам и состоит из этих величин. Строится чертеж. С помощью жестов выполняется сравнение, которое поясняется: n больше, чем 8, потому что n — это целое, в которое 8 входит как часть.

3. Учебник, с. 91. Упр. 1. Учащиеся сообщают, как получилась площадь T (ее составили из 2 частей). Выполняется сравнение величин. При выборе чертежа учитель «защищает» неправильный: здесь тоже величина T больше, чем A , и больше, чем E . Дети поясняют, что в этом случае T становится тоже частью еще какого-то целого, что не соответствует рисунку с площадями.
4. Учебник, с. 91. Упр. 2. Выясняется, что 3 круга и 5 треугольников — это 2 части целого набора из 8 фигур.
5. Учебник, с. 91. Упр. 3. Выявляются разные варианты разбиения площади на 3 части. Например, 6 клеток + 3 + 2 или 5 + 4 + 2 и т. п.

8. 2. Определение значения целого

1. Сообщается условие задачи. У хозяйки было 7 кг фруктов в коробке и 5 кг в корзине (рисунок на доске). Она решила сварить повидло, а для этого нужно купить столько же килограммов сахара. *Как узнать, сколько всего килограммов фруктов у хозяйки?* Сын хозяйки предложил все яблоки поставить на весы и узнать их массу. А дочь сказала, что число можно узнать с помощью числовой прямой. Как это сделать?

Очевидно, дети предложат найти на числовой прямой число 7 и затем увеличить его на 5. Учитель «удивляется»:

У. Почему увеличить? Я ведь не говорю, что неизвестное число больше данных чисел!

Д. Но это и так понятно, ведь в это число входят и 7 кг, и 5 кг — это целое!

Рассматриваются варианты действий на числовой прямой, имеющиеся в учебнике на с. 92 (упр. 1). Выясняется, что Петя нашел меньшее число, Коля сначала нашел на числовой прямой число 7 и увеличил его на 5, Ира нашла число 5 и увеличила его на 7. Они получили одно и то же число 12. Записываются оба правильных решения.

Напоминаются термины *целое* и *части*: чтобы узнать целое, мы **сложили** 2 части. Действие увеличения на числовой прямой называют **сложением**.

2. Учебник, с. 92. Упр. 2. Выясняется, что за одно измерение не удастся определить длину ломаных линий. Нужно измерить их части, а числа сложить. Записи решений сравниваются — в одном случае **сложили** два числа, а в другом — три, потому что в одном случае целое состояло из 2 частей, в другом — из 3.
3. Учебник, с. 93. Упр. 3. Чтобы ускорить измерение площадей, предлагается работать парами: один ученик измеряет голубую часть площади, а другой — серую. Результаты измерений вписываются в чертеж, записывается решение. Ответ находится с помощью числовой прямой.

4. У учителя два сосуда. В один из них он наливает две большие чашки воды, во второй — один маленький стаканчик. На доске записываются числа 2 и 1.

Вода сливается в третий сосуд. *Сколько в ней мерок? Можно ли это узнать без измерения, с помощью чисел?* Многие дети скажут, что в сосуде 3 мерки. Измерение чашкой не подтверждает этого. *Наверное, нужно измерить стаканчиком!* Но и в этом случае получается не 3 стаканчика, а больше. Выясняется ошибка: дети сложили числа, полученные при измерении разными мерками.

5. Учебник, с. 93. Упр. 4. Анализируя записи и рисунок, учащиеся замечают, что Петя и Таня складывали числа, полученные при измерении разными мерками, что неправильно. Коля и Ира перемеряли части одной и той же меркой. Оба ответа правильные, хотя и разные.
6. Учебник, с. 94. Упр. 5. Учащиеся должны отказаться складывать числа, когда они представлены разными единицами измерения.
7. Учебник, с. 94. Упр. 6. Сравнить выражения можно, вычислив их значения, которые следует подписать под выражениями.
8. Учебник, с. 94. Упр. 7. Дети пересчитывают звездочки и круги. Далее предлагается определить число треугольников, используя полученные ранее числа и числовую прямую. Одному ученику все же поручается пересчитать треугольники «вручную». Полученные ответы сверяются. Способ ручного пересчета оценивается как «детсадовский», а другой — как «рациональный».

8.3. Порядок сложения чисел

1. Учебник, с. 95. Упр. 1. Строятся записи: $5 + 2 = 7$, $2 + 5 = 7$, $a + c = k$, $c + a = k$. Читается вывод.

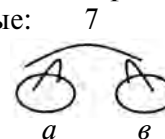
2. Учебник, с. 95. Упр. 2. Учитель высказывает мнение, что необходимо выполнить ручное измерение длины заданной меркой. Но обнаруживается, что искомая величина состоит из тех же частей, что и первая, это то же самое целое, но в нем части поменяли местами.
3. Учебник, с. 96. Упр. 3. Объяснение решений должно быть примерно таким: сложили те же части, но в другом порядке, получится то же самое целое.
4. Учебник, с. 96. Упр. 4. Выясняется, что нужно узнать значение целого, состоящего из 2 частей. Выбираются два правильных действия: $8 + 3$ и $3 + 8$.

Предлагается одним учащимся выполнить на числовой прямой первый способ, а другим — второй. Результат получается тем же, однако второй способ действия занимает больше времени, при этом некоторые дети могут сбиться, присчитывая число 8. Подчеркивается, что удобнее присчитывать к большему числу меньшее.

5. Учебник, с. 96. Упр. 5. Выясняется, что вторая запись не подходит ни к одному из рисунков, а две другие могут быть отнесены к любому из них.

8.4. Варианты значений частей целого

1. На доске — изображения двух корзин. В них «кладутся» апельсины-картинки. Учитель записывает поясняющие данные:



Сообщается, что считали апельсины штуками. Известно, что всего их... (7 штук). Однако неизвестно, как они разложены по корзинам, и поэтому числа пока обозначены буквами. Предлагается выполнить все возможные сравнения. Выясняется, что легко можно сравнить число 7 с числами a и b , так как

целое, конечно, больше каждой своей части, но отношение частей неизвестно. С помощью числовой прямой определяются варианты разных отношений, например: $3 < 4$, $5 > 2$, $1 < 6$.

2. Учебник, с. 97. Упр. 1.
3. Учебник, с. 98. Упр. 3 (упр. 2 лучше выполнить после упр. 3). Содержание рисунка переносится на числовую прямую. При опоре на нее выполняются требуемые сравнения и определяются результаты сложения и вычитания.
4. Учебник, с. 97. Упр. 2. После выполнения упр. 2 подчеркивается, как полезно знать части числа — тогда легко находить значения выражений, даже если числа не совсем знакомы.
5. Учебник, с. 98. Упр. 4. Даны фигуры. Предлагается с помощью числовой прямой показать два разных варианта разбиения на части группы, состоящей из 5 фигур. При этом учитель заранее определяет отношение частей: *Сделайте так, чтобы часть слева была больше (меньше); чтобы части были равными*. Вариант частей 2 и 3 признается таким же, как вариант 3 и 2. Отмечается, что 5 фигур нельзя разбить на две равные части. Дополняются записи.
6. Учитель демонстрирует две группы картинок, которые пересчитываются. Получилось, например, 6 маков и 5 ромашек. Все картинки складываются в конверт. Как узнать с помощью числовой прямой, сколько всего картинок в конверте? На доске рядом с конвертом учитель помещает отрезок числовой прямой. Учащиеся сообщают способ сложения ($6 + 5$), результат которого определяется с помощью числовой прямой (на доске). Называется и записывается вариант $5 + 6$. Ответ определяется без обращения к числовому ряду.

Далее учитель вынимает из конверта и выставляет на доске 3 мака и 2 ромашки (т. е. число 5 представлено разнородными

объектами, но пока не определяется общее число вынутых картинок). Сколько цветов осталось в конверте? Дети, скорее всего, не смогут ответить. Нужно предложить им воспользоваться числовой прямой, на которой части выделены дугами. Записывается равенство: $11 - 5 = 6$.

Вновь все картинки убираются в конверт, а затем вынимаются и выставляются 3 мака и 3 ромашки. *Сколько фигур в конверте?* После обращения к числовой прямой делается запись: $11 - 6 = 5$.

7. Учебник, с. 99. Упр. 5 аналогично только что описанному упражнению. Однако ответ теперь нужно дать уже без обращения к числовой прямой.
8. Учебник, с. 99. Упр. 6, 7.
9. Предлагается приступить к изучению состава числа 6.

К доске вызывают трех учеников: один будет контролировать целое, а два других — части. Выставляются 6 картинок или фигур. Выделяется самая маленькая часть — ученик отодвигает одну фигуру от остальных. Учитель просит каждого из трех учеников показать свои фигуры.

В тетрадях на числовой прямой числа 0 — 6. Учащиеся выделяют, проведя цветным карандашом по прямой, самую маленькую часть — длину 1 шага. Тем самым обнаружится и вторая часть. Дети называют ее.

«Хозяину» первой части картинок предлагается увеличить ее. Учитель «стремится помочь» ему и подает «постороннюю» картинку. «Хозяин» целого возражает: тогда получится не 6, а другое число. Оказывается, увеличение первой части должно происходить за счет второй. На числовой прямой дети продлевают цветную линию еще на один шаг.

Таким же образом отрабатываются варианты $3 + 3$, $4 + 2$, $5 + 1$.

Затем все варианты записываются по порядку в виде равенств.

Проводится тренировка: кому удалось запомнить состав числа 6 и соответствующие случаи сложения и вычитания.

Примерно в таком же порядке будет постепенно осваиваться состав других чисел первого десятка. Соответствующие упражнения помещены в учебнике начиная со с. 127.

Следующие уроки целесообразно начинать с устного счета, в котором отрабатывается как ранее пройденный материал (прибавление и вычитание чисел 1, 2, 3), так и новый, связанный с изучением состава чисел.

8.5. Поиск значения части

1. Учебник, с. 100. Упр. 1.

