МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

С.Ф. Горбов
Г.Г. Микулина

Пособие для учителя начальной школы

Москва
БИНОМ. Лаборатория знаний
2019

Горбов, С. Ф.

Обучение математике. 2 класс: Пособие для учителя начальной школы / С. Ф. Горбов, Г. Г. Микулина. — электрон. текст. дан. (37 Мб) — 1 опт. компакт. диск (CD-ROM).

В пособии содержится методический комментарий к учебнику: *Давыдов В.В., Горбов С.Ф., Микулина Г.Г., Савельева О.В.* Математика. 2 класс.

Показано, как с помощью системы учебных задач развить у ребенка способность действовать самостоятельно, а не по образцу, как научить его находить новые способы действия, изобретать собственные средства для достижения целей обучения. Подробно рассказано о том, как через построение графических и знаковых моделей раскрыть детям основные свойства математических отношений и таким образом ввести в мир математических понятий.

Пособие будет полезно студентам педвузов и педучилищ, а также учителям, работающим по другим программам.

Минимальные системные требования:
Pentium III 1 ГГц (или аналог от AMD), 256 Мб ОЗУ, видеокарта с 32 Мб памяти, 64 Мб свободного места на HDD, 32x CD-ROM, клавиатура, мышь.
Windows 2000sp4/XPsp3/Windows Vista/Windows 7, Windows 8,
Adobe Acrobat Reader версии 7.0 и выше.

ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»
127473, Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3,
Тел.: (495) 181-53-44, e-mail: binom@Lbz.ru
http://www.Lbz.ru, http://metodist.Lbz.ru

Введение

В соответствии с принципами развивающего обучения по системе Д. Б. Эльконина — В. В. Давыдова настоящий курс математики ориентирован главным образом на формирование понятий, а не только на выработку практических навыков и умений и предполагает организацию обучения в форме развернутой учебной деятельности детей по постановке и решению ими системы учебных задач.

Основной целью курса является формирование у детей ясного понимания действительного числа, опирающегося на понятие величины. Поэтому даже натуральное число, изучением которого ограничивается начальная школа, рассматривается как отношение величин.

Натуральное число вводится в первом классе в контексте задачи построения величины, равной заданной, в таких условиях, когда невозможно непосредственное сравнение величин, но оказывается разумным использование особого посредника — мерки. Таким образом, у детей формируется понятие числа не как характеристики совокупности отдельностей, а как инструмента измерения и счета.

Во втором классе задача воспроизведения величины ставится в новых условиях, когда ни одна из имеющихся мерок не укладывается в величине целое число раз. Это приводит детей к новому способу измерения — отмериванию величины с помощью системы (набора) мерок. В результате такого способа измерения значением величины выступает не одно число, а набор чисел, каждое из которых соответствует одной определенной мерке из набора. Для записи таких значений используются таблица и форма, обычно именуемая формой составного именованного числа.

Далее ставится задача воспроизведения величины с помощью заданной мерки в ситуации, когда считать можно только до определенного числа. Учащиеся обнаруживают, что, когда счет мерок доходит до последнего возможного числа, все отложенные мерки образуют новую, более крупную мерку и измерение может производиться ею. В этом случае отношение между соседними мерками системы остается постоянным, оно равно основанию системы счисления — последнему возможному при счете числу, а сама система мерок является открытой, т. е. при необходимости может быть продолжена.

Результат такого способа измерения записывается набором цифр, каждая из которых выражает результат измерения одной определенной меркой системы. Таким образом дети знакомятся с многозначным числом, количество разрядов в котором может быть в принципе любым. Вначале многозначное число представляется в табличном виде, а затем осваивается переход к позиционному способу записи, где смысл каждого знака (цифры) определяется его местом в записи.

Десятичная система счисления рассматривается как частный случай системы построения многозначного числа, которая в силу своей общепринятости получила определенные наименования разрядов. Во втором классе дети осваивают названия чисел в пределах четырех знаков и способ поразрядного их сложения и вычитания. Помимо этого рассматриваются приемы устных вычислений в пределах 100.

Продолжается начатая в первом классе работа над материалом текстовых задач. Теперь изучается возможность построения и решения трех видов задач, в основе которых лежит отношение разностного сравнения величин: нахождение значения большей величины, меньшей и разности. При этом элементы разностного отношения анализируются и с точки зрения отношения целого и частей. Затем рассматриваются задачи на комбинацию отношений, т. е. задачи, решаемые двумя-тремя арифметическими действиями. Основным средством анализа задач являются на данном этапе обучения графические схемы — чертежи.

В контексте решения текстовых задач возникает проблема порядка выполнения действий, записи нескольких действий одним выражением со скобками или без скобок. Изучение свойств сложения и вычитания позволяет учащимся выполнять вычисления несколькими способами.

На основе понятия целого и частей и с опорой на чертежи строятся и решаются простые уравнения, включающие сложение и вычитание.

Завершается второй год обучения введением понятия умножения. Его формирование начинается с постановки и решения задачи воспроизведения величины в ситуации, когда воспроизводимая величина значительно больше имеющейся мерки. В этом случае прямое использование данной мерки крайне затруднительно, и поэтому нужно перейти к более крупной мерке, однако эта новая мерка изначально не дана, ее еще нужно построить.

В связи с новым способом измерения — отмериванием возникает необходимость в переходе от значения величины относительно одной мерки к ее значению относительно другой мерки при известном соотношении этих мерок, т. е. к действиям умножения и деления. Моделирование действий умножения и деления на числовой прямой позволяет рассматривать эти действия сами по себе, независимо от задачи измерения конкретных величин, и дает способ получения результатов умножения «маленьких» чисел.

Значительная часть заданий в учебнике строится таким образом, что, выполняя определенные построения, учащиеся сами открывают логику учебного предмета, а не получают ее в виде готовых образцов.

В учебнике много «ловушек» (отмеченных специальным знаком). Это задания на первый взгляд обычные, но на самом деле либо не имеющие решения, либо требующие уточнения. Кроме повышения учебной мотивации, работа с такими заданиями важна для формирования у детей контрольных действий и полноценного представления об условиях выполнения того или иного способа действия.

При подготовке к уроку учитель должен обязательно прочитать методические указания к разделам, а не ограничиваться лишь просмотром страниц учебника. Текст методического пособия раскрывает содержание каждого раздела учебника и описывает способы постановки и решения учебной задачи. В общих чертах обучение организуется следующим образом.

1. Сначала перед учащимися ставится предметная задача, поиск решения которой убеждает детей в том, что прежний способ действия в похожих ситуациях теперь оказывается или невозможным, или слишком трудоемким.

2. В результате выполнения определенного предметного преобразования обнаруживается отношение, лежащее в основе нового класса задач и определяющее новый и при этом общий для всего класса способ действия.

3. В процессе фиксации произведенных предметных действий в условной (модельной) форме происходит абстрагирование отношения.

4. Посредством преобразования модели изучаются свойства выделенного отношения.

5. На основе выделенных свойств учащиеся выводят систему частно-практических задач, решаемых общим способом.

Самые первые шаги в постановке учебной задачи чрезвычайно трудно представить в учебнике. Ведь учебник должен содержать (и содержит) готовые образцы решений, а нужно, чтобы дети сами открывали способы действия. Как это сделать, и описывает методическое пособие.

Учитель должен уметь организовать в классе дискуссию, участвовать в ней, допускать «ошибки» и отстаивать неправильный ход рассуждения, чтобы дети аргументированно опровергли его.

Учителю предоставлена свобода в построении урока и определении объема материала, который будет на уроке пройден. Вместе с тем указано примерное содержание уроков. К очевидным заданиям комментарий в данном пособии не дается.

1. ПОВТОРЕНИЕ ПРОЙДЕННОГО В ПЕРВОМ КЛАССЕ

1.1. Величины и числа

(Учебник, часть 1, задания 1–5)

Учащимся предлагается вспомнить, чему они учились на уроках математики в первом классе. После разных высказываний все обращаются за помощью к учебнику.

1 Изучали числа. После записи чисел на числовую прямую в порядке убывания устанавливается «правило» заданного ряда: числа записаны через одно. Недостающие числа записываются отдельно, но теперь в порядке возрастания.

2 Учились читать и записывать выражения. Заданные выражения прочитываются двумя способами: со словом «увеличить» и «плюс», «уменьшить» и «минус». С числами выполнялись действия сложения и вычитания. Учитель задает значение a (например, 8). Нужно «пройти» по числовой прямой три шага, называя соответствующие числа. Таким образом дети должны вспомнить связь действий сложения и вычитания с определенным направлением движения по числовому ряду. Эта работа выполняется фронтально, при хоровом назывании чисел. Затем учащиеся устно заполняют заданную в тетради таблицу.

3, 4 Работали с величинами. Дети называют известные им величины и далее работают с указанными в заданиях длиной, площадью, объемом и массой. Недостающие числа (задание 4) подбираются с помощью числовой прямой.

5 Учились быстро находить значения выражений. Выражения читаются двумя способами. Предлагается потренироваться в этом (на уроке или дома).

1.2. Выбор арифметического действия. Единицы измерения величин

(Задания 6–10)

6–8 В ситуациях, требующих выбора арифметического действия, учащиеся должны рассуждать примерно так. Требуется найти большее число. Продвинемся по числовому ряду в направлении от нуля на указанное число шагов, т. е. выполним сложение.

В заданиях (здесь и в дальнейшем) часто ставится задача назвать величины, о которых в них идет речь. Учащиеся должны их определить на основе имеющихся наименований единиц. Требуются обобщенные ответы: измеряли объем (а не воду или литры), массу (а не яблоки или килограммы) и т. п.

1.3. Поиск значения целого

(Задания 11—15)

Заданные ситуации анализируются с точки зрения отношения целого и частей. Напоминается, что поиск целого — это поиск большего числа, поэтому нужно прибегать к сложению чисел — значений частей этого целого.

11 Необходимо сделать измерения каждого звена ломаной линии.

12 Обязательно строится чертеж к задаче. Нужно вспомнить, зачем выполняются чертежи. (Чтобы увидеть, какая величина целое, а какая — часть.) Это помогает определить решение.

13 Выражение 16 + 7 — «ловушка». Такую сумму можно подсчитать, но ее нельзя найти на основе заданного чертежа.

1.4. Поиск значения части

(Задания 16–22)

Напоминается, что для определения части нужно из целого вычесть другую часть.

16 Для решения задачи придется произвести измерение отрезка, после чего длина криволинейной части линии находится как часть, т. е. вычитанием.

1.5. Преобразование сюжетного текста в три задачи

(Задания 23–29)

24 В результате выполнения заданий учащиеся устанавливают, что на основе одного рассказа можно построить столько задач, сколько в нем имеется элементов отношения целого и частей. Каждый из этих элементов может быть определен через другие два.

29 По ходу выполнения задания учащиеся вспоминают типы линий: прямые и кривые. Оказывается, что через заданные две точки можно провести много разных кривых линий и только одну прямую.

2. ПОИСК РАЗНОСТИ

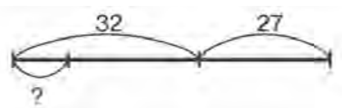
2.1. Постановка задачи

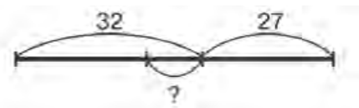
(Задания 30–33)

На столе два сосуда разной формы. Требуется дополнить объем воды в одном из сосудов до равенства с другим объемом. Проблема в том, что разность неочевидна. Учащиеся предлагают разные способы переливаний, которые оцениваются как громоздкие.

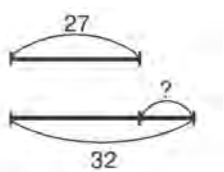
Учитель сообщает, что объемы воды были промерены меркой T (показывает) и получились числа $32T$ и $27T$. Как можно определить разность с помощью чисел, вычислить ее на калькуляторе? Дети не могут дать решение. Учитель напоминает, что многие задачи помогает решить чертеж. Предлагается построить его в тетрадях. Возможно, некоторые дети предложат привычную для последнего времени форму чертежа:

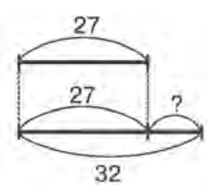
Тогда у них могут возникнуть затруднения с выделением искомой величины. Но даже если они догадаются показать разность как часть большей величины, то все равно нужно отметить, что хотя чертеж получился и правильный, но не очень наглядный. На нем сразу не видно, что выделенная величина является разностью большей и меньшей величин.





А как сделать так, чтобы разность была видна на чертеже сразу? Выясняется, что отрезки надо расположить один под другим.





Как же узнать значение разности с помощью вычислений? Дети совещаются в парах, предлагают свои решения. Выясняется, что разность — это часть большей величины. *А какая другая часть?* Обнаруживается, что эта часть равна меньшей величине. Соответствующий отрезок отмечается числом 27.

Теперь можно найти искомую величину. Записывается решение. Ответ вычисляется на калькуляторе. Доливаются 5 мерок в сосуд, в котором вода занимала меньший объем.

После этого равенство объемов проверяется с помощью переливания воды в сосуд, одинаковый по форме с одним из имеющихся.

В заключение подчеркивается, что разность величин является частью большей величины, а другой ее частью будет меньшая величина. Поэтому, чтобы найти разность, надо из большей величины вычесть меньшую.

30 Закрепляется найденный способ действия.

31 Рассмотрев первое задание, учащиеся сообщают, что в нем речь идет о длине, и формулируют вопрос: «На сколько первая длина меньше второй?» или «На сколько 47 м меньше, чем 52 м?» На чертеже в большей величине обязательно обозначается числом часть, равная меньшей величине. Первый чертеж задан как образец оформления чертежа (дети должны были его построить самостоятельно при выполнении вводного задания).

2.2. Поиск разности

(Задания 34–39)

34–36 Задача поиска разности ставится разными словесными оборотами. Сначала поиск разности производится обязательно с опорой на чертеж. При выполнении задания 36 чертеж не выполняется. Учащиеся действуют, используя ранее выведенное «правило» поиска разности. Найти разность 4 л и 9 дм нельзя — это «ловушка». «Ловушка» исправляется: наименования делаются одинаковыми.

2.3. Условия определения значения разности

(Задания 40–45)

40 Выполняя задание, учащиеся уточняют, что для поиска разности необходимо иметь значения двух сравниваемых величин, а не одной, как это имеет место в задании. Недостающая длина определяется путем измерения.

Вычисления производятся на калькуляторе одним из учеников.

42 В чертеж вписаны числа, разность которых улавливается детьми интуитивно. Однако и в таких случаях нужно уметь выбрать арифметическое действие, «как это сделают те, кто не так хорошо знаком с числами, как вы». Окажется, что не все пропущенные на чертеже числа нужно получать путем вычислений: в большую величину входит часть, равная меньшей величине, соответственно для нее используется значение меньшей величины.

44 Для поиска целого нужно попробовать сложить части в заданном порядке. Учащиеся почувствуют определенное затруднение. Нужно побудить их найти более удобный способ работы.

2.4. Термины «сумма», «разность»

(Задания 46–51)

Цель этих заданий — ввести новый смысл термина **разность** и новый термин **сумма.**

46 Отмечается, что разность чисел находится вычитанием, причем для этого надо из большего числа вычесть меньшее. Дети записывают выражение 6 – 4. Учитель предлагает называть его **разностью.** Выражение прочитывается двумя способами: 1) «шесть минус четыре» и 2) «разность чисел шесть и четыре» или «разность шести и четырех». При втором способе чтения большее число читается первым (как и принято), так как оно идет в записи первым. Вычисляется значение выражения, прочитывается вся запись 6 – 4 = 2: «разность чисел шесть и четыре равна двум». Отмечается, что для нахождения целого надо сложить все части. Записывается выражение 6 + 4 + 2 и вычисляется его значение 6 + 4 + 2 = 12. Учитель сообщает, что результат сложения (целое) принято в математике называть еще словом **сумма,** и предлагает называть этим словом и само выражение, описывающее поиск суммы. Выражение прочитывается двумя способами: 1) «шесть плюс четыре плюс два» и 2) «сумма чисел шесть, четыре и два» или «сумма шести, четырех и двух». Читается вся запись: «сумма чисел шесть, четыре и два равна двенадцати».

47 «Ловушка»: запись 13 – 17 не имеет смысла. Отмечается, что в сумме можно числа менять местами, а в разности — нет.

ПРИМЕЧАНИЯ. 1) Понятие «разность» вводилось в первом классе не как результат действия вычитания, а в связи со сравнением чисел (и величин). Под разностью чисел понималось число, на которое эти числа различаются, т. е. число, на которое одно больше другого, а другое соответственно меньше. В этом смысле разность чисел определяется однозначно и не связано с тем, какое из чисел произносится первым, т. е. фразы «разность чисел 5 и 3» и «разность чисел 3 и 5» имеют один и тот же смысл, в них речь идет о числе 2. Действиями же сложения и вычитания в тот момент находились только большее и меньшее числа. Сама разность определялась непосредственно по числовой прямой, и вопрос об арифметическом действии, которым она находится, не поднимался. Также в первом классе после рассмотрения отношения «частей и целого» и выяснения связанного с ним нового смысла действий сложения и вычитания названия членов этого отношения стали использоваться и для компонентов этих действий. Теперь, после того как выяснилось, что разность чисел может рассматриваться как часть большего числа, дополняемая до него меньшим числом, стало возможным находить разность арифметическим действием вычитания: чтобы найти разность чисел (часть), надо из большего числа (целого) вычесть меньшее число (другую часть). Это позволяет использовать термин «разность» также для называния результата вычитания и соответствующего выражения, т. е. перейти к стандартному употреблению этого термина. И хотя исходный смысл понятия «разность» сохраняется и обе фразы «разность чисел 5 и 3» и «разность чисел 3 и 5» по-прежнему говорят об одном числе 2, однако только запись 5 – 3 является правильной записью, обозначающей это число. Запись 3 – 5 является просто ошибочной (неправильной) и не может претендовать на то, чтобы называться разностью (разность чисел находится вычитанием из большего числа меньшего; из меньшего числа нельзя вычесть большее). Совершенно бесполезно в начальной школе разводить записи 5 – 3 и 3 – 5 как различные разности (чисел 5 и 3 и чисел 3 и 5), поскольку за второй для детей не лежит никакой реальности, она просто не имеет смысла. Только с введением отрицательных чисел (т. е. в среднем звене) это различие приобретает смысл, но тогда и надо проводить соответствующее уточнение понятия «разность».

2) В отличие от разности термин «сумма» не был нами еще задействован. И он будет употребляться стандартно: как название результата сложения и название соответствующего выражения. В первом смысле он является просто синонимом слова «целое». Остальные стандартные названия компонентов сложения и вычитания (слагаемое, вычитаемое, уменьшаемое), которые будут введены позже (задания 72, 163, часть 1), также будут использоваться как синонимы уже употребляющихся терминов «часть» и «целое».

3) Слово «разность» в смысле результата вычитания является для нас синонимом слова «часть», однако для названия выражения будет использоваться только слово «разность». Аналогично для названия выражения, описывающего действие сложения, будет употребляться только слово «сумма».

4) В случае таких выражений, как сумма и разность, слово «значение» является лишним, поскольку и выражение, и его значение называются одним и тем же словом. Разностью называется как выражение 6 – 4, так и его значение — число 2. Для того чтобы различать эти два смысла слова «разность», лучше в случае выражения говорить «запиши разность», а в случае значения выражения — «вычисли разность». Таким же образом надо поступать со словом «сумма».

49 Задача требует выполнения предварительных измерений. Их результаты используются затем при выборе арифметического действия. Фигура с площадью *K* строится отдельно (как это и требуется заданием), но ее можно показать (дополнительно) и внутри большей площади.

50 В заданном чертеже не проставлен вопросительный знак. Учащиеся, составляя текст задачи, должны сами выделить «интересное» неизвестное (то, которое нужно вычислять) — это разность, а не часть, равная меньшей величине.

2.5. Три вида задач на разностное отношение

(Задания 52–55)

52, 53 По заданному «рассказу» строится чертеж. Рассказ нужно переделать в три задачи. Такого рода работа детям уже знакома по материалу задач на целое — части (первый класс). Поэтому следует заранее выяснить, почему требуется составить именно три задачи (в каждой из них становится неизвестным один из трех элементов разностного отношения).

54 Учащиеся должны составить равенства, используя числа таблицы и учитывая их отношение, представленное чертежом: $8 - 6 = 2$, $7 + 3 = 10$ и т. д.

3. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ С ПЕРЕХОДОМ ЧЕРЕЗ ДЕСЯТОК

3.1. Возможность прибавлять и вычитать число по частям

(Задания 56–59)

56 Учащимся напоминается уже известная им возможность прибавления и вычитания числа по его частям. Все действия, представленные в выражениях, обязательно выполняются на числовой прямой с помощью дуг. В итоге равенство результатов действий становится наглядным. Выясняется, почему это произошло. (Потому что прибавляли одно и то же число, но разными способами: то целиком, то частями.)

57 Записываются разные способы движения по мысленной числовой прямой, причем они не должны быть более удобными, просто другими, но обязательно приводящими к тому же результату, что получен в первой строчке столбика.

3.2. Выбор удобного способа вычисления при переходе через десяток. Обозначение точек геометрических построений буквами

(Задания 60–65)

60–62 Определяется удобный способ вычисления в случаях перехода через десяток.

63 Повторяется геометрический материал:

— соединение точек линиями;
— прямые и кривые линии;
— отрезок как часть прямой линии, соединяющая две точки;
— пересечение линий в точках;
— точка (не) лежит на линии;
— линия (не) проходит через точку.

На доске и в тетрадях две точки, через которые проходит линия. Предлагается назвать вид линии (кривая незамкнутая). *Можно ли провести через эти точки другую кривую линию?* (Линия проводится на доске и в тетрадях другим цветом.)
Какие линии бывают, кроме кривых? (Прямые.) Проведите через эти две точки прямую линию. (Выясняется необходимость воспользоваться линейкой.) Проведите через те же две точки еще одну, другую прямую линию. Оказывается, что через две точки можно провести только одну прямую линию.

А можно ли провести через те же точки новую кривую линию? Новые кривые линии проводятся на доске: их можно провести сколько угодно много — бесконечное число линий. Затем на доске оставляются только первоначальные три линии.

Теперь нужно обвести ту часть линий, которая соединяет две заданные точки. Уточняется, что такую часть прямой линии называют отрезком, но часть кривой линии отрезком не называют.

Линии пересеклись. Нужно отметить все точки их пересечения. В зависимости от вида кривых линий таких точек у разных детей может оказаться разное число.

Далее дети ставятся в ситуацию необходимости обозначения точек для их различения. Предлагается выяснить, через какие из выделенных на доске точек проходит прямая линия, через какие — кривая (например, желтая), другая кривая (голубая). В ходе этой работы выясняется, что, говоря о какой-нибудь точке, надо все время выходить к доске и показывать ее. ***А можно ли сделать так, чтобы не надо было их показывать и тем не менее было бы ясно, о какой точке идет речь, т. е. как-то различить эти точки?***

Дети могут предлагать разные способы (например, отметить эти точки разным цветом или какими-либо значками). После обсуждения этих способов учитель предлагает общепринятый способ обозначения точек (если дети его не предложат) — обозначать точки большими буквами латинского алфавита. (Хорошо бы иметь в классе плакат с латинским алфавитом.) Дети могут сами выбрать буквы для обозначения всех точек пересечения линий.

64 Нужно провести кривую незамкнутую линию так, чтобы она проходила через все точки в заданном порядке. Затем предлагается обвести другим цветом часть линии, которая соединяет точки K и M. Возможно, кто-то из детей начнет рисовать новую линию. Учитель подчеркивает, что линия уже есть, нужно только выделить ее часть. Оказывается, что линия, соединяющая точки K и M, проходит через точку 5.

65 Точки соединены отрезками. Нужно узнать, на сколько сантиметров длина одного из них больше длины другого. Учащиеся должны сами предложить сначала померить отрезки, а потом вычислить их разность.

3.3. Отработка удобного способа вычислений при переходе через десяток

(Задания 66–71)

66–68 Осваивается удобный способ сложения и вычитания с переходом через десяток. В заданных парах равенств дополняется сначала нижнее равенство, в котором зафиксирован развернутый способ действия, а затем «восстанавливается» исходное выражение.

69* Задание отмечено как трудное, поскольку имеет логическую нагрузку: по способу разложения числа нужно догадаться, каким было первое слагаемое, — это главное.

70 Решение задачи проводится без чертежа, однако учащиеся должны обосновать выбранное действие через категории целого и частей.

71 В результате соединения точек должна получиться кривая линия, например такого вида:

(точки расположены на одной прямой)

Учитель предлагает соединить указанные точки прямой линией. Оказывается, что это возможно, но такая линия пройдет через точку *K*, что запрещалось условием. На точки накладывается линейка и обнаруживается, что все они лежат на одной прямой линии.

Обводится часть кривой линии, соединяющая точки *L* и *A*. Выясняется, что это не отрезок, а кривая линия. Предлагается соединить точки *T* и *K* отрезком, т. е. обязательно воспользоваться линейкой.

3.4. Термин «слагаемые». Косвенная формулировка текста задач

(Задания 72–77)

72–74 Вводятся термины, обозначающие компоненты действия сложения. Параллельно рассматриваются конкретные случаи сложения с переходом через десяток ($a + 2$, $a + 3$), которые предлагается запомнить.

На доске записано несколько выражений. Выясняется, что все выражения являются суммами, но количество складываемых чисел разное (например, суммы двух, трех и четырех чисел). Учитель сообщает, что числа, которые складываются, называются **слагаемыми.** Для каждой суммы дети называют слагаемые и вычисляют их сумму. После этого выполняется задание 72.

Таким образом, новый термин «слагаемое» выступает как синоним старого термина «часть», но только в контексте действия сложения чисел. В этом случае будут употребляться оба термина. Так происходит в задании 73. Для обозначения члена отношения «частей и целого» термин «слагаемое» использоваться не будет (например, при анализе текстов задач, построении и анализе чертежей).

75 Составляются два текста задачи. При этом один из них будет иметь «косвенную» формулировку («Во дворе 11 лип, их на 2 больше, чем кленов»). Поиск решения приводит к выводу, что в обоих случаях решение одно и то же, поскольку тексты составлены к одному и тому же чертежу.

76 Рассматриваются заданные в учебнике отрезки. Сообщается, что отрезок обозначают по его концам. Требуется узнать разность длин двух отрезков. Учащиеся должны сами прийти к необходимости их измерения.

3.5. Решение задач в косвенной формулировке
(Задания 78–83)

78–80 Проводится работа по запоминанию случаев прибавления числа 4. В задании 79 в схемах задана одна часть числа, вторую часть должно составить то, чего не хватает до 10, и третью — что остается сверх 10. Сначала заполняются все схемы, потом дополняются равенства, причем каждому равенству находится соответствующая схема, которая и подсказывает пропущенное число.

81 Даны задачи в косвенной формулировке. Дети читают их самостоятельно, затем обсуждается, как должен быть построен чертеж. Записывается решение.

82 Выполняя первую часть задания, учащиеся обнаруживают, что отрезок *AE* состоит из двух отрезков. Важно подчеркнуть, что получилось три отрезка: *AT, TE* и *AE.* Во второй части задания тоже три отрезка, что для детей более очевидно, чем в первом случае. Устанавливается, что слева три отрезка находятся на одной прямой, во втором случае имеются три (разные) прямые линии.

83 Дети должны найти четыре отрезка.
Выясняется, что эти отрезки расположены на двух прямых линиях. С помощью линейки проверяется, на какой из этих прямых лежит точка *E.* Обнаруживается, что это прямая, на которой лежат точки *L*, *S* и *A.* Таким образом дети вспоминают, что в отличие от отрезка прямая линия неограниченно продолжается в обе стороны, она бесконечна.

3.6. Единицы времени. Минута, секунда
(Задания 84–91)

Предлагается определить, чем различаются два звука. Учитель произносит звук */а/* один раз коротко, а другой — длинно. Возможно, учащиеся так и скажут — один звук длиннее другого. ***Значит, у звука есть длина? Длину мы измеряем сантиметрами, метрами, какая единица сюда подойдет?*** Выясняется, что звук нельзя измерить таким образом. Учитель сообщает, что два звука отличались по времени звучания. ***Каким инструментом измеряют время? Часами. Какие известны единицы времени?***

84 Читается именованное число, и дети должны догадаться, идет ли речь о времени. (Помнить, что 10 л — это не «сколько воды» а объем; 5 км — не «сколько прошли» пешеходы, а длина, т. е. напоминаются обобщающие понятие величины термины.)
Читаются отдельно записанные единицы времени, под каждой из которых стоит краткое ее обозначение.
Предлагается узнать, что такое минута. Учитель показывает циферблат с подвижными стрелками. ***За одну минуту стрелка часов передвинется от одного маленького деления до***

другого. Давайте почувствуем, какая она — минута. Я буду следить по своим часам. Когда минута кончится, я передвину большую стрелку на часах-модели.

Все молча проживают минуту, а затем делятся впечатлениями — много это времени или мало.

Учитель показывает секундомер и сообщает, что с его помощью пропоет звук 1 секунду. Потом всем предлагается замереть на 1 секунду. Делается вывод, что секунда меньше минуты.

Что можно сделать за 1 секунду, а что за 1 минуту?

Ответы на эти вопросы можно получить на уроке в соответствии с заданием 85, а можно предложить их найти дома.

86 Решаются задачи с новой величиной.

87 Выписываются все случаи прибавления числа 5 с переходом через десяток.

88, 89 Требуется разложить числа на части. В задании 88 указан способ действия подробно. Сначала следует все числа разбить на три части, потом вновь записанные части объединить таким образом, чтобы получить состав числа из двух частей. Тем же способом нужно воспользоваться и в задании 89, т. е. мысленно подобрать к заданной части недостающее до 10 число, затем сложить его с теми единицами, что имеются сверх десятка.

91 Учащиеся называют отрезки, изображенные на рисунке. Уточняется, что в первом случае все три отрезка лежат на одной прямой, во втором — на разных прямых. Нужно найти те, которые принадлежат к указанным в задании прямым (на одной прямой с отрезком *TM* лежат точки *C* и *K*, а с отрезком *LS* — точка *E*).

3.7. Единицы времени. Час

(Задания 92–101)

Воспроизводятся единицы времени. Называется самая маленькая из них и следующая (секунда и минута). Далее предлагается оценить протяженность часа. Для этого называются некоторые занятия, которые растягиваются на один час или немного больше (меньше). Так, урок вместе с большой переменой — это один час. Длится ли один час телепередача «Спокойной ночи, малыши»? Сколько времени длится футбольный матч — больше часа или меньше?

Далее учитель показывает какую-либо детскую книгу и сообщает, сколько страниц в ней сможет прочитать хороший ученик за 1 минуту и за 1 час. Предлагается дома выполнить с помощью родителей задание 95.

96 Оказывается, что через точку *K* проходит только один отрезок — *KE,* а через точку *M* — отрезки *EM, MS* и *ES* (важно научить детей видеть именно три отрезка в ситуациях, подобных заданной). Далее можно перечислить все отрезки, которые проходят через точку *E*. Их окажется три. В качестве провокации можно назвать отрезок *KS,* а затем уточнить, что такого отрезка на рисунке нет, так как *KE* и *ES* — это части разных прямых линий.

97–101 Повторяются случаи прибавления чисел 2, 3, 4, 5 (с переходом через десяток). Делается пробная проверка: за ограниченное время (которое устанавливает сам учитель, учитывая возможности своего класса) нужно выполнить все задания упр. 101 без ошибок. Если такая работа оказалась для кого-то трудной, значит, этот набор заданий нужно использовать дома для тренировки с кем-то из взрослых или друзей.

3.8. Единицы времени. Год, месяц, день

(Задания 102–109)

Повторяются известные единицы времени, дети зачитывают свои записи о времени, которое они проводят в школе и дома.

Сколько времени дети ходят в школу от 1 сентября до лета, до каникул? Выясняется, что это время можно измерить и секундами и минутами, но удобнее взять более крупную единицу — день, а еще лучше — месяц. Учебный год длится 9 месяцев, или 270 дней. Выясняется, сколько дней от воскресенья до воскресенья — в неделе, сколько месяцев длятся лето, зима, осень.