2. На столе два сосуда с водой. На доске записана схема с лучами. По записи понятно, что в первом сосуде 4 баночки воды, а в двух — 11. Выясняется, что воду во втором сосуде можно померить, но можно определить ее объем, действуя не с водой, а с числами на числовой прямой.

Но чтобы работать на ней, нужно знать, большее или меньшее число мы ищем. Оказывается, это число обязательно меньше, чем число 11, на 4. Обсуждается и записывается решение. Полученное с помощью числового ряда число проверяется путем ручного измерения.

Сообщается, что действие поиска меньшего числа называют **вычитанием**.

3. Учебник, с. 100. Упр. 2. Анализируя рисунок, учащиеся рассказывают, о чем идет речь, что уже промерено, а что нужно узнать. Учитель предлагает сравнить неизвестное число с числом 7 — значением другой части. Оказывается, пока трудно сказать, какая часть больше и на сколько. Но сравнить неизвестную часть с целым можно. Выбирается решение, находится ответ.

4. Учебник, с. 101. Упр. 3. Как определить, в каких случаях находили часть, а в каких — целое? Для этого нужно помнить, как узнают часть и целое. Учащиеся

формулируют соответствующие правила, например: чтобы найти целое, нужно сложить части; чтобы найти часть, нужно из целого вычесть известную часть.

Для различения записей можно предложить найденное целое вписать карандашом, а часть — ручкой.

5. На доске 8 и 5 яблок (картинки стоят в пачках рядом с числами). Требуется узнать целое. Уточняется, что мерой является штука. Выясняется и выполняется (с помощью числового ряда на линейке) решение. Учитель сетует, что по числовому ряду трудно делать много шагов, и знакомит детей с калькулятором. Важно разъяснить, это счетное устройство может выполнить и вычитание, и сложение, однако само оно не может выбрать действия — это работа для человека, а машинка только подсчитывает. Полученный на ней ответ оказывается тем же, что был определен с помощью линейки, — это нужно обязательно продемонстрировать, чтобы показать надежность работы прибора.

6. Учебник, с. 101. Упр. 4.

7. Учебник, с. 101. Упр. 5 направлено на дифференцирование случаев поиска целого и части.

Сравниваются два верхних чертежа. Чем они различаются? Учащиеся говорят об использовании в них разных чисел. Учитель подводит детей к другому отличию: на одном чертеже неизвестно целое, на другом — часть.

Предлагается поупражняться в поисках значения целого и части.

У. Какие действия нам известны?

Д. Сложение и вычитание.

У. Покажите жестом знак сложения... вычитания.

Дети поднимают скрещенные пальцы или один выпрямленный палец. Далее этот жест используется, когда нужно показать учителю выбранное действие.

Результат действий может быть найден с помощью калькулятора.

В случае со сказочными числами на месте ответа записывается вопросительный знак. В последнем задании — «ловушка»: целое меньше части. Предлагается исправить число 15 на 5, после чего записать решение.

8. Учебник, с. 102. Упр. 6. Учащиеся продолжают работу по дифференцированию случаев поиска части и целого, а также готовятся к решению текстовых задач.

В детский сад привезли игрушки в коробках. Имеются записи о них. Нужно определить неизвестное число, выполнив действие — сложение или вычитание. К первому рисунку составляется сюжет, который начинает проговаривать учитель, а дети продолжают: *В детский сад привезли пирамидки и кубики, всего... (16 штук). Пирамидок было... (7 штук). Что неизвестно? Что нужно узнать?* (Сколько привезли кубиков?)

Неизвестное число сравнивается с имеющимися и выбирается действие вычитания, так как нужно найти часть.

Таким же образом придумываются сюжеты по другим рисункам. Заметим, что пока не требуется составлять четкий текст задачи.

Для повышения мотивации при определении решения можно ввести персонаж, например Буратино, который очень любит выполнять сложение, а с вычитанием еще не разобрался. Он предлагает условие: игрушки, число которых нужно узнать сложением, он будет забирать себе, а остальное могут забрать себе дети.

При выполнении задания со сказочными числами труднее определить, из какого числа нужно вычитать. Чтобы побудить детей к размышлению, учитель предлагает неверный порядок чисел в записи. После объяснения и выполнения правильной записи действия один из учеников находит сказочное число — ответ.

9. Учебник, с. 102. Упр. 7. Учитель называет числа, использованные на чертеже, и высказывает «сомнение» — смо-

гут ли учащиеся найти результаты действий с этими неизвестными большими числами без помощи калькулятора, используя лишь чертеж? Выражение $21 + 7$ — «ловушка», так как оно не соответствует чертежу.

Критерии усвоения учебного материала

Учащиеся должны:

- 1) определить результаты действий сложения и вычитания по заданной схеме целого и частей;
- 2) выбрать действие поиска значения целого и части при наличии двух других значений, заданных рисунком или схемой;
- 3) соотнести предметную ситуацию и чертеж отношения целого и частей.

9. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ (10 уроков)

Ранее задачи были представлены некоторой предметной ситуацией или рисунком, в которых отношение величин было задано явно. Теперь дети будут иметь дело с *текстовыми* задачами. При первой же встрече с ними оказывается, что понять суть условия довольно трудно, но в качестве помощника может выступить чертеж. Чертеж помогает и решить задачу, так как позволяет легко отнести искомое к целому или части и соответственно выбрать действие. Внимание учащихся обращается на частое несовпадение действий: предметного, описываемого в условии задачи, и арифметического.

Рассматривается отличие задач от рассказов, выясняются принципы построения задачи на основе рассказа.

9.1. Анализ текстов задач с помощью чертежа

1. Кратко подводятся итоги прошлых уроков. Мы учимся находить числа не только измеряя объекты, но и действуя с другими числами. Нам известны два действия — сложение и вычитание. Сложение выполняется, когда нужно найти большее число, а вычитанием находят меньшее число.

Необходимо определить, какое действие с числами нужно выбрать, решая задачу: «Мама принесла 11 огурцов. Из них 4 огурца были длинные, а остальные — короткие. Сколько коротких огурцов принесла мама?» Текст излагается быстро, так что дети не смогут запомнить его. Учитель сочувствует им: трудно разобраться в задаче, если только слышишь ее и ничего не видишь. Дети предлагают свои способы фиксации условия. Возможно, это будет рисунок. Учитель соглашается с этим, но замечает, что придется при этом потратить много времени. Кто-то может предложить просто записать на доске числа. Учитель делает это и замечает, что из такой записи непонятно:

может быть, принесли 11 огурцов, а потом еще 4... Выбирается (или предлагается учителем) чертеж. Учитель повторно и медленно читает текст, а дети по ходу чтения строят отрезки (в тетрадах и на доске), подписывая их числами. Выясняется, что для числа 4 нужно выделить отрезок «внутри» первого, а не чертить новый. Вписывается вопросительный знак. Далее уточняется, о чем сообщает каждый из трех отрезков: 4 — длинные огурцы, 11 — все огурцы и еще один отрезок — короткие огурцы.

Примечание. Не нужно заострять внимание на соотношении частей внутри целого. Если у кого-то из детей возникнет этот вопрос, следует указать, что пока нам неизвестна вторая часть, придется отметить ее приблизительно. Важно, что в любом случае часть будет меньше целого.

Определяется решение: так как требуется узнать часть, т. е. меньшее число, нужно из целого вычесть известную часть. Результат действия находится с помощью калькулятора (поощряется также попытка некоторых детей вычислить ответ в уме).

2. Учебник, с. 103. Упр. 1. До чтения задачи по рисунку оговаривается, что речь будет идти о яблоках и бананах. Учитель читает текст, а дети должны определить, какой чертеж из двух к нему подходит. По чертежу выполняется решение.

(До специального указания в методическом пособии тексты задач читает учитель или бегло читающий ученик.)

3. Учебник, с. 103. Упр. 2. По рисунку дети узнают, о чем идет речь в задаче. Задача читается, отмечается необходимость построения чертежа. Далее дети строят чертеж по ходу чтения учителем задачи. Определяется решение.
4. Учебник, с. 103. Упр. 3.
5. Учебник, с. 104. Упр. 4. Сообщается, что построены чертежи к каким-то задачам. Нужно выбрать только те,

в которых неизвестной была часть, и записать решения. «Ловушка» показывает, что кто-то плохо слушал текст задачи и сделал неправильный чертеж (в нем часть больше целого).

6. Учебник, с. 104. Упр. 5. Учитель привлекает внимание детей к тексту двух задач. В нем они видят одинаковые числа. Учитель высказывает предположение, что, наверное, по ошибке напечатали одинаковые задачи, и предлагает проверить это с помощью чертежа. Выполняются два чертежа. Возможно, учащиеся заметят, что в задачах речь идет о разных детях. Только ли этим отличаются две задачи? Важно прийти к следующему: в одном случае число 8 является целым, в другом — частью. Записываются решения. Решения различны, тогда говорят, что и задачи различны.
7. Учебник, с. 105. Упр. 6. Учитель читает задачу, а дети строят чертеж. По ходу дела учитель подсказывает, что если число не названо, то на его месте в чертеже нужно пока поставить точку. В конце чтения выясняется, что точку нужно изменить на знак вопроса, так как именно об этой величине спрашивается в задаче.

Учитель на доске тоже делает чертеж, спрашивая у детей, где следует поместить следующий отрезок — внутри первого или снаружи и т. п.

Определяется решение. Учитель сообщает, что в другом классе дети рассуждали так: число рыбок у Саши увеличилось, значит, нужно выполнить сложение. Выясняется, что требуется узнать не то число рыбок, которое получилось после покупки новых, а ту часть рыбок, которых Саше купили недавно, — целое уже известно, а нужно узнать значение части.

Учитель читает новую задачу, ученики строят чертеж. Неизвестная величина сначала отмечается точкой. Вопрос к задаче учитель предлагает поставить самим учащимся. После этого на чертеже вписывается вопросительный знак. Записывается решение. Затем обсуждается, почему выбрано сложение, хотя в задаче длина ленты уменьшалась.

8. Учебник, с. 105. Упр. 7. Среди записей даны две «ловушки»: $8 - 6$ и $8 + 14$. Нужно уточнить, что можно найти результат этих действий с помощью числовой прямой или калькулятора, но в этом не может помочь заданный чертеж. На месте результатов действий ставится вопросительный знак.
9. Учебник, с. 106. Упр. 8. Учитель читает первый текст, ученики по ходу чтения выполняют чертеж. Проверяется правильность соотношения целого и частей, уточняется единица измерения — штука.

Строится чертеж ко второму тексту. Выясняется его отличие от первого. Конечно, в них различны числа, но главное — во втором тексте даны не все числа, одно нужно узнать. Об этом числе ставится вопрос. Учитель предлагает называть первый текст рассказом, а второй — задачей.

Затем определяется действие. Сообщается, что это **решение**, которого не требует рассказ. В результате решения получают **ответ** на вопрос задачи. Предлагается в ответе кроме числа записывать наименование (в скобках), а устно давать развернутый ответ на вопрос.

При определении решения учитель предлагает выполнить вычитание: ведь количество конфет у Иры уменьшалось! Дети должны не попасться в эту «ловушку» и сослаться на то, что нужно узнать целое.

10. Учебник, с. 106. Упр. 9. Отмечается, что чертеж сделан не к задаче, потому что все числа известны, но «пока обозначены буквами». Детей призывают, несмотря на это, выполнить указанные сравнения и записать результаты действий. Обнаруживаются две «ловушки»: 1) нельзя определенно сравнить части; 2) если сложить часть и целое, то это число нельзя обозначить буквой *c*.
11. Учебник, с. 107. Упр. 10. Даны два текста. Нужно проверить, задачи ли это. Учитель читает первый текст. Учащиеся высказывают свои мнения. Предлагается обосновать мнение с помощью чертежа. Обнаруживается, что

при наличии только одного числа невозможно решить задачу. Условие задачи исправляется: «Таня нашла еще 2 гриба». Записывается решение. Учитель сообщает, как его обосновал знакомый ученик: *Нужно увеличить, потому что количество грибов у Тани увеличилось*. Дети должны возразить: *Потому что ищем целое*. Формулируется ответ.

Учащиеся на слух оценивают правильность второй задачи. Затем строится чертеж, на нем отмечаются все компоненты задачи: имеется условие с двумя числами, вопрос. Можно записать решение и дать точный ответ. Обязательно обсудить, почему выбрано действие вычитания, хотя, согласно условию задачи, количество грибов в корзине у Нади увеличилось.

12. Учебник, с. 107. Упр. 11. Построили чертежи к задачам об овощах. Требуется записать решение. На чертеже к задаче о моркови не хватает еще одного числа. Учитель может внести в чертеж на доске изменение, задав целое — 6, после чего записывается решение.

На чертеже к задаче об огурцах придется поменять местами целое и часть. К задаче о репе можно записать решение, но нельзя вычислить ответ. Учитель напоминает, что величину можно записать не только одним числом, но и выражением: «*a* плюс *c* огурцов».

9.2. Составление задач

Учащимся раскрывается, что рассказ о трех значениях величины можно преобразовать в три задачи, в каждой из них делая неизвестным одно из значений.

1. Учитель предлагает решить задачу с помощью чертежа. Он читает текст: *У Юры было 13 орехов. Когда 8 орехов он съел, у него осталось 5 орехов. Сколько орехов было у Юры первоначально?* Учащиеся по ходу чтения строят чертеж в тетради. Обнаруживается, что на поставленный вопрос имеется ответ в самом тексте. Все числа известны, значит, это не задача, а рассказ с числами.

Предлагается изменить текст, чтобы он стал задачей. Как это сделать? Рассуждения детей учитель направляет к тому, что нужно выбрать величину, значение которой будет неизвестно. Можно эту величину заранее отметить на чертеже вопросительным знаком. Дети называют свои варианты неизвестного. На новом чертеже учитель ставит вопросительный знак на месте числа 8, расставляются на свои прежние места другие два числа. Теперь нужно сформулировать задачу. Важно, чтобы дети составляли текст задачи, следуя за указкой учителя (пока), которая, передвигаясь по чертежу, задает порядок упоминания чисел в сюжете. В нужном месте учитель подсказывает введение слова *несколько*. По окончании изложения условия указкой возвращаются к вопросительному знаку, чтобы был сформулирован вопрос.

Предлагается записать решение и проверить, получится ли то число (8), которое было изначально задано в рассказе.

2. На новых чертежах меняется место неизвестного. Следя за движением указки учителя дети составляют условия задачи, записывают их решения, формулируют ответы.

Составлять текст лучше, работая в паре. Соседи по парте придвигаются друг к другу и шепотом проговаривают текст, следуя за указкой учителя.

3. Учебник, с. 108. Упр. 1. Построен ли первый чертеж к задаче или к рассказу? Поскольку данные на чертеже представлены не конкретными числами, а буквами, дети могут сказать, что здесь вообще нет чисел, поэтому это не задача, а рассказ. Учитель напоминает, что буквами обозначают и числа, кроме того, буквы можно заменить числами. Но чертеж действительно построен к рассказу, поскольку в нем все числа заданы. Учитель читает текст, а учащиеся проверяют, соответствует ли он данному чертежу: *В мяч играли а ребят. К ним присоединились еще р ребят, и стали играть в мяч с ребят.* Сколько задач можно составить по этому рассказу? Выясняется, что три задачи, так как есть три числа и каждое может стать тем, которое нужно находить вычислением.

4. Учебник, с. 108. Упр. 2. Учитель читает текст задачи, а дети находят соответствующий ей чертеж из упр. 1. Затем, работая в парах, преобразуют текст в две новые задачи, соответствующие оставшимся двум чертежам.
5. Учебник, с. 108. Упр. 3. Нужно записать решения к составленным задачам. Учитель «сокрушается»: было три задачи, наверное, теперь не вспомнишь их. Выясняется, что для записи решения вспоминать текст не нужно, достаточно обратиться к чертежу — ведь все задачи составлялись с опорой на чертеж.
6. Учебник, с. 109. Упр. 4. Необходимо проверить, является ли текст задачей. Учитель читает текст, а дети строят чертеж. Выясняется, что дан рассказ, но по нему можно составить три задачи. Требуется задача, которая решается сложением. Оказывается, что неизвестным должно стать целое. Зачеркивается буква *a* и рядом записывается знак вопроса. Другие буквы заменяются числами 11 и 4. Составляется текст задачи, записывается решение.

Строятся два новых чертежа, в которых вопросительный знак ставится на новые места. При распределении чисел окажется, что нужно быть внимательным и не сделать целое меньше его части.

7. Учебник, с. 109. Упр. 5. Рассматриваются чертеж и рисунок. Съели часть пирожков или испекли еще? Наверное, может быть и то и другое. Составляется первая задача, записывается ее решение. Выясняется, почему число пирожков увеличивалось, а дети выбрали действие вычитания (потому что нужно узнать меньшее число, часть). Составляется вторая задача. От записи решения следует отказаться — оно уже записано, ведь использовался тот же самый чертеж.
8. На доске чертеж вида $? = 3 + 6$. Определяется, что он построен к задаче, так как имеются два числа и вопросительный знак. Учитель сообщает, что это задача о каран-

дашах в коробке. Но что происходило с ними — добавили еще или забрали часть? У детей будут разные мнения. Оказывается, по чертежу этого определить нельзя. Учитель предлагает составить текст задачи, начиная с целого. Он указкой проводит по целому: *В коробке было...* (несколько карандашей)... Далее указка переходит на отрезок, обозначенный числом 6, потом — числом 3 и возвращается к вопросительному знаку. Получилось условие задачи, согласно которому карандаши добавлялись.

Записывается решение.

Предлагается составить текст иначе: сначала учитель указывает на число 3, потом на число 6 и, наконец, на вопросительный знак. Получился текст, в котором карандаши добавляются. Записывается решение.

Сравниваются два решения. Они совершенно одинаковые. Выясняется, что в обоих случаях находили целое, состоящее из тех же самых частей. Обе задачи строили по одному и тому же чертежу.

9. Учебник, с. 110. Упр. 6. Рассматривается чертеж. Ясно, что он построен к задаче. Добавилось число машин в гараже или убавилось, пока неясно. Предлагается составить текст задачи, начиная с неизвестного. Учащиеся работают в парах. А учитель им помогает, проводя указкой по элементам чертежа (на доске) в нужном порядке. Оценивается составленный текст, записывается решение задачи, обсуждается различие предметного и арифметического действий.

Составляется новая задача, текст которой начинается с числа 13. Учитель так направляет учащихся (двигая указкой по чертежу), чтобы задача имела структуру $13 - ? = 7$. Задается вопрос-«ловушка»: *Число, полученное при решении этой задачи, будет больше или меньше, чем число, полученное при решении предыдущей задачи?* Выясняется, что это то же самое число, поскольку и решение будет таким же — обе задачи построены по одному и тому же чертежу.

10. Учебник, с. 110. Упр. 7. Ранее учащиеся находили значения выражений, исходя из чертежа. Теперь нужно исходить

из заданного равенства. Делается попытка найти ответ в первом примере. Для доказательства ответа строится чертеж. Следующие числа находятся с помощью чертежа.

11. Учебник, с. 110. Упр. 8.

9.3. Единицы объема

1. Учитель напоминает о стандартных единицах массы и длины.

У. Как измеряют объем жидкости?

Д. Часто измеряют стаканами, кружками.

На столе учителя два сосуда разной конфигурации. В один из них, по утверждению учителя, налито три стакана воды. Уточняется: нам известна мерка — стакан. Предлагается налить во второй сосуд воду такого же объема. На столе несколько стаканов разного объема. Дети в растерянности: какой стакан взять?