103 Учитель читает текст и просит назвать величину, о которой в нем идет речь. Выясняется, что это то же время, сколько времени человек уже прожил на свете. Измерено оно годами. Составляется условие задачи.
Поставлены два вопроса, может быть, нужно сделать два чертежа? В чертеж вписываются данные, и выясняется, что место второго вопроса то же самое, что место первого, — нужно узнать разность в возрасте детей, а о ней можно спросить двумя способами: со словом «больше» («старше») и со словом «меньше» («моложе»).

ПРИМЕЧАНИЕ. Обязательно выяснить значение слов «моложе» и «старше».

104 В новой задаче речь опять идет о времени, которое измеряется днями. Учитель удивляется: в заготовке для чертежа дан только один отрезок (в последнее время решались задачи иного вида). Постепенно выясняется, что этого достаточно.

105 Выписываются случаи прибавления числа 6, которые нужно запомнить. Их меньше, чем в полном списке таких случаев, потому что один из них уже известен ($6 + 5 = 5 + 6$).

109 Дети должны найти и записать: а) шесть отрезков; б) три отрезка.

4. ИЗМЕРЕНИЕ НЕСКОЛЬКИМИ МЕРКАМИ

В настоящем разделе рассматривается новый способ измерения и построения величин. До сих пор величина измерялась и воспроизводилась (отмерялась) способом последовательного прибавления одной и той же мерки. Новый способ состоит в том, что величина измеряется (соответственно и отмеряется) по частям, причем для каждой из них используется своя мерка. В этом случае результат измерения выражается составным именованным числом.

4.1. Измерение двумя мерками

(Задания 110–118)

Вводная задача. Дана величина A, имеются две мерки K и E ($K > E$). Нужно измерить величину какой-то меркой и «переслать» результат измерения товарищу. У него есть такие же мерки, и по записи он сумеет воспроизвести величину объекта у себя. (Заметим, что мерки должны быть подобраны так, чтобы работа только одной меркой не давала целого числа, которое можно было бы «послать в письме». Соотношение объекта и мерок может быть следующим: $A : K : E = 25 : 7 : 2$ или $A : K : E = 19 : 5 : 2$.)

В качестве объектов удобно взять сосуды с водой. Например, дан сосуд, в который налита вода (объем A), а надо налить такой же объем воды в сосуд такой же формы, но находящийся в другом месте, причем сосуды переносить нельзя.

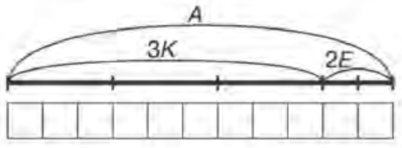
Выясняется, что для решения этой задачи нужно измерить величину A какой-нибудь меркой, чтобы потом, используя полученное число, отмерить такую же величину (налить соответствующий объем воды в пустой сосуд). Учитель предлагает на выбор две мерки: K и E.

Для измерения величины A к доске выходит один из детей. Чтобы быстрее выполнить измерение, выбирается большая мерка (K). Но она не умещается в величине A целое число раз. Измерение другой, меньшей, меркой (E) приводит к такому же итогу. ***Как же быть?*** Предложения использовать для измерения различные части мерок K и E отвергаются (тот, кто будет отмеривать величину A, не будет знать, какие это части, он может пользоваться только целыми мерками K и E).

Выясняется, что величину A можно измерить двумя мерками: сначала 3 раза уложить мерку K, а остаток измерить меркой E (она уместится в нем 2 раза). ***А как записать этот результат?*** Учитель сообщает, что обычно результаты измерения обеих частей записываются рядом:

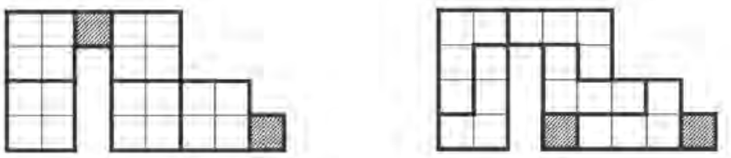
$$A = 3K\ 2E.$$

Теперь можно отмерить объем A в пустой сосуд. Один ученик выходит к доске и наливает воду. Кроме того, один из детей на доске, а остальные в своих учебных тетрадях (задание 111) изображают эти действия на чертеже. Учитель предлагает мерку K изображать на чертеже в три клетки. Когда при работе с водой меняется мерка, приходится сменить мерку и в чертеже (новая мерка E — одна клетка).



Затем сосуды ставятся рядом, чтобы убедиться, что объемы воды в них равны. В заключение еще раз отмечается, что величину можно измерять и строить по частям, причем каждую часть — с помощью своей мерки. Результаты измерения каждой части записываются в ряд: **сначала** описывается та часть, которая измерена **большей** меркой, а **затем** та, которая измерена **меньшей.**

110–114 В этих заданиях осваиваются новый способ измерения величины и форма записи результата измерения. При измерении площади в задании 112 одинаковые мерки необязательно помещать рядом. Любой из следующих вариантов измерения правильный:



В задании 113 должна получиться запись $K = 3C\ 2E$.

115–118 Осваиваются случаи перехода через десяток при прибавлении числа 7.

4.2. Измерение двумя мерками. Миллиметр

(Задания 119–126)

119 Отмечается, что для измерения заданной длины A можно, конечно, воспользоваться и одной меркой, например в одну клетку. Однако такое измерение будет слишком долгим. Дети замечают, что можно выполнить измерение, используя равные длины звеньев ломаной линии. Записываются результаты измерения:

$$A = 3K\ 4H \text{ и } E = 5P\ 3C.$$

120 При построении отрезка нужно воспользоваться мерками из двух разных частей задания 119. Затем учитель предлагает измерить длину отрезка в сантиметрах. При наложении линейки оказывается, что в длине отрезка умещается 7 см и имеется еще остаток, который состоит из 5 очень маленьких мерок. Учитель сообщает, что эта маленькая мерка называется **миллиметром.**

122 После построения отрезка *HE* следует выяснить, что отрезок *EP* может быть отложен как вправо от точки *E,* так и влево от нее. По общему договору он откладывается вправо.

Когда потребуется отложить 1 дм и 1 см, учитель сообщает, что можно обойтись и без специальной мерки — дециметра, так как его составляют 10 см.

123–126 Осваиваются случаи прибавления числа 8.

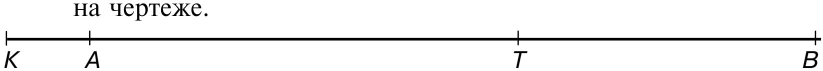
4.3. Табличная форма записи результатов измерения. Работа с тремя мерками

(Задания 127–132)

127 Даны площади и мерки. По рисунку видно, что измерение уже выполнено. Его результаты записаны в таблицу. Учитель предлагает записать их и в строчку. Сначала вписываются данные о величине *A*, затем *B* и *C*. Выясняется, что в последнем случае не использована мерка *T* — в таблице соответствующая клетка осталась пустой. Получаются записи: *A* = 4*K* 3*T* 1*E*, *Б* = 3*K* 2*T* 1*E*, *C* = 1*K* 2*E*.

129–130 Рассматривая мерки, учащиеся устанавливают, что речь идет о количестве (задание 129) и длине (задание 130), называют использованные единицы измерения (штуки, пары и т. д. или сантиметры, миллиметры).

В задании 130 при построении отрезков обращается внимание на направление их откладывания, они должны поместиться на чертеже.



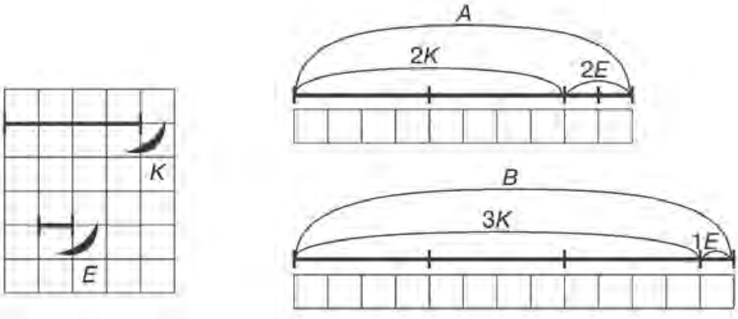
В результате последовательного построения отрезков *KB*, *BA* и *KT* получатся еще три отрезка *KA*, *AT* и *TB*. Они измеряются, и соответствующие числа записываются в равенства.

131–132 Осваиваются случаи прибавления числа 9.

4.4. Сложение результатов измерения несколькими мерками

(Задания 133–139)

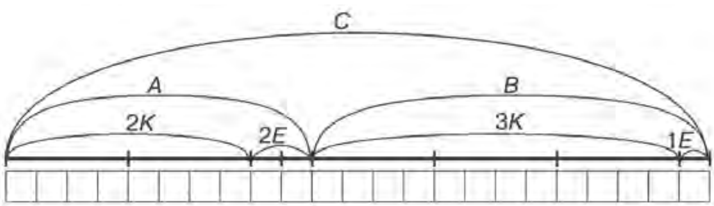
На столе у учителя два пустых сосуда. В них нужно налить воду (объемы *A* и *B* указаны в таблице из задания 133). Учитель дает мерки *K* и *E*. Дети, используя таблицу, сообщают, сколько каких мерок



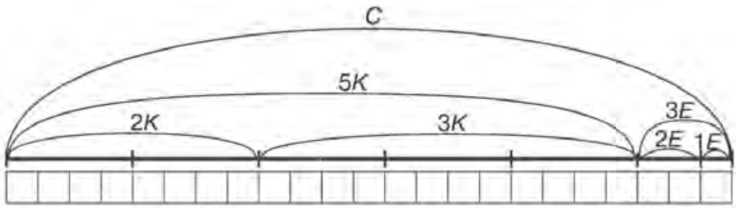
составляют объемы A и B. Учитель наливает воду в сосуды, а дети изображают эти действия на чертежах.

После этого учитель предлагает налить в третий сосуд столько воды, сколько ее имеется в двух других сосудах вместе (объем C), причем имеющиеся объемы сливать нельзя. Объем C должен быть налит заново.

Дети предлагают способы работы, которые фиксируются чертежом и выполняются на реальных объемах. Один способ: с помощью мерок K и E сначала налить объем A, а потом к нему добавить объем B.



Другой способ: сначала наливаются все мерки K, потом мерки E.



Рассматривается данная в учебнике запись сложения. Учащиеся определяют, что дугами показан второй способ действия. Результат действий записывается в таблицу и в равенство: $5K\ 3E$.

134 Даны две измеренные площади. Предлагается записать результаты измерения $M = 4A\ 3C$, $T = 3A\ 5C$ (второе измерение выполнено нерационально, но в данном случае это неважно). Теперь требуется построить фигуру, площадь которой составляет сумму двух измеренных площадей. Для этого надо определить, из скольких мерок *A* и *C* состоит площадь *M* + *T*. Можно пересчитать вручную мерки, представленные на рисунке, а можно выполнить действия с числами. Записывается сумма двух именованных чисел, дугами показывается способ вычисления, определяется его результат, который затем проверяется прямым пересчетом мерок двух видов.

При построении фигуры с площадью *E* важно, чтобы дети использовали полученное число, т. е. отложили все большие мерки, потом все маленькие. Хотя нужно оценить как возможный и способ работы, при котором на новое место переносятся и соединяются очертания имеющихся фигур. Отмечается, что при таком способе работы никак не используются вычисления.

135 При выполнении вычислений предлагается показывать действия дугами.

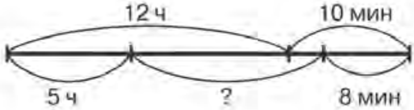
136–139 Проводится работа по формированию навыка вычислений. В задании 137 учащиеся должны сначала догадаться о значении сказочной цифры (⊙ — это 7, потому что 9 + 7 равно числу 16), а затем найти новую сумму.

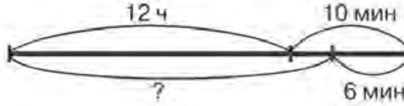
4.5. Вычитание результатов измерения несколькими мерками

(Задания 140–147)

140 На столе учителя мерки и сосуды. В них уже налита вода, объем которой учащиеся определяют по записям в учебнике. Способ работы с водой показывается на чертеже. Два отрезка располагаются один под другим, так что легко выделить разность. Устанавливается, что величина *K* — это разность. Ее можно показать на чертеже, но как определить ее значение? Записывается действие вычитания. Как определить его результат? Наверное, дети предложат правильный способ работы: вычесть большие мерки из больших, а маленькие из маленьких. Способ работы показывается дугами в записи вычитания. Результат записывается в равенство и в таблицу.

141 Внимание учащихся обращается на то, что в паре заданий одну и ту же величину нужно уменьшить по-разному. Исходная величина представлена на чертеже частями, правда, мерки в каждой части не выделены. В этих условиях становится невозможным пересчет мерок, как это было в задании 140. Вычтенная величина выделяется на чертеже приблизительно, но так, чтобы остатки от двух частей можно было объединить одной дугой.





144, 145 Подготовка к вычитанию с переходом через десяток.
Учащиеся уже знакомы с одним способом вычитания, когда число вычитается по частям. Теперь нужно показать способ, упрощающий вычисление, при котором не нужно держать в памяти части вычитаемого.

На доске дана числовая прямая, на которой отмечены только числа 0 и 12 и на которой не отмечены шаги. Учитель рисует дуговую стрелку в сторону нуля и подписывает дугу цифрой 4.

Записывается действие: 12 – 4. Учащиеся поясняют, как они могут определить новое число на числовой прямой. Обнаруживается, что нужно ориентироваться на число 10. Оно записывается на числовой прямой. Искомое число определяется по знакомому алгоритму вида 12 – 2 – 2.

Затем стрелка-дуга стирается и рисуется на новом месте — от нуля в сторону увеличения (дуга подписывается числом 4).

Можно ли сообразить, каков ответ при таком размещении чисел? Оказывается, что от числа 4 до числа 10 – 6 шагов и после 10 еще 2, а всего — 8.

По учебнику выполняются упражнения для освоения нового способа действия.

На заданных числовых прямых не видно нулевой точки, но ясно, сколько шагов от нее отступили (например, в одном случае 6, в другом — 9). ***Сколько же остается шагов до числа 13?*** Легко понять, сколько шагов до 10 и потом от 10 до 13.

146 Тот же способ действия нужно выполнить, не делая дуг на числовой прямой, но все же указывая на ней жестом место одной части заданного целого. Рассуждения детей в случае $12 = 9 + a$ должны быть следующими: до 10 — одна единица и после 10 две — всего три.

4.6. Решение задач с составными именованными числами

(Задания 148–154)

148, 149 При выполнении чертежей к задачам величина обозначается на чертеже единым числом (под единой дугой), включающим две мерки, в отличие от того, что было при выполнении задания 141 предыдущего урока. На прошлом уроке в чертеже фиксировался способ вычисления, а теперь чертеж делается для выбора арифметического действия.

150–153 Осваивается введенный ранее прием вычисления.

154 На рисунке представлены 3, 4 и 6 отрезков, а также 3, 2 и 2 прямые.

4.7. Обобщение действия сложения. Обозначение ломаной линии

(Задания 155–162)

155 Дано решение некоторой задачи. Называется действие и его компоненты. Учащиеся определяют результат и называют величину, о которой идет речь (масса). *Какой из двух чертежей мог быть построен к неизвестной нам задаче?* После некоторых высказываний предлагается одной группе учащихся попробовать наложить числа решения на первый чертеж, а другой группе — на второй чертеж. *Какой из них не подойдет?* Дети выполняют задания, совещаясь парами. Выясняется, что обе группы учащихся смогли связать решение с заданным чертежом. До обсуждения конкретного распределения чисел на чертеже предлагается каждой группе учащихся освоить другой чертеж, с которым они еще не работали. Затем с помощью работы на доске проверяется распределение данных на первом чертеже. Составляется (в парах) текст задачи. Потом та же работа проделывается относительно второго чертежа. Скорее всего, дети будут составлять вторую задачу вида: $a + b = ?$ Учитель предлагает составить текст, начиная с неизвестной величины. Подчеркивается, что сложением решаются задачи разных видов, т. е. которые требуют разных чертежей. Но всегда сложением находится целое.

157–159, 162 Осваиваются конкретные случаи вычитания числа 9. В задании 162 предлагается разгадать слово. В заготовке для него дана лишняя клетка — это «ловушка», так что запись получится с разрывом: «солнце». Такого рода «ловушки» будут встречаться и в дальнейшем.

160 Предлагается провести ломаную линию через заданные точки. Учитель сообщает, что у него на листе бумаги такая ломаная линия уже заготовлена. Дети могут спросить, с какой точки начать работу. Нужно предложить им полную свободу, но уточнить, что нужная линия состоит из отрезков, которые можно построить только по линейке. После того как одна линия будет построена, учитель показывает свою линию (*CBEA*), а затем высказывает готовность изобразить на доске линии, построенные детьми иначе. Каким образом дети могут с места рассказать о своих линиях? Учитель пытается построить линию по сбивчивым объяснениям детей. Успешным оказывается тот случай, когда ученик называет точки в том порядке, в каком они соединялись. Предлагается каждому ученику описать (в тетради) свою ломаную.

Обращается внимание на второй набор тех же точек. Учитель диктует описание ломаной, которую нужно построить (*CBEA*). Дети проводят линию. Она оказывается той, что заранее сделана учителем.

4.8. Обобщение действия вычитания

(Задания 163–170)

163 Вводятся названия компонентов вычитания. Учитель предлагает записать пары чисел и вычислить их разности. Эта работа выполняется в тетрадях и у доски. Сообщается, что числа, участвующие в вычитании, имеют свои названия. Число, из которого вычитается другое число, называется **уменьшаемым** (оно уменьшается), а число, которое вычитается, — **вычитаемым.** Дети в каждом случае определяют уменьшаемое и вычитаемое. После этого рассматривается запись в учебнике.

Так же как и в случае с термином «слагаемое», термины «уменьшаемое» и «вычитаемое» используются только в контексте действия вычитания чисел, где они выступают как синонимы терминов «целое» и «часть». Для обозначения членов отношения «частей и целого» термины «уменьшаемое» и «вычитаемое» использоваться не будут.

164 Работа может быть организована так же, как на прошлом уроке относительно действия сложения. При составлении текстов задач нужно установить, что по каждому чертежу их может быть составлено несколько вариантов. Относительно первого чертежа следует признать более «интересными» задачи, текст которых начинается с неизвестной величины или с числа 7. Во втором случае вопрос может быть поставлен как о меньшей величине, так и о разности. Таким образом, вычитанием решаются задачи, требующие чертежей разного вида, но всегда в них нужно найти часть.

166–169 Рассматриваются конкретные случаи вычитания числа 8.

170 Нужно найти разные способы построения ломаных: MTCA, CAMT, ACMT, TMCA.

4.9. Рациональный способ работы с мерками
(Задания 171–177)

171–173 Учащиеся должны понять, что начинать измерение целесообразно с самой большой мерки и к следующей мерке следует обращаться только после того, как исчерпана возможность работы с большой меркой.

174–176 Повторение случаев вычитания чисел 8 и 9. В заданиях 175 и 176 «ловушка»: заготовка для слова содержит лишнюю клетку.

177 Выясняется, что для определения длины ломаной нужно измерить три отрезка, длины которых являются частями длины всей линии. Затем предлагается записать все отрезки, которые можно выделить на линии. Их оказывается больше, чем слагаемых. Нужно напомнить, что складывали всего три числа, а теперь называем семь отрезков. *Где ошибка?* Выясняется, что общую длину составляют именно три отрезка.

5. ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

В этой теме рассматривается новый способ измерения и построения величин, требующий использования системы вспомогательных (дополнительных) мерок, которые последовательно строятся одна за другой начиная с исходной. При этом отношение между соседними мерками (основание системы счисления) выдерживается постоянным, а сама система открыта, т. е. по необходимости может быть всегда продолжена.

Такой способ измерения и построения величин создает особую форму представления числа как результата измерения: оно выражается не отдельным знаком, а целым набором цифр. Это так называемое многозначное число.

Вначале многозначное число представляется в известном детям табличном виде, а затем осваивается переход к новому позиционному способу записи.

5.1. Вводная задача

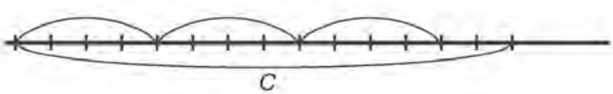
(Задания 178–185)

На столе учителя находится сосуд, в который налита вода (объем *C*), а на доске и в тетради начерчена прямая (заготовка для чертежа). Требуется налить такой же объем воды в сосуд такой же формы, но находящийся в другом месте, причем сосуды переносить нельзя.

Дети предлагают измерить объем воды в сосуде. Учитель выдает им мерку (*E*), но оговаривает дополнительное условие работы: **считать можно только до 4.** Это ограничение может быть введено игровым образом, например: *Представьте себе народ, умеющий считать только до 4. Как эти люди будут действовать в такой ситуации?*

К доске выходят два ученика. Один производит измерение, другой (и весь класс) отражает его на чертеже. После того как отлили четыре мерки (во вспомогательный сосуд), работа приостанавливается. *Как быть дальше?* Больше нет цифр, чтобы отмечать дальнейший счет мерок.

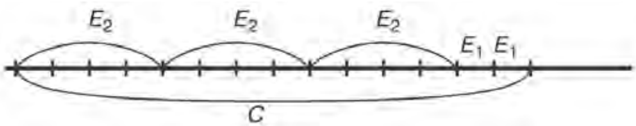
Возможно, уже здесь кто-то из детей предложит воспользоваться отлитой частью воды как новой меркой. Если этого не произойдет, то остается только продолжить отливание мерок, но каждый раз после отмеривания четырех мерок их счет начинать заново. На чертеже каждая новая часть, состоящая из четырех мерок, выделяется дугой. В итоге чертеж будет выглядеть так:



Как теперь отмерить нужный объем? Чертеж «показывает» это. Надо налить четыре мерки *E*, потом еще раз четыре мерки *E* и еще раз, а затем долить две мерки *E*. *А как это сделать быстрее?*

Выясняется, что не надо каждый раз заново наливать четыре мерки E. Можно только один раз налить четыре мерки E в новый сосуд, отметить уровень воды и использовать этот объем как новую мерку. На чертеже эти новые мерки уже выделены дугами. Видно, что надо налить три таких новых мерки и еще две мерки E.

Новую мерку следует обозначить буквой. Дети дают свои варианты. Учитель предлагает использовать ту же букву, но помечать ее цифрой 2: так будет сразу видно, что новая (вторая) мерка была построена из старой. Старую же (первую) мерку, в свою очередь, теперь необходимо называть E_1. Результат измерения C записывается в таблицу.



	E_2	E_1
C	3	2

Изготавливается мерка E_2 для измерения воды, наливается нужный объем, который затем непосредственно сравнивается с исходным.

В заключение отмечается, что для записи результата измерения нам потребовались две цифры — 3 и 2. Одна цифра указывает количество основных мерок, другая — количество дополнительных мерок. **Дополнительную мерку мы образовали из основной,** когда уже не смогли считать дальше с ее помощью.

178 Фактически дан образец способа действия, который учащиеся должны были открыть при выполнении предыдущего задания. Производится анализ работы Иры. Измеряется длина B при том же ограничении счета — «считать можно только до трех».

179 Подводится итог работы с введением новых терминов.

180 Анализ наименования позволяет учащимся определить, что в задаче речь идет об объеме жидкости. Задачу решили, выполнив сложение, значит, было неизвестно целое. Производится расстановка чисел в чертеж. При этом может возникнуть предложение неизвестным считать не большую из двух величин, а сумму двух величин. Такое предложение принимается как возможное (хотя специально его не нужно предлагать для обсуждения), но указывается на то, что в таком случае непонятно, зачем на чертеже большая величина представлена двумя частями. Затем учащиеся составляют полный текст задачи, работая в парах. Два-три текста заслушиваются всем классом. Вычисляется ответ.

181–185 Рассматриваются случаи вычитания числа 7.

5.2. Счет с помощью дополнительных мерок
(Задания 186–193)

186 На рисунках представлены результаты счета трех детей. Выясняется, что Таня работала в четверичной системе счисления, Петя — в пятеричной, а Коля работал без системы, просто тремя разными мерками. Правильные измерения можно записать в одной таблице, в которой мерки обозначают не буквами, а по их номеру, при этом обязательно отмечается в скобках, в какой системе счисления происходила работа. Предлагается найти в таблице строчку, описывающую результаты работы Тани и Пети.

187 Если нужно посчитать звездочки в пятеричной системе счисления, значит, можно считать до пяти. Строится дополнительная мерка — пяток точек.

Выполняется счет пятками. Результат записывается в таблицу, справа в скобках приписывается основание системы счисления (5).

188 Для того чтобы правильно посчитать объекты, нужно найти в таблице указание системы счисления. Оказывается, что первый раз нужно их сосчитать в четверичной системе счисления. *Значит, можно считать до какого числа?* До четырех.

Строится дополнительная мерка (в виде точек). Производятся счет и запись его результатов.

После заполнения всей таблицы следует обратить внимание детей на то, что считали одно и то же количество крестиков, но получили разные записи в таблице. Какая из них правильная? Учащиеся указывают на то, что обе записи правильные, просто счет выполнялся разными мерками.

189 По наименованию определяется, что речь идет о массе овощей. Выполнено вычитание, значит, определяли значение части. В чертежи вписываются вопросительные знаки. Составляются две задачи: с вопросом о меньшей величине и с вопросом о разности.

190–193 Рассматриваются случаи вычитания числа 6.

5.3. Три мерки. Обозначение замкнутой ломаной линии

(Задания 194–200)

На доске таблица:

	II	I

(3)

На столе учителя вода и мерки, соответствующие заданию. Мерка должна быть подобрана так, чтобы понадобилось образовывать сначала вторую дополнительную мерку (из трех основных), а затем и третью (из трех вторых). Всего должно получиться: одна третья мерка, две вторые и две первые. Вся работа проводится одновременно с водой и на чертеже. Сначала отмеряются и отмечаются на чертеже три основные мерки. Поскольку задана троичная система, то далее счет нужно вести опять с единицы и отметить образование второй мерки. Соответствующая часть чертежа обводится дугой синего цвета. Продолжается измерение воды, в ходе которого выделяются (на чертеже синим цветом) еще четыре вторые мерки и две исходные. Теперь результат измерения нужно записать в таблицу. Сразу записывается число 2 в первом разряде.

Вторых же мерок оказывается больше, чем нам позволяет заданная система счисления: в троичной системе счисления можно сосчитать только до трех, а вторых мерок больше. *Как быть?* Дети должны прийти к тому, что из трех вторых мерок нужно образовать третью. Дугой красного цвета выделяется соответствующая часть чертежа. В таблицу вписывается номер (III) новой мерки, указывается число вторых (2) и третьих (1) мерок. Учитель обращает внимание детей на то, что реально измерение воды производилось одной заданной меркой. Но чертеж показывает, что можно было действовать иначе, создав предварительно вторую и третью мерки. Берется новый сосуд, в него наливаются три исходные мерки, отмечается полученный уровень воды — это вторая мерка. *Как сделать третью мерку?* В новый сосуд наливаются три **вторые** мерки и отмечается полученный уровень воды. Такую же работу учащиеся проделывают в тетрадях, строя отрезки, соответствующие двум новым меркам (в 3 и 9 клеток). Предлагается налить еще один объем воды *C*, работая не одной, а созданными тремя мерками. Оказывается, что удобнее начать работу с самой большой мерки: нужно налить одну такую мерку, затем добавить две вторые мерки и две первые.

Вся работа проводится одновременно с водой и на чертеже. На чертеже вторая мерка выделяется синим карандашом, а новая, третья, — красным.

194 Учащиеся определяют, что мерки получены в троичной системе счисления. Для выполнения измерения нужно начать работу с самой большой мерки.

195 Выясняется, что основная мерка — штука, один квадрат. Производится счет, в результате которого становится явной новая мерка (пара). Но и пары нельзя вписать в таблицу — их три, а считать можно только до двух. Образуется (обводится красным карандашом) еще одна мерка (две пары, т. е. четыре квадрата). В таблицу записывается число 111.

196–199 Повторяются случаи вычитания чисел 7 и 6.

200 Цель этого задания — вспомнить, что бывают **замкнутые и незамкнутые** линии, и ввести обозначение замкнутой ломаной линии. Сначала дети обнаруживают, что Оля, Катя и Миша построили незамкнутые ломаные линии, а Женя — замкнутую. Отмечается, что замкнутую ломаную линию можно начинать строить с любой точки и в ней же она должна закончиться, а у незамкнутой линии начало и конец различны. Поэтому незамкнутую ломаную линию можно описать двумя способами: *ABC* и *CBA* (у Оли), *BAC* и *CAB* (у Миши), *ACB* и *BCA* (у Кати). А замкнутую линию можно описывать начиная с любой точки, причем необязательно еще раз записывать точку, с которой мы начинали (и которой же заканчиваем): *ABC, BAC* и т. д. Таким образом, и в этом случае записываются три буквы, но при этом устно добавляется, что линия замкнутая.

5.4. Возможность образования большего числа дополнительных мерок

(Задания 201–209)

201 Одно и то же количество объектов нужно посчитать в разных системах счисления. (Исходная мерка как будто не задана. Однако указание на нее содержится в тексте задания, из которого следует, что меркой является отдельный кружок, т. е. штука.) По ходу счета будут образовываться новые мерки, которые метятся синим (вторая мерка), красным (третья) и зеленым (четвертая) карандашами. Учитель сообщает, что дополнительных мерок может быть и больше: это зависит от того, какой объект измеряем и в какой системе счисления работаем.

203 Строятся мерки, затем производится измерение и запись его результатов.

204–208 Рассматриваются случаи вычитания числа 5.

209 Дважды даны одни и те же точки. В зависимости от порядка их соединения отрезками получаются разные ломаные линии. Для получения замкнутой линии требуется соединить отрезком первую и последнюю точки из записи. Полезно, чтобы работу начал на доске учитель, соединяя точки кривой линией. Выясняется, что в задании требуется построить ломаную линию, а она состоит из отрезков, т. е. чертится обязательно по линейке.

5.5. Отсутствие цифры в разряде. Построение объекта по табличной записи

(Задания 210–217)

210 Определяется, что звездочки считали в пятеричной системе счисления. Оформляется таблица: записывается основание системы счисления, проставляются номера мерок — справа налево до пяти. *Понадобится ли столько?* Предлагается повторить уже выполненный счет звездочек. Сначала считали отдельные звездочки; получилась новая мерка — пяток, она обведена овалом. Затем образовалась третья мерка — взята в прямоугольники. Четвертой и пятой мерок не понадобилось, поэтому соответствующие колонки в таблице остаются пустыми.

211 Впервые учащимся нужно построить объект по записям, данным в таблице. Это может оказаться трудным для детей. Важно сначала заготовить дополнительные мерки, а уже потом выстраивать весь объект.

Выясняется, что оба отрезка измерены в троичной системе счисления, т. е. в обоих случаях придется пользоваться той же системой мерок. Рисуются мерки T_2 и T_3. Четвертая мерка, хотя и обозначена в таблице, не пригодится.

Отрезки строятся «рациональным» способом, т. е. начиная с использования самой большой мерки. В соответствии с «пустыми окошками» в таблице окажется, что в первом случае все основные мерки сгруппированы во вторые, а при измерении отрезка *B* все вторые мерки сгруппированы в третьи.

212 Устанавливается, что неизвестной в задаче должна быть часть. На одном чертеже вопросительным знаком помечается меньшая величина, на другом — разность. Тексты задач составляются при работе в парах.

213–217 Рассматриваются случаи вычитания чисел 4, 3, 2.

5.6. Измерение и отмеривание с помощью системы мерок (закрепление)

(Задания 218–225)

218, 219 Задания требуют выполнения как действия измерения, так и действия построения объекта по записи.

220–224 Повторяются разные случаи вычитания.