Учитель объясняет, что когда хотят измерить длину сантиметром или метром, никто не спрашивает, какой взять сантиметр, метр, потому что во всем мире они одинаковые. Так и для измерения объема нужна общая для всех людей в мире единица — это *литр*. Есть и другие единицы: миллилитр, декалитр, но литр — основная. Предлагается догадаться, поместится ли в стакан 1 л воды.

Учитель демонстрирует литровый пакет молока. Путем переливания устанавливается, что 1 л помещается в 4 — 5 стаканах.

На столе имеются другие емкости, например двух- и трехлитровые банки, банки в 800 мл. Каково отношение их объемов к литру? В спорных случаях производится переливание воды.

Предлагается назвать вещества, кроме воды, объем которых измеряется литрами (квас, бензин, растительное масло и т. п.).

2. Учебник, с. 111. Упр. 1. Указывается, как сокращается наименование **литр**. Учащиеся читают условие: на рисунке изображены емкости с 4 л молока и еще стакан неизвестного объема.

3. Учебник, с. 111. Упр. 2. Даны задачи, в которых объем измерен разными мерами. Это должно быть замечено по ходу построения чертежа. Вносятся исправления: в первой задаче 4 кружки заменяются 4 л, во второй 2 ведра — 12 л.

Записывается и обосновывается решение задач.

4. Учебник, с. 111. Упр. 3. Выполняя задание, учащиеся должны обнаружить, что в одном примере нельзя сложить числа из-за различия использованных мер объема, в двух случаях используются единицы измерения разных величин — действие становится бессмысленным.

Критерии усвоения учебного материала

Учащиеся должны:

- 1) уметь построить чертеж к рассказу и задаче;
- 2) уметь найти значение целого и части, представленных чертежом;
- 3) уметь решать с помощью чертежа задачу, в которой предметное действие не совпадает с арифметическим;
- 4) знать состав чисел в пределах 9 и результаты соответствующих случаев сложения и вычитания.

10. ЧИСЛА ОТ 11 ДО 20 (8 уроков)

Числа 11 – 20 вводятся как продолжение хорошо известного детям отрезка числового ряда. Нужно научиться читать эти числа и выполнять с ними знакомые операции присчитывания. Основания и принципы построения многозначного (в том числе и двузначного) числа изучаются во втором классе.

10.1. Образование чисел 11 – 20

1. Учебник, с. 112. Упр. 1. Рассмотрев материал упражнения, учащиеся высказывают догадку, что будут изучаться числа больше числа 10. Учитель отмечает, что такие числа встречались в учебнике и раньше, но теперь нужно хорошо понять и запомнить, в каком порядке они располагаются на числовой прямой и как называются.

Предлагается прочитать (хором) числа, расположенные на числовой прямой, сначала в порядке возрастания, а потом в обратном порядке. Читаются выражения, их значения определяются обязательно с помощью действий на числовой прямой. Сначала структуру числительных поясняет учитель, а потом и сами учащиеся.

2. Следует записать в тетрадях числа от 11 до 20 по порядку, стараясь не смотреть в учебник. Выполняется это так: один ученик называет число, а остальные его записывают (в том числе и на доске).
3. Предлагается быстро находить на числовой прямой называемые учителем числа. Для этого нужно понимать их названия и знать, где число искать — ближе к 0 или дальше от него.
4. Учитель называет два числа. Нужно записать в тетрадь то из них, которое дальше стоит от 0. Если потре-

буется, можно посмотреть на числовую прямую. Даются пары чисел: 16 и 19, 14 и 12, 15 и 17, 13 и 11, 12 и 20.

Зачитываются сделанные записи. Теперь все эти числа нужно переписать в порядке от меньшего к большему. Новый ряд чисел ученики читают хором.

5. Учебник, с. 112. Упр. 2. Зачитываются заданные числа с указанием их отношения.
6. Учебник, с. 112. Упр. 3. Учитель читает задачу, а дети строят чертеж. Отмечается, что сок измеряли литрами. Выполняется решение.

10.2. Случай вида 16 ± 1

1. Проговаривается числовой ряд от числа 8 до числа 20.
2. Учитель называет число, а учащиеся мысленно двигаются по числовой прямой в сторону 0 и называют три числа.
3. Учебник, с. 113. Упр. 4. Нужно назвать соседние числа — на один больше или меньше заданного. Предлагается по возможности не смотреть на числовую прямую (хотя это и не запрещено).
4. Учебник, с. 113. Упр. 5.
5. Учебник, с. 113. Упр. 6. Учащимся предлагается самим разобраться с текстом задачи (рисунки, включенные в условие, заменяют наименования чисел). Обнаруживается, что вопрос задачи не сформулирован. Чтобы не было ошибок, предлагается построить чертеж, а уже по нему составить текст задачи полностью. Задача решается.
6. Учебник, с. 113. Упр. 7. Учитель читает условие задачи, а учащиеся строят чертеж, затем решают ее.

10.3. Случаи вида 16 ± 2 , 16 ± 3

1. Проговаривается числовой ряд от 20 к 11.

Устно задаются и решаются случаи вида 16 ± 1 .

Устно задаются случаи последовательного вычитания:
 $14 - 1 \dots - 1 \dots - 1$.

2. Учебник, с. 114. Упр. 8. Определяется, какие действия выполнены на числовой прямой. Эти действия записаны в первом столбике. Отмечается, что результат действий получился одинаковым.

Читается следующее выражение, действие выполняется на числовой прямой и записывается в более кратком виде.

3. Учебник, с. 114. Упр. 9. Заданные действия выполняются с проговариванием последовательного движения (мысленного) по числовой прямой.
4. Учебник, с. 114. Упр. 10. Дана задача, которую дети должны прочитать сами и дополнить вопросом. Нужно обратить внимание детей на то, что в тексте сказано, какое число нужно искать — большее или меньшее, поэтому для выбора действия нет необходимости в чертеже. Записывается решение задачи и формулируется ответ.

(К задачам такого вида чертеж будет строиться во втором классе.)

5. Учебник, с. 114. Упр. 11. Задачу читает учитель. Строится чертеж. Записывается решение.
6. Учебник, с. 115. Упр. 12. При выполнении задания учащиеся должны объяснить, как можно определить пропущенное число. Например, 14 и 15 — соседние числа, отличаются на единицу; от 16 до 18 2 шага по числовой прямой.

7. Учебник, с. 115. Упр. 13. Учащиеся должны записать способ поиска пропущенного числа. При этом рассуждение может быть следующим: нужно узнать меньшее число, найдем на числовой прямой известное число 17 и от него пройдем в сторону нуля 2 шага. Это можно записать так: $17 - 2 = 15$.
8. Учебник, с. 115. Упр. 14. Даны две задачи, которые читает учитель. Задачи решаются без выполнения чертежа, на основе рассуждения.
9. Учебник, с. 115. Упр. 15. Дети читают задачу, пробуют поставить вопрос. Строится чертеж, и текст задачи проверяется с его помощью. Задача решается.

10.4. Состав чисел второго десятка. Вариант $10 + a$

1. Учебник, с. 116. Упр. 1. Схемы дополняются числом. Определяется, что общего во всех случаях (число разбито на две части, одна из которых — число 10). Заданные выражения нужно обязательно соотнести со схемой и затем назвать результат действия.
2. Учебник, с. 116. Упр. 2. Выполняя заданные действия, нужно найти два выражения, отличающиеся от других (те, в которых не выделяется в качестве части число 10).
3. Учебник, с. 116. Упр. 3. Дети читают задачу, составляют чертеж, записывают и обосновывают решение.
4. Учебник, с. 116. Упр. 4. Задачу читает учитель. Решение дети находят с помощью рассуждения.
5. Учебник, с. 117 — 119. Упр. 5 — 17. Эти упражнения содержат материал для повторения. Он прорабатывается с предоставлением детям большей самостоятельности.

К концу учебного года учащиеся должны уметь:

- 1) решить текстовую задачу на поиск значения целого и части; одной величины по другой величине и разности;
- 2) выполнить сложение и вычитание в пределах чисел первого десятка;
- 3) прочитать, записать, сравнить числа второго десятка; выполнить с ними простейшие арифметические операции.

Приложения

1. Методические рекомендации по использованию ресурсов электронного приложения

Масштабная компьютеризация образовательного процесса привела в настоящее время к тому, что школы более-менее оснащены современным оборудованием. Это оборудование (персональные компьютеры, компьютерные классы, медиапроекторы и пр.) используется по преимуществу для работы учеников в курсе информатики. Учителя-предметники средней и старшей школы, учителя начальной школы зачастую еще далеки от применения компьютерных технологий в образовательном процессе. Одна из важнейших задач последних лет состоит в приобщении учителя начальной школы к новому мощному образовательному ресурсу. Прежде всего учитель должен понять и оценить возможные функции цифровых образовательных ресурсов в организации учебного и воспитательного процессов.

Для поддержки курса математики 1—4 классов разработаны различные компьютерные учебные задания: тренажеры, конструкторы, анимация.

Развертывание предметной линии измерения сопровождается внедрением в практики разнообразных знаковых (символьных, словесных) форм фиксации общих способов действий, открытых детьми. Поэтому резко возрастает необходимость организации разнообразных коммуникативных пространств. Использование цифровых образовательных ресурсов создаст для этого оптимальные условия, так как такая коммуникация возможна лишь при применении современных информационных технологий.

Компьютер помогает отслеживать динамику учения каждого ребенка, позволяет развести для него предметное действие со знаковым. Например, изменение ребенком чертежа или формулы позволяет отобразить соответствующее этому изменению предметное преобразование.

Компьютерной поддержкой обеспечиваются привычные для организации учебной деятельности и вводятся новые

формы учебной работы, практически неосуществимые в развернутом и полноценном виде без этой поддержки (например, общеклассные проекты, общеклассные учебники и справочники, мини-конференции и пр.).