225 Сначала учитель спрашивает: *Сколько на рисунке изображено ломаных замкнутых линий?* Оказывается, ни одной, так как это кривые линии. Но среди них есть замкнутые, которые при их вычерчивании заканчиваются в той же точке, что и начинаются. Их три. Дети обводят каждую из них своим цветом. Выясняется, что через точку *B* проходят две из них, через *E* — все три, а через *C* — ни одной.

5.7. Позиционная форма записи числа

(Задания 226–232)

226 Учащиеся сравнивают запись в таблице и вне ее. Отмечается, что в обоих случаях записаны одни и те же цифры в одинаковом порядке. Таблица закрывается, и работа выполняется при ориентации на оставшуюся запись: сначала строятся мерки, а потом — фигура. Если будет возникать необходимость прочитать записанное в строку число, то нужно назвать цифры по порядку слева направо (как обычно происходит чтение) и основание системы. Так, запись $34_{(5)}$ можно прочитать: «три, четыре в пятеричной системе счисления».

227 Образующиеся при счете объектов новые мерки обводятся синим (вторая мерка) и красным (третья мерка) карандашами. Отмечается, что при записи результатов в любом случае (в таблице или без нее) нужно приписывать основание системы счисления.

228 Начинается повторение материала, связанного с вычислениями, но теперь в контексте изучения состава чисел второго десятка.

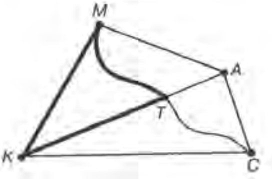
Учитель сообщает, что в таблицу нужно было поместить случаи перехода через десяток.

Рассматриваются особенности таблицы. Кто-то из учащихся сможет объяснить, почему строки в таблице постепенно удлиняются. Отмечается, что по диагонали (наискосок) записаны одинаковые числа.

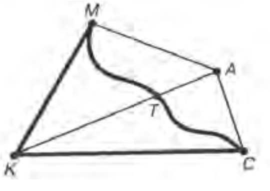
Учащиеся устно составляют выражения, постепенно продвигаясь от верхней строки таблицы к нижней.

231, 232 На рисунке 3 замкнутые ломаные линии: *KMA, KAC, KMAC*. Однако просто замкнутых (нeломаных) линий больше. Это линии, последовательно соединяющие точки *KMTK, KTCK, MTAM, ATCA, KMTCK, MTCAM, KMTACK, KCTAMK, KMACTK, KCAMTK.* Сначала детям можно предложить найти несколько из них (сколько они смогут), а затем уже рассмотреть, как можно найти все десять.

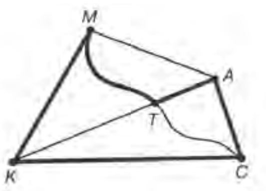
Первые четыре линии состоят из одной из сторон четырехугольника *KMAC* и линий, соединяющих его вершины с точкой *T* (одна из них показана на рисунке).



Следующие две состоят из кривой линии, соединяющей точки *M* и *C*, и двух сторон четырехугольника *KMAC* (один из вариантов показан на рисунке).



Последние четыре получаются, если выбросить одну из сторон обрамляющего четырехугольника и обвести границу полученной фигуры (одна из них показана на рисунке).



5.8. Нуль в записи числа

(Задания 233–239)

233 Отмечается, что в таблицу вписаны одни и те же цифры. *Наверное, отрезки были равными?* Дети рассказывают, сколько каких мерок уместилось в каждой длине. Учитель, следуя за детьми, записывает на доске числа (заданные таблицей), игнорируя нули. Но при такой записи получается, что отрезки должны быть равными! Значит, нужно как-то иначе записать числа без таблицы. Требуется некоторый знак для пропущенной мерки. Таким знаком является нуль. Числа переписываются в строчку правильно. Строятся дополнительные мерки, а затем отрезки.

234 Сравнивая записи чисел, учащиеся приходят к выводу: нуль пишется на месте неиспользованной мерки. Однако во втором числе на месте отсутствующей мерки нуль не пишется — ведь нет и третьей, и четвертой, и пятой мерки — бессмысленно писать все эти нули впереди.

235 При записи чисел важно учитывать место цифр в таблице и системы счисления.

Строка $31_{(3)}$ — «ловушка»: 3 мерки должны образовать одну новую. Следует записать число $101_{(3)}$.

236 По заданным чертежам составляются и решаются задачи.

237 С этого урока работа над навыком вычислений связывается с изучением состава конкретных чисел.

Постепенно записываются варианты состава числа 11. При этом полезно вспомнить, как их можно определить с помощью числовой прямой. Учащиеся жестом указывают на прямой место числа 7, говорят, что далее нужно сделать 3 шага до 10 и после 10 еще 1 шаг — всего 4. В столбиках обнаруживаются суммы, отличающиеся только порядком записи слагаемых. Сообщается, что для быстроты вычислений бывает полезно знать состав числа наизусть. Выясняется, что требуется запомнить только 4 варианта. Они выписываются и берутся в рамку.

238 В заданном отрезке числового ряда нужно соединить числа, сумма которых равна числу 11, а затем полюбоваться полученной картиной симметрии.

239 Задание имеет целью напомнить идею связи сложения и вычитания.

5.9. Запись результатов измерения многозначным числом (используя цифру 0)

(Задания 240–247)

240 Даны числа, при записи которых использовался нуль. Задание переписать их в таблицу помогает учащимся осознать поместный смысл каждой цифры. Нуль в таблице — это не ошибка, но излишество, ведь пустота клетки уже говорит о неиспользованности мерки.

242, 243 Нужно произвести измерение и записать его результат в строчку.

246, 247 Цель этих заданий — вспомнить, что точки могут лежать **внутри** (линия окружает их) и **снаружи** (вне) замкнутой линии, что замкнутые линии **ограничивают** фигуры (там и лежат внутренние точки). Отметим, что никаких строгих определений для этих понятий не вводилось и пока вводиться не будет. Они рассматриваются лишь на уровне наглядных представлений и определенных действий (например, вычерчивание линий, разрезание по линии). Так, точка лежит внутри линии, если линия окружает ее со всех сторон.

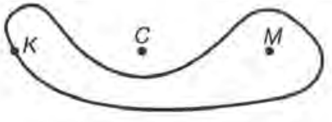
Если разрезать плоскость (лист бумаги) по замкнутой линии, то вырежется та часть плоскости (фигура), где как раз и лежат все внутренние точки линии. Таким образом, замкнутая линия ограничивает эту фигуру, отделяет ее от остальной части плоскости (там лежат внешние точки линии). Вопрос о том, в какую из двух частей входит сама линия, слишком тонкий, и не стоит его сейчас поднимать.

Прежде чем выполнять задание 246, можно провести следующую работу.

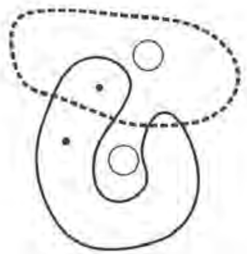
У детей по два листа бумаги. На одном листе красным цветом начерчена замкнутая линия, а на другом зеленым цветом — незамкнутая. На каждой из линий стоит точка. На доске изображены такие же линии с точками.

Детям предлагается выяснить, что произойдет, если двигаться из данной точки по линии, не меняя направления. Оказывается, двигаясь по красной линии, мы опять попадаем в исходную точку, а на зеленой линии так не получается. Красная линия — **замкнутая,** а зеленая — **незамкнутая.** Учитель предлагает поставить точку **внутри** красной линии. *Где лежат все такие точки?* Дети заштриховывают фигуру, *ограниченную* красной линией. Затем отмечается точка **снаружи** красной линии. После этого учитель предлагает сделать то же самое с зеленой линией. Оказывается, в этом случае неясно, что нужно закрашивать, поскольку линия не разделяет плоскость на отдельные части, т. е. зеленая линия не отделяет точки друг от друга, не ограничивает никакой фигуры.

Для большей убедительности делаются разрезы по линиям.
В задании 246 должна получиться, например, такая линия:



После этого можно каждую точку обвести своим цветом и поставить еще по одной точке (соответствующего цвета) ***внутри*** линии, ***снаружи*** и ***на*** линии.
В задании 247 даны задачи повышенной трудности. Нужно найти точку, удовлетворяющую сразу двум условиям. При поиске искомых точек полезно использовать маленькие кружочки, которыми можно закрывать лишние точки.
Например, поиск точки *Т* можно организовать так:
— сначала прочитывается вся фраза и в ней выделяется (подчеркивается) первое условие: точка *Т* лежит внутри синей линии. Эти точки выявляются, а остальные закрываются.



— После этого прочитывается (и подчеркивается другим цветом) второе условие: точка *Т* лежит снаружи серой линии. Из оставшихся (незакрытых) точек выявляется та, которая лежит снаружи серой линии. Это и будет точка *Т*.
Остальные задания выполняются аналогично.

5.10. Позиционная форма числа (закрепление). Многоугольник

(Задания 248–255)

248–250 Учащиеся строят многозначное число по результатам измерения или объект по заданному в позиционной форме числу. В задании 248 мерка указана текстом задания — пуговица, т. е. штука.

251 Для числа 6 нет пары: его нужно соединить с самим собой, показать это, соединив, например, концы соответствующей линии.

252 Рассматривается состав числа 12.

255 Выявляются замкнутые ломаные линии (среди изображенных линий одна оказывается ломаной, но незамкнутой, а еще одна — замкнутой, но неломаной). Фигуры, которые они ограничивают, называются **многоугольниками.** Выясняется, что дети уже знакомы с некоторыми видами многоугольников — треугольниками, прямоугольниками и квадратами.

Детям предлагается построить еще несколько замкнутых ломаных, а затем заштриховать многоугольники, которые эти линии ограничивают. Учитель может предложить свой «ловушечный» вариант многоугольника, который должен быть отклонен (линия, ограничивающая эту фигуру, не является ломаной).

Затем можно предложить поставить точки *внутри, снаружи* и *на границе* многоугольников.

ПРИМЕЧАНИЯ. 1) В связи с объяснением названия «многоугольник» можно использовать житейские представления об угле как изломе линии, но специально заострять внимание на том, что такое угол, здесь не надо, угол как геометрическая фигура будет рассматриваться позже. 2) Иногда многоугольником называют и саму замкнутую ломаную линию, которая является его границей. Это смешение в речи не так важно, главное, чтобы дети различали положения точек внутри, снаружи и на границе многоугольника. Вообще в дальнейшем *«внутри (снаружи или вне) фигуры»* будет означать то же самое, что и *«внутри (снаружи или вне) линии, являющейся границей фигуры»*.

5.11. Рациональный и нерациональный способы использования системы мерок

(Задания 256–260)

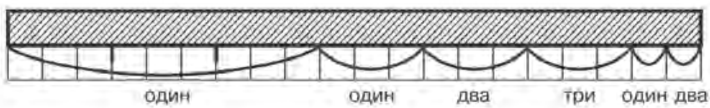
На столе учителя два равных объема воды в одинаковых по форме сосудах, имеются сосуды для мерок. Сообщается, что измерение объема нужно произвести, работая в четверичной системе. Действия с водой нужно воспроизвести на чертеже. Показывается первая, основная, мерка, а в учебной тетради указывается мерка — шаг. В новом сосуде отмечается уровень воды для второй мерки. Дети строят графическую вторую мерку. Учитель предлагает ограничиться двумя мерками.

С какой мерки начать работу — с основной или дополнительной? С дополнительной, она больше, сразу будет отмерено больше воды. Учитель отливает одну мерку, дети выделяют соответствующую часть отрезка. Далее учитель действует основной меркой — их оказывается четыре. Дети проделывают соответствующую работу на чертеже, который приобретает следующий вид:

В таблице и в строке записывается число $14_{(4)}$.

Выясняется, что этот объем можно было измерить, работая только второй дополнительной меркой. Учитель проделывает эту работу со вторым объемом, а учащиеся воспроизводят ее на новом чертеже. Оба отрезка, так же как и оба объема, оказываются равными. Однако второй способ оценивается как рациональный, более быстрый. ***Можно ли было по записи числа догадаться, что первый способ действия был нерациональным?*** Можно: записано, что получилось четыре основные мерки, но они составляют одну дополнительную.

256 Записан результат измерения длины полоски, нужно показать способ измерения. Дети пытаются по записи чисел определить, рациональным ли способом произведено измерение. Строятся дополнительные мерки, затем в полоске выделяется часть, равная третьей мерке (то, что соответствует цифре 1 в таблице), выделяются три вторые мерки и две основные. Запись числа переводится в строчку.

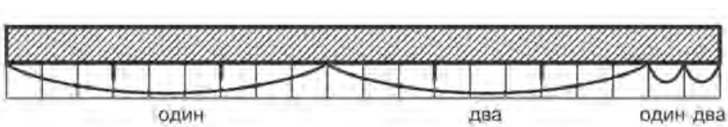


III	II	I
1	3	2

(3)

$132_{(3)}$

Такой же длины полоску Таня мерила иначе, используя те же мерки. Учащиеся восстанавливают ее способ действия:



III	II	I
2		2

(3)

$202_{(3)}$

Выясняется, что оба ученика работали правильно, но Таня действовала быстрее: она измеряла длину самой большой меркой, пока было можно, а Коля вместо третьей мерки стал работать второй, хотя можно было из нескольких вторых мерок получить третью. Сравниваются записи чисел двух детей. В них одинаково только число основных мерок. Вторых мерок у Коли три, но ведь он работал в троичной системе, значит, мог бы понять, что три вторые мерки дают одну третью!

257 Для того чтобы выполнить задание, учащиеся должны понимать, как находится разность. Возможно, будет полезным составлять (устно) соответствующие каждому случаю выражения.

260 Вводятся названия элементов многоугольника: **вершины, стороны**. Выясняется, что число сторон равно числу вершин, а значит, и углов (см. примечание 1 к заданию 255). Детям предлагается угадать, как называются конкретные виды многоугольников (по аналогии с треугольником): четырехугольник, пятиугольник и т. д.

5.12. Какие цифры нужны для работы в некоторой системе счисления?

(Задания 261–264)

261.1 Нерационально измерена площадь *B*, однако соответствующую ей фигуру построить можно и по данным записям. Строится вторая мерка, затем фигура площадью *B*. После этого производится ее рациональное измерение, результатом которого становится число $101_{(3)}$. Выясняется, что для записи результатов измерения в троичной системе счисления требуются цифры 0, 1, 2.

261.2 Работа проводится так же, как в предыдущем задании. Делается вывод, что для записи результатов измерения в четверичной системе счисления нужны цифры 0, 1, 2, 3.

264 Прежде чем строить шестиугольник, нужно вспомнить, что у него 6 сторон и 6 вершин. Двуугольник должен иметь 2 вершины и 2 стороны. Но оказывается, что 2 точки можно соединить только одним отрезком. Таким образом, построить многоугольник с двумя сторонами (и вершинами) невозможно.

6. ЧИСЛА В ДЕСЯТИЧНОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ

6.1. Введение

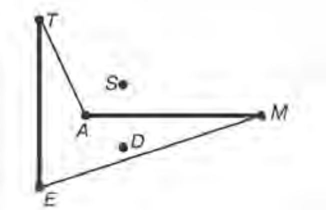
(Задания 265–270)

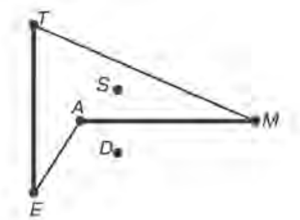
265 Выполняется счет. Цветными карандашами выделяются дополнительные мерки. Сообщается, что чаще всего люди используют десятичную систему счисления. Они договорились не записывать рядом с числом основание системы.
Выясняется, какие цифры нужны для работы в десятичной системе счисления.

266 Результат измерения записывается многозначным числом с указанием мерки, т. е. в виде именованного числа.

267 Форма ломаной линии такова, что удобной дополнительной меркой будет такая, которая состоит из 10 основных, т. е. удобно считать в десятичной системе счисления.

269 Один четырехугольник получается, если точку *T* соединить с точкой *A*, а точку *E* — с точкой *M*, а другой, наоборот, если точку *T* соединить с точкой *M*, а точку *E* — с точкой *A*.





Выясняется, что, хотя соединялись одни и те же точки, получились разные ломаные линии *TAME* и *TMAE*. Они ограничивают разные четырехугольники. Точка *S* лежит вне первого и внутри второго, а точка *D*, наоборот,— внутри первого и вне второго. Поскольку многоугольники полностью определяются своими границами, многоугольник предлагается обозначать так же, как замкнутую ломаную линию, которая его ограничивает. Таким образом, построены два разных четырехугольника: *TAME* и *TMAE*.

6.2. Числовая прямая при работе в разных системах счисления. Периметр многоугольника

(Задания 271–278)

Сначала учащиеся должны сказать, какие цифры нужны для записи чисел в четверичной системе счисления, почему не нужна цифра 4. На числовой прямой записываются числа 1, 2, 3. Далее должно быть число 4, но в то же время при этом образуется одна дополнительная мерка (дается дуга синего цвета), которую обозначаем числом 10 (одна дополнительная мерка и ни одной основной). Далее последуют числа: 11, 12, 13, 20, 21, 22, 23, 30 и т. д.

По ходу работы числа полезно называть. При этом двузначные числа читаются так: один нуль, один один, один два и т. д.

271, 272 Должен получиться ряд чисел: 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20.

273 Числа записаны в троичной системе счисления.

274 Записываются и читаются числа в ряду. При работе на третьей строчке оказывается, что имеется общепринятое название чисел для десятичной системы. Почему они так называются, узнаем на следующих уроках.

276 Называются числа из пустых клеток таблицы. Для клеток, помеченных галочкой, нужно составить выражения и вычислить их значения. Таким образом дети учатся преобразовывать одну форму записи в другую.

278 Определяется вид многоугольников: четырехугольник и шестиугольник. Площадь A четырехугольника больше площади K шестиугольника — это легко установить. Относительно длины границ возникнут разные мнения. Для того чтобы установить, какое из них верно, длины ломаных линий измеряются. В качестве мерки удобно принять длину стороны клетки. Обнаруживается, что $T = P$. Сообщается, что длину границы многоугольника называют **периметром** многоугольника.

6.3. Названия мерок в десятичной системе счисления

(Задания 279–290)

279, 280 Учащимся предлагается **сначала догадаться,** сколько мерок E_1 содержится в мерке E_2, построенной в десятичной системе счисления, **а потом проверить** это пересчетом. Так же определяется, из скольких мерок E_2 построена мерка E_3 и из скольких мерок E_3 построена мерка E_4. Внимание детей обращается на то, что каждую мерку обвели особым образом. Различие мерок можно усилить цветом — сотни обвести красным, а тысячи зеленым. Далее предлагается запомнить названия этих мерок. Дети пытаются сами объяснить название второй мерки (десяток). Учитель сообщает числительные для обозначения третьей и четвертой мерок. Эти мерки получают также графическую метку: точка — единица, овал — десяток и т. д.

281 Предлагается указать заданные количества. При этом окажется, что 3 единицы можно найти в десятке, в сотне и в тысяче; 4 десятка — в двух других мерках, 2 сотни — только среди тысячи и нет на нашем рисунке двух тысяч.

282 Сначала записываются числа в пятеричной системе счисления, затем в десятичной. Числа в десятичной системе нужно называть пока по общему принципу («три два»), но некоторые дети могут давать общепринятые названия.

Это задание позволяет перейти к следующему, в котором предлагается подробно рассмотреть, как образуются мерки в десятичной системе счисления и как они обычно называются.

283 При записи чисел в таблицу не следует пока вписывать нули. Работа с таблицей направлена на то, чтобы учащиеся запоминали названия мерок и соотносили эти названия с местом в записи числа. При записи числа вне таблицы нужно проговаривать его «мерочный» состав: 3 тысячи 5 сотен 0 десятков 7 единиц (это еще не чтение числа, а называние его состава). Учащимся, умеющим читать числа, нужно предложить пока этого не делать, а поучиться правильно называть состав мерок. Чтение чисел будет введено позже.

290 Строится треугольник. Нужно узнать его периметр. Выясняется, что периметр состоит из трех частей, которыми являются длины сторон треугольника. Это показывается жестом. Стороны треугольника измеряются, результаты измерения записываются рядом с соответствующими сторонами. Затем делается запись сложения.

6.4. Названия разрядов в десятичной системе счисления (закрепление)

(Задания 291–297)

291 Сначала числа записываются в таблицу (под диктовку учителя). Затем предлагается те же числа записать без таблицы. Один ученик выполняет работу у доски, а другие диктуют ему состав очередного числа из таблицы и сами записывают число рядом с таблицей. При этом обязательно подсказывают пишущему у доски, указывая и «пустые» мерки: 3 сотни 0 десятков 0 единиц.

292 Дети предупреждаются, что на числовой прямой нужно обозначить только заданные числа, а не каждое число. При этом следует называть числа каждого шага в процессе поиска заданного числа: один один, один два, один три, один четыре, два нуль. Последнее задание — «ловушка»: в пятеричной системе счисления не нужна цифра 6. Однако это число можно найти на числовой прямой и обозначить его правильно — $11_{(5)}$. Нужно не забывать записывать на числовой прямой в скобках основание системы счисления после двузначных чисел.

293 При работе с числами десятичной системы счисления сначала напоминается, как в ней называется вторая мерка (десяток), и затем записанные числа читаются по их «мерочному» составу: 4 десятка 7 единиц и т. п.

295 Определяется, что на рисунке изображены два треугольника и один четырехугольник — всего три многоугольника. По очереди описывается буквами каждая из фигур, устно вычисляется и записывается рядом (после знака двоеточия) ее периметр (*CAT*: 15 см). Оказывается, что одного измерения не хватает, и дети выполняют его сами.

6.5. Действия с многозначными числами на числовой прямой

(Задания 298–305)

298 С помощью числовой прямой находятся результаты действий:

$13_{(4)}$ $12_{(4)}$

$20_{(4)}$ $21_{(4)}$

299 Предлагается сначала выполнить действие на числовой прямой: 28 + 1, а потом обозначить на числовой прямой искомую точку (2 десятка 9 единиц). Затем выполняется действие 28 + 2. Оказываемся в точке «2 десятка и еще 10», т. е. образовался еще один десяток и получилось 3 десятка и 0 единиц.

300 Дети замечают, что числа заданы в десятичной системе счисления. В первом числе 7 десятков и 6 единиц. В следующем числе 7 десятков и 7 единиц, затем 7 десятков 8 единиц, 7 десятков 9 единиц. Следующее число содержит 7 десятков и 10 единиц. *Как это записать?* Уточняется, что десять единиц составляют новый десяток, поэтому нужно записать число: восемь десятков и нуль единиц. Обнаруживается, что числа на следующей числовой прямой отличаются от проработанных тем, что в них есть сотни. Состав каждого числа прочитывается, записываются недостающие числа.

Учитель напоминает, что числа на верхней числовой прямой называют двузначными по числу цифр в них, и предлагает догадаться, как можно сказать о числах на других числовых прямых.

304 Записывается сложение заданных чисел как способ определения периметра фигуры.

6.6. Сравнение чисел. Целое — части в равенствах

(Задания 306–309)

306 Сначала следует построить числовые прямые, а уже затем выполнить требуемое сравнение. Учащиеся должны оценивать как большее то число, которое отстоит от нуля дальше. При работе с последней числовой прямой отмечается, что начать откладывать числа от нуля не удастся, однако все же можно продолжить заданный ряд вправо и влево. После того как числа будут записаны (и прочитаны «шесть десятков семь единиц» и т. д.), выполняется сравнение.

307 Учащиеся должны назвать, какое из двух чисел находится дальше от нуля. Скорее всего, вторая половина задания окажется трудной. Это нужно отметить. Если задания оказались для детей простыми, нужно предложить им для сравнения числа 1111 и 555. Отметить разногласия и пообещать разобраться на следующих уроках.

308 Начинается подготовительная работа к построению и решению уравнений. Решение уравнений будет происходить на основе понимания того, как находят целое и как — часть. Поэтому важно, чтобы учащиеся легко определяли смысл компонентов действий сложения и вычитания — какой из них является частью и какого целого. Сначала такая классификация чисел, составляющих равенства, происходит при опоре на чертеж.

При выполнении задания 308 сначала высказываются предположения о том, что в равенстве является целым, а что — частью, и лишь затем строится чертеж, на котором это ясно видно.

6.7. Разрядные слагаемые многозначного числа. Возможность определения числа по двум заданным в равенстве числам

(Задания 310–315)

310 Ученики выполняют задание, не открывая учебника. У них в тетради заготовлена фигура как в учебнике, и мерка. Сообщается, что площадь измеряли трое детей. Они построили мерки и далее действовали один следом за другим, каждый своей меркой. Затем дети записали полученное вместе число $113_{(4)}$. Предлагается догадаться (ориентируясь на данное трехзначное число), у кого из детей получилось самое большое число, а у кого самое маленькое. Скорее всего, учащиеся попадутся в «ловушку» и решат, что самое большое число получил при измерении третий ученик.

Предлагается проверить это. Строятся дополнительные мерки. Выполняется измерение самой большой меркой. Часть измеренной площади закрашивается зеленым цветом. Полученное число записывается в таблицу в третьем разряде (без нулей) и в схему разложения числа, куда приходится вписать нули. Таким же образом производятся измерение другими двумя мерками и запись его результатов. Выполняя сравнение полученных разрядных слагаемых, нужно их соотнести с закрашенными частями площади. При этом важно обсудить «мнение знакомого ученика»: он считает, что «самое большое — третье слагаемое, потому что для его записи используется цифра 3, а для записи других слагаемых используются цифры 1 и 2, и ведь известно, что 3 больше чем 1 и чем 2!»

Теперь нужно выяснить: как же получилось все число мерок? Это число, состоящее из частей. Части нужно сложить. Записывается сумма разрядных слагаемых в таблице и без нее.

311 На каждой парте у детей по 20 объектов счета (например, геометрические фигуры). Учитель записывает на доске число $33_{(5)}$. Нужно набрать указанное число объектов, **работая в паре,** причем один ученик набирает то, что соответствует цифре второй мерки, а другой — первой. На доске (в помощь) строятся условные мерки (точки). Предлагается предсказать, кто из двух учеников положит объектов больше. После построения объекта записывается разрядный состав исходного числа. Дети объясняют, что на самом деле они работали с разными числами: $30_{(5)}$ и 3 — и первое число больше второго.

312 Для того чтобы вписать заданное число (помеченное как целое) в нужное «окошко», требуется определить, какой буквой в равенстве обозначено целое. Сначала высказываются предположения, которые затем проверяются с помощью чертежа. Буквы в записи помечаются соответствующими знаками. Далее выясняется, что часть a должна быть меньше целого. Перебираются разные возможные варианты, выбирается и записывается число 7. Ясно, что часть b тоже меньше целого. Учитель последовательно предлагает варианты значений b: 2, 9, 5. Дети отвергают их, поясняя, что тогда вместе с другой частью не получится заданного целого. Принимается число 6 (как оно получилось, не выясняется, «просто известно, что 7 и 6 — это 13»). Подчеркивается, что если предыдущее число выбрали из нескольких возможных, то теперь такого выбора нет.

Таким же образом проводится работа со вторым равенством, причем сначала подбирается значение разности и только потом определяется значение вычитаемого.

Итак, задание имеет целью напомнить учащимся, что: 1) часть всегда меньше целого; 2) если известны два числа в структуре целого и частей, третье число не может быть взято произвольно, а строго зависит от заданных чисел.

313 Учитель предлагает сначала выбрать значение числа e. Дети, скорее всего, выберут число 15. Для объяснения нужно прибегнуть к категориям целого и частей: 8 — это часть, и нужно подобрать целое, которое больше части. Учитель предлагает это объяснение закрепить графически: сделать в равенстве пометки целого и частей. Осталось найти третье число. Выясняется, что хотя оба заданных числа меньше целого, но подходит только число 7.

В записи вычитания тоже лучше сначала выбрать значение целого, а потом значение части. Обязательно делаются пометки целого и частей.

314 В первом случае («ловушке») учитель предлагает вписать число 4. Некоторые дети согласятся, но некоторые увидят ошибку. Подчеркивается, что если сразу помечать целое и части, то можно избежать ошибок. Число 4 исправляется на 14. Вписывается второе слагаемое.

Во втором случае (тоже «ловушка») невозможно дать однозначного ответа, так как известно только одно число. Придумывается целое, а затем определяется часть.

В третьем случае «ловушки» нет.

6.8. Разрядные слагаемые многозначных чисел (закрепление). Введение формы уравнения

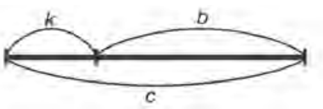
(Задания 316–322)

316 Строятся мерки. Предлагается представить себе, что тремя мерками работают три человека. Выполняется измерение третьей меркой, записывается число в схему, затем получаются другие два числа. Обводится самое большое число. На отрезке дугами выделяются части, соответствующие разрядным слагаемым, что помогает их сравнить.

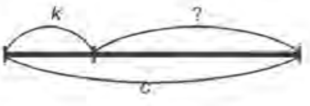
317 Отмечается, что даны числа десятичной системы счисления. Записываются разрядные слагаемые.

318 Устанавливается, что числа упорядочены по возрастанию, как на числовой прямой. При этом то число больше, которое дальше стоит от нуля. Учитель провоцирует неправильные ответы, ссылаясь на сравнение последних цифр — в числах 82 и 79: «2 меньше, чем 9!»

319 Работу следует начать не обращаясь к учебнику. На доске имеется запись $k + b = c$. Строится чертеж. К нему придумывается рассказ (сюжет) вида: «В коробке c карандашей. Из них k красных и b синих».



Затем предлагается превратить рассказ в задачу. Выбирается одно из данных на чертеже (например, b) и заменяется знаком вопроса. Соответственно изменяется сюжет.



Итак, немного изменим чертеж. Предлагается соответствующим образом изменить запись равенства. Проще всего и в формуле заменить букву b знаком вопроса. Учитель сообщает, что знак вопроса в формулах обычно не ставится, но есть специальная буква x (икс), которая используется вместо знака вопроса:

$$k + x = c.$$

Сообщается, что равенства, в которых надо найти неизвестное число (оно обозначается буквой x), называются **уравнениями.**

Предлагается решить эту задачу с конкретными числами. В уравнении отмечается целое (оно обозначено буквой c), и учитель пишет под ним число 15. Дети сами предлагают значения k. Одно из них принимается и записывается под буквой k (пока только на доске). Под x ничего не записывается, там должно стоять число, которое нужно найти. Уравнение переписывается с числами вместо букв. Теперь уже можно **решать** уравнение (задачу) — искать это число (значение x). Дети «догадкой» находят и записывают искомое число (способ его поиска пока не рассматривается):

$$x = ...$$

После этого дети обращаются к учебнику. Выясняется, что уравнение, которое записано в рамке, также подходит к их чертежу. Оно получается из уравнения $k + x = c$, если вместо k и c поставить числа 8 и 15 (в частности, оно может совпасть с уже полученным).

ПРИМЕЧАНИЕ. Под уравнением в первую очередь понимается описание задачи по нахождению числа и лишь во вторую очередь — запись определенного вида. Таким образом, это уравнение прежде всего еще одна форма представления задачи наряду с чертежом (а в дальнейшем и со схемой). Поэтому буква x (неизвестное) играет, скорее, роль, аналогичную знаку вопроса в чертежах и схемах, чем просто обозначения числа, как другие буквы. В этом смысле нужно говорить о значении x как о числе, которое надо найти.

320 Требуется сделать пометки целого и частей только в уравнениях, т. е. учащимся предлагается из трех записей выбрать только уравнения.

Рекомендуется помочь себе мысленным выполнением чертежа. Значение неизвестного следует подписать под буквой x.

321 Даны буквенные записи сложения и вычитания. Выясняется, что это тоже уравнения, так как выделено искомое число. Уравнение переписывается в числовом виде. Дети находят (путем «догадки») значение неизвестного. Обсуждается, почему оно получилось разным, хотя числа в обоих уравнениях использовались одни и те же. Выясняется, что в одном случае неизвестна была часть, а в другом — целое. Проставляются знаки целого и частей (в уравнениях) — это своего рода письменное объяснение решения.

6.9. Названия круглых десятков. Построение уравнений на основе записи вычитания

(Задания 323–331)

323 Числа построены по убыванию. Записать их последовательность труднее, чем в порядке возрастания. Детям нужно помочь (навык будет сформирован постепенно). Из записанного ряда чисел нужно выбрать для сравнения интересную пару, например 73 и 69 (см. задание 318).

324, 325 Выясняется, что круглые числа получаются при измерении только одной меркой. Сообщается, что более конкретно эти числа можно назвать круглыми десятками (дети сами указывают число 60), круглыми сотнями (дети указывают число 400), и осталось число — круглые... (тысячи).

326, 327 Сначала дети сообщают, что круглые двузначные числа — это десятки. Предлагается записать их по порядку, начиная с самого маленького. При этом учащиеся проговаривают разрядный состав чисел: два десятка нуль единиц и т. д.

Затем учитель сообщает, что в десятичной системе счисления двузначные круглые числа называют одним словом. Учитель сообщает, как такие названия получились, а также о сокращенном присутствии в них указания на «мерочный» состав «дцать». Далее учитель вразбивку называет числительные (шестьдесят, сорок и т. п.), а учащиеся пытаются найти в своем ряду соответствующее число. Особыми оказываются числа 40 и 90.

Учащиеся хором и по очереди воспроизводят названия чисел, опираясь на ряд, записанный в задании.

328 В последнем столбике нельзя прочитать два числа. *Но можно ли их сравнить или это «ловушка»?* Оказывается, что запись ∩0 может обозначать любое число десятков, кроме одного (так как число 10 уже записано обычными цифрами), а это больше чем один десяток, значит, ∩0 > 10. Таким же образом рассматривается второй случай сравнения: 90 ⪢0.

329 Задание имеет целью тренировку учащихся в отнесении элементов равенства к категориям целого и частей. На доске дан отрезок, обозначенный числом 16. Нужно определить, целое это или часть. Устанавливается, что без связи с другими числами этого сказать нельзя. Учитель добавляет еще отрезок, что сразу «превращает» число 16 в часть. Учитель стирает добавленный отрезок и выделяет отрезок внутри заданного, и число 16 становится целым.

В учебнике нужно дополнить записи знаками «плюс» или «минус» соответственно обозначению чисел как целое или как часть. Полезно предложить детям выполнить мысленные действия на чертеже. Правильность выбора арифметического действия проверяется по чертежу, заранее заготовленному учителем на доске (но временно скрытому).

330 Нужно расшифровать значение сказочной цифры. В случае с нечетной суммой — «ловушка»: нам неизвестны два равных числа, составляющих в сумме 15.

331 В результате выполнения задания учащиеся должны понять, что на основе одного равенства можно построить столько уравнений, сколько компонентов составляют это равенство. Эта возможность существует потому, что значение каждого из компонентов можно определить по значениям других. Таким же образом один «рассказ» с тремя данными превращался (при обучении в первом классе) в три задачи.

В учебнике и на доске дано равенство $a - k = c$. Отмечается, что это не уравнение. Чтобы «превратить» его в уравнение, нужно какое-то из чисел пометить буквой x. Учитель предлагает записать x вместо k, а другие буквы заменить числами 9 и 2. Выясняется, где какое из этих чисел должно стоять. Записываются уравнение и значение x.

Во втором равенстве предлагается искомым сделать первое число. Записывается уравнение $x - 9 = 2$ (или $x - 2 = 9$), а затем и значение x. Учитель обращает внимание детей, что на основе одного и того же равенства составили два разных уравнения. *Можно ли составить еще другие уравнения?* Строится уравнение $9 - 2 = x$, записывается значение x.

6.10. Названия двузначных чисел. Построение уравнений на основе записи сложения

(Задания 332–340)

332 Работа проводится так же, как это было в начале предыдущего урока. После записи и сравнения чисел уточняется, что в упражнении даны двузначные числа. Среди них есть круглые. Дети называют соответствующие числительные. Сегодня будем учиться читать некруглые числа. Для этого нужно уметь разбивать число на разрядные слагаемые.

337 Числа диктуют ученики и учитель. Один ученик записывает числа на доске. При этом он вслух расчленяет заданное кем-то число, например 48: «Это 4 десятка (записывает цифру 4) и 8 единиц» (дополняет запись цифрой 8). Обязательно нужно продиктовать и круглые числа. Ученик вслух анализирует их: 6 десятков 0 единиц.

338 Задание имеет целью упражнение учащихся в отнесении элементов равенства к категориям целого и частей. Дети должны правильно распределить числа в равенстве, вписав в него и третье, недостающее, число.

339 Дано равенство. Устанавливается, что это не уравнение. *Сколько уравнений можно построить на основе этого равенства?* При любом ответе учащихся начинается практическое составление уравнений. Учитель предлагает самим детям выбрать место x. Таким образом, постепенно составляются три уравнения. Подчеркивается, что каждая из заданных букв равенства «побывала иксом».

6.11. Чтение и сравнение двузначных чисел (закрепление). Решение уравнений, включающих вычитание

(Задания 341–346)

341 «Ловушка»: числа в последнем столбике нельзя прочитать, как это возможно в десятичной системе. Однако их можно прочитать иначе, ясен и результат их сравнения.

342, 343 Полезно предложить детям выделять наиболее интересные случаи. Это, конечно, переход к новому десятку.

344 Работа с верхней парой чисел готовит учащихся к работе с нижней парой. Дети должны отметить, какой из случаев «может показаться трудным для некоторых детей» и почему. Учитель от имени «знакомого ученика» настаивает на том, что $41 < 39$, «потому что в числе 39 есть 9, а это гораздо больше, чем 1».

345 Задание сначала выполняется без обращения к учебнику. Если раньше значение x определялось интуитивно, то теперь нужно понять, с помощью каких арифметических действий можно его найти точно.

Анализируя запись $x - 27 = 46$, учащиеся отвечают на следующие вопросы учителя: *Уравнение ли это?* Да. *Правильно ли подобраны числа?* Да.

Отмечается, что «догадаться» о значении неизвестного числа здесь трудно, но существует калькулятор. *Что нужно сделать с заданными числами?* Дети высказывают разные предложения, которые требуется обосновать. Учитель настаивает на наглядности. Припоминается, что хорошим средством доказательства является чертеж. После его выполнения в уравнении проставляются знаки целого и частей, записывается решение, а затем ответ.

ПРИМЕЧАНИЕ. Объяснением при решении уравнений следует считать ссылку на категории целого и частей, например, неизвестно целое (или часть), а чтобы узнать целое, нужно...

При анализе записи $34 - x = 52$ устанавливается, что это уравнение, но числа в нем подобраны неверно. ***Как это исправить?*** Можно заменить знак «минус» на «плюс», а можно изменить число. Цифра 3 исправляется на цифру 8. На основе работы с чертежом и на калькуляторе записываются решение и ответ. Учитель обращает внимание учащихся на то, что оба уравнения содержат знак «минус», но их решения выполнены разными действиями. ***Где мы ошиблись? При решении первого уравнения или второго?***

Выясняется, что ошибки нет: в одном случае узнавали значение целого, а в другом — значение части. (Именно это обобщение является целью выполнения данного задания.)

Далее учитель обращает внимание детей на то, что в первом уравнении x занимал первое место в записи вычитания, во втором — второе. Осталось еще одно место.

Отмечается правильность подбора чисел в третьем уравнении. На основе чертежа определяются целое и части, записывается решение. Оказывается, что оно совпадает с записью самого уравнения, т. е. в самом уравнении сообщается, как его нужно решить.

6.12. Действия с двузначными числами вида 3 ± 1. Решение уравнений, включающих сложение

(Задания 347–353)

347 Устанавливается, что сказочные числа можно сравнить. Учитель сопротивляется записи правильного знака, ссылаясь на то, что неизвестно значение второй цифры в каждом числе. ***Какие это могут быть цифры?*** Может быть, ⫨ меньше ∩. Подбираются наименьшее значение для ⫨ (1) и наибольшее для ∩ (9). Выясняется, что и в этом случае во втором числе не хватает единиц, чтобы получился новый, шестой, десяток. В результате подчеркивается, что главным при сравнении является старший разряд числа. В третьем и четвертом столбиках «знакомый ученик» настаивает на равенстве чисел, так как они записаны одинаковыми цифрами. Споря с этим, дети указывают на принадлежность одинаковых цифр к разным меркам.

348 Решая каждый пример, учащиеся отмечают, привело ли добавление одной единицы к образованию еще одной мерки E_2 — десятка.

350 Решая каждый пример, учащиеся отмечают, привело ли действие к изменению числа десятков. Если да, то это новое число нужно найти в сказочном числовом ряду. Задание помечено как трудное, потому что не всем будет понятно, что правильную цифру для десятков можно найти в записи ряда однозначных чисел.

351* В первом случае изменится цифра в первом разряде, а в остальных — и во втором.

352 Рассматривается первая запись. Устанавливается, что это уравнение и что числа в нем подобраны верно. Делаются пометки целого и частей, что проверяется последующим построением чертежа. Записывается решение, которое выполняется на калькуляторе.
После анализа второго уравнения число 12 изменяется на 72. Определяется решение, и выясняется, почему оба уравнения решены вычитанием, хотя в самих уравнениях записано сложение. Учащиеся объясняют, что нужно было узнать часть, а для этого нужно из целого вычесть другую часть.
Рассматривается новое уравнение, в котором неизвестное перемещено на новое место формулы. В результате работы с чертежом выясняется, что решение повторяет запись самого уравнения. Однако обязательно проставляются все знаки целого и частей — они являются «объяснением» выбора решения.

6.13. Названия круглых трехзначных чисел. Задачи, решаемые двумя действиями

(Задания 354–360)

354 Сначала дети сообщают, что круглые трехзначные числа — это сотни. Предлагается записать их по порядку, начиная с самого маленького. Диктуя числа, учащиеся проговаривают их разрядный состав: две сотни нуль десятков нуль единиц и т. д.
Затем учитель сообщает, что в десятичной системе счисления и такие числа называют одним словом. Учитель сообщает, как такие названия получились, а также о сокращенном присутствии в них указания на «мерочный» состав «ста, сот». Далее учитель вразбивку называет числительные, а учащиеся находят соответствующие числа в построенном ряду.
Затем учащиеся хором и по очереди воспроизводят названия чисел, опираясь на записанный ряд.

356 В последнем столбике запись ₸000 может обозначать любое число сотен, кроме одного (так как число 100 уже записано обычными цифрами), т. е. больше чем 1, значит, ₸00 > 100. Таким же образом рассматривается второй случай сравнения: 900 > ₸00.
Начинается знакомство с задачами, для решения которых требуется выполнение двух и более действий. Общий план работы таков. Сначала учащиеся обнаруживают, что к сюжету может быть поставлено два вопроса, причем есть случаи, когда ответить на эти вопросы можно в любом порядке, но есть и такие случаи, когда один ответ может быть получен только после получения другого ответа. Затем дети знакомятся с ситуацией,

в которой поставлен только один вопрос, однако для ответа на него приходится выделить промежуточное неизвестное, о котором в задаче ничего не спрашивается, но значение которого необходимо найти для определения ответа на поставленный вопрос. Два (или три) выполняемых таким образом арифметических действия записываются сначала отдельно, а затем одним выражением. Указанная работа проводится на материале отношений разностного сравнения и отношения целого и частей, представленных графически, в виде чертежей, в соответствии с которыми дети составляют сюжетные тексты. Таким образом, на данном этапе обучения учащиеся исследуют логику последовательности выполнения арифметических действий с помощью заданных графических построений. Самостоятельный анализ готовых текстов задач (в том числе и с помощью построения чертежей) будет представлен во втором классе в очень ограниченном виде.

ВВЕДЕНИЕ. На доске отрезок и ломаная, указаны длины ее звеньев (7 и 5 дм).

Сообщается, что отрезок короче всей ломаной линии на 4 дм. Одна группа учащихся должна записать, как узнать длину ломаной линии, а другая — длину отрезка. Работа окажется простой для первой группы. Вторая группа может потребовать произвести непосредственное измерение отрезка. Детям указывается, что есть возможность узнать это выполняя действия с числами. В результате эта группа учеников будет работать дольше первой, при этом некоторые дети не смогут вообще приступить к работе, а в лучшем случае сделают запись 12 – 4. Нужно выяснить, почему возникли проблемы, откуда взялось число 12. Выяснится, что второй группе досталась более сложная работа — им пришлось выполнить и работу первой группы, вычислив длину ломаной линии.

358 Производится анализ чертежа: выбирается мера — килограмм. *Сколько яблок в ведре? Что известно про массу яблок в корзине? Что предлагается узнать?* Образуются две группы учащихся, каждая будет искать ответ на один из вопросов. *Какая группа должна начать работу, чтобы другая группа не делала «чужую» работу?* Некоторые учащиеся, возможно, смогут быстро дать оба ответа; следует указать, что это нарушает уговор. Наконец выясняется порядок работы: одна группа детей диктует *первое* действие, ответ к которому помещается и в чертеж, затем диктуется (другой группой) *второе* действие. Подчеркивается, что задачу решили двумя действиями.

359 Составление и решение уравнений на основе равенства вида:

$$a + b = c.$$

Уточняется, что запись $a + b = c$ не является уравнением, но по ней можно составить 3 уравнения. Записывается уравнение с неизвестным первым слагаемым. Учитель провоцирует неправильную расстановку чисел, которая, однако, отвергается. Предлагается определить способ решения уравнения без выполнения чертежа. Тут же учитель спрашивает: ***Но зачем нужен чертеж?*** (Чтобы понять, какое число целое, а какое — часть). ***Попробуем определить это без чертежа.***

В уравнении делаются пометки целого и частей. Записывается и поясняется решение.

Учитель подчеркивает, что составленное уравнение решено вычитанием. ***Можно ли составить по заданному равенству такое уравнение, которое придется решать сложением?*** Этот вопрос может оказаться трудным. Тогда нужно предложить детям «мысленно испытать» в качестве неизвестного второе слагаемое. Устанавливается, что его значение придется узнавать вычитанием, так как второе слагаемое — это часть. Остается вписать букву x на место суммы. Делаются записи уравнения и решения, в которых помечаются целое и части. Обнаруживается, что решение совпадает с записью уравнения.

6.14. Чтение некруглых трехзначных чисел. Порядок выполнения действий при решении задач

(Задания 361–368)

361 После выполнения сравнения учитель просит прочитать круглые сотни. Чтобы научиться читать некруглые числа, нужно уметь разбивать число на разрядные слагаемые.

362 Отмечается, что числа 960 и 503 разбиваются на две части, поскольку в них один из разрядов обозначен нулем.

365 Числа диктуют ученики и учитель. Один ученик записывает их на доске. При этом он вслух расчленяет заданное (кем-то) число: 483 – 4 сотни (записывает цифру 4) 8 десятков (дополняет запись цифрой 8) 3 единицы.

По ходу работы обнаруживается, что при записи чисел с нулем нужно быть особенно внимательными. Дети сами подбирают числа, в которых нуль стоит на заданном учителем месте — десятков или единиц.

366 Определяется мера — штуки. Учитель начинает фразы, а дети их заканчивают: ***В вазе стояло...*** 15 тюльпанов, а ***роз было...*** на 4 меньше. Далее учащиеся формулируют вопросы соответственно

чертежу. Учитель предлагает сначала ответить на вопрос об общем количестве цветов. Дети возражают, и действия записываются в правильной последовательности.

367 Составление и решение уравнений на основе равенства вида:

$$k - e = a.$$

Устанавливается, что данная запись не является уравнением, но по ней можно составить 3 уравнения.

Помечаются целое и части. Предлагается составить уравнение так, чтобы оно решалось сложением. Записываются решение и ответ. ***Можно ли составить уравнение, которое будет решаться вычитанием?*** После проб выясняется, что таких уравнений можно составить два, сделав неизвестными части. ***Какое из двух уравнений выбрать?*** Дети дают объяснение своему выбору. Учитель соглашается с теми, которым «неинтересно решать уравнение с неизвестной разностью, потому что в этом случае и решать нечего: решение совпадает с записью уравнения».

368 Пустые клетки таблицы заполняются устно. Для клеток, помеченных галочкой, нужно составить выражения и вычислить их значения.

6.15. Сравнение трехзначных чисел. Самостоятельное решение уравнений

(Задания 369–376)

369 В парах чисел имеются одинаковые цифры. Дети должны прийти к выводу: любое трехзначное число больше двузначного. На этом основании делается выбор знака сравнения в последнем столбике.

374 Поиск места вопросов (к задаче) на чертеже. Учитель сообщает сюжет: «Таня мыла посуду — глубокие и мелкие тарелки». Дети уточняют сюжет соответственно чертежу. Вопросы зачитываются и обозначаются на чертеже пустыми «окошками». Выясняется, в каком порядке следует отвечать на вопросы. Записываются действия, ответы вписываются в «окошки» чертежа.

375 Для клеток, помеченных галочкой, составляются выражения, и вычисляется их значение. Пустые клетки таблицы заполняются устно.

376 Учащимся предлагается попробовать свои силы и самостоятельно составить формулы решения уравнений (не вычисляя значения x). Последнее уравнение дано в сказочном виде. Учитель поясняет, что в этом случае нельзя определить ответ. Но можно записать решение, которое «выполнят сказочные ученики». После проверки результатов работы выясняется, что над этим материалом еще нужно поработать в дальнейшем.

6.16. Действия с трехзначными числами вида 400 – 1, 499 + 1

(Задания 377–384)

383* Выполнение некоторых заданий окажется возможным и без обращения к сказочному числовому ряду. Он потребуется в случаях, когда изменяется число сотен.

384 Сообщается сюжет: «Папа привез с рынка картофель и фрукты». Дети уточняют сюжет соответственно чертежу. Учитель предлагает самим детям догадаться о возможных вопросах. Учитель соглашается с некоторыми из них и затем предлагает прочитать поставленные в учебнике вопросы — что нужно, а не что можно узнать. Определяются места искомых на чертеже. Записываются два действия. Объясняется их порядок. В чертеж вписываются ответы.

6.17. Чтение и сравнение трехзначных чисел (закрепление). Определенный и произвольный порядок действий при решении задач

(Задания 385–389)

385 Указывается, что длину отрезков можно измерить. Однако интереснее сначала вычислить их длину, а потом проверить свои вычисления измерением и таким образом проверить «силу своего ума». Условие записано в виде формул. Предлагается работу распределить: один человек в паре вычисляет одну длину, а другой — другую. Наученные опытом прошлых уроков, дети могут сказать, что так не получится. Предлагается проверить это. Оказывается, что в данном случае порядок вычислений не имеет значения. Некоторые дети попробуют сформулировать причину этого.

386 При решении уравнений начинают использоваться названия компонентов. Учащиеся сами должны догадаться, что в требуемом уравнении должен стоять знак «минус». Выбор решения определяется после пометок целого и частей. Чертеж выполняется, если ученик считает это необходимым. Оказывается, что уменьшаемое находят сложением, потому что оно целое. (Не нужно требовать от детей новой формулировки правил, но следует связывать названия компонентов с категориями целого и частей.)

387 Учитель от имени «знакомого ученика» настаивает на неверных решениях, ссылаясь на наличие в числе больших цифр.

388 Работа проводится так же, как в предыдущем задании. Но теперь строится уравнение на основе действия сложения. Подчеркивается, что слагаемое находят вычитанием, потому что оно является частью суммы.

6.18. Разрядные слагаемые в трехзначном числе
(Задания 390–396)

390 Устанавливается, что две пары сказочных чисел сравнить можно. Учитель сопротивляется записи правильного знака, ссылаясь на то, что неизвестно значение двух цифр в каждом числе. Делается вывод о том, что большим является число, которое содержит больше сотен, а при равенстве сотен решающим является число десятков.

Учитель предлагает пример ∩2⊙ ... $\overline{5\odot}$. Это «ловушка», так как неизвестно соотношение сотен. Дети придумывают варианты чисел, когда нужно поставить знак «больше» и когда — «меньше».

392 После записи результатов измерения отмечается, что полученные числа можно рассматривать как разрядные слагаемые какого-то числа.

393 В последнем примере можно ошибиться, если механически соединять цифры в одно число.

394 Даны отрезки. Формулируются два вопроса. Делается попытка вычислить их длину, как это было сделано на прошлом уроке. Однако от независимой друг от друга работы приходится отказаться. Выясняется порядок решения.

ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ: с помощью новых отрезков построить ломаную линию и описать ее нужной последовательностью букв.

395 При построении и решении уравнений используются названия компонентов действий. Однако объяснение решения связывается с отношением целого и частей. Значения *x* находятся с помощью калькулятора.

6.19. Сложение и вычитание разрядных единиц трехзначных чисел. Составление нескольких уравнений по одному чертежу
(Задания 397–401)

397 При разложении чисел дети должны сами нарисовать лучики разрядных слагаемых.

398 «Знакомый ученик» учителя якобы старается вписать в каждом случае однозначное число — цифру, которая была в уменьшаемом и которой не стало в разности.

399 Отрабатывается идея различения определенного и произвольного порядков выполнения действий при решении задач. Читается начало сюжета, рассматривается чертеж, определяется единица измерения — штука. Составляется текст задачи. При этом выясняется, что при сравнении трех величин важно указывать, с какой из величин производится сравнение, для чего приходится использовать словосочетание «больше — меньше чем». Формулируются два вопроса.

Оценивается, можно ли действовать в любом порядке. Для проверки дети, работающие в паре, сначала ищут ответ только на один вопрос, а потом записывают действие, выполненное соседом.

400 По чертежу нужно составить три уравнения и решить их. Задан один (первый) компонент уравнения. Для того чтобы правильно вписать все остальные, нужно проанализировать чертеж. По окончании работы сравниваются записанные решения и обнаруживается, что они совершенно одинаковы. Учитель «растерян»: *Как это могло получиться? Наверное, где-то ошиблись! Ведь составлялись разные уравнения!* Но они составлялись по тому же самому чертежу, с теми же числами и с той же неизвестной частью.

6.20. Действия с разрядными единицами трехзначного числа (закрепление)

(Задания 402–408)

403 Предлагается составить второе число на основе первого, изменив в первом только одну цифру так, чтобы получить заданное отношение чисел. В последнем случае нельзя изменить только одну заданную цифру. Учитель предлагает изменить число... «всего на 1!». Оказывается, при этом изменяются две цифры.

405 По ходу работы обсуждаются решения «знакомого ученика» вида: $70 + 2 = 702$, $69 - 9 = 6$ (механическая манипуляция цифрами). Учитель предупреждает, что «ловушкой» является пример, который решается не так, как все остальные. Таким неподходящим признается случай $261 - 6$, так как его нельзя решить исходя из знания разрядного состава числа. Уясняется неправильность ответов 21 и 201.

406 Устанавливается единица измерения. Могли определять количество упаковок. Но принимается мера — литр. При составлении текста вновь оказывается важным употребить в речи слово «чем». Ставятся два вопроса. Устанавливается, что действия нужно выполнять в определенной последовательности.

407 По одному чертежу составляются и решаются три уравнения. Обнаруживается, что уравнения решены одинаково. Учащиеся должны объяснить это тем, что все уравнения составлены по одному чертежу, в соответствии с которым нужно сложить части, чтобы узнать целое. Последовательность работы может быть иной. Сначала записываются три уравнения. Далее еще до записи их решения предлагается догадаться, в каком из трех случаев получится самое большое значение x. Некоторые дети смогут догадаться о равенстве значений уже на этом этапе. Далее для проверки их мнения выполняются решения.

6.21. Чтение четырехзначных чисел

(Учебник, часть 2, задания 1–4)

1 Сначала дети вспоминают, что круглые четырехзначные числа — это тысячи. Предлагается записать их по порядку, начиная с самого маленького. При этом учащиеся проговаривают разрядный состав чисел: две тысячи нуль сотен нуль десятков нуль единиц и т. д.

Затем учитель сообщает, как они читаются, и вразбивку называет числительные, а учащиеся находят в ряду соответствующие записи чисел. Предлагается научиться читать и некруглые числа, для чего их нужно правильно разложить на разрядные слагаемые и прочитать каждое слагаемое.

2 «Ловушка» заключается в том, что в схемах есть лишние лучи.

4 Работа со сказочными цифрами направлена на стимулирование использования детьми в речи названий компонентов действий. Выясняется, что сказочные ученики, как и мы, сразу помечают в уравнении целое и части. Если нужно, выполняется чертеж. Учитель просит детей назвать целое, чтобы отметить его в записи на доске. Но у сказочных цифр нет названий. Дети могут сказать «третье число». Учитель предлагает использовать известные названия компонентов.

Указывается на то, что в учебнике приведен сказочный ответ. *Но как его нашли? Какое решение записали сказочные ученики?* Дети выполняют записи, а затем диктуют их учителю, называя компоненты, например: из суммы вычесть первое слагаемое и т. п.

Еще раз отметим, что объяснением способа решения является ссылка на целое и части: слагаемое — это часть. Чтобы ее найти, нужно из целого вычесть другую часть.

6.22. Сюжеты с одним вопросом, требующие выполнения двух действий

(Задания 5–10)

7 Учитель сообщает: *Оля вырезала треугольники и круги.* Дети составляют текст условия, читают вопрос и определяют его место на чертеже. Учитель предлагает обозначать вопрос задачи на чертеже вопросительным знаком. Обнаруживается, что задача решается одним действием, а не двумя, как это предлагает имеющаяся заготовка. При наличии времени можно предложить поставить к данным чертежа еще один вопрос (на сколько...), для ответа на который пришлось бы выполнять еще одно действие.

При решении новой задачи учитель высказывает мнение, что, вероятно, здесь забыли нарисовать знак «ловушки» — ведь поставлен один вопрос, наверное, и действие должно быть только одно. Но выясняется, что решить задачу можно только поставив вспомогательный вопрос и выполнив сначала вспомогательное действие. Нижняя часть чертежа охватывается дугой, рисуется пустое «окошко», в которое после записи действия будет вписано вспомогательное число. Предлагается записывать ответ на вопрос задачи, чтобы было ясно, в каком из двух действий он был найден. Устно ответ формулируется развернуто, а записывается лишь число и наименование.

8 Ранее складывались разрядные слагаемые в чистом виде, теперь в некоторых случаях они уже объединены в одно число (305 + 20 и т. п.). По-другому решается случай 420 + 30.

9 Неподходящий случай: 680 – 40.

10 При анализе таблицы подчеркивается, что некоторые числа в ней заданы выражением. Чтобы найти число, придется узнать значение выражения. Это похоже на то, что происходило при решении задач: для ответа на вопрос задачи пришлось определить вспомогательное число. В последней колонке таблицы придется выполнить даже два дополнительных действия.

6.23. Поиск вспомогательного вопроса в задаче

(Задания 11–17)

16 Составляется текст задачи с основным вопросом. Устанавливается, что для ответа на него нужно получить еще одно число, в чертеж вписывается для него «окошко», формулируется соответствующий вопрос. Выполняется решение. Вспомогательное число вписывается в «окошко», записывается ответ задачи.

17 На чертеже представлена задача, в которой нет требования найти сумму двух величин, однако для ее решения придется выполнить два действия. Дети читают строчку сюжета. Определяется единица измерения, составляется текст. ***Нужны ли два действия? Ведь в задаче один вопрос.*** Возможно, кто-либо из детей предложит решение 16 + 4 + 5. Следует подчеркнуть, что в одном выражении записаны все же два действия. Формулируется и обозначается на чертеже «окошком» вспомогательный вопрос. Записывается решение.

6.24. Луч

(Задания 18–22)

18 При работе со сказочными цифрами учащиеся обращаются к названиям компонентов действий: нужно найти слагаемое, уменьшаемое. Далее записывается и объясняется решение. Не выписывается значение неизвестного: ведь знаки произвольны и каждый может придумать свои. Но разве в этом дело? Важно записать решение — оно должно быть у всех одинаковым.

19 Особенность задания: нужно прибавить не «чистые» разрядные единицы, а числа, полученные из них.

21 В процессе заполнения таблицы учащиеся должны выполнить промежуточное вычисление.

22 На доске прямая, направленная не так, как в учебнике, например:

Как называется эта фигура? Это прямая линия. *Часто говорят просто «прямая», не добавляя слово «линия».* Поставим на прямой точку *K*, где-нибудь в середине рисунка. *На сколько частей точка K разбила прямую?* На две части. *Эти части называют лучами. Они начинаются в точке K (поэтому она называется* **началом** *этих лучей), а продолжаться могут бесконечно. Ира, выбери один луч и покажи, как он направлен, как он расположен на доске. Юра, покажи другой луч.*

Учитель ставит на доске еще четыре точки, две из которых находятся на той же прямой (если ее продолжить), а две другие — недалеко от краев изображения прямой:

Предлагается найти точку, которая лежит на луче Иры, и точку, лежащую на луче Юры. Для этого накладывается линейка и изображение луча мысленно продлевается. С помощью линейки находятся эти точки и устанавливается, что остальные две вообще не лежат на прямой.

Рассматривается рисунок, данный в учебнике. Выясняется, что началом двух лучей является точка *C*. Предлагается обвести лучи карандашами разного цвета. Строится еще один луч с тем же началом, например:

Выясняется, что всего на рисунке три луча, но две прямые. Два луча лежат на одной прямой.

6.25. Запись выражений, содержащих два действия

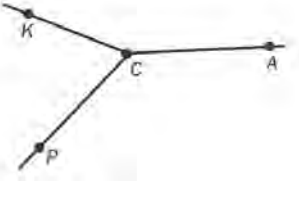
(Задания 23–26)

23.1 Даны отрезки. Выясняется, что длина указана в сантиметрах. Дети называют отрезки и их длины. Выясняется, что требуется узнать, на сколько отрезок *ТС* длиннее отрезка *АЕ*. *Достаточно ли одного действия? Что нужно узнать вспомогательным действием?* Вспомогательное неизвестное обозначается на чертеже «окошком». Выполняются записи вычислений. Их результаты проверяются измерением отрезков.

23.2 «Окошко» для вспомогательного числа удобнее поместить в верхней части чертежа, тем более что в ней находятся числа, с которыми придется оперировать. Однако возможно им обозначить и всю длину нижнего отрезка.

24 Вводится форма записи двух действий с помощью скобок. Работая с такого рода таблицами раньше, дети выполняли действия устно. Теперь оба действия предлагается записать в одном выражении. Учитель сообщает, что этому помогут скобки, которые выделяют выражение, объединяя составляющие его знаки. Первая запись уже дана как образец. *Но как подсчитать результат?* Детям будет понятно, что сначала нужно найти число, которое пока представлено в виде выражения. Значение выражения записывается под ним, и затем вычисляется конечный результат. Подчеркнем, что пока не нужно формулировать правила: сначала выполняется действие, записанное в скобках, и т. д. Необходимо, чтобы дети просто отнеслись к записи в скобках как к некоторой целостности.

26 Задание выполняется с целью уточнения того, что кривая линия не образует луча, что луч лежит именно на прямой линии. На рис. а) имеется три луча, которые принадлежат трем прямым. На рис. б) четыре луча, построенные на двух прямых. У каждого луча есть точка — его начало. Выбираются и записываются буквы для ее обозначения. Каждый луч (в отличие от кривой) помечается еще одной точкой, например:



6.26. Километр

(Задания 27–31)

27 Последний случай нельзя решить на основе знания разрядных слагаемых.

28 Вводится термин «расстояние». Дети выполняют два измерения и записывают их результаты. Третье расстояние предлагается определить действуя с числами (устно) и лишь затем произвести измерение.

29 Сообщается о новой единице измерения. Чтобы помочь детям представить ее, учитель называет местный ориентир, до которого от школы примерно 1 км. Называются другие расстояния между известными детям объектами.

30 Решение задач с новой единицей длины. При составлении сюжета замечается, что речь должна идти не о часах, а о километрах (часов было бы слишком много на один день).

Тот же сюжет требуется изменить соответственно чертежу. Выясняется, чем будет отличаться решение.

31 По таблице составляются выражения со скобками, «которые объединяют знаки единого выражения», записываются значения скобок и конечный результат.

7. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

Сначала письменные вычисления производятся в случаях, не требующих перехода через разряд. В этих условиях работу можно начинать с любого разряда. Позже, столкнувшись с более сложными случаями, учащиеся поймут, почему удобнее работать, начиная с единиц. Вычисления столбиком делают понятными приемы устного сложения и вычитания круглых чисел.

7.1. Введение приема сложения и вычитания столбиком

(Задания 32–37)

32 Задание выполняется без обращения к учебнику, но по плану учебника. По рисунку предлагается записать в таблицу результат счета карандашей. Карандаши клали в коробки, из коробок составляли пачки, из пачек — ящики. Учитывая особенности десятичной системы, учащиеся должны сами рассказать о содержании коробок (10 карандашей в каждой), пачек (10 коробок в каждой), ящиков (10 пачек в каждом).

Как узнать, сколько карандашей изготовлено за весь рабочий день? Выясняется, что можно пересчитать общее количество тысяч, сотен и т. д. по рисунку, а можно это сделать, работая только с числами, записанными в таблице. Мы учимся находить ответы работая с числами, поэтому принимается второй способ действия. Производятся вычисления в таблице **начиная со старшего разряда,** потом их правильность проверяется «ручным подсчетом» на рисунке. По ходу записи показывается место записи знака арифметического действия и черты, отделяющей искомое от известных чисел.

Сюжет продолжается. Теперь часть карандашей раздали. Оставшиеся карандаши можно подсчитать вручную, а можно — работая в таблице. Ранее полученная сумма вписывается в новую таблицу, ставится знак «минус». Вычисления производятся **начиная с единиц.** Затем часть изображенных на рисунке единиц загораживается и подсчитываются оставшиеся (т. е. результаты вычислений, производимых в каждом разряде, тут же подтверждаются действиями счета вручную).

В следующем задании учитель предлагает детям записать вычитаемое (трехзначное число) начиная с крайней левой клетки таблицы. Это предложение отвергается. Вычисления производятся начиная с единиц или тысяч — по желанию учащихся.

33 Предлагается поупражняться в вычислениях с помощью таблицы. Учитель диктует указанные в задании числа по их разрядным единицам. Учащиеся, выполняя вычисления, тоже обязательно называют разрядные единицы. Вычисления следует производить начиная то с низшего, то с высшего разряда.

34 Требуется переписать числа в табличные сетки (без «шапки») и найти суммы и разности.

35 Ориентируясь на чертеж, учащиеся сами определяют действие, необходимое для поиска неизвестного числа, и выполняют его в условной таблице.

36 Даны готовые записи со скобками. Поскольку скобки выделяют самостоятельное выражение, узнается его значение и таким образом производится упрощение записи.

37 При вычерчивании луча нужно, чтобы его изображение начиналось точно в заданной точке, а заканчивалось после прохождения другой точки — он бесконечен с одной стороны и ограничен с другой. При дополнении записей учитель поясняет, что луч можно описать двумя буквами, причем первой записывается имя точки — начала луча, а второй — имя любой другой точки, лежащей на луче.

7.2. Сложение и вычитание круглых десятков, сотен, тысяч

(Задания 38–42)

38 По чертежу и заданному сюжету составляются задачи, условия которых должны начинаться с упоминания целого. Для решения отбирается в первом случае задача вида $a - ? = k$ (но не $a - k$). Записывается решение в буквенном виде, а конкретно-числовой ответ вычисляется столбиком. По ходу работы обнаруживается, что учащиеся могут сложить числа 3000 и 2000, не прибегая к таблице, «в уме».

Учитель должен очень удивиться — ведь это тысячи! — и предложить все же выполнить сложение столбиком начиная **с низшего разряда**. Полученный результат подтверждает мысленное решение. Учащиеся объясняют, почему этот случай оказался таким простым.

На слух задаются примеры в следующем виде: «9 тысяч минус 3 тысячи; 6 сотен плюс 2 сотни; 8 десятков минус 3 десятка...» Выясняется, что всякий раз выполнялись вычисления **с круглыми числами:** круглыми тысячами, круглыми сотнями, круглыми десятками. В таких случаях помогает найти ответ знание результатов сложения и вычитания в пределах 10.

39, 40 Выполняются учащимися в значительной степени самостоятельно.

41 В уравнениях отмечаются целое и части, что затем проверяется с помощью чертежа. Решение записывается столбиком, а значение x выписывается.

42 Требуется по заданному описанию построить луч. Один луч следует начать в точке B, а другой — в точке T. Изображение луча должно не заканчиваться в другой заданной точке, а несколько выходить за нее, хотя можно его и не довести до этой точки.

7.3. Сложение и вычитание в случаях вида 652 – 300, 475 – 3, 167 – 5. Запись решения составной задачи одним выражением

(Задания 43–49)

43 После чтения сюжетного начала определяется, что речь идет об объеме, а единицей измерения является литр. *Что же узнали с помощью записанного в учебнике первого действия?* Сколько литров во втором бидоне. На основе второго действия делается вывод об окончательном вопросе задачи. Далее учитель показывает форму записи решения одним выражением. Объясняется, что в скобки взято первое действие, которое нужно выполнить с числами, хотя стоять оно может и не с начала записи.

44 Определяется единица измерения (штуки). Составляется текст задачи. В чертеж вписывается вспомогательный вопрос (в виде «окошка»). Задача решается сначала по действиям. При записи новым способом обсуждается, с чего начать: с записи числа, относящегося к первой величине, или с выражения, относящегося ко второй величине. Выясняется, что это не имеет значения. Принимается вариант записи, когда скобки оказываются вторым слагаемым.

45 Учащиеся определяют, чем является искомое число — частью или целым. Они называют способ решения и пытаются устно найти ответ. Полученное таким образом число проверяется действиями в таблице (в которой нужно правильно расположить заданные числа).

подводятся итоги: в случаях, когда приходится производить вычисления только в одном разряде, это легко выполняется без таблицы.

46 Выполняется при предварительном выяснении того, содержание какого разряда изменится, а какого — нет. В первом случае «изменяется число единиц, их становится 8, а 6 сотен и 4 десятка не изменяются. Ответ — 648». И так далее.

47 Приведены заготовки записей арифметических действий, в которых дано первое число, а второе обозначено только количеством разрядов. Учащиеся должны вписать подходящие (круглые) числа и найти результат действий.

48 Даны выражения, в которых часть цифр заменена сказочными. Нужно записать значения выражений. По ходу дела обнаруживаются две «ловушки», т. е. примеры, которые без знания значений сказочных цифр решить невозможно.

7.4. Сложение с переходом через разряд (общая идея)

(Задания 50–58)

Устно (на слух) решаются примеры сложения и вычитания круглых чисел.

50 Работа начинается при закрытых учебниках. На доске схематически изображен разрядный состав двух чисел (как в учебнике). Учитель сообщает сюжет. Два числа вписываются в таблицу, определяется требуемое действие. Вычисления начинаются с **сотен.** При этом в разряде десятков записывается число 12. Определяется, что соответственно десятичной системе счисления образовалась новая сотня. Производятся исправления в записи.

51, 52 С помощью схематических рисунков вычисляются суммы чисел, представленных в разных системах счисления. Подсчет следует начинать то с третьего, то с первого разряда. Всякий раз результат записывается дважды: в первичной записи суммы производится исправление и сумма переписывается «точно».

53 Внимание учащихся обращается на то, что первоначальный результат вычислений приходится исправлять. С такими исправлениями выполняется первый пример. Во втором примере вычисления начинаются с первого разряда. При этом в сумме записывается цифра 3, а над вторым разрядом вписывается для памяти добавочная единица и рисуется стрелка по направлению от младшего разряда к старшему (образец см. в следующем задании). Делается вывод о целесообразности начинать вычисления с первого разряда.

54 При выполнении вычислений оценивается, правильно ли поставлены стрелки, а в последнем случае стрелка ставится самими учащимися. Обращается внимание на то, что образование новой единицы может произойти в любом разряде складываемых чисел.

55 Отмечается, что для решения задачи понадобилось только одно действие.

56, 57 Требуется вписать такое второе слагаемое, чтобы образовалась новая разрядная единица.

58 Поясняется, что заданный луч может иметь имя *AK*, потому что точка *K* лежит на этом луче, луч направлен на эту точку и его изображение можно продолжить. Чертятся заданным способом другие три луча (их изображение заканчивается не доходя до точки).

7.5. Составление примеров сложения с переходом через разряд

(Задания 59–64)

На слух решаются примеры на сложение и вычитание круглых чисел.

60 В таблицы записаны случаи сложения. Сначала нужно найти места перехода через разряд, отметив их стрелкой и единицей, а потом выполнить вычисления. В последнем примере перехода нет — это «ловушка».

61 Требуется подобрать цифры второго слагаемого так, чтобы переход через разряд произошел в указанном стрелкой месте.

62 Анализ заданных случаев сложения показывает, что их лучше выполнять с помощью таблицы. Однако чертить таблицу долго. Выясняется, что клетки в тетради помогут расположить числа правильно — разряд под разрядом. Работа выполняется в обычных тетрадях.

63, 64 Составляются задачи. Чертежи дополняются вспомогательными «окошками». Решение записывается по действиям и одним выражением.

7.6. Сложение в случаях нескольких переходов через разряд. Порядок выполнения действий в выражениях без скобок и со скобками

(Задания 65–70)

Устно. На доске записано число, например 54. Учитель устно сообщает действие и второе число так, что получаются такие последовательности:

$$54 - 3,\ 54 - 30,\ 54 + 3,\ 54 + 30.$$

66 В первом примере отмечается переход единиц в десятки, но затем в ходе решения обнаруживается (и отмечается стрелкой и единицей) и второй переход через разряд — из десятков в сотни. В следующих примерах заранее определяется наличие нескольких переходов через разряд.

68 Записаны «решения каких-то задач». Нужно вычислить результат, записав каждое действие отдельно. Поскольку скобки объединяют некоторую целостность, нужно сначала выполнить действие, указанное в скобках, а затем другое действие. В новом выражении скобок нет. С такими выражениями мы встречались еще в первом классе и выполняли действия по порядку. Действия записываются отдельно, конечный результат вписывается в исходную запись.

69 Выражение 100 – 50 – 30 не содержит скобок, значит, действия нужно выполнять подряд. После записи первого действия учитель сомневается, каким является второе действие: может быть, 50 – 30? Указывается, что число 50 уже использовали в первом действии — его вычли из числа 100 и теперь нужно вычесть число 30 из полученного числа. Обращается внимание на некоторую похожесть двух выражений в строке. По окончании работы подчеркивается, что, хотя числа в двух выражениях были теми же самыми, ответы получились разными.

7.7. Сложение многозначных чисел (закрепление). Возможность трех действий при решении задач
(Задания 71–76)

Устно. Работа проводится по типу предыдущего урока.

71 Заданные примеры интересны тем, что не сразу обнаруживаются несколько переходов через разряд.

75 Сравниваются два выражения: они включают одни и те же цифры и знаки, но в одном из них есть скобки. Учитель предлагает записать второе действие так:

95 – 40 + 30 = __	95 – (40 + 30) = __
1) 95 – 40 = 55	1) 40 + 30 = __
2) 40 + 30 = 70	2) 95 – 40 = __

При обсуждении подчеркивается, что в этом случае не используется результат первого действия, а первое действие для того и выполняется, чтобы затем с его помощью найти результат второго. После получения в качестве ответов двух разных чисел еще раз подчеркивается важность выполнения вычислений в правильном порядке.

76 В основу текста нужно подобрать подходящую единицу измерения и числа, заданные чертежом. После составления полного текста задачи выясняется, можно ли решить задачу одним действием, и на чертеже проставляется «окошко» — знак вспомогательного вопроса. Записывается решение по действиям и одним выражением. Далее выясняется: какой другой вопрос можно было поставить в задаче? Если дети не придумают вопроса, он читается в учебнике. Решение дополняется третьим действием (дополнить единое выражение смогут только очень сильные учащиеся). Сообщается, что бывают задачи, для решения которых нужно выполнить и больше действий.

7.8. Устное сложение в случаях вида 23 + 7, 230 + 70
(Задания 77–82)

На слух решаются примеры на сложение и вычитание круглых чисел.

77 Решаются два первых примера. Выясняется, что во втором из них происходит переход через разряд, а в первом — нет. Предлагается решить только случаи второго вида. Обязательно отмечается, что сделать это можно и не выполняя записей столбиком. По окончании этой работы предлагается изменить в остальных примерах одну цифру так, чтобы произошел переход через разряд. Обнаруживается, что для этого можно изменить первое слагаемое, а можно — второе.

82 Определяется, что длина отрезка указана в сантиметрах. Отрезок *CK* еще нужно построить, т. е. найти на прямой место точки *K*. В чертеж вводится «окошко». Учитель провоцирует детей, предлагая отложить 3 см. Из записи выясняется, что 3 см — это лишь разность. Нетрудно догадаться, что длина *CK* равна 4 см. Но нужно это доказать с помощью записи действия. Далее записывается способ вычисления длины *ACK*. Два действия объединяются одним выражением.

7.9. Вычитание многозначных чисел в случаях перехода через разряд

(Задания 83–88)

Устно. На доске записано несколько двузначных чисел. Учитель указывает одно из них, а учащиеся устно называют второе однозначное слагаемое и сумму — круглое число, например $56 + 4 = 60$.

84 Особенности вычитания многозначных чисел с переходом через разряд поясняются с помощью схематического рисунка.

85 Два примера различаются только основанием системы счисления. Обнаруживается, что в обоих случаях приходится разложить единицу второго разряда на единицы первого разряда. Содержание же старшей единицы различно в двух случаях, поэтому получаются разные ответы: $215_{(8)}$ и $213_{(6)}$.

87 Требуется найти целое и части в тексте задачи. Чертеж выполняется мысленно. Целое (350) помечается в тексте двумя лучами, а число 47 и вопросительный знак подчеркиваются как части.

88 На луче с началом в точке *K* лежат три точки: *K*, *T* и *A*. Этот луч можно обозначить двояко: *KT* или *KA*. Это один и тот же луч, но названный по разным точкам. Еще одна точка *C* не лежит на данном луче, но лежит на той же прямой, что и луч. В рамку следует вписать 4 буквы, описывающие точки, принадлежащие одной прямой. «Лишней» оказывается точка *B*. Можно предложить провести из нее луч *BA*, при этом на одной парте дети должны эту работу выполнить по-разному (один ученик не доводит линию до буквы *A*, а другой заводит за нее).

7.10. Вычитание в простых случаях перехода через разряд

(Задания 89–94)

На слух решаются пары примеров вида $67 - 2$, $67 - 20$.

90–92 Учащиеся работают со случаями одного перехода через разряд или двух, не связанных друг с другом.

93 Требуется отложить точку *K*, учитывая заданное соотношение длин отрезков. Учитель «уговаривает» детей отложить указанные в записи 3 см. Но это только разность, а не длина всего отрезка. Записываются два вычислительных действия.

По окончании работы полезно предложить детям провести отрезок *TK*. *Можно ли и его длину вычислить?* Нет, ее нужно измерить. *Но будет ли эта длина больше или меньше длины линии TEK?* Ответы детей, данные интуитивно, проверяются измерением.

94 В выражениях содержится 3 арифметических действия, которые должны быть выполнены при соблюдении уже известного правила порядка. Вновь результаты вычислений окажутся различными, несмотря на «похожесть» выражений.

7.11. Вычитание в случаях с взаимосвязанными переходами через разряд. Сравнение задач в одно и два действия

(Задания 95—100)

На слух решаются пары примеров вида 65 + 3, 65 – 3, 72 + 20, 72 – 20.

96 Предлагаются для решения случаи с двумя взаимосвязанными переходами через разряд.

97 Предлагается делать пометки переходов не предварительно, а по мере продвижения от первого разряда к старшему.

99 Нужно соотнести чертежи и решения. Решения даны сразу в виде одного выражения. Обсуждается возможная единица измерения, в качестве таковой принимается центнер. Составляются тексты задач. Вычисляется ответ к задаче в одно действие. Решение другой задачи расписывается по действиям, причем к каждому действию устно формулируется, «что этим действием узнаем».

100 Сравниваются и решаются примеры на выбор порядка действий.

7.12. Устное вычитание в случаях вида 160 – 8, 60 – 8. Угол

(Задания 101—106)

Устно. Случаи вычитания вида 69 – 7,169 – 7.

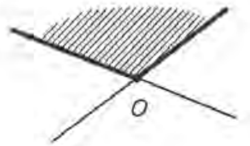
101 Даны примеры, представленные сказочными и обычными цифрами. В ответе нужно записать хотя бы некоторые цифры. Если цифра остается неизвестной, на ее месте предлагается поставить знак «?». Получатся следующие записи: 5? а, Ў2?, ?6?, 67, 5?, 79?, 23?, 29?.

102 Среди записанных в строчку примеров нужно пометить те, при решении которых будет происходить переход через разряд (лучше всего стрелкой в нужном месте над уменьшаемым). Только после этого вычисляются результаты.

В остальных случаях предлагается исправить одно из чисел так, чтобы и в них потребовался переход через разряд.

105 Предлагается решить задачу, не прибегая к помощи чертежа. Однако сначала нужно сделать пометки целого и частей: число 200 окажется помечено «лучиками», а число 40 и вопросительный знак подчеркнуты как части.

106 После проведения двух прямых выясняется, что плоскость разбилась на 4 части. Предлагается закрасить определенным цветом одну из частей. Выясняется, что мы не можем полностью закрасить всю выделенную фигуру, поскольку прямые ничем не ограничены (могут быть продолжены). Закрашивается только ее часть. Выделенная фигура называется **углом.** Обводя границу угла (линию, отделяющую угол от остальной части плоскости), дети обнаруживают, что ее образуют части прямых, ограниченные с одной стороны точкой *O*. Таким образом, граница угла состоит из двух лучей с общим началом. Эти лучи называются **сторонами** угла, а их общее начало — **вершиной** угла.



Другим цветом закрашивается еще один угол. Обводятся его стороны. После этого детям даются листы бумаги, на которых начерчены углы со сторонами, не доходящими до краев бумаги. Предлагается сделать разрезы по сторонам угла. Выясняется, что разрезы нужно продолжить до краев листа бумаги, лучи не ограничиваются нарисованной частью, они могут неограниченно продолжаться в направлении от начала. В результате угол вырезается из листа бумаги (отделяется от остальной части листа).

ПРИМЕЧАНИЕ. Способ, использованный для построения угла (пересечение двух прямых), позволяет получать только углы меньше развернутого. Пока развернутый угол и невыпуклые углы рассматриваться не будут.

7.13. Сравнение задач с разностным отношением. Элементы угла

(Задания 107–111)

109 Вводится сокращенная форма записи выполнения двух действий, заданных выражением. Теперь они не выписываются, а помечаются результатом. При выполнении работы в классе нужно требовать от учащихся устно сформулировать действие. Причем очень важно, чтобы было сформулировано не только первое, но и второе действие, в котором обязательно должен быть использован результат первого действия.

110 Даны три чертежа и три выражения-решения. Их нужно соотнести. Читается начало задачи, определяется единица измерения (км). Далее к каждому чертежу составляется задача, после чего к ней выбирается решение. Устно формулируется цель первого действия, а его результат записывается под скобкой. Затем получается ответ на вопрос задачи.

«Ловушка» состоит в том, что к одному чертежу даны две записи решения. Составляется недостающее решение к первому чертежу.

111 Выполняя задания, учащиеся осваивают названия элементов угла — вершина, стороны. На доску вынесен рисунок из учебника. Дан луч с началом в точке *C*. ***Как построить угол с вершиной в этой точке?*** Нужно провести еще один луч.

Учитель проводит на доске луч с другим началом. Это должно побудить учащихся уточнить свой ответ: нужно провести еще один луч с началом в той же точке *C*. На доске пробуются разные варианты направления второго луча. В любом случае образуется угол. Предлагается обвести точку — вершину угла и заштриховать сам угол.

Строится угол с вершиной *A*, и обводятся его стороны. Чтобы построить угол с вершиной в точке *T*, нужно начертить два луча с началом в этой точке. На доске пробуются разные варианты их направления. Полученный угол заштриховывается. Ставятся точки — по одной на каждой стороне угла с вершиной *T*, еще одна — **внутри** угла, т. е. между лучами (в заштрихованной части плоскости).

ПРИМЕЧАНИЕ. Представления о точке, лежащей внутри угла, строятся исходя из наглядности, по аналогии с представлениями о точке, лежащей внутри фигуры, ограниченной замкнутой линией. Этому способствует вырезание угла по его границе или его закрашивание в пределах границы (отделение от оставшейся части плоскости). Таким образом, точка, лежащая внутри угла, может рассматриваться как точка, которая принадлежит этой фигуре, но не лежит на ее границе.

7.14. Как читать текст задачи

(Задания 112–114)

112 Учитель предлагает учащимся следить по учебнику за его чтением текста задачи. При этом учитель прочитывает только одно предложение первой задачи и требует найти к ней чертеж.

Потом читается второе предложение. Но этого тоже оказывается недостаточно для выбора чертежа. Подчеркивается: задача должна быть прочитана до конца!

Выбранный чертеж дополняется промежуточным «окошком». Делается попытка записать два действия сразу одним выражением.

При переходе ко второму тексту напоминается, что задача должна быть прочитана целиком, и предлагается сделать это самостоятельно. Работая в паре, дети воспроизводят текст друг другу (надо ведь не просто прочитать, но еще и понять его!). Выбирается чертеж, записывается решение. К лишнему чертежу составляется новый текст (в него можно преобразовать заданные сюжеты), записывается решение.

7.15. Решение готовых задач двумя действиями

(Задания 115–118)

115 Работа проводится так же, как на предыдущем уроке.

118 Работу следует начать не с утверждения, которое дано в учебнике, а с предложения самим учащимся назвать точки, лежащие внутри угла. Они назовут точку *E*. Относительно точек *C* и *H* придется разъяснить, что они тоже лежат внутри угла. При этом следует приложить линейку к лучу так, чтобы это стало очевидным («дорисовывать» луч не нужно). Точка *K* лежит снаружи угла.

7.16. Письменное вычитание в случаях вида 800 – 568

(Задания 119–125)

120 По ходу вычислений нужно обнаружить случаи нового вида. Учащиеся должны попытаться рассказать, в чем может состоять трудность при их решении (непонятно, как вычитать единицы, поскольку их нельзя занять в разряде десятков). Вычисления откладываются на конец урока.

121, 122 Заданные случаи нужно разобрать, работая в тетрадях и на доске, так чтобы все пометки, имеющиеся в учебнике, делались по ходу рассуждения и по ходу действий со схематическим изображением разрядного состава числа.

124 Прежде чем выполнять вычисления, следует оценить, сколько единиц высшего разряда получится в результате вычитания. Так, в первом случае их останется не три, а две, поскольку одну сотню придется разбить на десятки, и т. д.

125 С помощью линейки учащиеся устанавливают, что синему углу принадлежат точки *A*, *C* и *E*; черному углу — точки *K* и *E*. Точка *E* принадлежит двум углам. Точка *T* не принадлежит ни одному из заданных углов.

7.17. Решение задач без заранее данного чертежа

(Задания 126–130)

127 Напоминается, что задачу нужно внимательно прочитать до конца и понять ее. Предлагается вычисления произвести устно и вписать только ответ. В некоторых случаях коллективно выполняется чертеж для доказательства правильности решения.

7.18. Приемы устных вычислений в случаях вида 65 + 7

(Задания 131–136)

В отличие от вычислений в столбик здесь осваивается иной порядок действий. Работа должна проводиться с опорой на запись выражения, т. е. условно устно. Полностью на слух на соответствующих уроках нужно предлагать решать случаи вида 40 + 12 и 50 – 7 как подготавливающие к решению примеров изучаемого вида.

131 Каждый раз, найдя сумму, учащиеся оценивают трудность/легкость задания (она может оказаться разной для разных детей). После проработки одного столбика предлагается определить особенность каждого задания в нем (в первом случае нет перехода через разряд, во втором — получается круглое число, в третьем — имеется переход через разряд). Каждому из этих примеров нужно найти аналог в соседнем столбике.

Постепенно определяется, что трудность могут вызывать примеры третьего вида. Предлагается найти способ их решения. Дети высказывают свои мнения. Итог обсуждения: и раньше сталкивались с тем, что если трудно прибавить число сразу, нужно его прибавить частями. Удобные варианты разложения числа на части будут определяться при выполнении следующего задания.

132 В первом случае приходится разбить число 8 на части 3 и 5 и выполнить действия 27 + 3 + 5. Во втором случае число 47 разбивается на десятки и единицы. ***Какой способ проще, если уже умеешь выполнять сложение в пределах 20?*** Можно решать любым, но предлагается поучиться второму как новому.

133 По ходу решения примеров внимание детей обращается на то, чем схожи и чем различны примеры в столбике и в строке.

136 Описывается буквами ломаная линия. Нужно вычислить ее длину. Сразу этого сделать нельзя, так как дана длина только одного звена ломаной. Дети готовы произвести дополнительные измерения. Предлагается пока с этим повременить и попробовать воспользоваться имеющимися сведениями о длине *ABC*. Вычисления записываются по действиям или одним выражением. Затем выполняется второй способ решения: измеряются два звена ломаной и записывается сумма трех чисел.

7.19. Анализ случаев вида 67 + 8

(Задания 137–142)

137 Главный итог работы: в данных случаях сложения происходит увеличение числа десятков на один. В сказочных примерах получатся ответы: ⊙1, а 1, ∩2.

138 Учащиеся должны приписать к десяткам первого слагаемого некоторое число единиц так, чтобы получились разные случаи перехода через разряд. При проверке выяснится, что, несмотря на различие у разных детей числа вписанных единиц, число десятков в сумме у всех оказалось тем же самым — на один больше, чем задано в первом слагаемом. «Ловушка» заключается в том, что в некоторых столбиках нельзя составить три разных случая сложения.

141 Учитель ставит задачу найти место для точки K. Дети сами анализируют чертеж и дополнительные записи. Далее обводится цветным карандашом часть ломаной линии (ECT) — вспомогательная длина — и записывается решение. (Здесь и далее учитель сам выбирает способ записи решения: отдельными действиями, одним выражением, тем и другим. Однако важно учитывать, что объединить в одно выражение три действия пока большинству детей будет очень трудно.)

142 В заданных выражениях определяется порядок действий, причем первое действие помечается подписью под ним результата. Над другими действиями ставится их порядковый номер. Однако их предлагается выписать отдельно. Из записи становится видно, что в новых действиях участвуют заданное число и только что полученное.

7.20. Приемы вычитания в случаях вида 67 – 9

(Задания 143–149)

143 После проработки одного столбика предлагается определить особенность каждого задания в нем (в одном случае нет перехода через разряд, в другом — число вычитается из круглого числа, в третьем — имеется переход через разряд без использования круглых чисел) и найти в соседнем столбике такое же.

Предлагается найти способ вычисления в случаях последнего вида. Дети высказывают свои мнения. Итог обсуждения: и раньше сталкивались с тем, что если трудно вычесть число сразу, нужно его разбить на части. Какое число следует разбивать и как, предлагается выяснить при выполнении следующего задания.

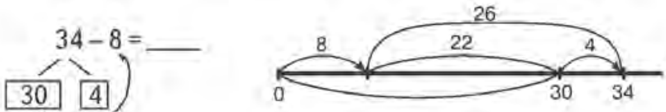
144 На доске имеется числовая прямая, на которой отмечены числа 0 и 34. По записи в учебнике определяется предлагаемый способ действия, который обозначается на числовой прямой следующим образом:

Учащиеся поясняют, что первый шаг позволяет получить круглое число, с которым обычно бывает легко работать.

Именно таким способом предлагается устно решить записанные на доске случаи 42 – 8, 65 – 9.

Определяется другой способ вычисления, подсказанный второй записью в учебнике. Так же как при работе с числами в пределах 20, предлагается вычесть число из круглых десятков, а потом добавить оставшиеся единицы.

Получается изображение (заметим, что важен не конечный вид, а процесс построения, в котором фиксируются основные шаги вычислительного приема):



Данным способом решаются еще два случая, записанные на доске: 73 – 8, 56 – 7.

Примерно так же рассматривается еще один способ действия: в уменьшаемом выделяется число второго десятка, из которого легко вычесть заданное число, так как соответствующий навык уже освоен.

Вряд ли этот порядок вычисления можно принять как легкий, но при желании можно пользоваться и им. В качестве основных принимаются два первых способа действия, но предлагается поучиться пользоваться вторым.

145 Задания выполняются при комментировании действий вслух. Примеры полезно решать, сравнивая верхний с нижним, правый с левым: получится ли в ответе столько же десятков? А единиц?

146 Значительную часть примеров нужно выполнить при комментировании вслух. При этом не нужно произносить способ разложения числа на части, а прямо называть первый шаг вычитания: «Двадцать минус два — это восемнадцать, прибавить один — получится девятнадцать».

ПРИМЕЧАНИЕ. В данном задании в качестве вычитаемых использованы числа 2, 3 и 4. Далее постепенно будут включаться другие однозначные числа. По мере продвижения по материалу следует ставить перед учащимися задачу оценки, научились ли они быстро и правильно выполнять действия с пройденными числами, что определяется с помощью арифметического диктанта.

147 От учащихся требуется дать ответ к задачам и указать те задачи, которые решаются двумя действиями. Запись решений не производится, однако полезно после получения ответа доказать его правильность с помощью чертежа.

149 Подписывается результат первого действия, цифрой 2 отмечается второе действие, которое формулируется устно. Результат второго действия используется для записи и выполнения третьего действия.

7.21. Решение задач двумя способами. Обозначение угла

(Задания 150–155)

151 Все составленные случаи вычитания должны быть разными. Можно предложить детям, просмотрев столбик, сказать заранее, еще до заполнения пропуска, сколько десятков получится в разности.

Во втором и третьем столбиках нельзя составить по 3 примера с переходом через разряд — это «ловушка».

153 Начинается работа над поиском разных способов решения задачи. В данном случае обнаруживается, что число можно найти и как целое, и как часть. При этом некоторые данные оказываются лишними.

155 Еще раз обращается внимание на то, какие точки можно считать лежащими внутри угла, какие — на его стороне. Вводятся описание угла и его знак.

7.22. Сложение и вычитание вида 67 ± 8

(Задания 156–161)

156 Ранее введенные приемы сложения и вычитания закрепляются в работе со случаями прибавления и вычитания числа 5. Еще до вписывания цифр определяется, что во всех суммах будут содержаться 4 десятка, а в разностях — 2.

160 Дополняется текст задачи. Принимается и объясняется данное решение. В качестве другого способа действия записывается 22 – 5 – 7.

161 Сначала нужно поставить вопрос о количестве углов на рисунке. Учащиеся, скорее всего, назовут только два. Учитель требует найти еще один и, если нужно, показывает его. Каждый из трех углов заштриховывается своим способом. При этом штриховка одного угла наложится на штриховки двух других, составляющих его части.

7.23. Анализ чертежа с целью поиска двух способов решения задачи

(Задания 162–168)

167 Работая с данным материалом, дети упражняются в анализе довольно сложного чертежа, рассматривая его элементы в разных связках.

В данном случае, чтобы найти ответ, нужно поставить вспомогательный вопрос о числе либо красных, либо зеленых шариков. Дети должны понять, что и то и другое узнавать для решения задачи не нужно (хотя и можно, если интересно). При одном способе решения требуется знать число красных шариков, а при другом — число зеленых.

168 Скорее всего, дети сразу скажут, что на рисунке имеется три угла. *Но как их описать?* Для этого нужно поставить на лучах точки, обозначить буквами эти точки и точку — начало лучей.

7.24. Решение задач двумя способами. Сравнение углов

(Задания 169–175)

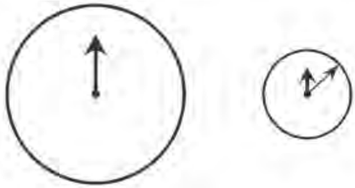
169 Начинается отработка навыка на материале прибавления и вычитания числа 6.

171 Определяются значения двух первых выражений. Предлагается объяснить, почему они оказались равными. Выясняется, что суммы содержат одно и то же число десятков и единиц. Далее нужно построить такого же рода пары равенств, при этом вычисления нужно производить только относительно одного выражения в паре.