Иной характер приобретают промежуточные продукты детской работы, они становятся реальными «черновиками», позволяющими легко перерабатывать и редактировать их в соответствии с замечаниями учителя и одноклассников (отсюда у ребенка снижается страх ошибки).

Использование компьютерных заданий позволяет иначе подойти к проблеме индивидуализации сложных действий, включающих вереницу операций, требующих систематического контроля.

Компьютерные ресурсы дают возможность организовать продуктивное взаимодействие всех субъектов образования. Родители могут быть включены в совместную практическую работу с детьми, особенно в точках ее углубления, причем в соответствии с их собственными предметными интересами, а не принудительно.

Вместе с тем использование компьютерных технологий не должно вытеснять реальное исследовательское действие, живую дискуссию, предметные практические действия ребенка с различными материалами там, где они могут быть воссозданы и обеспечены.

Однако компьютер может выполнять совершенно иные функции, поддерживая собственную учебную деятельность ребенка. Компьютерное обучение должно быть обязательно встроено в обучение реальное (подчинено ему), в частности, предметно-практические действия должны оставаться предметно-практическими. Для решения задачи поддержки учебной деятельности ребенка разработаны цифровые ресурсы в достаточно «мелкой нарезке», которые учитель может встроить в учебный процесс в самых разных функциях и на разных его этапах.

Цифровые образовательные ресурсы. Их характеристика и способы использования

Рассмотрим, как можно использовать цифровые ресурсы на уроках. Откройте электронное приложение. В левой части рабочего стола размещено оглавление учебника. Нажимая мышью на раздел или главу, вы открываете коллекцию ресур-

сов, рекомендованных для использования на данных уроках. Их список открывается непосредственно после названия главы, а также на основной части рабочего стола.

Перед тем как работать с ресурсами, познакомьтесь с меню. Оно поможет вам выбрать индивидуальные настройки (меню «Сервис»), прочитать руководство по использованию ресурсов разного типа (меню «Справка»).

Интерактивные задания отличаются тем, что решение ребенком задачи (текст ее дан вверху экрана) с помощью предложенных средств (перемещение объектов с помощью мыши, проведение стрелок от объекта к объекту с помощью мыши, выделение одного из объектов нажатием левой кнопки мыши и т. д.) дает ему ответную реакцию — положительную или отрицательную. В некоторых случаях эта реакция простая, например: «Верно, молодец» или: «Увы, неверно». В некоторых случаях (там, где это возможно и обоснованно) эта реакция более содержательная. В любом случае, если реакция отрицательная, есть возможность исправить решение, поискать другое.

В тех случаях, когда объект небольшого размера, а нужно наблюдать его свойства, простое наведение мыши на объект позволяет увидеть его большим.

Как использовать эти ресурсы на уроках?

	Преимущества	Недостатки
Общеклассное обсуждение и выполнение	Простота реализации, быстрота обсуждения	Все дети хотят поработать на компьютере, а не только те, кого вызвали к доске
Парная работа за персональным компьютером	Взаимный контроль и осознание задачи, пути ее решения	Не всегда ученики хорошо срабатываются в паре (возможны споры из-за того, кто нажимает кнопку и пр.)
Индивидуальная работа за персональным компьютером	Хорошая тренировка в соотношении символов с объектами, выполнения нужной последовательности операций, тренировка в работе с мышью, клавиатурой	Ситуация меньше осознается учеником, возможен интуитивный поиск, подбор ответов. Учителю труднее оказывать помощь тем, кто не работал на персональном компьютере, или тем, кто не понял задачу

Таким образом, рекомендуемый вариант использования ресурсов состоит в демонстрации одного такого задания на широком экране всему классу, решении задачи в общеклассном обсуждении, а затем возможном переходе к парной или индивидуальной работе за персональными компьютерами.

Некоторые задания можно выполнять с начала до конца всем классом на большом экране. При этом каждый ребенок класса успевает в течение урока хотя бы однажды подойти к компьютеру и выполнить действие, принятое классом в общем обсуждении.

Для **первого класса** разработаны разнообразные цифровые ресурсы для большинства тем учебника. Для примера рассмотрим некоторые из них.

Тренажеры

Например, тренажеры *«Лягушка»*, *«Лифт»*, отрабатывающие навыки работы с числовой прямой.

Как любые тренажеры, они требуют индивидуальной работы на персональном компьютере в течение времени, доступного для ученика первого класса. Однако знакомство с работой на этих тренажерах лучше осуществить, предъявляя и разбирая задание и ход его выполнения на большом экране.

Интерактивные лаборатории

Данную группу цифровых ресурсов представляют лаборатории *«Оцени на глаз»*, *«Взвешивание»* и др.

Серия заданий *«Оцени на глаз»* может быть использована на разных уроках, например для создания мотивации точного измерения. Возможно посвятить урок работе в такой лаборатории: сначала коллективно работать на одном экране, затем на индивидуальных компьютерах.

В заданиях этой серии отрабатывается практический навык сравнения длин отрезков «на глаз» при различном расположении их друг относительно друга. Определить равенство или неравенство отрезков на глаз непросто. Проверка гипотезы происходит путем выяснения настоящих длин соответствующих отрезков, т. е. сравнению соответствующих наименованных чисел. Но сначала необходимо попробовать определить, какой отрезок длиннее «на глаз». Затем необходимо проверить с помощью линейки, равны или неравны отрезки (или какой из них больше).

Следующая серия заданий *«Взвешивание на рычажных весах»*. В этой серии заданий учащиеся обучаются работе с чашечны-

ми весами и гирями. Сначала идут простые задания, когда вес (масса) взвешиваемого предмета равен весу одной из гирек или сумме весов двух-трех гирек. Тогда ученик кладет на одну чашу весов, например, шарик, а на другую — одну (или более) гирьку. Когда весы приходят в равновесие, масса предмета определена. Таких заданий предлагается выполнить 4—5. Можно начать работать коллективно, затем перейти на самостоятельную работу. После простых заданий появляются задания более сложные. Теперь вес предмета (шарика, кубика и т. д.) равен не сумме весов гирек, а разности их весов. Чтобы определить вес в данном случае, надо на одну чашу весов положить гирю (например, 5 г), а на другую — шарик и маленькую гирьку (1 г).

2. Навигатор по заданиям учебника, реализующим требования ФГОС

Информация для учителя

Все задания, содержащиеся в учебнике, обеспечивают достижение учащимися образовательных результатов, предусмотренных ФГОС НОО. Конкретизировать использование заданий помогут приведенные далее сводные таблицы.

При работе с навигатором надо иметь в виду, что достижение образовательных результатов не ограничивается выполнением отдельных заданий учебника. Такие результаты можно получить только на основе системной работы со всеми учебными и методическими пособиями данного УМК в комплексе.

1. Задания на достижение личностных результатов

Перечень основных результатов	Задания
Познавательный интерес к математической науке, установка на поиск способов решения проблем	Задания, описываемые в методическом пособии: с. 7 №1; с. 10 №1; с. 12 №1; с. 14 №1; с. 16 №1; с. 22–25 №1, №2, №3; с. 29 №1; с. 32–33 №1–3; с. 54–56 №1, №2; с. 77 №1; с. 78 №1; с. 64–86 №1, №2
Развитие критического мышления, умение формировать и отстаивать собственное мнение по поводу того или иного предмета, сопоставлять его с другими мнениями, уважать их	Задания из учебника: с. 17 №1; с. 23 №4; с. 42 №6; с. 46 №2; с. 50 №1; с. 92 №1; с. 93 №4

2. Задания на достижение метапредметных результатов (в том числе на формирование универсальных учебных действий)

Перечень основных результатов	Задания
Способность контролировать и оценивать учебные действия в соответствии с поставленной задачей	С. 10 №3; с. 11 №5; с. 12 №1; с. 17 №1; с. 18 №2; с. 34 №6; с. 55 №15; с. 61 №3; с. 71 №5; с. 73 №5; с. 74 №2, №3; с. 81 №1; с. 82 №5; с. 85 №1; с. 94 №5; с. 99 №7; с. 101 №5; с. 102 №7; с. 103 №3, №4; с. 105 №7; с. 106 №9; с. 107 №10, №11; с. 110 №7; с. 111 №1, №3; с. 117

	№6; с. 123 №18; с. 126 №26; с. 130 №40; с. 132 №50, №51; с. 135 №62; с. 138 №72; с. 139 №74; с. 142 №87; с. 147 №5; с. 148 №9, №10
Способность анализировать информацию (текст, рисунок и т.п.) с точки зрения математических характеристик, выделять существенное и фиксировать его в знаковых моделях	С. 17 №1; с. 21 №4, №5; с. 22 №1, №2; с. 23 №3, №4; с. 24 №5, №6, №7, с. 25 №1, №2, №3; с. 26 №4, №5, №6; с. 27 №7, №8; с. 29 №12, №13; с. 32 №7, №8; с. 33 №3; с. 45 №1, №2, №3; с. 46 №2; с. 50 №1, №2; с. 51 №3, №4; с. 52 №5, №6; с. 53 №7, №8; с. 58 №1; с. 91 №1, №2, №3; с. 93 №3, №4; с. 102 №7; с. 103 №3; с. 104 №4; с. 105 №7; с. 110 №7
Способность использовать знаково-символические средства для создания моделей изучаемых объектов и решения учебных задач	Задания из учебника с. 92 №1; с. 95 №1; с. 103 №1, №2; с. 104 №5; с. 105 №6; с. 106 №8; с. 107 №10, №11; с. 108 №1, №2; с. 109 №4, №5; с. 110 №6, №7; с. 111 №2; с. 112 №3; с. 113 №6, №7; с. 115 №11, №14, №15; с. 118 №3, №4; с. 117 №7, №8; с. 118 №12, №13; с. 119 №16, №17

3. Задания на достижение предметных результатов

Перечень основных результатов	Задания
Умение выделять различные параметры (признаки) объекта. Умение сравнивать и упорядочивать объекты по	С. 3, 4, 6, 10–35; с. 146 №1
величине. Умение представлять результаты сравнения на чертежах и формулами	