174 Сначала работа ведется при закрытых учебниках. На доске макет часов с двигающимися стрелками. Учитель, демонстрируя вращение стрелок, сообщает, что это модель часов. После этого он ставит обе стрелки вертикально вверх, затем поворачивает минутную стрелку на некоторый угол.

Выясняется, что минутная стрелка повернулась и **отклонилась** от часовой стрелки.

У детей на партах имеется два бумажных круга разного диаметра. В большем из них изображена только часовая стрелка, направленная вверх, в меньшем круге есть и минутная стрелка, повернутая относительно часовой на некоторый угол.

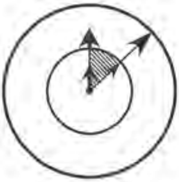


Детям предлагается нарисовать минутную стрелку на большом круге так, чтобы ее отклонение от часовой было таким же, как и на маленьком круге. Сначала обсуждается, возможно ли это, — ведь стрелки на первом круге большие, а на втором маленькие. Устанавливается, что отклонение не зависит от длины стрелок, стрелки могут быть любой длины. Отклонение определяется только **углом** между ними. Стрелки на меньшем круге продолжаются до краев круга, а угол, который получился, заштриховывается.

После этого дети рисуют недостающую стрелку (проводят соответствующий луч) на большем круге. Кто-то нарисует ее правильно, а кто-то — нет. ***А как убедиться, что поворот на обоих часах один и тот же?*** Для этого надо наложить рисунок с маленькими часами на рисунок с большими, чтобы совпадали точки соединения стрелок — вершины углов — и чтобы стрелки маленьких часов легли на соответствующие стрелки больших часов. Рассматриваются разные варианты рисунков детей. Выясняется, что у некоторых из них угол меньше, чем нужно, а у некоторых— больше.

Обязательно оценивается этот результат: у Саши получился угол меньше, чем надо, а у Тани больше.

Но есть и точное совпадение стрелок: углы получились равными. (Учитель должен иметь в запасе эти 3 варианта рисунков.)



Значит, углы можно сравнивать. Для этого один угол надо наложить на другой так, чтобы совпали их вершины и одна сторона каждого. Тогда по второй стороне можно определить, какой из углов больше или что они равны.

Детям предлагается вырезать два угла из бумаги и сравнить их. После этого выполняется задание 299.

175 Первые два сравнения можно связать с тем, что углы уже правильно наложены друг на друга. Третье сравнение можно провести «на глаз», но лучше раздать детям кальку и вместе решить, как ее можно использовать для сравнения углов.

7.25. Решение задач двумя способами. Сравнение углов (закрепление)

(Задания 176–181)

177 Учащиеся составляют по чертежу задачу. Учитель пытается спровоцировать решения 15 + 7 + 12 и 15 + 12 — «ведь нужно узнать целое, поэтому сложим все части». Выясняется, что в таком случае число 7 входит в это целое дважды. Записывают два правильных способа решения.

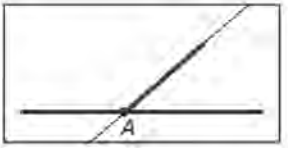
178 В последнем равенстве нет перехода через разряд, поэтому число десятков останется тем же, что в уменьшаемом.

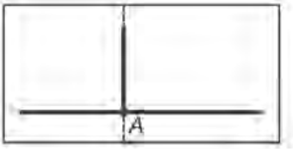
7.26. Прямой угол

(Задания 182–187)

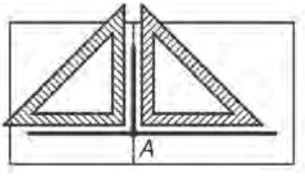
186, 187 Сначала работа ведется при закрытых учебниках. У каждого из детей по две одинаковые заготовки — прямоугольные листы кальки с изображенной на них горизонтальной прямой, на которой поставлена точка (не по центру). Точка обозначается буквой *A*.

Учащимся предлагается согнуть один из листов бумаги так, чтобы линия сгиба проходила через точку *A*, а затем провести из точки *A* луч по этой линии сгиба (вверх). У каждого из детей получилось два угла с вершиной в точке *A*. При сравнении различных вариантов выясняется, что у одних детей углы получились равными, а у других — неравными.

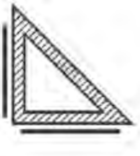




Если у всех детей углы неравны или равны, то учитель предлагает свой, отличный от детских вариант. Устанавливается, что равные углы получаются, если исходная линия (горизонтальная) совмещается сама с собой (что видно на кальке), если линия сгиба шла «без перекосов, **прямо»**. Поэтому каждый из таких углов называется **прямым углом.** Дети выполняют сгиб на другой заготовке, чтобы получить другой вариант углов, отличный от сделанного ими ранее. Обсуждается вопрос о том, как чертить прямые углы. Учитель знакомит детей с угольником, прикладывая два угольника к листу бумаги, на котором изображены прямые углы.



После этого рассматривается задание 186 и детям предлагается построить самим несколько прямых углов (в разном положении) с помощью угольника. При этом, так же как при выполнении задания 187, важно обратить внимание на технические моменты, например, что при вычерчивании прямого угла не надо доводить стороны угла до вершины прямого угла угольника, чтобы не получить закругления в вершине угла. Лучше потом продолжить стороны угла до его вершины по линейке.



7.27. Тупой и острый углы

(Задания 188–194)

189* Задание требует от учащихся различения случаев перехода через разряд и отсутствия его.

191 Сюжет задачи можно связать с четырьмя персонажами, которые проехали указанные в записях расстояния. На чертеж наносятся числа и вопросительные знаки. Выясняется, что, хотя первым среди искомых указано расстояние *ТМ*, сначала нужно определить другое расстояние.

193 После знакомства с острыми и тупыми углами детям предлагается с помощью угольника построить острый угол:

и тупой угол:

194 Для определения того, каким является угол, его можно сравнить с прямым углом угольника.

8. ПОВТОРЕНИЕ
(Задания 195–212)

Заканчивается работа по формированию навыка вычислений в случаях вида 67 ± 9. Повторяется пройденный учебный материал.

198 Требуется определить только расстояние *BC*, однако придется найти и другое. Расстояние *BC* может быть найдено как часть *EC* или *AC*.

199 В первом числе нужно вписать число десятков, а в третьем — число единиц. В последнем примере в отличие от остальных нет перехода через разряд.

206 Чтобы найти тупые углы, следует воспользоваться угольником.

211 Нужно прийти к решению (14 + 8) – 9, которое можно объяснить содержательно. Затем формально перейти к решению (14 – 9) + 8, к первому действию которого затруднительно сформулировать содержательный вопрос.

221 Вводятся случаи вида 67 ± 9.

9. ИЗМЕРЕНИЕ И ОТМЕРИВАНИЕ ВЕЛИЧИН С ПОМОЩЬЮ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ МЕРКИ. УМНОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ

В этом разделе рассматривается предметный способ действия с величинами, на котором основаны арифметические действия умножения и деления чисел. Этот способ действия становится необходимым, когда мерка оказывается значительно меньше измеряемой величины и ее прямое использование крайне неудобно. В этих условиях нужно перейти к более крупной мерке, которая, однако, изначально не задана и которую еще нужно построить.

9.1. Постановка задачи использования промежуточной мерки. Способы вычисления в случаях вида 57 + 25

(Задания 233–234)

Материал вводится при работе с реальными величинами без обращения к учебнику. У детей должен быть набор бумаг (разного цвета для удобства формулировки задания): $1{,}5 \times 1{,}5$; 6×15; 3×7; 3×8 см.

При выполнении первого задания учащимся напоминается следующее:

а) для того чтобы у измерителя и отмеривателя получились объекты, равные по заданному признаку, им нужно выполнить измерение одинаковой меркой;

б) результаты измерения можно записать в виде стрелочной схемы.

Учитель объявляет, что сегодня вернемся к измерению и отмериванию величин. Он показывает прямоугольник и просит учащихся вырезать из материалов, имеющихся на парте, прямоугольник такой же площади C ($3 \times 4{,}5$ см). Очевидно, дети попросят произвести измерение площади образца. Учитель производит какие-то действия и сообщает, что измерение выполнено. Дети требуют назвать число. Учитель делает на доске запись:

$$E \xrightarrow{6} C.$$

Напоминается содержание этой записи: мерка E поместилась в площади C 6 раз. Учитель требует выполнения работы. Но оказывается, чтобы у всех получилась фигура одинаковой площади, нужно, чтобы все использовали одинаковую мерку. Учитель показывает маленький квадрат ($1{,}5 \times 1{,}5$ см), такой же квадрат есть на партах у детей. Площадь этой мерки E.

Учащиеся выполняют практическую работу. (Удобным размером исходного прямоугольника на партах может быть такой, когда придется отрезать или отгибать излишек только с одной стороны, например прямоугольник 3×7 см.) Отмечается, что такие задания выполняли и раньше и новое не представляет трудности.

Теперь нужно отмерить новую площадь A. Показывается прямоугольник 6×12 см. У детей на партах имеются прямоугольники 6×15 см. Учащиеся предлагают учителю произвести измерение площади своей фигуры. Учитель сообщает, что воспользуется той же меркой E, с которой работали при выполнении прошлого задания. На доске делается заготовка для записи: $E \rightarrow A$. Учитель начинает измерение, прикрепив фигуру-образец к доске. Он делает пометки, жалуясь, что неудобно работать с такой маленькой меркой, роняет мерку, продолжает работу, «забывает», сколько мерок уже отмерено, наконец, «отчаявшись», сожалеет, что была взята такая маленькая мерка, — ведь известно, что большой меркой работать удобнее. На столе он берет новый прямоугольник (3×6 см), выполняет измерение и сообщает число — 4. Это число нельзя вписать в заготовку схемы. Делается новая запись: $P \rightarrow A$. Над стрелкой записывается число 4.

Однако такое измерение не помогает классу — у детей нет мерки P. Правда, у них имеется прямоугольник 3×8 см. Учитель примеряет его к своей мерке P — они неравны (мерка P меньше). ***Неужели придется все же вернуться к маленькой мерке?!*** Хорошо бы сделать большую мерку P! ***Но как?*** Учитель еще раз подчеркивает, что у него и у детей есть одинаковая маленькая мерка, а хочется работать большой меркой.

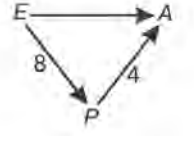
Возможно, кто-то догадается предложить учителю померить маленькой меркой большую, сообщить классу число, и тогда можно будет сделать такую же большую мерку на партах. Учитель производит измерение и делает запись:

$$E \xrightarrow{8} P.$$

Ученики приступают к изготовлению мерки P с помощью мерки E.

Затем с помощью мерки P отмеривается площадь A.

Учитель предлагает показать в схеме на доске способ работы и начинает рассуждение. Была мерка E, и нужно было отмерить с ее помощью площадь A (по ходу делается запись: $E \rightarrow A$). Но так измерять оказалось затруднительно, и мы пошли в обход: с помощью мерки E построили новую, вспомогательную мерку P, запишем число 8, которое нам помогло это сделать. Наконец отмерили площадь A с помощью этой новой мерки и числа 4. По ходу этого рассуждения появляется схема:



Предлагается называть исходную мерку **основной,** а большую — **промежуточной.**

Отмечается, что такой способ действия использовался впервые и что он оказался удобным, когда мерка слишком мала.

233 При закрытых учебниках в ходе устного счета типа 67 + 8 предлагается найти сумму чисел 47 + 38, которая записана на доске. Возникнет затруднение. Выясняется, чем отличается этот случай от тех, которые только что решались устно. *Как действовать в таких ситуациях?* Возможно, учащиеся предложат мысленно выполнять те операции, которые производятся при сложении столбиком. Нужно согласиться с этим, но указать, что действия начиная с младших разрядов бывают неудобны при записи в строку. Учащиеся дают другие варианты решения. Важно, чтобы была упомянута возможность прибавления числа по частям.

Открывается учебник. Учащиеся комментируют способ разложения числа на части и порядок вычислений.

Полезно, чтобы были найдены и другие варианты действия, например когда к первому числу прибавляются сначала все единицы из второго числа, а потом десятки (47 + 8 + 30).

Затем определяется наиболее удобный способ. Возможно, у каждого он будет свой. Учитель предлагает записать одним выражением способ, указанный в задании вторым.

234 Предлагается выполнить вычисления только что выделенным способом и описать его одним выражением. Под нужным слагаемым записываются его части, составляется выражение, под первым действием которого подписывается его результат. Определяется конечный ответ.

9.2. Повторная постановка задачи использования промежуточной мерки и воспроизведение ее решения на чертеже

(Задания 235–237)

Напоминается, что на прошлом уроке познакомились с новым способом измерения и отмеривания площади. Сегодня попробуем измерять объемы воды.

На столе учителя сосуд с небольшим количеством воды. Дети должны налить столько же воды в другой сосуд на другом столе. Приближать один сосуд к другому нельзя. С сосудами будет работать один ученик, а остальные должны подсказывать действия и выполнять их на чертеже.

На обоих столах имеется одинаковая, очень маленькая мерка *E* (а также еще два сосуда разной формы, которые можно будет в дальнейшем использовать как мерки). Итак, нельзя переносить сосуды, но можно сообщать результаты измерения. С *чего начать работу?* По предложению детей учитель выполняет измерение «своего» объема воды. Полученное число вписывается в схему $E \xrightarrow{8} T$. Один ученик начинает работать с водой, а остальные повторяют его действия на чертеже. По окончании работы отмечается, что работа производилась старым способом, с помощью только одной мерки (мерка хотя и была маленькой, но и объем воды был незначительным).

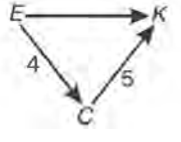
Учитель берет новый (большой) объем воды (K). Задача остается прежней.

Устанавливается, что сначала нужно измерить объем K.

Учитель приступает к измерению с помощью маленькой мерки, демонстрирует его трудность, переходит к большой мерке C (объем K должен быть кратен мерке C, а мерка C должна вмещать целое число мерок A) и предлагает воспользоваться полученным числом. Но на втором столе нет мерки C! ***Однако там есть еще сосуды, нельзя ли использовать их?*** Оказывается, можно создать подходящую промежуточную мерку. По указанию детей учитель промеряет свою большую мерку, сообщает число. Теперь можно действовать на втором столе. В один из сосудов наливается только что полученное число основных мерок, и отмечается уровень воды. Предлагается эту же работу выполнить и в тетрадях на чертеже. Рядом с исходной меркой строится промежуточная. Далее производится отмеривание большой меркой: наливается одна большая мерка, соответственно отмечается мерка на чертеже в тетрадях и так до тех пор, пока не будет налито нужное число промежуточных мерок.

Предлагается показать порядок проделанной работы на схеме. ***Какой меркой действовали?*** Меркой C. ***Значит, мерка E нам оказалась не нужна?*** Нужна! Без нее мы не смогли бы построить мерку C.

Строится схема на доске примерно с теми же комментариями, как на прошлом уроке.



Уточняется, в каких случаях полезно перейти от основной мерки к промежуточной (когда основная мерка оказывается слишком маленькой).

235 Дан образец решения задач сначала старого, а затем нового вида, который детьми должен был быть открыт при выполнении предметных действий. Анализ чертежа и схемы показывает, что во втором случае была построена другая промежуточная мерка: она содержит 6 основных мерок и сама повторяется в объекте 3 раза.

236 Как и в случае сложения, учащиеся пытаются сначала сами найти удобный способ действия, затем оценивают и описывают заданные в учебнике. Третий способ оказывается невыполнимым при заданных числах (к нему дети вернутся позже).

237 Способ вычисления описывается одним выражением, под которым подписывается результат первого действия.

9.3. Отмеривание и измерение величин. Освоение схемы

(Задания 238–244)

Если ранее задавалась величина-образец, которую нужно было воспроизвести, то теперь даются задачи отдельно на измерение и отдельно на отмеривание: «Кто-то уже измерил и записал результат в схеме. Требуется правильно прочитать схему и отмерить нужную величину».

238 Нужно построить и обозначить буквой удобную промежуточную мерку. Очевидно, она будет иметь вид квадрата, состоящего из 4 клеток. Результат измерения записывается в схеме.

239 Учитель организует работу с объемами воды соответственно заданной схеме (объем уже измерили, и теперь нужно налить такой же объем воды). Обращается внимание на отсутствие в схеме верхней стрелки — можно обойтись и без нее, потому что величину измерили не основной меркой, а «в обход», промежуточной. Действия с водой повторяются на чертеже: строится промежуточная мерка и затем с ее помощью — сам объект.

241 Даны случаи без перехода через разряд. Эту особенность дети должны отметить. Именно такие примеры нетрудно решать заданным способом, хотя здесь применим и использованный ранее.

244 Даются представления об **угле многоугольника** как о таком угле, вершина которого совпадает с вершиной многоугольника и на сторонах которого лежат прилежащие к этой вершине стороны многоугольника. В этом случае точка может принадлежать углу и не принадлежать этому многоугольнику, например, точка T принадлежит углу BAD и не принадлежит четырехугольнику $ABCD$.

ПРИМЕЧАНИЕ. Такие представления об углах многоугольника пока годятся только при рассмотрении выпуклых многоугольников, поскольку вводились лишь углы, меньшие развернутого.

9.4. Измерение и отмеривание количества с помощью промежуточной мерки

(Задания 245–251)

245 Устанавливается, что количество звездочек измерили, построив мерку «тройку», дополняется схема.

247 Среди крестиков выделили заданное схемой количество. По схеме устанавливается, как была построена промежуточная мерка. Выясняется, что удобнее всего было в каждом столбике выделять по 5 крестиков и так повторить 8 раз. Учитель сообщает, как можно прочитать схему или как можно рассказать о проделанной работе: по 5 повторили, взяли 8 раз.

В новой схеме обнаруживается изменение. Она читается еще до выполнения действий. Производится отсчитывание (или рисование) крестиков. Учащиеся рассказывают о своей работе, используя слова «по... раз», дополняют запись.

Таким же образом отрабатывается третья часть задания.

250 Требуется произвести измерение. Основная мерка — 1 овал. При выборе промежуточной мерки устанавливается, что удобнее всего считать либо рядами, либо столбиками. Результаты записываются в схемы, схемы прочитываются.

246 Каждый ученик приписывает свое число единиц к заданным десяткам. При проверке окажется, что число десятков в ответе у всех одинаковое, а разнятся единицы.

249 Важно, что заданный в сумме нуль означает образование нового десятка из единиц, обозначенных сказочными цифрами. Этот десяток нужно не забыть добавить к десяткам, записанным в обычном виде.

251 Выясняется, что треугольник составляет только часть от каждого из своих углов.

9.5. Умножение чисел

(Задания 252–256)

Создается ситуация, в которой оказывается недостаточно произвести измерение (отмеривание) с помощью промежуточной мерки и приходится определять количество основных мерок. Обнаруживается, что для этого необязательно действовать самой меркой (это ведь неудобно из-за того, что она мала), а можно выполнить действия с числами на числовой прямой.

253 Рисунки и схемы задания перенесены на доску. Учебники закрыты, чтобы дети не воспользовались имеющейся в них подсказкой, а сами попытались найти способ действия.

Миша и Саша хотели сравнить объемы воды. Для этого нужно эти объемы измерить. По схеме устанавливается, что Миша пользовался только одной меркой, а Саша взял ту же мерку, что и Миша, но с ее помощью построил промежуточную мерку. Он выполнил измерение быстрее Саши, но теперь трудно понять, у кого воды больше. ***Мальчики могут перемерить воду одинаковым способом, но можем ли мы догадаться, у кого из них больше воды?*** Дети высказывают свои догадки, учитель напоминает, что математика требует точных ответов, и предлагает воспользоваться числовой прямой. Оказывается, что действия Саши можно воспроизвести на числовой прямой — по 4 отложить 5 раз. Работа выполняется на доске и в тетрадях. Уточняется, что, действуя таким образом на числовой прямой, узнали число основных мерок. В связи с этим уточняется вторая схема: проводится верхняя стрелка, над ней записывается знак вопроса — это число нужно было узнать, чтобы затем сравнить величины.

Читаются и дополняются записи в рамке.

254 Предлагается поупражняться в новом способе действия. Рассматривается рисунок. Судя по знаку вопроса в схеме, нужно узнать число маленьких мерок. Можно, конечно, их пересчитать вручную, но так поступили бы малыши, которые не умеют пользоваться промежуточной меркой. Выделяется удобная мерка C (3 клетки), дополняется схема. Схема прочитывается. Далее выполняются действия на числовой прямой: дугами отмечаются промежуточные мерки. Записывается формула, она прочитывается разными способами. Можно предложить кому-то из учеников пересчитать основные мерки по одной, чтобы удостовериться в том, что результат получился верным.

255 После решения второго примера столбика выясняется, что в ответе получается иное число десятков, чем в первом примере, и то же число единиц. В третьем примере, наоборот, сохраняется число десятков, но изменяется число единиц.

256 Главным в задании является правильное определение числа десятков в разности. Однако при решении второго и третьего примеров столбика следует учесть, что из десятка вычтено столько же единиц, как и в первом случае, значит, и останется заданное в первом примере число единиц.

9.6. Определение числа основных мерок (закрепление)

(Задания 257–262)

257.1 По виду схемы определяется, что измерение площади нужно произвести с помощью промежуточной мерки. Наиболее удобной оказывается мерка в 4 клетки. Она изображается и обозначается некоторой новой буквой. Производится измерение, схема дополняется числами. Однако вопрос в схеме требует определить число основных мерок. Учитель интересуется, кто из детей хочет пересчитать их, а кто сможет выполнить действия на числовой прямой. Дети, помогая друг другу за партой, выполняют действия на числовой прямой, записывают соответствующее равенство.

257.2 Соотносятся объект и схема, вписываются необходимые буквы. В качестве промежуточной мерки (*К*) выбирается «тройка». Выполняется, а затем описывается действие с числами.

258 В качестве основной мерки задан сантиметр. Строятся основная и промежуточная мерки, а затем выполняется построение всего отрезка. На числовой прямой вычисляется, сколько в нем должно быть сантиметров. Записывается равенство. Полученное число проверяется непосредственным наложением линейки.

259 Предлагается подобрать величины, которые могли быть измерены указанным в схемах способом. После перечисления возможностей договариваются о том, что в первом случае узнавали количество шариков, а во втором — объем воды. Дети рассказывают, как была построена промежуточная мерка, как происходило измерение. Делается запись того, как можно вычислить число основных мерок в том и другом случае. Затем одно действие выполняется на числовой прямой. При работе со второй записью обнаруживается, что на числовой прямой нужно выделить сначала число 14, которое следует повторить 7 раз. Учитель показывает, как это действие можно выполнить на калькуляторе.

260 При обсуждении работы подчеркивается, что число десятков в одном столбике у всех оказалось одинаковым, а число единиц — различным.

261 Учащиеся должны различить примеры в столбике как требующие перехода через разряд и не требующие его.

9.7. Построение схемы и объекта по заданному выражению

(Задания 263–268)

263 Сообщается, что дети измерили площадь и записали, как они нашли число основных мерок в ней (прочитывается данное выражение). Однако стерлись и сама фигура, и записи в схеме. Нужно все это восстановить. *С чего начать?* Приходится вспомнить, что первая цифра в записи умножения означает, сколько основных мерок составляют промежуточную. Число 3 вписывается в схему, рисуется мерка из трех клеток. Она обозначается буквой *С* — это следует из схемы. Ясно также, что промежуточных мерок в площади уместилось 5, — делается запись в схеме. Теперь можно построить объект. Остается найти число основных мерок. Одному ученику поручается выполнить работу за первоклассника, который умеет только пересчитывать, другой работает на калькуляторе, остальные действуют на числовой прямой.

Примерно таким же образом выполняется вторая часть задания. Уточняется, что треугольники нужно расположить столбиками по 2 в каждом.

264 Требуется сравнить две площади. Дана общая основная мерка *С*. Однако измерение предлагается провести с помощью промежуточной мерки. Учащиеся работают с первой фигурой, измеряя ее площадь меркой в 4 клетки. В схему вписываются числа 4 и 6. Вторая фигура построена иначе. Здесь удобной становится другая промежуточная мерка (3 клетки). Результаты измерения вписываются в схему. Нужно обозначить промежуточные мерки. Они были разными, поэтому нужно взять разные буквы. ***Какая же площадь больше?*** Учитель сообщает: Саша считает, что площадь *М* больше, потому что там промежуточная мерка больше. Таня считает, что вторая площадь больше, потому что число промежуточных мерок в ней больше. Затем выясняется, что необходимо найти число основных мерок. В схему вписывается верхняя стрелка с вопросительным знаком. Записывается способ работы на числовой прямой, и выполняется сама эта работа. Площади оказываются равными.

9.8. Таблица умножения числа 2

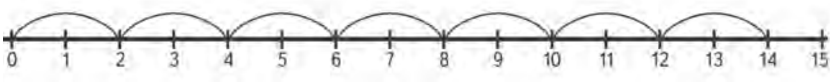
(Задания 269–276)

269 Если на предыдущем уроке дети работали с объектами, измеряя их величину, то теперь объекты отсутствуют, но даны результаты работы с ними: схемы измерения двух величин. Дети высказывают предположения, какими могли быть величины, и останавливаются на двух объемах воды *В* и *С*. Судя по схеме, при их измерении использовалась одна и та же основная мерка, но промежуточные мерки были построены по-разному (их следует обозначить разными буквами). Выясняется, что для сравнения объемов нужно знать число основных мерок. Схема дополняется соответствующей стрелкой с вопросительным знаком. Записывается и выполняется на числовой прямой умножение, вписывается знак сравнения.

270 Даны выражения. Поясняется, что для сравнения величин узнавали число основных мерок. Желательно выбрать вид величины, например в первом случае это длина, во втором — площадь. Дети начинают работать с выражением $4 \cdot 5$. Учитель обращает их внимание на то, что такое выражение уже встречалось в предыдущем задании. Правда, там речь шла о воде, а здесь о длине. Оказывается, результат должен получиться тем же самым. Сомневающимся предлагается выполнить действия на числовой прямой, остальные подписывают число 20 под выражением. Находится значение второго выражения, определяется отношение значений.

При работе с новой парой выражений сначала предлагается догадаться об их отношении еще до вычисления, что затем проверяется с помощью числовой прямой. При этом нужно подтолкнуть детей к тому, чтобы они воспользовались только что полученным результатом умножения (3 · 7). А может быть, кто-то даже сумеет догадаться о значении последнего выражения (3 · 8), что затем проверяется на числовой прямой.

271 Учитель сообщает: ***Все взрослые люди знают результаты умножения наизусть, и сегодня мы тоже начнем их запоминать.*** Последовательно рассматривается и прочитывается каждое выражение в таблице, его значение находится на числовой прямой, так что постепенно она приобретает следующий вид:



272 Нужно сначала вписать знак сравнения выражений, а затем найти их значения. Разрешается обращаться к числовой прямой, но дети побуждаются догадаться о числе, двигаясь по числовой прямой мысленно. В заключение предлагается назвать все результаты умножения числа 2 по порядку. При этом можно двигаться по числовой прямой мысленно (кто может), а можно считывать числа прямо с числовой прямой.

275 Дается определение прямоугольника. До этого дети выделяли эти фигуры на основании зрительного образа и не могли отличить прямоугольники от четырехугольников, у которых углы не очень сильно отличались от прямых. Для того чтобы ответить на вопрос о существовании четырехугольника, у которого только три прямых угла, дети должны попробовать его построить.

276 Теперь прямоугольники определяются с помощью угольника.

9.9. Названия компонентов умножения. Сопоставление действий сложения и умножения чисел

(Задания 277–283)

277 Учащиеся воспроизводят названия компонентов сложения. Учитель сообщает названия компонентов умножения. Рассматривая рамку в учебнике, дети называют второй множитель, первый, произведение. Далее предлагается мысленно представить себе числовую прямую и устно перечислить по порядку все произведения — результаты умножения числа 2. Числа называются от меньшего к большему, потом в обратном порядке.

278 Нужно записать наиболее трудные случаи умножения числа 2. Дети называют разные варианты. Записываются они таким образом, чтобы не получилась упорядоченная часть таблицы. Дать такую последовательность: 2 · 6, 2 · 9, 2 · 7, 2 · 8.

Вычисление произведений следует выполнять после того, как они будут выписаны. При возникновении затруднения предлагается вспомнить ближайшее «легкое» или недавно полученное произведение и от него мысленно пройти по числовой прямой нужное число шагов. Могут получиться такие пары: $2 \cdot 5 \dots 2 \cdot 6$; $2 \cdot 10 \dots 2 \cdot 9$; $2 \cdot 6 \dots 2 \cdot 7$; $2 \cdot 9 \dots 2 \cdot 8$. После записи произведений учащиеся в парах тренируются в их запоминании.

279, 280 Задания выполняются обязательно с помощью числовой прямой. Именно в работе на ней становится очевидным различие поиска суммы и произведения одних и тех же чисел.

281 Требуется сравнить количества ромбиков и сердечек. Конечно, их можно пересчитать по одному, но можно найти их число, используя промежуточную мерку. Оказывается, что удобнее воспользоваться разными промежуточными мерками, поэтому в схемы вписываются разные буквы для их обозначения. Однако по полученным данным произвести сравнение невозможно. Схему придется достроить стрелкой и вопросительным знаком: нужно определить число основных мерок в каждом объекте. После записи произведений предлагается первое из них найти при мысленном движении по числовой прямой (ведь мы пытаемся запомнить результаты умножения числа 2), а второе — работая на реальной числовой прямой. Записывается результат сравнения величин.

282 При составлении столбика учащиеся должны сохранять в вычитаемом число единиц. Кроме того, значение третьего выражения должно быть равно однозначному числу.

283 Особенности столбиков: в первом примере уменьшаемое — круглое число, в третьем — не должно быть перехода через разряд.

9.10. Сопоставление умножения и сложения (закрепление)

(Задания 284–293)

Устно. На доске записи: $2 + a$ и $2 \cdot b$. Выясняется, как называют каждую запись (сумма и произведение). Учащиеся называют первый множитель, второй. Пока он обозначен буквой b. Далее учитель дает значения второму множителю, а ученики называют произведение. Предлагается назвать все произведения, которые могут получиться при таких множителях, в порядке убывания начиная с числа 20.

284 Чтобы найти числа, можно (если нужно) пользоваться числовой прямой. Выясняется, почему она именно так поделена дугами (придется повторять несколько раз число 2).

Предлагается назвать те легкие случаи, которые удалось вспомнить не обращаясь к числовой прямой.

285 Нужно выписать трудные случаи таблицы умножения 2. Учитель предлагает вариант. Если многие дети не могут быстро назвать ответ, такой случай записывается всеми, но ответ каждый ученик определяет сам (обращаясь, например, к числовой прямой). Таким образом, учитель чередует при диктовке легкие и трудные варианты произведений.

Далее ученики, работая парами, тренируются в запоминании записанных случаев.

286 На числовой прямой дугами фиксируются действия сложения и умножения.

287 Теперь нужно числовую прямую «держать в голове». Если возникнут проблемы при умножении, можно обратиться к числовой прямой. Предлагается обвести кружком произведения (для усвоения соответствующих терминов). Учащиеся должны обратиться только к записям умножения, но не сложения.

288 Рисунком дана задача, решаемая двумя арифметическими действиями.

С помощью схемы задан способ измерения величин. Число белых звездочек предлагается определить простым пересчетом, а число синих — с помощью промежуточной мерки. Дополняются схемы. Выясняется, что для определения общего числа звездочек нужно, чтобы все звездочки были просчитаны одной меркой. Во второй схеме рисуется верхняя стрелка, а над ней «окошко» — знак вспомогательного неизвестного. Записываются два действия, которые полезно затем объединить в одно выражение. При этом произведение пока заключается в скобки как характеристика отдельной величины.

290 Особенности столбиков: во втором примере результат является однозначным числом, в третьем — нет перехода через разряд.

292 Дается определение квадрата. Теперь квадрат рассматривается как частный вид прямоугольника, а не отличающаяся по форме от него фигура.

293 Квадраты выявляются на основании их определения, т. е. чтобы узнать, является ли четырехугольник квадратом, надо проверить, что его углы прямые, а стороны равны.