Умение получать числовые характеристики объекта величины путем непосредственного измерения величины или счета предметов. Умение представлять результаты измерения и счета на чертежах, формулами и на стрелочных схемах	С. 36–49, 64–70; с. 146 №2; с. 147 №6; с. 150 №15
Умение представлять числа и действия над ними (сравнение, сложение и вычитание) на числовой прямой. Умения составлять выражения, описывающие действия над числами	С. 50–59, 70, 71, 76–82, 85–90; с. 146 №2; с. 147 №5
Умение сравнивать, складывать и вычитать именованные числа. Умение представлять отношения между величинами («больше–меньше на ...», «целого и частей») на чертежах и формулами	С. 60–63, 72–75, 83, 84, 91–111; с. 112 №3; с. 113 №6, №7; с. 114 №10; с. 115 №11, №14, №15; с. 116 №3, №4; с. 117 №7, №8; с. 118 №12, №13; с. 119 №14, №15; с. 146 №3; с. 147 №4; с. 148, 149 №12, №13; с. 150 №15; с. 151–154
Умение складывать и вычитать числа в пределах 20 без перехода через разряд	С. 112 №1, №2; с. 113 №4, №5; с. 114 №8, №9; с. 115 №13, №15; с. 116 №1, №2; с. 117 №5, №6; с. 118 №9–№11; с. 119 №16, №17; с. 129–145, 149 №14
Умение определять взаимное расположение предметов. Умение различать форму линий. Умение выделять границу плоской фигуры	С. 5, 8, 9, 12–15

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Общая характеристика учебного предмета

Основными целями изучения курса «Математика» являются формирование основ научного мышления ребенка в области математики, представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения.

В процессе изучения курса «Математика» развиваются такие общеучебные умения ребенка, как способность анализировать, выделять существенное и фиксировать его в знаковых моделях. Важнейшей линией курса является развитие оценочной самостоятельности учащихся, благодаря которой закладываются умения различать известное и неизвестное, критерияльно и содержательно оценивать процесс и результат собственной учебной работы, целенаправленно совершенствовать предметные умения.

Личностными результатами изучения курса «Математика» являются:

- познавательный интерес, установка на поиск способов решения математических задач;
- готовность ученика целенаправленно использовать знания в учении и повседневной жизни для исследования математической сущности предмета (явления, события, факта);
- способность характеризовать собственные знания, устанавливая, какие из предложенных задач могут быть решены;
- критичность мышления.

Метапредметным результатом изучения курса «Математика» является:

- способность регулировать свою познавательную и учебную деятельность;
- осуществлять информационный поиск, использовать знаково-символические средства представления информации для создания моделей изучаемых объектов и процессов, работать с моделями изучаемых объектов и явлений окружающего мира.

Предметными результатами изучения курса «Математика» являются:

- использование начальных математических знаний для описания и объяснения окружающих предметов, процессов, явлений, а также оценки их количественных и пространственных отношений;
- овладение основами логического и алгоритмического мышления, пространственного воображения и математической речи, измерения, пересчета, прикидки и оценки, наглядного представления данных и процессов, записи и выполнения алгоритмов;
- приобретение начального опыта применения математических знаний для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач;
- способность выполнять устно и письменно арифметические действия с числами и числовыми выражениями, решать текстовые задачи, умение

действовать в соответствии с алгоритмом и строить простейшие алгоритмы, исследовать, распознавать и изображать геометрические фигуры, работать с таблицами, схемами, графиками и диаграммами, представлять, анализировать и интерпретировать данные.

Основное содержание курса «Математика» определено стандартом начального общего образования второго поколения и условно может быть разделено на три больших раздела: «Числа и величины», «Отношения между величинами», «Элементы геометрии». К первому относится материал, связанный с формированием собственно понятия числа (представление чисел, арифметические действия с числами). Второй посвящен использованию чисел для описания математической структуры отношений между величинами и решения «прикладных» задач (в частности, анализ и решение текстовых задач). Третий охватывает геометрический материал, связанный с определением пространственных форм и взаимным расположением объектов.

Стержневым для всей школьной математики является понятие действительного числа. Поэтому основное содержание предмета «Математика» в начальной школе, связанное с понятием натурального числа, строится так, что натуральные числа, как и все другие виды чисел, вводимые позже, рассматриваются с единых оснований, позволяющих построить всю систему действительных чисел.

Таким основанием для введения всех видов действительных чисел является понятие величины. Тогда произвольное действительное число рассматривается как особое отношение одной величины к другой (единице, мерке), которое выявляется в процессе измерения. Различие же видов действительного числа проистекает из различия условий реализации данного отношения.

Особое место в изучении понятия величины занимает дочисловой период (он занимает приблизительно первую четверть первого класса). Действуя с разными предметами, дети выделяют параметры вещей, являющиеся величинами, т. е. свойства, для которых можно установить отношения *равно, не-равно, больше, меньше*. При этом выделение каждой конкретной величины связано в первую очередь с овладением детьми определенным способом сравнения вещей и лишь во вторую со словом-термином. Так, представления о длине дети получают, прикладывая предметы определенным образом друг к другу; о площади — через наложение плоских предметов друг на друга сначала непосредственное, а затем с разделением на части и перегруппировкой частей; об объеме как о «емкости» вещей — переливая воду из одного сосуда в другой.

Полученные в результате сравнения предметов отношения моделируются сначала с помощью других предметов и графически (чертежами из отрезков), а затем — буквенными формулами ($A < B$, $A = B$, $A > B$).

Число появляется как средство сравнения величин в ситуации пространственной или временной разделенности сравниваемых величин. Одна величина в этом случае воспроизводится с помощью другой (единицы или мерки), которая повторяется в ней некоторое число раз. Действия измерения моделируются с помощью различных знаковых средств (чертежей, стрелочных схем, буквенных формул). Кроме того, процесс измерения как потенциально бесконечное повторение одной и той же величины (мерки) моделируется с

помощью числовой прямой. В дальнейшем числовая прямая выступает как основная рабочая модель для пояснения смысла вводимых (новых) видов чисел и действий с ними. Например, решая задачу уравнивания величин, дети открывают предметные действия «увеличение на» и «уменьшение на», которые моделируются на числовой прямой как арифметические действия сложения и вычитания. Причем действия сложения и вычитания сразу появляются в контексте одного отношения (разностного) как взаимобратные.

Дальнейшее развитие числовой линии происходит по одной схеме. Каждая новая форма представления чисел или новый вид чисел (именованные числа, многозначные числа, обыкновенные дроби, позиционные дроби, отрицательные числа) возникает в связи с новым способом измерения величины, который дети открывают, решая задачу воспроизведения величины при различных дополнительных ограничениях. Открытые детьми способы фиксируются в моделях, с помощью которых изучаются свойства «новых чисел», строятся правила оперирования ими. Таким образом, смысл числа и действий с ним один и тот же и определен до конкретных его реализаций. Наоборот, на его основании получаются все формальные правила и алгоритмы.

Такой подход согласуется и с принятым анализом задач. Дети ищут в тексте не действия, которыми надо решить задачу, а отношения, связывающие данные с искомым. Лишь затем они определяют, что нужно найти, и в зависимости от того, какой член отношения неизвестен, производят действие. Таким образом, анализ задачи направлен на выявление структуры отношений и ее представление (моделирование) с помощью специальных знаково-символических средств. Модель, с одной стороны, позволяет представлять результаты анализа во внешнем плане, с другой — направляет поиск и выделение отношений.

Геометрический материал курса в значительной степени связывается с изучением величин и действий с ними. Однако он имеет и собственно геометрическое содержание, связанное с построением идеальных геометрических образов и развитием пространственных представлений. Одной из особенностей разворачивания геометрического материала является конструктивный подход к геометрическим понятиям. Такой подход естественным образом приводит к большому числу задач на построение, «разрезание» и «перекраивание» геометрических фигур.

ПРОГРАММА (540 ч)

Числа и величины

Содержание. Признаки предметов. Отношения *равно*, *неравно*. Величины как признаки, допускающие упорядочивание. Отношение *больше-меньше*.

Числа и измерение величин. Числовая прямая. Числовое значение величины. Сравнение чисел. Стандартные единицы измерения величин.

Действия увеличения и уменьшения величины. Сложение и вычитание чисел. Укрупнение единицы измерения, умножение и деление чисел. Деление с остатком. Взаимосвязь арифметических действий. Свойства арифметических действий.

Составные именованные числа. Действия с именованными числами.

Позиционный принцип записи чисел. Чтение и запись многозначных чисел. Сравнение многозначных чисел. Алгоритмы арифметических действий. Способы проверки правильности вычислений. Прикидка и оценка суммы, разности, произведения, частного.

Буквенные обозначения чисел и величин. Математическое выражение. Нахождение значения выражения. Порядок выполнения действий.

Основные способы действий. Описание и сравнение предметов по признакам. Упорядочивание предметов по разным величинам. Непосредственное измерение величин. Моделирование действий сравнения и измерения величин на числовой прямой. Моделирование арифметических действий на числовой прямой. Выполнение действий с многозначными числами. Контроль полноты и правильности алгоритма. Прикидка. Прогнозирование (оценка) результата арифметического действия. Сравнение разных способов вычислений, выбор удобных. Составление программы вычислений (в виде последовательности действий или выражения) для различных ситуаций, требующих нахождения неизвестной величины. Определение порядка действий в выражении.

Отношения между величинами

Содержание. Однородные и неоднородные величины. Отношения между однородными величинами: равенство-неравенство (больше-меньше), разностное (больше-меньше на...), кратности (больше-меньше в... раз), целого и частей. Целое, состоящее из равных частей. Деление на равные части. Доли. Величины как характеристики различных объектов. Описание величин. Известные и неизвестные величины. Анализ текстов. Текстовая задача, ее строение: величины и отношения между ними, искомая величина. Представление отношений между величинами стрелочными схемами и чертежами. Столбчатые диаграммы.