9.11. Умножение числа 3

(Задания 294–300)

Устно.

1) Называется ряд чисел — произведения вида $2 \cdot a$ в порядке убывания начиная с числа 20.

2) Решаются пары примеров: $2 \cdot 10$, $2 \cdot 9$; $2 \cdot 6$, $2 \cdot 7$; $2 \cdot 9$, $2 \cdot 8$. Потом те же случаи задаются вразбивку.

294 Записываются и находятся с помощью числовой прямой словесно заданные произведения. Обращается внимание на то,

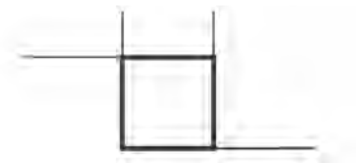
что теперь числовая прямая разделяется дугами не по 2, как это было раньше, а по 3. Будем осваивать новую часть таблицы умножения!

295 Часть случаев оказывается возможным выполнить с помощью числовой прямой из предыдущего задания. Однако для других ее «не хватает». Учитель предлагает не «теснить» все числа на прямой, а обозначить (в задании 296) только те, которые могут получиться при умножении числа 3.

296 Дано начало построения удобной для данных случаев умножения числовой прямой. Первые две «тройки» разделены на основные мерки. Но дальше этого можно и не делать; запомним, что в каждом шаге числовой прямой содержится три маленьких шага. Вписывается ряд чисел. С его помощью заканчивается заполнение таблицы. Указывается, что и эту таблицу нужно постепенно запомнить.

297 В графическом виде дана задача, которая решается двумя арифметическими действиями. По рисунку сразу видно, какая длина больше. Но требуется выяснить, на сколько больше. Схемы задают способ измерения. Записываются и выполняются два действия, затем они объединяются в одно выражение.

300 При построении квадрата обращается внимание на технические моменты (построение прямых углов с помощью угольника и откладывание на сторонах угла отрезков заданной длины с помощью линейки).



9.12. Умножение числа 3 (закрепление)

(Задания 301–307)

Устно.

1) Учащиеся называют ряды чисел, которые получаются при умножении числа 2, числа 3.

2) Задаются трудные случаи умножения числа 2.

3) Дети сами задают классу легкие случаи умножения числа 3. Сегодня их нужно попытаться хорошо запомнить.

301 Строится числовая прямая, на которую помещаются только произведения числа 3. Заданные примеры решаются следующим образом: верхний — с помощью числовой прямой, а ответ к нижнему следует попытаться найти с помощью только что полученного числа.

302 В задании сопоставляются действия сложения и умножения. Отмечается, что результаты сложения уже хорошо известны, а произведения можно определить с помощью числовой прямой.

304 Графически дана задача, которая решается тремя арифметическими действиями. По схемам выясняется, что в двух случаях измерения объема воды основная мерка была одна и та же, но промежуточные мерки — разные. Поэтому на их месте в схеме вписываются разные буквы. Учитель «считает», что решить задачу можно одним действием, а не тремя. Например, можно сложить 2 и 3 или 7 и 9. Выясняется, что этого делать нельзя: ведь 2 и 3 не составляют весь объем воды, а числа 7 и 9 получены с помощью разных мерок — их складывать нельзя. Приходится узнать число основных мерок в каждом сосуде. Достраивается схема, записываются действия, которые затем объединяются в одно выражение (при этом оба действия умножения заключаются в скобки).

305 Дана задача на сравнение величин. Ее условие представлено только схемами. Выясняется, что сразу вычислить разность нельзя — нужно узнать число основных мерок в площади *K*. Дополняется схема, записываются действия.

10. ДЕЛЕНИЕ

10.1. Вводная задача

(Задания 308–313)

Устно.

1) Называются ряды чисел — результатов умножения чисел 2 и 3 (в порядке возрастания и в порядке убывания).

2) Вразбивку задаются случаи вида $2 \cdot a$.

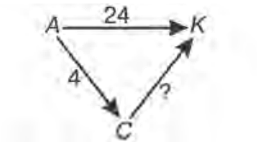
Нужно выписать трудные случаи умножения числа 3 и затем потренироваться в их запоминании с соседом по парте. Учитель называет вариант, и по скорости реакции все оценивают трудность примера — нужно его записывать или нет.

308 Задание выполняется без обращения к учебнику. У учителя на столе сосуд с водой. На другом столе пустой сосуд такой же формы. На обоих столах имеется маленькая мерка и дополнительные сосуды. ***Воду в моем сосуде измерил этой (маленькой) меркой первоклассник Витя, и вот какой он получил результат.*** Показывается на доске стрелочная запись $A \xrightarrow{24} K$. ***Как видите, он еще не умеет работать с промежуточной меркой и поэтому очень долго и аккуратно переливал воду. Второклассник Миша налил тот же объем воды в другой сосуд, но воспользовался при этом промежуточной меркой. По схеме на доске догадайтесь, как была построена эта мерка*** C. Миша взял баночку, налил в нее 4 раза по A и отметил уровень воды. Учитель выполняет описанные детьми действия. ***Теперь можно работать этой меркой — дело пойдет быстрее.***

К столу с пустым сосудом выходит ученик, который должен налить воду в свой сосуд так, как это сделал Миша.

Возможно, ученик начнет работу, но скоро выяснится, что неизвестно, сколько раз нужно налить мерку C. Возможно, дети сразу предложат промерить этой новой меркой исходный объем воды. В любом случае учитель предлагает найти число промежуточных мерок, работая не с водой, а на числовой прямой. В связи с этим уточняется стрелочная схема. В ней записано количество основных мерок в промежуточной — это уже известно. ***Что еще известно?***

Выясняется, что всего основных мерок должно быть 24. Рисуется верхняя стрелка, которая надписывается не вопросительным знаком, как это было раньше, а числом 24. На месте искомого числа ставится вопросительный знак.



Итак, сколько мерок С нужно налить в сосуд, чтобы получился объем воды K? Дети высказывают свои предположения. Затем учитель предлагает показать охватывающим жестом на числовой прямой, сколько должно быть основных мерок (это известно — 24). Выясняется, что можно на числовой прямой откладывать по 4 шага, пока не дойдем до числа 24 (или, наоборот, двигаться таким же способом от числа 24 к нулю).

Действие выполняется, рисуются дуги, объединяющие по 4 шага. Затем дуги пересчитываются. В реальный сосуд наливаются 6 мерок *С*, сосуды ставятся рядом, уровни воды оказываются в них равными.

Подчеркивается, что мы знали число основных мерок, а чтобы узнать число промежуточных мерок, действовали с числами. Такое действие называют делением: мы все основные мерки — их 24 — поделили по 4 и узнали, что таких «четверок» там 6. Дети находят в учебнике запись деления, дополняют ее и прочитывают ее.

300 Первоклассница Оля отсчитала и обвела рамкой 20 кругов, причем считала она круги по одному. Второклассница Ира решила обвести рамкой столько же кружков, но при этом воспользовалась промежуточной меркой. По заданной схеме устанавливается, что всего кружков должно быть 20. Ира построила промежуточную мерку из 4 кружков. ***Сколько таких мерок ей нужно использовать?*** Конечно, можно просто считать по одному до 20. ***Но как с помощью числовой прямой заранее узнать, сколько рядов (строчек) нужно нарисовать.***

Работа выполняется и описывается выражением. Рисуются еще 3 строчки. Кто-то из детей пересчитывает кружки по одному, «как первоклассница Оля».

310 Нужно найти число промежуточных мерок в абстрактно представленных схемах. Можно предложить к ним сюжет. Яблоки сосчитали по одному, а затем рядами. ***По скольку яблок было в каждом ряду?*** По 5 — это видно из записи в схеме. ***Сколько рядов оказалось в каждом случае?*** Это нужно вычислить. Первое задание выполняется сначала на числовой прямой, а потом описывается формулой. Во втором и в третьем случае можно предложить сделать сначала запись, а потом выполнить действие на прямой. На числовой прямой при этом окажется слишком много дуг. Можно выполнять деление так: найти на прямой число — произведение, пометить его, например, точкой (а не дугой), затем от него отсчитывать по 5 шагов в сторону нуля.

311 Дети должны прийти к записям:

1) 62 + 32 или 57 + 37; 2) 35 + 25.

10.2. Задачи, решаемые делением чисел (закрепление)

(Задания 314–321)

Устно.

1) Учащиеся называют упорядоченный ряд чисел — значений произведений видов $2 \cdot a$ и $3 \cdot a$.

2) Задаются «тройки» примеров $3 \cdot 10$, $3 \cdot 9$, $3 \cdot 8$; $3 \cdot 5$, $3 \cdot 6$, $3 \cdot 7$ и т. п.

314 Дети определяют, что в первом ряду даны произведения, в которых первый множитель — число 3, а во втором — число 2. Ряды дописываются до заданных контрольных цифр 12 и 8.

315 В таблице следует определить сначала всю верхнюю строку, потом нижнюю.

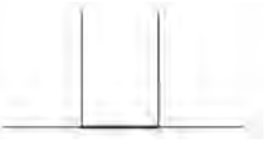
316 На рисунке видна только часть ломаной линии. Учитель уточняет, что все звенья линии имеют одинаковую длину. Нужно догадаться, сколько в этой ломаной звеньев. ***Что известно из рисунка и схемы?*** Во всей длине линии оказалось 18 основных мерок *E*. Но ведь можно было воспользоваться промежуточной меркой *K*. ***Сколько в ней основных?*** 3. Число 3 вписывается в левое «окошко» схемы, в другое — вписывается вопросительный знак. Ответ находится при работе с числовой прямой. Действие записывается формулой.

Желательно заранее заготовить на доске или на листе бумаги аналогичную ломаную линию так, чтобы после выполнения вычислений можно было ее открыть и убедиться в правильности произведенных действий.

317 Даны абстрактные схемы. Нам не сообщили, какие величины измеряли. Однако по записям можно рассказать, какие числа получались при измерении. Выясняется, сколько основных мерок в величине, как построена промежуточная мерка, что нужно узнать. Первое решение выполняется на числовой прямой. Второе решение записывается, однако длины числового ряда не хватает, чтобы найти ответ. Учитель показывает возможность получения числа с помощью калькулятора.

318 Если ранее дети составляли запись, то теперь нужно суметь такую запись «понять», выполнив соответствующие ей действия на числовой прямой.

321 Выяснение того, что не существует треугольника с двумя (и тремя) прямыми углами, происходит на основании попыток построения.



10.3. Дифференциация действий умножения и деления

(Задания 322–329)

Устно. Повторяются табличные случаи умножения чисел 2 и 3.

322 Учащиеся сначала высказывают предположения об отношении значений выражений, затем определяют эти значения.

323 Соотносятся схема и рисунок. Дети указывают на рисунке основную мерку, рассказывают, сколько основных мерок содержит промежуточная. *Что еще известно из записи, а что нужно узнавать, вычислять?* Известно, что промежуточных мерок во всем объеме оказалось 3. Нужно узнать, сколько в нем было основных мерок.

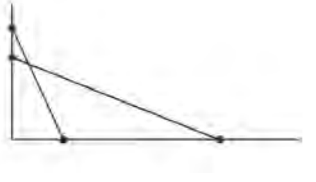
Действие записывается и выполняется на числовой прямой. Вторая часть задания выполняется подобным же образом. После окончания работы подчеркивается, что в одной задаче было неизвестно число основных мерок (иначе говоря, произведение). Его находят умножением. Во второй задаче неизвестно число промежуточных мерок (иначе говоря, второй множитель). Его находят делением произведения на первый множитель.

324 Результаты некоторых измерений представлены абстрактными схемами. Учащиеся называют, что именно известно, а что нужно узнать. Учитель стремится к тому, чтобы дети могли дать объяснения, используя термины и выражения «основная мерка», «промежуточная мерка», а также «нужно найти произведение» или «второй множитель».

Когда требуется узнать произведение, делается его запись и учитель побуждает вспомнить, каким должен получиться результат (ведь соответствующие таблицы уже изучались). В случае деления действия обязательно выполняются на числовой прямой: находится число-произведение, затем отмериваются «двойки» или «тройки». Полезно, чтобы одни дети это отмеривание выполняли начиная от нуля, а другие — начиная от произведения и двигались в сторону нуля.

325 Если в предыдущих заданиях дети должны были выбрать действие по схеме, то теперь действие задано, его нужно прочитать и выполнить на числовой прямой. Во всех случаях ученики сообщают, что именно нужно узнать: произведение или множитель.

329 Выясняется, что можно взять любые две точки на сторонах прямого угла и соединить их отрезком.



10.4. Связь умножения с делением

(Задания 330–337)

Устно.

1) Повторяются ряды чисел — известных произведений.

2) Учащиеся задают классу трудные табличные случаи умножения.

3) На доске запись $2 \cdot a =$ ___ . Учитель указывает на место произведения, называет некоторое число, учащиеся должны «разгадать» число a. При этом не требуется объяснять способ решения — просто нужно вспомнить, на какое число умножают 2 и получают число 6.

Следует давать случаи, в которых произведение не больше числа 15.

330 Требуется вспомнить и вписать второй множитель.

331 Рассматривается числовая прямая. ***Какое действие на ней выполнено — умножение или деление?*** Дети высказывают свои мнения, поясняя их движением по числовой прямой. Выясняется, что это могло быть как умножение, так и деление. Делаются две записи, в каждой из которых используются одни и те же числа. ***Почему это произошло?*** Потому что в обоих случаях речь идет об одних и тех же множителях и произведении.

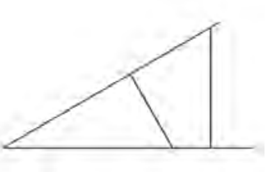
Во втором задании учащиеся должны сами построить формулу умножения и деления.

332 Выполняя задание, учащиеся уясняют для себя связь умножения с делением. Результат действия предлагается найти на одной из числовых прямых из предыдущего задания, и важно правильно выбрать для работы «удобную» числовую прямую, на которой уже произведено разделение на нужные промежуточные мерки.

333 В схему вписывается первый множитель (3). Выясняется, как стал бы работать первоклассник. (Он начал бы пересчитывать по одному крестику до 21.) ***Как воспользоваться промежуточной меркой?*** Ее значение вписывается в схему, записывается действие деления. Учитель предлагает определить ответ до обращения к числовой прямой, так как «мы уже помним результаты умножения числа 3». Полученный ответ проверяется на числовой прямой.

334 Заполняется таблица. Учащимся предлагается устно перевести каждый случай в форму равенства: по 2 взять 8 раз — получится 16, и т. д.

337 Выясняется, что надо строить прямой угол с помощью угольника на стороне данного острого угла (восстанавливать перпендикуляр).



10.5. Деление на 2

(Задания 338–344)

Устно.

1) Случаи умножения числа 3.

2) Задаются вопросы типа: сколько раз нужно повторить 2, чтобы получилось 10 (в качестве первого множителя берется именно число 2).

338 При заполнении числовой прямой полезно, чтобы, вписывая очередное число, учащиеся формулировали соответствующий случай умножения, например: по 2 взять 2 раза — получится 4. Каждый раз учитель задает соответствующий случай деления: 4 разделить на 2.

339 Таблица заполняется на основе действий на числовой прямой. Сообщается, что таблицу нужно запомнить.

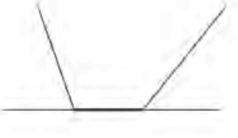
340 Чтобы найти результат деления, можно обратиться к числовой прямой, как это было сделано в предыдущем задании, но можно вспомнить подходящий случай умножения. Предлагается найти произведение и сразу же соединить его с подходящим случаем деления, вписав в него результат.

341 На рисунке одна ломаная линия частично спрятана. Известно, что звенья линий равны. ***В какой линии звеньев больше и на сколько?*** Выясняется, что число звеньев в первой линии можно просто пересчитать — их 5. Во втором случае приходится сначала уточнить схему: вписать первый множитель — число основных мерок в промежуточной мерке — и «окошко» на месте второго множителя.

Записывается первое действие решения. Ответ может быть найден с помощью числовой прямой. Выясняется и записывается второе действие, затем оба действия объединяются одним выражением.

342 Вводится новая словесная формулировка: «Проверь, верны ли равенства». При этом в одной записи используются два знака равенства. В данном случае они должны выступить именно как знаки «равно», а не как знаки «получится». Под каждым выражением записывается его значение. В первом случае эти значения окажутся равными, т. е. один знак равенства поставлен верно. Но чтобы и второй знак оказался верным, нужно исправить число 73 на 83.

Чтобы сделать второе равенство верным, придется исправить во втором выражении число 39 на 49 или 64 на 54. В третьем случае исправляется последнее число.



343 Построением проверяется, что не может быть треугольника с двумя и тремя тупыми углами.

10.6. Деление на 2 (закрепление)

(Задания 345–351)

Если на предыдущем уроке основным способом выполнения деления была работа на числовой прямой, то теперь должен рассматриваться способ подбора подходящего случая умножения.

Устно. Повторяются табличные случаи умножения чисел 2 и 3.

346 Дан случай деления. Предлагается сразу же вспомнить и записать подходящий случай умножения и лишь после этого записать результат деления.

347 Учащиеся должны правильно выбрать действие с числами, представленными абстрактной схемой. Правильность полученного ответа проверяется работой на числовой прямой и калькуляторе.

348 Дана задача, очень похожая на задачу из предыдущего урока. Конечно, здесь даны другие числа. Но оказывается, что на этот раз пересчитать звенья вручную не получится. Их число нужно определять, работая с другими числами. Задача требует выполнения трех арифметических действий. Дети заранее формулируют, что будет узнаваться в каждом из трех действий.

10.7. Деление на 3

(Задания 352–357)

Устно.

1) Задается пример умножения числа 2, а затем соответствующий ему пример деления на 2.

2) Случаи умножения числа 3.

355 Таблица деления на 3 составляется с опорой на построенную числовую прямую.

356 Теперь случаи деления на 3 рассматриваются в связи с соответствующими случаями умножения.

357 Рисунком и схемой представлена задача. Заполняя схему, учащиеся выделяют как неизвестное число столбиков в каждой группе звездочек. По произведению понятно, каких звездочек больше, но требуется узнать, на сколько именно столбиков. Решение задачи записывается тремя действиями, а затем одним выражением.

10.8. Умножение, когда множитель равен 1

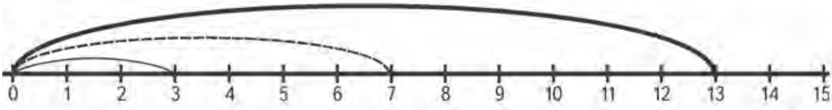
(Задания 358–365)

Устно. Задаются примеры парами — на умножение и деление.

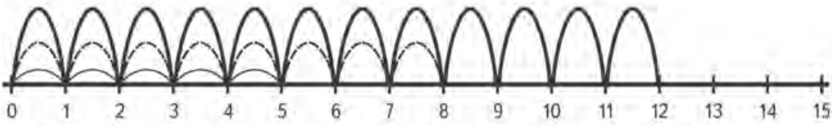
358 Учащиеся сами составляют пары примеров на умножение и деление.

359 Учащиеся определяют, для какой таблицы умножения и деления предназначена каждая числовая прямая. После записи чисел предлагается устно отвечать на вопросы в формулировке: «Сколько раз по 3 повторяется в числе 24?» Учащиеся должны правильно выбрать числовой ряд, показать охватывающим жестом нужный его участок и дать ответ.

361 При определении произведений работа выполняется на числовой прямой. Чтобы не было путаницы, лучше, если поиск каждого произведения будет выполнен карандашом другого цвета. В результате на числовой прямой в первой части задания должны получиться три дуги:



Вторая часть работы будет выглядеть иначе, например так:



362, 363 Предлагается выполнить задания, мысленно работая на числовой прямой. Решаются и составляются произведения с числом 1 в качестве одного из множителей.

10.9. Деление при участии числа 1

(Задания 366–370)

Устно. Табличные случаи задаются в формулировке вида: «Сколько раз число 3 повторяется в числе 24?»

366 Сохраняется та же формулировка задания, что и в устном счете, однако теперь фиксируется способ решения — действие деления.

368 Задания выполняются при рисовании на числовой прямой дуг карандашами разного цвета.

369 Составляются соответствующие примеры, и делается вывод.

10.10. Повторение пройденного

(Задания 371–394)

371–378 Задания содержат материал для закрепления пройденного.

379 На рисунке изображены три прямоугольных треугольника *ABM, CBM* и *BMD,* два тупоугольных — *AMD* и *MCD*, один остроугольный — *AMC*.

381–394 С помощью этих заданий подводятся итоги учебного года.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Методические рекомендации по использованию ресурсов электронного приложения

Масштабная компьютеризация образовательного процесса привела в настоящее время к тому, что школы более-менее оснащены современным оборудованием. Это оборудование (персональные компьютеры, компьютерные классы, медиапроекторы и пр.) используется по преимуществу для работы учеников в курсе информатики. Учителя-предметники средней и старшей школы, учителя начальной школы зачастую еще далеки от применения компьютерных технологий и образовательном процессе. Одна из важнейших задач последних лет состоит в приобщении учителя начальной школы к новому мощному образовательному ресурсу. Прежде всего учитель должен понять и оценить возможные функции цифровых образовательных ресурсов в организации учебного и воспитательного процессов.

Для поддержки курса математики 1—4 классов разработаны различные компьютерные учебные задания: тренажеры, конструкторы, анимация.

Развертывание предметной линии измерения сопровождается внедрением в практики разнообразных знаковых (символьных, словесных) форм фиксации общих способов действий, открытых детьми. Поэтому резко возрастает необходимость организации разнообразных коммуникативных пространств. Использование цифровых образовательных ресурсов создаст для этого оптимальные условия, так как такая коммуникация возможна лишь при применении современных информационных технологий.

Компьютер помогает отслеживать динамику учения каждого ребенка, позволяет развести для него предметное действие со знаковым. Например, изменение ребенком чертежа или формулы позволяет отобразить соответствующее этому изменению предметное преобразование.

Компьютерной поддержкой обеспечиваются привычные для организации учебной деятельности и вводятся новые формы учебной работы, практически неосуществимые в развернутом и полноценном виде без этой поддержки (например, общеклассные проекты, общеклассные учебники и справочники, мини-конференции и пр.).

Иной характер приобретают промежуточные продукты детской работы, они становятся реальными «черновиками», позволяющими легко перерабатывать и редактировать их в соответствии с замечаниями учителя и одноклассников (отсюда у ребенка снижается страх ошибки).

Использование компьютерных заданий позволяет иначе подойти к проблеме индивидуализации сложных действий, включающих вереницу операций, требующих систематического контроля.

Компьютерные ресурсы дают возможность организовать продуктивное взаимодействие всех субъектов образования. Родители могут быть включены в совместную практическую работу с детьми, особенно в точках ее углубления, причем в соответствии с их собственными предметными интересами, а не принудительно.

Вместе с тем использование компьютерных технологий не должно вытеснять реальное исследовательское действие, живую дискуссию, предметные практические действия ребенка с различными материалами там, где они могут быть воссозданы и обеспечены.

Однако компьютер может выполнять совершенно иные функции, поддерживая собственную учебную деятельность ребенка. Компьютерное обучение должно быть обязательно встроено в обучение реальное (подчинено ему), в частности, предметно-практические действия должны оставаться предметно-практическими. Для решения задачи поддержки учебной деятельности ребенка разработаны цифровые ресурсы в достаточно «мелкой нарезке», которые учитель может встроить в учебный процесс в самых разных функциях и на разных его этапах.

Цифровые образовательные ресурсы. Их характеристика и способы использования

Рассмотрим, как можно использовать цифровые ресурсы на уроках. Откройте электронное приложение. В левой части рабочего стола размещено оглавление учебника. Нажимая мышью на раздел или главу, вы открываете коллекцию ресурсов, рекомендованных для использования на данных уроках. Их список открывается непосредственно после названия главы, а также на основной части рабочего стола.

Перед тем как работать с ресурсами, познакомьтесь с меню. Оно поможет вам выбрать индивидуальные настройки (меню «Сервис»), прочитать руководство по использованию ресурсов разного типа (меню «Справка»).

Интерактивные задания отличаются тем, что решение ребенком задачи (текст ее дан вверху экрана) с помощью предложенных средств (перемещение объектов с помощью мыши, проведение стрелок от объекта к объекту с помощью мыши, выделение одного из объектов нажатием левой кнопки мыши и т. д.) дает ему ответную реакцию — положительную или отрицательную. В некоторых случаях эта реакция простая, например: «Верно, молодец» или: «Увы, неверно». В некоторых случаях (там, где это возможно и обоснованно) эта реакция более содержательная. В любом случае, если реакция отрицательная, есть возможность исправить решение, поискать другое.

В тех случаях, когда объект небольшого размера, а нужно наблюдать его свойства, простое наведение мыши на объект позволяет увидеть его большим.

Как использовать эти ресурсы на уроках?

	Преимущества	**Недостатки**
Общеклассное обсуждение и выполнение	Простота реализации, быстрота обсуждения	Все дети хотят поработать на компьютере, а не только те, кого вызвали к доске
Парная работа за персональным компьютером	Взаимный контроль и осознание задачи, пути ее решения	Не всегда ученики хорошо срабатываются в паре (возможны споры из-за того, кто нажимает кнопку и пр.)
Индивидуальная работа за персональным компьютером	Хорошая тренировка в соотнесении символов с объектами, выполнения нужной последовательности операций, тренировка в работе с мышью, клавиатурой	Ситуация меньше осознается учеником, возможен интуитивный поиск, подбор ответов. Учителю труднее оказывать помощь тем, кто не работал на персональном компьютере, или тем, кто не понял задачу

Таким образом, рекомендуемый вариант использования ресурсов состоит в демонстрации одного такого задания на широком экране всему классу, решении задачи в общеклассном обсуждении, а затем возможном переходе к парной или индивидуальной работе за персональными компьютерами.

Некоторые задания можно выполнять с начала до конца всем классом на большом экране. При этом каждый ребенок класса успевает в течение урока хотя бы однажды подойти к компьютеру и выполнить действие, принятое классом в общем обсуждении.

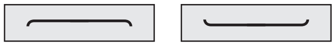
Для ***второго класса*** разработаны разнообразные цифровые ресурсы почти для каждого раздела учебника. Для примера рассмотрим некоторые из них.

Конструктор чертежей предназначен для построения чертежей — моделей другого вида, позволяющих представлять математическую структуру текстовых задач (набор однородных величин и связывающих эти величины отношений). Этот ресурс позволит облегчить и расширить возможности преобразования чертежей путем внесения в него локальных изменений, связанных с получением дополнительной информации, которую надо отобразить на чертеже. При рисовании чертежа на бумаге такая информация может привести к тому, что чертеж придется полностью рисовать заново.

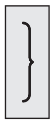
Исходными элементами конструктора («кирпичиками») для построения чертежа являются:

1) Горизонтальный сплошной отрезок, который может менять горизонтальные размеры. Он предназначен для того, чтобы изображать величины.

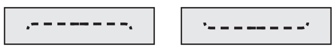
2) Горизонтальные сплошные дуги, которые могут менять горизонтальные и вертикальные размеры. Они предназначены для выделения величины (целого или разности).



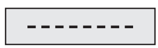
3) Вертикальная фигурная скобка, которая может менять вертикальные размеры. Она предназначена для выделения целого.



4) Горизонтальные пунктирные дуги, которые могут менять горизонтальные и вертикальные размеры. Они предназначены для выделения повторяющихся равных частей.



5) Горизонтальный пунктирный отрезок постоянного размера. Это символ повторения («и т. д.»).



Они расположены на левом поле экрана, откуда их можно перетаскивать на рабочее клетчатое поле (справа). Дуги и фигурная скобка крепятся произвольно к узлам сетки. Отрезки крепятся так же, но если на линии уже есть отрезок, то следующий на этой линии будет «прилипать» к нему справа. Изменение размеров происходит с шагом в 1 клетку. В уже построенном чертеже можно выделять элементы. Если нажать кнопку «Текст», то около выделенного элемента появится «окошко», в которое можно вставить число или букву. Во втором классе не используются элементы 4 и 5, их смысл выясняется в 3 классе.

Интерактивная лаборатория

В данном модуле данный тип цифровых ресурсов представлен несколькими сериями заданий. Первая серия — **«Измерь линейкой»**.

Выполнение этих заданий — это тренировка в измерении длин ломаных линий, расширение понятия длины (по сравнению с длиной отрезка, полоски).

2. Навигатор по заданиям учебника, реализующим требования ФГОС

Информация для учителя

Все задания, содержащиеся в учебнике, обеспечивают достижение учащимися образовательных результатов, предусмотренных ФГОС НОО. Конкретизировать использование заданий помогут приведенные далее сводные таблицы.

При работе с навигатором надо иметь в виду, что достижение образовательных результатов не ограничивается выполнением отдельных заданий учебника. Такие результаты можно получить только на основе системной работы со всеми учебными и методическими пособиями данного УМК в комплексе.