Время: длительность и моменты.

Процессы и переменные величины. События, на которые разбиваются процессы, характеристики событий. Некоторые стандартные процессы: движение (путь (расстояние) и время), работа (объем работы и время), купля-продажа (стоимость и количество товара), составление целого из частей (целое и количество частей). Таблицы. Равномерные и неравномерные процессы. Прямая пропорциональная зависимость величин. Производная величина, связывающая воедино переменные величины, как постоянная характеристика равномерного процесса. Скорость равномерного движения. Производительность труда. Цена. Формула прямой пропорциональной зависимости $Y = K \cdot X$. Согласование единиц. Анализ текстов: выделение описаний процессов, событий и их характеристик. Представление прямой пропорциональной зависимости: таблицы и прямоугольники. Решение текстовых задач в несколько действий с однородными и неоднородными величинами.

Основные способы действий. Выделение описаний величин и отношений между ними в текстах задач. Моделирование отношений между однородными величинами с помощью чертежей (из отрезков и прямоугольников) и стрелочных схем и таблиц.

Составление программы решения задачи в виде последовательности

арифметических действий или математического выражения. Реализация программы решения. Составление задач по чертежам, схемам, таблицам. Описание процессов с помощью таблиц. Представление данных в виде столбчатых диаграмм.

Элементы геометрии

Содержание. Взаимное расположение предметов в пространстве: выше-ниже, слева-справа, между и пр.

Форма предметов. Геометрические фигуры. Точки и линии. Прямая, отрезок. Ломаная линия. Замкнутые и незамкнутые линии. Плоские фигуры. Границы фигур. Многоугольники. Круг и окружность. *Пересечение плоских фигур*. Геометрические тела и поверхности. Шар, куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, цилиндр, конус. *Развертки геометрических тел*.

Угол. Сравнение углов. Виды углов (прямой, острый, тупой). Угол многоугольника. Прямоугольник, квадрат. Виды треугольников (прямоугольный, остроугольный, тупоугольный). *Развернутый угол. Смежные и вертикальные углы*.

Геометрические величины: длина, площадь, объем. Единицы длины. Длина ломаной линии. Периметр многоугольника. Периметр прямоугольника (квадрата). Расстояние между точками на плоскости. Центр, радиус и диаметр окружности. Площади плоских фигур. Единицы площади. Площадь прямоугольника. Измерение углов. Транспортир.

Основные способы действий. Описание и моделирование ситуаций различного расположения предметов относительно друг друга.

Распознавание формы фигур. Сравнение геометрических фигур по форме. Определение формы предметов окружающего мира. Изготовление (конструирование) модели геометрических фигур, преобразование моделей.

Выявление геометрических величин в житейских ситуациях, предметах окружающего мира.

Измерение геометрических величин разными способами. Прямое измерение длин линий и площадей фигур (непосредственное «укладывание» единицы, «укладывание» единицы с предварительной перегруппировкой частей объекта). Вычисление по формулам. Измерение величин с помощью инструментов (линейки, транспортира).

Примерное тематическое планирование к курсу «Математика»

1 КЛАСС (4 ч ~ 33 нед. = 132 ч)

Признаки предметов (4 ч)

Задача поиска предметов. Признаки предмета: цвет, форма, размер. Описание предметов по признакам. Равенство (одинаковость) и неравенство (различие) предметов по признакам.

Пространственные представления (6 ч)

Взаимное расположение предметов в пространстве: сверху, снизу, слева, справа, между. Точки и линии. Прямая, отрезок. Ломаная линия. Замкнутые и незамкнутые линии. Границы плоских фигур.

Величины (8 ч)

Уточнение представлений о размере: длина, площадь. Уточнение неравенства: отношение «больше-меньше». Величина. Объем (емкость). Масса. Сравнение групп предметов. Графическое моделирование (изображение с помощью отрезков) отношений равенства и неравенства.

Упорядочивание величин (12 ч)

Упорядочивание величин. Возрастающие и убывающие ряды величин. Преобразование предметов: увеличение, уменьшение, сохранение величин. Графическое моделирование рядов величин (чертеж). Буквенные обозначения величин. Знаки «=» (равно), «≠» (неравно), «>» (больше) и «<» (меньше). Знаковое моделирование отношений равенства и неравенства (формулы вида:

Числа и измерение величин (10 ч)

Непосредственное и опосредованное сравнение величин. Задача воспроизведения величины (построение величины, равной заданной). Измерение и построение величины с помощью мерки и числа (операторный аспект числа). Знаковое и графическое моделирование действий построения и измерения величин. Представление чисел метками. Измерение величин с помощью слов считалки (порядковый аспект числа). Свойства натурального ряда чисел. Числительные. Цифры.

Числовая прямая (7 ч)

Построение числовой прямой (выбор начала, направления и шага). Представление чисел в виде точек и отрезков на числовой прямой. Предыдущее и последующее числа.

Сравнение чисел (10 ч)

Моделирование отношения неравенства величин (больше-меньше) на числовой прямой. Сравнение чисел. Число как результат измерения величины — числовое значение величины (количественный аспект числа). Зависимость числового значения величины от выбора мерки. Именованные числа. Стандартные единицы измерения и счета.

Разностное сравнение величин. Сложение и вычитание чисел (24 ч)

Задача уравнивания величин. Разность как характеристика различия уравниваемых величин. Уточнение неравенства величин: разностное отношение (больше-меньше на...). Графическое моделирование разностного отношения величин. Сложение и вычитание величин как увеличение или уменьшение одной величины на некоторую другую.

Моделирование разностного отношения величин на числовой прямой. Нахождение значения разности между величинами по их значениям с помощью числовой прямой. Разностное отношение между числами. Сложение и вычитание чисел. Знаки «+» (плюс) и «-» (минус). Присчет и отсчет. Случаи сложения и вычитания (в пределах двадцати). Число 0.

Обозначение чисел буквами. Выражения.

Простейшие текстовые задачи на разностное отношение величин (нахождение большей или меньшей величины).

Отношение «частей и целого» (24 ч)

Предметные действия составления величины из частей и разбиения величины на части. Отношение «частей и целого». Графическое моделирование отношения «частей и целого». Действия сложения и вычитания величин как действия нахождения целого по заданным частям и соответственно части по заданным целому и другой части.

Моделирование отношения «частей и целого» на числовой прямой. Состав чисел 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Сложение и вычитание чисел в пределах десяти. Простейшие текстовые задачи на отношение «частей и целого». Числа от 11 до 20.

Резерв 23 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (1 класс):

- способность различать разные параметры в одном предмете и производить по ним сравнение предметов (в частности, различать площадь и форму фигуры, сравнивать площади плоских фигур с помощью разрезания на части и перегруппировки этих частей);
- способность моделировать разностное отношение и отношение «частей и целого» с помощью чертежа и формул;
- способность отмерить величину с помощью данных мерки и числа, измерить величину заданной меркой и описать эти действия с помощью схемы и формул;
- способность строить числовую прямую, выбирая подходящие направление, начало и шаг;
- выполнение с помощью числовой прямой сравнения чисел, нахождение суммы и разности чисел по числовой прямой;
- выполнение сложения и вычитания чисел в пределах 10 (на уровне навыка);
- способность решать задачи на сложение и вычитание в одно действие;
- различение линий и плоских фигур, замкнутых и незамкнутых линий.

2 КЛАСС (4 ч ~ 34 нед. = 136 ч)

Отношение «частей и целого» (продолжение) (14 ч)

Разность и меньшая величина как части большей величины. Вычитание как действие нахождения разности чисел. Задачи на нахождение разности величин. Способ прибавления и отнимания числа по частям. Таблица сложения.

Текстовые задачи на отношение «частей и целого» и разностное сравнение величин. Задачи в два-три действия. Анализ условия задачи и моделирование выявленных в этом анализе отношений. Составление по моделям текстовых задач и математических выражений.

Уравнения. Решение уравнений следующих видов: $a + x = b$, $x + a = b$, $a - x = b$, $x - a = b$.

Составные именованные числа (9 ч)

Измерение величин по частям при помощи нескольких мерок. Составные именованные числа (значения величины относительно системы мерок).

Табличная форма записи именованных чисел. Сложение и вычитание именованных чисел.

Сравнение именованных чисел. Стандартный и нестандартный способы измерения величины с помощью системы мерок. Остаток.

Позиционные системы счисления (20 ч)

Задача воспроизведения величины в ситуации, когда счет можно вести только до определенного числа. Образование открытой системы дополнительных мерок. Системы счисления. Основание системы счисления как граница счета. Табличная форма записи многозначного числа (разрядная таблица). Измерение величин в разных системах счисления. Позиционная форма записи многозначного числа. Число и цифра. Цифра 0. Представление многозначного числа в виде суммы разрядных слагаемых. Изображение многозначных чисел на числовой прямой. Сравнение многозначных чисел в одной и разных системах счисления.

Десятичная система счисления (система с основанием 10) как частный случай позиционной системы счисления. Чтение многозначных чисел в десятичной системе счисления (в пределах 1000).

Сложение и вычитание многозначных чисел в десятичной системе счисления (35 ч)

Принцип поразрядного сложения и вычитания чисел. Табличная и позиционная («в столбик») формы записи сложения и вычитания чисел. Сложение и вычитание круглых десятков, сотен, тысяч. Сложение и вычитание чисел без перехода через разряд. Сложение и вычитание чисел с переходом через разряд. Определение количества цифр (разрядов) в сумме и разности. Приемы устного сложения и вычитания с переходом через разряд в пределах 100.

Умножение и деление чисел (20 ч)

Измерение величин с помощью промежуточной мерки. Моделирование действий отмеривания и измерения величины с помощью промежуточной мерки на числовой прямой. Умножение и деление чисел. Таблица умножения на 2 и 3. Умножение чисел на 1. Деление числа на 1 и на себя.