1. Задания на достижение личностных результатов

Перечень основных результатов	Задания
Познавательный интерес к математической науке, установка на поиск способов решения проблем. Развитие критического мышления, умение формировать и отстаивать собственное мнение по поводу того или иного предмета, сопоставлять его с другими мнениями, уважать их	Задания, описываемые в методическом пособии: с. 8–9. Тема 2. Поиск разности. 2.1. Постановка задачи; с. 19–20. Тема 4. Измерение несколькими мерками. 4.1.Измерение двумя мерками. Вводная задача; с. 21–22. 4.4.Сложение результатов измерения несколькими мерками; с. 28–29. Тема 5. Позиционные системы счисления. 5.1.Вводная задача; с. 30–31. 5.3. Три мерки. Обозначение замкнутой ломаной линии (текст до комментария к №194 из ч.1); с. 86–88. Тема 9. Измерение и отмеривание величин с помощью промежуточной мерки. Умножение чисел. 9.1. Постановка задачи использования промежуточной мерки; с. 88–89. 9.2. Повторная постановка задачи использования промежуточной мерки и воспроизведение ее решения на чертеже; с. 91–92. 9.5. Умножение чисел. Комментарий к №252 из ч. 2; с. 100–101. Тема 10. Деление. 10.1. Вводная задача. Комментарий к №308 из ч. 2. Задания из учебника: ч.1. №№71, 91, 178, 246, 247, 256; ч.2. №№88, 155, 321

2. Задания на достижение метапредметных результатов (в том числе на формирование универсальных учебных действий)

Перечень основных результатов	Задания
Способность контролировать и оценивать учебные действия в соответствии с поставленной задачей	Ч.1. №№ 8, 13, 19, 25, 36, 43, 47, 93, 154, 156, 162, 186, 225, 235, 251, 252, 281, 292, 305, 330, 345, 353, 403; ч.2. №№7, 48, 60, 110, 236, 249, 321, 380
Способность анализировать информацию (текст, рисунок и т.п.) с точки зрения математических характеристик, выделять существенное и фиксировать его в знаковых моделях	Ч.1. №№ 34, 114, 133, 144, 145, 171, 172, 173, 178, 186, 345; ч.2. №№ 41, 45, 239, 245, 250, 252, 257, 258, 259, 263, 264, 269, 281, 297, 304, 305, 308, 309, 310, 316, 317, 322, 324, 333, 341, 348, 357, 361, 371, 372, 376
Способность использовать знаково-символические средства для создания моделей изучаемых объектов и решения учебных задач	Ч.1. №№ 12, 18, 24, 30, 41, 50, 52, 53, 58, 70, 75, 81, 86, 94, 103, 104, 148, 155, 164, 189, 236, 366, 374, 384, 399, 406; ч.2. №№ 7, 16, 17, 38, 43, 44, 55, 63, 64, 70, 76, 87, 99, 105, 110, 112, 115, 123, 147, 160, 167, 173, 177, 211, 215, 224, 230

3. Задания на достижение предметных результатов

Перечень основных результатов	Задания
Умение строить чертеж к задачам на разностное сравнение и отношение «целого и частей» и	Ч.1. №№12, 18, 24, 30, 31, 34, 35, 41, 42, 50, 52, 53, 58, 70, 75, 86, 94, 103, 104, 148, 149, 155, 180, 189, 212, 236, 308, 319–321, 331,

решать такие задачи. Умение решать уравнения вида $a + x = b$, $x + a = b$, $a - x = b$, $x - a = b$	338, 339, 345, 352, 358, 359, 366, 367, 374, 376, 384, 395, 399, 400, 406, 407; ч.2. №№7, 16, 17, 30, 35, 38, 41, 43, 44, 45, 55, 63, 64, 70, 76, 87, 99, 105, 110, 112, 115, 123, 127, 147, 160, 167, 172, 173, 177, 198, 205, 210, 211, 214, 215, 224, 229, 230, 266, 312, 353, 384, 385, 391, 393, 394
Умение представлять результаты измерения набором мерок в табличной форме и в виде составного именованного числа. Умение сравнивать, складывать и вычитать составные именованные числа (без перевода единиц)	Ч.1. №№110–114, 119–122, 127, 129, 130, 133–135, 140–143, 156, 171–173, 184, 198, 217, 222, 270, 340, 401, 408
Умение представлять результаты измерения системой единиц в табличной форме и в виде многозначного числа (в разных счислениях). Умение сравнивать многозначные числа в одной системе счисления. Умение читать многозначные числа в десятичной системе счисления в пределах 1000	Ч.1. №№178, 179, 186–188, 194, 195, 200, 201, 203, 210, 211, 218, 219, 226, 227, 229, 230, 233–235, 240, 242, 243, 248–250, 256, 261, 265–267, 279–283, 291, 293, 301, 307, 310, 311, 316–318, 323–330, 332–337, 341–344, 345–351, 354–357, 359–365, 369–373, 378–383, 390–393, 397, 398, 402–405; ч.2. №№1–6, 11–13, 213, 220, 381, 382
Умение представлять многозначные числа на числовой прямой	Ч.1. №№271–274, 292, 298–300, 306

Умение складывать и вычитать многозначные числа в десятичной системе счисления	Ч.2. №№ 8, 9, 14, 15, 19, 20, 25, 32–34, 39, 40, 46–54, 56, 57, 59–62, 65–67, 71–75, 77–81, 84–86, 90–92, 96–98, 101–104, 108, 114, 117, 120–122, 124, 128, 129, 135, 140, 148, 154, 159, 166, 176, 180, 188–190, 192, 204, 223, 243, 253, 274, 299, 311, 320, 327, 336, 350, 365, 378, 383, 389
Умение выполнять устные вычисления на сложение и вычитание чисел в пределах 100	Ч.1. №№ 2, 5, 8–10, 14, 15, 19–22, 25–28, 32, 33, 37–39, 43–45, 48, 51, 54–57, 59, 60–62, 66–69, 73, 74, 77–80, 87–90, 93, 97–101, 105–108, 115–118, 123–126, 128, 131, 132, 135–139, 144–147, 150–153, 157–159, 162, 166–169, 174–176, 181–183, 185, 190–193, 196, 197, 199, 202, 204–208, 213–216, 220, 221, 223, 224, 228, 237–239, 241, 244, 245, 251–254, 257–259, 262, 263, 268, 275–277, 284–289, 294, 296, 297, 302, 303, 305, 309, 312–315, 320, 346, 353, 368, 375, 389; ч.2. №№ 10, 21, 24, 31, 36, 68, 69, 83, 89, 94, 95, 100, 107, 109, 113, 116, 119, 126, 131–134, 137–139, 142–146, 149–152, 156–158, 162–165, 169–171, 178, 179, 182–184, 195–197, 199, 201–203, 207–209, 216–219, 221, 222, 226–228, 233, 234, 236, 237, 240–242, 246, 248, 249, 255, 256, 260–262, 265–266, 273, 282, 283, 289, 290, 298, 306, 319, 326, 335, 342, 349, 352, 364, 370, 397

Умение представлять результаты измерения с помощью промежуточной мерки на стрелочной схеме. Умение представлять действия умножения и деления на числовой прямой	Ч.2. №№ 235, 238, 239, 245, 247, 250, 252, 254, 257–259, 263, 264, 269–272, 277–281, 284–288, 294–297, 301–305, 308–310, 313–318, 322–325, 330–334, 338–341, 345–348, 354–363, 366–369, 371–377, 388, 390–392
Умение строить и обозначать линии (прямые отрезки, лучи, ломаные линии) и плоские фигуры (многоугольники и углы). Умение сравнивать и измерять длины отрезков и ломаных линий, находить периметр многоугольника. Умение сравнивать углы, различать острые, прямые и тупые углы	Ч.1. №№ 11, 29, 63–65, 71, 76, 82, 83, 91, 96, 109, 154, 160, 161, 170, 177, 200, 209, 225, 231, 232, 246, 247, 255, 260, 264, 269, 278, 290, 295, 304; ч.2. №№ 22, 26, 37, 42, 58, 82, 88, 93, 106, 111, 118, 125, 136, 141, 155, 161, 168, 174, 175, 181, 186, 187, 193, 194, 200, 206, 225, 232, 244, 251, 268, 275, 276, 292, 293, 300, 321, 328, 329, 337, 343, 344, 351, 379, 380

МАТЕМАТИКА

(В.В. Давыдов, С.Ф. Горбов, Г.Г. Микулина, О.В. Савельева)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Общая характеристика учебного предмета

Основными целями изучения курса «Математика» являются формирование основ научного мышления ребенка в области математики, представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения.

В процессе изучения курса «Математика» развиваются такие общеучебные умения ребенка, как способность анализировать, выделять существенное и фиксировать его в знаковых моделях. Важнейшей линией курса является развитие оценочной самостоятельности учащихся, благодаря которой закладываются умения различать известное и неизвестное, критериально и содержательно оценивать процесс и результат собственной учебной работы, целенаправленно совершенствовать предметные умения.

Личностными результатами изучения курса «Математика» являются:

- познавательный интерес, установка на поиск способов решения математических задач;
- готовность ученика целенаправленно использовать знания в учении и повседневной жизни для исследования математической сущности предмета (явления события, факта);
- способность характеризовать собственные знания, устанавливать, какие из предложенных задач могут быть решены;
- критичность мышления.

Метапредметным результатом изучения курса «Математика» является:

- способность регулировать свою познавательную и учебную деятельность;
- осуществлять информационный поиск, использовать знаково-символические средства представления информации для создания моделей изучаемых объектов и процессов, работать с моделями изучаемых объектов и явлений окружающего мира.

Предметными результатами изучения курса «Математика» являются:

- использование начальных математических знаний для описания и объяснения окружающих предметов, процессов, явлений, а также оценки их количественных и пространственных отношений;
- овладение основами логического и алгоритмического мышления, пространственного воображения и математической речи, измерения, пересчета, прикидки и оценки, наглядного представления данных и процессов, записи и выполнения алгоритмов;
- приобретение начального опыта применения математических знаний для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач;
- способность выполнять устно и письменно арифметические действия с числами и числовыми выражениями, решать текстовые задачи, умение

действовать в соответствии с алгоритмом и строить простейшие алгоритмы, исследовать, распознавать и изображать геометрические фигуры, работать с таблицами, схемами, графиками и диаграммами, представлять, анализировать и интерпретировать данные.

Основное содержание курса «Математика» определено стандартом начального общего образования второго поколения и условно может быть разделено на три больших раздела: «Числа и величины», «Отношения между величинами», «Элементы геометрии». К первому относится материал, связанный с формированием собственно понятия числа (представление чисел, арифметические действия с числами). Второй посвящен использованию чисел для описания математической структуры отношений между величинами и решения «прикладных» задач (в частности, анализ и решение текстовых задач). Третий охватывает геометрический материал, связанный с определением пространственных форм и взаимным расположением объектов.

Стержневым для всей школьной математики является понятие действительного числа. Поэтому основное содержание предмета «Математика» в начальной школе, связанное с понятием натурального числа, строится так, что натуральные числа, как и все другие виды чисел, вводимые позже, рассматриваются с единых оснований, позволяющих построить всю систему действительных чисел.

Таким основанием для введения всех видов действительных чисел является понятие величины. Тогда произвольное действительное число рассматривается как особое отношение одной величины к другой (единице, мерке), которое выявляется в процессе измерения. Различие же видов действительного числа проистекает из различия условий реализации данного отношения.

Особое место в изучении понятия величины занимает дочисловой период (он занимает приблизительно первую четверть первого класса). Действуя с разными предметами, дети выделяют параметры вещей, являющиеся величинами, т. е. свойства, для которых можно установить отношения *равно, неравно, больше, меньше*. При этом выделение каждой конкретной величины связано в первую очередь с овладением детьми определенным способом сравнения вещей и лишь во вторую со словом-термином. Так, представления о длине дети получают, прикладывая предметы определенным образом друг к другу; о площади — через наложение плоских предметов друг на друга сначала непосредственное, а затем с разделением на части и перегруппировкой частей; об объеме как о «емкости» вещей — переливая воду из одного сосуда в другой.

Полученные в результате сравнения предметов отношения моделируются сначала с помощью других предметов и графически (чертежами из отрезков), а затем — буквенными формулами ($A < B$, $A = B$, $A > B$).

Число появляется как средство сравнения величин в ситуации пространственной или временной разделенности сравниваемых величин. Одна величина в этом случае воспроизводится с помощью другой (единицы или мерки), которая повторяется в ней некоторое число раз. Действия измерения моделируются с помощью различных знаковых средств (чертежей, стрелочных схем, буквенных формул). Кроме того, процесс измерения как потенциально бесконечное повторение одной и той же величины (мерки) моделируется с помощью числовой прямой. В дальнейшем числовая прямая выступает как основная рабочая модель для прояснения смысла вводимых (новых) видов чисел и действий с ними. Например, решая задачу уравнивания величин, дети открывают предметные действия «увеличение на» и «уменьшение на», которые моделируются на числовой прямой как арифметические действия сложения и вычитания. Причем действия сложения и вычитания сразу появляются в контексте одного отношения (разностного) как взаимообратные.

Дальнейшее развитие числовой линии происходит по одной схеме. Каждая новая форма представления чисел или новый вид чисел (именованные числа, многозначные числа, обыкновенные дроби, позиционные дроби, отрицательные числа) возникает в связи с новым способом измерения величины, который дети открывают, решая задачу воспроизведения величины при различных дополнительных ограничениях. Открытые детьми способы фиксируются в моделях, с помощью которых изучаются свойства «новых чисел», строятся правила оперирования ими. Таким образом, смысл числа и действий с ним один и тот же и определен до конкретных его реализаций. Наоборот, на его основании получаются все формальные правила и алгоритмы.

Такой подход согласуется и с принятым анализом задач. Дети ищут в тексте не действия, которыми надо решить задачу, а отношения, связывающие данные с искомым. Лишь затем они определяют, что нужно найти, и в зависимости от того, какой член отношения неизвестен, производят действие. Таким образом, анализ задачи направлен на выявление структуры отношений и ее представление (моделирование) с помощью специальных знаково-символических средств. Модель, с одной стороны, позволяет представлять результаты анализа во внешнем плане, с другой — направляет поиск и выделение отношений.

Геометрический материал курса в значительной степени связывается с изучением величин и действий с ними. Однако он имеет и собственно геометрическое содержание, связанное с построением идеальных геометрических образов и развитием пространственных представлений. Одной из особенностей разворачивания геометрического материала является конструктивный подход к геометрическим понятиям. Такой подход естественным образом приводит к большому числу задач на построение, «разрезание» и «перекраивание» геометрических фигур.

ПРОГРАММА (540 ч)

Числа и величины

Содержание. Признаки предметов. Отношения *равно, неравно*. Величины как признаки, допускающие упорядочивание. Отношение *больше-меньше*.

Числа и измерение величин. Числовая прямая. Числовое значение величины. Сравнение чисел. Стандартные единицы измерения величин.

Действия увеличения и уменьшения величины. Сложение и вычитание чисел. Укрупнение единицы измерения, умножение и деление чисел. Деление с остатком. Взаимосвязь арифметических действий. Свойства арифметических действий.

Составные именованные числа. Действия с именованными числами.

Позиционный принцип записи чисел. Чтение и запись многозначных чисел. Сравнение многозначных чисел. Алгоритмы арифметических действий. Способы проверки правильности вычислений. Прикидка и оценка суммы, разности, произведения, частного.

Буквенные обозначения чисел и величин. Математическое выражение. Нахождение значения выражения. Порядок выполнения действий.

Основные способы действий. Описание и сравнение предметов по признакам. Упорядочивание предметов по разным величинам. Непосредственное измерение величин. Моделирование действий сравнения и измерения величин на числовой прямой. Моделирование арифметических действий на числовой прямой. Выполнение действий с многозначными числами. Контроль полноты и правильности алгоритма. Прикидка. Прогнозирование (оценка) результата арифметического действия. Сравнение разных способов вычислений, выбор удобных. Составление программы вычислений (в виде последовательности действий или выражения) для различных ситуаций, требующих нахождения неизвестной величины. Определение порядка действий в выражении.

Отношения между величинами

Содержание. Однородные и неоднородные величины. Отношения между однородными величинами: равенство-неравенство (больше-меньше), разностное (больше-меньше на...), кратности (больше-меньше в... раз), целого и частей. Целое, состоящее из равных частей. Деление на равные части. Доли. Величины как характеристики различных объектов. Описание величин. Известные и неизвестные величины. Анализ текстов. Текстовая задача, ее строение: величины и отношения между ними, искомая величина. Представление отношений между величинами стрелочными схемами и чертежами. Столбчатые диаграммы.

Время: длительность и моменты.

Процессы и переменные величины. События, на которые разбиваются процессы, характеристики событий. Некоторые стандартные процессы: движение (путь (расстояние) и время), работа (объем работы и время), купля-продажа (стоимость и количество товара), составление целого из частей (целое и количество частей). Таблицы. Равномерные и неравномерные процессы. Прямая пропорциональная зависимость величин. Производная величина, связывающая воедино переменные величины, как постоянная характеристика равномерного процесса. Скорость равномерного движения. Производительность труда. Цена. Формула прямой пропорциональной зависимости $Y = K \cdot X$. Согласование единиц. Анализ текстов: выделение описаний процессов, событий и их характеристик. Представление прямой пропорциональной зависимости: таблицы и прямоугольники. Решение текстовых задач в несколько действий с однородными и неоднородными величинами.

Основные способы действий. Выделение описаний величин и отношений между ними в текстах задач. Моделирование отношений между однородными величинами с помощью чертежей (из отрезков и прямоугольников) и стрелочных схем и таблиц.

Составление программы решения задачи в виде последовательности арифметических действий или математического выражения. Реализация программы решения. Составление задач по чертежам, схемам, таблицам. Описание процессов с помощью таблиц. Представление данных в виде столбчатых диаграмм.

Элементы геометрии

Содержание. Взаимное расположение предметов в пространстве: выше-ниже, слева-справа, между и пр.

Форма предметов. Геометрические фигуры. Точки и линии. Прямая, отрезок. Ломаная линия. Замкнутые и незамкнутые линии. Плоские фигуры. Границы фигур. Многоугольники. Круг и окружность. *Пересечение плоских фигур*. Геометрические тела и поверхности. Шар, куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, цилиндр, конус. *Развертки геометрических тел.*

Угол. Сравнение углов. Виды углов (прямой, острый, тупой). Угол многоугольника. Прямоугольник, квадрат. Виды треугольников (прямоугольный, остроугольный, тупоугольный). *Развернутый угол. Смежные и вертикальные углы.*

Геометрические величины: длина, площадь, объем. Единицы длины. Длина ломаной линии. Периметр многоугольника. Периметр прямоугольника (квадрата). Расстояние между точками на плоскости. Центр, радиус и диаметр окружности. Площади плоских фигур. Единицы площади. Площадь прямоугольника Измерение углов. Транспортир.

Основные способы действий. Описание и моделирование ситуаций различного расположения предметов относительно друг друга.

Распознавание формы фигур. Сравнение геометрических фигур по форме. Определение формы предметов окружающего мира. Изготовление (конструирование) модели геометрических фигур, преобразование моделей.

Выявление геометрических величин в житейских ситуациях, предметах окружающего мира.

Измерение геометрических величин разными способами. Прямое измерение длин линий и площадей фигур (непосредственное «укладывание» единицы, «укладывание» единицы с предварительной перегруппировкой частей объекта). Вычисление по формулам. Измерение величин с помощью инструментов (линейки, транспортира).

Примерное тематическое планирование к курсу «Математика»

1 КЛАСС (4 ч $\times$ 33 нед. = 132 ч)

Признаки предметов (4 ч)

Задача поиска предметов. Признаки предмета: цвет, форма, размер. Описание предметов по признакам. Равенство (одинаковость) и неравенство (различие) предметов по признакам.

Пространственные представления (6 ч)

Взаимное расположение предметов в пространстве: сверху, снизу, слева, справа, между. Точки и линии. Прямая, отрезок. Ломаная линия. Замкнутые и незамкнутые линии. Границы плоских фигур.

Величины (8 ч)

Уточнение представлений о размере: длина, площадь. Уточнение неравенства: отношение «больше-меньше». Величина. Объем (емкость). Масса. Сравнение групп предметов. Графическое моделирование (изображение с помощью отрезков) отношений равенства и неравенства.

Упорядочивание величин (12 ч)

Упорядочивание величин. Возрастающие и убывающие ряды величин. Преобразование предметов: увеличение, уменьшение, сохранение величин. Графическое моделирование рядов величин (чертеж). Буквенные обозначения величин. Знаки «=» (равно), «≠» (неравно), «>» (больше) и «<» (меньше). Знаковое моделирование отношений равенства и неравенства (формулы вида:

Числа и измерение величин (10 ч)

Непосредственное и опосредованное сравнение величин. Задача воспроизведения величины (построение величины, равной заданной). Измерение и построение величины с помощью мерки и числа (операторный аспект числа). Знаковое и графическое моделирование действий построения и измерения величин. Представление чисел метками. Измерение величин с помощью слов считалки (порядковый аспект числа). Свойства натурального ряда чисел. Числительные. Цифры.

Числовая прямая (7 ч)

Построение числовой прямой (выбор начала, направления и шага). Представление чисел в виде точек и отрезков на числовой прямой. Предыдущее и последующее числа.

Сравнение чисел (10 ч)

Моделирование отношения неравенства величин (больше-меньше) на числовой прямой. Сравнение чисел. Число как результат измерения величины — числовое значение величины (количественный аспект числа). Зависимость числового значения величины от выбора мерки. Именованные числа. Стандартные единицы измерения и счета.

Разностное сравнение величин. Сложение и вычитание чисел (24 ч)

Задача уравнивания величин. Разность как характеристика различия уравниваемых величин. Уточнение неравенства величин: разностное отношение (больше-меньше на...). Графическое моделирование разностного отношения величин. Сложение и вычитание величин как увеличение или уменьшение одной величины на некоторую другую.

Моделирование разностного отношения величин на числовой прямой. Нахождение значения разности между величинами по их значениям с помощью числовой прямой. Разностное отношение между числами. Сложение и вычитание чисел. Знаки «+» (плюс) и «–» (минус). Присчет и отсчет. Случаи сложения и вычитания (в пределах двадцати). Число 0.

Обозначение чисел буквами. Выражения.

Простейшие текстовые задачи на разностное отношение величин (нахождение большей или меньшей величины).

Отношение «частей и целого» (24 ч)

Предметные действия составления величины из частей и разбиения величины на части. Отношение «частей и целого». Графическое моделирование отношения «частей и целого». Действия сложения и вычитания величин как действия нахождения целого по заданным частям и соответственно части по заданным целому и другой части.

Моделирование отношения «частей и целого» на числовой прямой. Состав чисел 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Сложение и вычитание чисел в пределах десяти. Простейшие текстовые задачи на отношение «частей и целого». Числа от 11 до 20.

Резерв 23 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (1 класс):

— способность различать разные параметры в одном предмете и производить по ним сравнение предметов (в частности, различать площадь и форму фигуры, сравнивать площади плоских фигур с помощью разрезания на части и перегруппировки этих частей);

— способность моделировать разностное отношение и отношение «частей и целого» с помощью чертежа и формул;

— способность отмерить величину с помощью данных мерки и числа, измерить величину заданной меркой и описать эти действия с помощью схемы и формул;

— способность строить числовую прямую, выбирая подходящие направление, начало и шаг;

— выполнение с помощью числовой прямой сравнения чисел, нахождение суммы и разности чисел по числовой прямой;

— выполнение сложения и вычитания чисел в пределах 10 (на уровне навыка);

— способность решать задачи на сложение и вычитание в одно действие;

— различение линий и плоских фигур, замкнутых и незамкнутых линий.

2 КЛАСС (4 ч $\times$ 34 нед. = 136 ч)

Отношение «частей и целого» (продолжение) (14 ч)

Разность и меньшая величина как части большей величины. Вычитание как действие нахождения разности чисел. Задачи на нахождение разности величин. Способ прибавления и отнимания числа по частям. Таблица сложения.

Текстовые задачи на отношение «частей и целого» и разностное сравнение величин. Задачи в два-три действия. Анализ условия задачи и моделирование выявленных в этом анализе отношений. Составление по моделям текстовых задач и математических выражений.

Уравнения. Решение уравнений следующих видов: $a + x = b$, $x + a = b$, $a - x = b$, $x - a = b$.

Составные именованные числа (9 ч)

Измерение величин по частям при помощи нескольких мерок. Составные именованные числа (значения величины относительно системы мерок).

Табличная форма записи именованных чисел. Сложение и вычитание именованных чисел.

Сравнение именованных чисел. Стандартный и нестандартный способы измерения величины с помощью системы мерок. Остаток.

Позиционные системы счисления (20 ч)

Задача воспроизведения величины в ситуации, когда счет можно вести только до определенного числа. Образование открытой системы дополнительных мерок. Системы счисления. Основание системы счисления как граница счета. Табличная форма записи многозначного числа (разрядная таблица). Измерение величин в разных системах счисления. Позиционная форма записи многозначного числа. Число и цифра. Цифра 0. Представление многозначного числа в виде суммы разрядных слагаемых. Изображение многозначных чисел на числовой прямой. Сравнение многозначных чисел в одной и разных системах счисления.

Десятичная система счисления (система с основанием 10) как частный случай позиционной системы счисления. Чтение многозначных чисел в десятичной системе счисления (в пределах 1000).

Сложение и вычитание многозначных чисел в десятичной системе счисления (35 ч)

Принцип поразрядного сложения и вычитания чисел. Табличная и позиционная («в столбик») формы записи сложения и вычитания чисел. Сложение и вычитание круглых десятков, сотен, тысяч. Сложение и вычитание чисел без перехода через разряд. Сложение и вычитание чисел с переходом через разряд. Определение количества цифр (разрядов) в сумме и разности. Приемы устного сложения и вычитания с переходом через разряд в пределах 100.

Умножение и деление чисел (20 ч)

Измерение величин с помощью промежуточной мерки. Моделирование действий отмеривания и измерения величины с помощью промежуточной мерки на числовой прямой. Умножение и деление чисел. Таблица умножения на 2 и 3. Умножение чисел на 1. Деление числа на 1 и на себя.

Элементы геометрии (14 ч)

Буквенные обозначения геометрических фигур (точек, отрезков, ломаных линий). Длина ломаной линии.

Многоугольники. Периметр многоугольника.

Угол. Сравнение углов. Виды углов (прямой, острый, тупой). Угол многоугольника. Прямоугольник, квадрат. Виды треугольников (прямоугольный, остроугольный, тупоугольный).

Резерв 20 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (2 класс):

— способность сравнивать многозначные числа в одной системе счисления, представлять их в виде суммы разрядных слагаемых;

— чтение (<1000) и запись многозначных чисел в десятичной системе счисления; запись многозначных чисел в системах счисления с основанием меньше 10;

— воспроизведение по памяти результатов табличных случаев сложения и вычитания;

— выполнение устных вычислений на сложение и вычитание чисел в пределах 100;

— выполнение алгоритмов сложения и вычитания многозначных чисел;

— способность решать задачи на отношение «частей и целого» и разностное сравнение величин (в одно-два действия);

— сложение и вычитание именованных чисел (без перевода единиц);

— способность решать уравнения вида: $a + x = b$, $x + a = b$, $a - x = b$, $x - a = b$;

— способность по схеме отмерить величину, используя промежуточную мерку, измерить данную величину с помощью промежуточной мерки и представить результат измерения в виде схемы;

— выполнение умножения и деления чисел с помощью числовой прямой;

— способность вычислять длину ломаной линии, периметр многоугольника;

— различение видов углов и треугольников.

3 КЛАСС (4 ч $\times$ 34 нед. = 136 ч)

Умножение и деление чисел (25 ч)

Переместительное свойство умножения. Умножение суммы и разности на число. Умножение и деление на 10. Таблица умножения. Умножение числа на произведение. Умножение и деление на разрядные единицы. Деление суммы или разности на число. Деление числа на произведение. Вычисления с помощью свойств умножения и деления. Умножение и деление двузначного числа на однозначное.

Деление с остатком.

Решение уравнений следующих видов: $a : x = b$, $x : a = b$.

Целое, состоящее из равных частей (15 ч)

Целое, состоящее из равных частей. Задача нахождения целого, если известны часть и число таких частей. Связь умножения со сложением. Задача нахождения части, если известны целое и число равных частей. Деление на равные части. Доли. Задача нахождения числа равных частей, если известны целое и одна такая часть. Простейшие текстовые задачи на целое, состоящее из равных частей.

Кратное сравнение величин (12 ч)

Отношение кратности величин (больше-меньше в...). Увеличение и уменьшение величины в несколько раз. Отношение кратности между числами. Умножение и деление как увеличение или уменьшение числа в несколько раз. Нахождение, во сколько раз одно число больше или меньше другого. Простейшие текстовые задачи на отношение кратности величин.

Столбчатые диаграммы.

Умножение многозначного числа на однозначное (20 ч)

Развернутый способ умножения многозначного числа на однозначное (разложение множимого в сумму разрядных слагаемых). Сведение умножения многозначного числа на однозначное к умножению однозначных чисел и разрядных единиц. Стандартный алгоритм умножения многозначного числа на однозначное (умножение «в столбик»).

Определение количества цифр (разрядов) в произведении.

Анализ и решение текстовых задач (28 ч)

Однородные и неоднородные величины. Действия с именованными числами. Величины как характеристики различных объектов. Описания величин. Известные и неизвестные величины. Текстовая задача, ее строение: величины и отношения между ними, искомая величина. Моделирование отношений между однородными величинами с помощью чертежей и стрелочных схем.

Составление математических выражений по чертежам и схемам. Порядок действий. Значение выражения.

Составление задач по чертежам и схемам. Решение задач в несколько действий с однородными величинами.

Время: длительность и моменты.

Элементы геометрии (12 ч)

Периметр прямоугольника (квадрата). Измерение углов. Транспортир.

Развернутый угол. Смежные и вертикальные углы. Расстояние между точками. Центр, радиус и диаметр окружности.

Резерв 20 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (3 класс):

— воспроизведение по памяти результатов табличных случаев умножения и деления;

— выполнение устных вычислений в пределах 100;

— выполнение всех действий с именованными числами;

— способность решать уравнения вида: $a \cdot x = b,\ x \cdot a = b,\ a : x = b,\ x : a = b;$

— способность анализировать задачи с однородными величинами (выделять описываемые в тексте величины и связывающие их отношения) и моделировать результаты анализа на моделях (чертежах и схемах);

— способность читать чертежи и схемы, выполнять по ним вычисления;

— способность составлять выражения по чертежам и схемам, вычислять значения числовых выражений, используя правила порядка выполнения арифметических действий, вычислять значения буквенных выражений при заданных значениях букв;

— способность строить окружность (круг) с помощью циркуля;

— способность измерить угол с помощью транспортира.

4 КЛАСС (4 ч $\times$ 34 нед. = 136 ч)

Умножение и деление многозначных чисел (35 ч)

Многозначные числа: разряды и классы. Чтение многозначных чисел.

Умножение многозначных чисел, разложение множителя в сумму разрядных слагаемых. Определение количества цифр в произведении. Стандартный алгоритм умножения многозначных чисел (умножение «в столбик»).

Определение частного на основании связи между умножением и делением. Прикидка и округление как операции, входящие в алгоритм деления. Выполнение деления на основании прикидки с последующей проверкой полученного частного умножением. Определение количества цифр в частном. Стандартный алгоритм деления (деление «в столбик»). Случаи деления многозначного числа на однозначное и многозначное число. Сложные случаи деления: нули в делимом и частном.

Вычисление значений числовых выражений с многозначными числами, содержащих все четыре арифметических действия.

Прямая пропорциональная зависимость величин (30 ч)

Процессы и переменные величины. События, на которые разбиваются процессы, характеристики событий. Предварительный анализ текстов: выявление описаний процессов и их переменных характеристик (Y и X), выделение событий. Таблицы. Некоторые стандартные процессы: движение (Y — путь или расстояние, X — время), работа (Y — объем работы, X — время), купля — продажа (Y — стоимость, X — количество товара), составление целого из частей (Y — целое, X — количество частей).

Связь между переменными характеристиками процессов. Равномерные и неравномерные процессы. Прямая пропорциональная зависимость величин. Задачи на прямую пропорциональную зависимость величин.

Сравнение равномерных процессов. Производная величина K, связывающая переменные величины Y и X, как постоянная характеристика равномерного процесса. Скорость равномерного движения. Производительность труда. Цена. Часть как характеристика быстроты построения целого из равных частей. Измерение производных величин. Формула прямой пропорциональной зависимости $Y = K \cdot X$.

Площадь прямоугольника (22 ч)

Изменение площади и длины бумажной полоски в процессе ее развертывания. Прямая пропорциональная зависимость между площадью и длиной прямоугольника при постоянной ширине. Выбор единиц площади так, чтобы связь между площадью и длиной была наиболее простой. Связь единиц длины с единицами площади. Ширина как производная величина, связывающая площадь с длиной прямоугольника. Формула площади прямоугольника.

Моделирование событий из равномерных процессов с помощью прямоугольников. Решение текстовых задач в несколько действий с однородными и неоднородными величинами.

Элементы геометрии (15 ч)

Пересечение плоских фигур. Геометрические тела и поверхности. Шар, куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, цилиндр, конус. Развертки геометрических тел.

Применение формулы площади прямоугольника для нахождения площади фигур (разрезание на части, на «подходящие» части и перегруппировка этих частей) (16 ч)

Обыкновенные дроби (10 ч)

Задача воспроизведения величины в случае, когда мерка не укладывается в величине целое число раз. Промежуточная мерка, составляющая долю как основной мерки, так и измеряемой величины. Обыкновенная дробь как запись способа построения величины с помощью промежуточной мерки, составляющей долю основной. Знаменатель и числитель дроби. Обыкновенная дробь как результат измерения величины с помощью доли основной мерки (рациональное число).

Нахождение дроби от числа и числа по его дроби.

Резерв 20 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (4 класс):

— чтение (в пределах миллиона) и запись многозначных чисел;

— сравнение многозначных чисел;

— выполнение устных вычислений с числами в пределах 100;

— выполнение сложения, вычитания, умножения и деления многозначных чисел;

— способность составлять выражения по чертежам и схемам, вычислять значения числовых выражений, используя правила порядка выполнения арифметических действий, вычислять значения буквенных выражений при заданных значениях букв;

— знание формулы прямой пропорциональной зависимости и способность использовать ее при решении текстовых задач;

— знание формулы площади прямоугольника и способность использовать ее при решении задач;

— выполнение всех действий с именованными числами, знание соотношения между единицами длины, площади, массы, времени, между единицами длины и площади;

— способность анализировать задачи (выделять описываемые в тексте величины и связывающие их отношения) и моделировать результаты анализа на различных моделях (чертежах, схемах, таблицах);

— способность строить окружность (круг) с помощью циркуля;

— различение линий и плоских фигур, геометрических тел и их поверхностей;

— способность измерить угол с помощью транспортира.

* * *

Реализовать поставленные цели и задачи по математике учителю помогут:

1) учебники для каждого года обучения:

2) методические пособия «Обучение математике» (для каждого класса);

3) рабочие тетради (для каждого класса);

4) контрольные работы (для каждого класса).

СОДЕРЖАНИЕ