Элементы геометрии (14 ч)

Буквенные обозначения геометрических фигур (точек, отрезков, ломаных линий). Длина ломаной линии.

Многоугольники. Периметр многоугольника.

Угол. Сравнение углов. Виды углов (прямой, острый, тупой). Угол многоугольника. Прямоугольник, квадрат. Виды треугольников (прямоугольный, остроугольный, тупоугольный).

Резерв 20 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (2 класс):

- способность сравнивать многозначные числа в одной системе счисления, представлять их в виде суммы разрядных слагаемых;
- чтение (<1000) и запись многозначных чисел в десятичной системе счисления; запись многозначных чисел в системах счисления с основанием меньше 10;
- воспроизведение по памяти результатов табличных случаев сложения

и вычитания;

— выполнение устных вычислений на сложение и вычитание чисел в пределах 100;

— выполнение алгоритмов сложения и вычитания многозначных чисел;

— способность решать задачи на отношение «частей и целого» и разностное сравнение величин (в одно-два действия);

— сложение и вычитание именованных чисел (без перевода единиц);

— способность решать уравнения вида: $a + x = b$, $x + a = b$, $a - x = b$, $x - a = b$;

— способность по схеме отмерить величину, используя промежуточную мерку, измерить данную величину с помощью промежуточной мерки и представить результат измерения в виде схемы;

— выполнение умножения и деления чисел с помощью числовой прямой;

— способность вычислять длину ломаной линии, периметр многоугольника;

— различение видов углов и треугольников.

3 КЛАСС (4 ч ~ 34 нед. = 136 ч)

Умножение и деление чисел (25 ч)

Переместительное свойство умножения. Умножение суммы и разности на число. Умножение и деление на 10. Таблица умножения. Умножение числа на произведение. Умножение и деление на разрядные единицы. Деление суммы или разности на число. Деление числа на произведение. Вычисления с помощью свойств умножения и деления. Умножение и деление двузначного числа на однозначное.

Деление с остатком.

Решение уравнений следующих видов: $a : x = b$, $x : a = b$.

Целое, состоящее из равных частей (15 ч)

Целое, состоящее из равных частей. Задача нахождения целого, если известны часть и число таких частей. Связь умножения со сложением. Задача нахождения части, если известны целое и число равных частей. Деление на равные части. Доли. Задача нахождения числа равных частей, если известны целое и одна такая часть. Простейшие текстовые задачи на целое, состоящее из равных частей.

Кратное сравнение величин (12 ч)

Отношение кратности величин (больше-меньше в...). Увеличение и уменьшение величины в несколько раз. Отношение кратности между числами. Умножение и деление как увеличение или уменьшение числа в несколько раз. Нахождение, во сколько раз одно число больше или меньше другого. Простейшие текстовые задачи на отношение кратности величин.

Столбчатые диаграммы.

Умножение многозначного числа на однозначное (20 ч)

Развернутый способ умножения многозначного числа на однозначное (разложение множителя в сумму разрядных слагаемых). Сведение умножения многозначного числа на однозначное к умножению однозначных чисел

и разрядных единиц. Стандартный алгоритм умножения многозначного числа на однозначное (умножение «в столбик»).

Определение количества цифр (разрядов) в произведении.

Анализ и решение текстовых задач (28 ч)

Однородные и неоднородные величины. Действия с именованными числами. Величины как характеристики различных объектов. Описания величин. Известные и неизвестные величины. Текстовая задача, ее строение: величины и отношения между ними, искомая величина. Моделирование отношений между однородными величинами с помощью чертежей и стрелочных схем.

Составление математических выражений по чертежам и схемам. Порядок действий. Значение выражения.

Составление задач по чертежам и схемам. Решение задач в несколько действий с однородными величинами.

Время: длительность и моменты.

Элементы геометрии (12 ч)

Периметр прямоугольника (квадрата). Измерение углов. Транспортир.

Развернутый угол. Смежные и вертикальные углы. Расстояние между точками. Центр, радиус и диаметр окружности.

Резерв 20 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (3 класс):

— воспроизведение по памяти результатов табличных случаев умножения и деления;

— выполнение устных вычислений в пределах 100;

— выполнение всех действий с именованными числами;

— способность решать уравнения вида: $a \cdot x = b$, $x \cdot a = b$, $a : x = b$, $x : a = b$;

— способность анализировать задачи с однородными величинами (выделять описываемые в тексте величины и связывающие их отношения) и моделировать результаты анализа на моделях (чертежах и схемах);

— способность читать чертежи и схемы, выполнять по ним вычисления;

— способность составлять выражения по чертежам и схемам, вычислять значения числовых выражений, используя правила порядка выполнения арифметических действий, вычислять значения буквенных выражений при заданных значениях букв;

— способность строить окружность (круг) с помощью циркуля;

— способность измерить угол с помощью транспортира.

4 КЛАСС (4 ч ~ 34 нед. = 136 ч)

Умножение и деление многозначных чисел (35 ч)

Многозначные числа: разряды и классы. Чтение многозначных чисел.

Умножение многозначных чисел, разложение множителя в сумму разрядных слагаемых. Определение количества цифр в произведении. Стандартный алгоритм умножения многозначных чисел (умножение «в столбик»).

Определение частного на основании связи между умножением и делением. Прикидка и округление как операции, входящие в алгоритм деления. Выполнение деления на основании прикидки с последующей проверкой полученного частного умножением. Определение количества цифр в частном. Стандартный алгоритм деления (деление «в столбик»). Случаи деления многозначного числа на однозначное и многозначное число. Сложные случаи деления: нули в делимом и частном.

Вычисление значений числовых выражений с многозначными числами, содержащих все четыре арифметических действия.

Прямая пропорциональная зависимость величин (30 ч)

Процессы и переменные величины. События, на которые разбиваются процессы, характеристики событий. Предварительный анализ текстов: выявление описаний процессов и их переменных характеристик (Y и X), выделение событий. Таблицы. Некоторые стандартные процессы: движение (Y — путь или расстояние, X — время), работа (Y — объем работы, X — время), купля — продажа (Y — стоимость, X — количество товара), составление целого из частей (Y — целое, X — количество частей).

Связь между переменными характеристиками процессов. Равномерные и неравномерные процессы. Прямая пропорциональная зависимость величин. Задачи на прямую пропорциональную зависимость величин.

Сравнение равномерных процессов. Производная величина K , связывающая переменные величины Y и X , как постоянная характеристика равномерного процесса. Скорость равномерного движения. Производительность труда. Цена. Часть как характеристика быстроты построения целого из равных частей. Измерение производных величин. Формула прямой пропорциональной зависимости $Y = K \cdot X$.

Площадь прямоугольника (22 ч)

Изменение площади и длины бумажной полоски в процессе ее развертывания. Прямая пропорциональная зависимость между площадью и длиной прямоугольника при постоянной ширине. Выбор единиц площади так, чтобы связь между площадью и длиной была наиболее простой. Связь единиц длины с единицами площади. Ширина как производная величина, связывающая площадь с длиной прямоугольника. Формула площади прямоугольника.

Моделирование событий из равномерных процессов с помощью прямоугольников. Решение текстовых задач в несколько действий с однородными и неоднородными величинами.

Элементы геометрии (15 ч)

Пересечение плоских фигур. Геометрические тела и поверхности. Шар, куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, цилиндр, конус. Развертки геометрических тел.

Применение формулы площади прямоугольника для нахождения площади фигур (разрезание на части, на «подходящие» части и перегруппировка этих частей) (16 ч)

Обыкновенные дроби (10 ч)

Задача воспроизведения величины в случае, когда мерка не укладывается в величине целое число раз. Промежуточная мерка, составляющая долю как основной мерки, так и измеряемой величины. Обыкновенная дробь как запись способа построения величины с помощью промежуточной мерки, составляющей долю основной. Знаменатель и числитель дроби. Обыкновенная дробь как результат измерения величины с помощью доли основной мерки (рациональное число).

Нахождение дроби от числа и числа по его дроби.

Резерв 20 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (4 класс):

- чтение (в пределах миллиона) и запись многозначных чисел;
- сравнение многозначных чисел;
- выполнение устных вычислений с числами в пределах 100;
- выполнение сложения, вычитания, умножения и деления многозначных чисел;
- способность составлять выражения по чертежам и схемам, вычислять значения числовых выражений, используя правила порядка выполнения арифметических действий, вычислять значения буквенных выражений при заданных значениях букв;
- знание формулы прямой пропорциональной зависимости и способность использовать ее при решении текстовых задач;
- знание формулы площади прямоугольника и способность использовать ее при решении задач;
- выполнение всех действий с именованными числами, знание соотношения между единицами длины, площади, массы, времени, между единицами длины и площади;
- способность анализировать задачи (выделять описываемые в тексте величины и связывающие их отношения) и моделировать результаты анализа на различных моделях (чертежах, схемах, таблицах);
- способность строить окружность (круг) с помощью циркуля;
- различение линий и плоских фигур, геометрических тел и их поверхностей;
- способность измерить угол с помощью транспортира.

* * *

Реализовать поставленные цели и задачи по математике учителю помогут:

- 1) учебники для каждого года обучения;
- 2) методические пособия «Обучение математике» (для каждого класса);
- 3) рабочие тетради (для каждого класса);
- 4) контрольные работы (для каждого класса).

Содержание

Введение	3
1. Признаки предметов	7
2. Величины	20
3. Действия с величинами	40
4. Введение числа	54
5. Числовая прямая	67
6. Сравнение чисел	73
7. Разностное сравнение величин. Сложение и вычитание чисел	84
8. Целое и части	101
9. Текстовые задачи	112
10. Числа от 11 до 20	122
Приложения	127
1. Методические рекомендации по использованию ресурсов электронного приложения	127
2. Навигатор по заданиям учебника, реализующим требования ФГОС НОО	132
3. Программа 1— 4 классов	136