ИСТОКИ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ: СТРАХОВОЕ ДЕЛО, АЗАРТНЫЕ ИГРЫ. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ: П. ФЕРМА, Б. ПАСКАЛЬ, Я. БЕРНУЛЛИ, А.Н. КОЛМОГОРОВ.

Замечательно, что наука, которая началась с рассмотрения азартных игр, обещает стать наиболее важным объектом человеческого знания ... Ведь по большей части важнейшие жизненные вопросы являются на самом деле лишь задачами теории вероятностей.

П.С. Лаплас

В настоящее время достижения теории вероятностей применяются практически во всех областях знания – от лингвистики и психологии до экономики и геологии. А ведь долгое время теория вероятностей считалась даже «не совсем» математикой, так как использовала не характерные для математики эмпирические методы. Проследим историю этой области математики, которая так не похожа на историю других её разделов.

Зачатки теории вероятностей можно отыскать в задачах, связанных с анализом азартных игр. Попытки выяснить, сколько возможных сумм очков получается при броске нескольких костей и сколькими способами достигается каждая из них, делались уже в средних веках. В 960 году французский епископ Виболд написал труд, где впервые были подсчитаны возможные исходы бросания трех костей, которых он насчитал 56. При этом он не учитывал, что одна и та же сумма очков может быть получена разными способами, как если бы игральные кости были покрашены в разные цвета или выбрасывались не одновременно, а по очереди. Эта ошибка была исправлена спустя много столетий в работе Г. Галилея «О выходе очков при игре в кости» (1718), показавшего, что число различных исходов равно $6^3 = 216$.

Особую роль в развитии теории вероятностей сыграла задача о справедливом разделе ставки в азартной игре. Суть этой задачи заключается в следующем: игроки вносят одинаковую сумму денег, каждая из которых становится частью общего выигрыша (ставки), и договариваются играть до тех пор, пока кто-либо из них не выиграет определенное число партий и не получит в результате всю ставку. Вопрос задачи состоял в разделе ставки между игроками в случае, когда игра прерывалась на каком-то промежуточном результате. Различные вариации этой задачи встречаются в разных источниках начиная с XIII в. Например, в «Сумме знаний» (1487) Л. Пачоли рассматривает решение задачи: «Трое соревнуются в стрельбе из арбалета; ставка 10 дукатов. Выигрывает тот, кто шесть раз оказался первым. Когда первый из них имел 4 лучших попадания, второй – три, а третий – два, игра была прервана. Как следует справедливо разделить ставку?». Л. Пачоли считает, что величина выигрыша каждого пропорциональна числу выигранных ими партий, т.е. 4 : 3 : 2. Это предположение подразумевает, что ход игры останется прежним и что исход игры полностью определяется её началом, что неверно.

Последующие исследователи этой и подобных задач вносили коррективы в указанную логику рассуждений. Так, Дж. Кардано в «Практике общей арифметики» (1539) считал необходимым учитывать и оставшиеся партии. Свой способ решения подобных задач предложил Н. Тарталья в «Общем трактате о мере и числе» (1556). Но все варианты решения подобных задач того времени были неверными. Они не учитывали, что в каждой новой партии участники игры имеют равные возможности на победу и нужно оценить их шансы, исходя из всевозможных сценариев развития игры.

Правильное решение задачи было найдено в научной переписке двух выдающихся французских математиков XVII века – П. Ферма и Б. Паскаля.

Пьер Ферма (1601-1665) – французский математик-самоучка. По профессии юрист. Известен как один из создателей аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и теории чисел. Фактически в его научной переписке с Б. Паскалем теория вероятностей стала обретать очертания науки: было положено начало формированию её основных понятий и первых теорем. Сформулированное им понятие математического ожидания, а также теоремы сложения и умножения вероятностей впервые были опубликованы в книге Х. Гюйгенса «О расчетах в азартной игре» (1657).

Блез Паскаль (1623-1662) – французский математик, физик, литератор и философ. Внес существенный вклад в развитие математического анализа, проективной геометрии и теории вероятностей. Создатель первой механической счетной машины, выполняющей четыре арифметических действия.

В «Трактате об арифметическом треугольнике» изложил правила применения комбинаторных результатов к задаче о разделении ставки. Первым предложил термин «теория вероятностей», который закрепился окончательно после работ П.С. Лапласа.

Ферма и Паскаль жили в Тулузе и Париже и ни разу не встречались лично, сотрудничая лишь по переписке. Предметом их корреспонденции стали три задачи, предложенные Паскалю его другом де Мере. Одна из этих задач состояла в следующем: «Допустим, что два игрока A и B сделали ставки, сумма которых равна 60 монет. Первый, кто набирает 3 очка, забирает банк. В первой партии выиграл A и по взаимному согласию игроки решили прекратить игру. Как им следует разделить ставку в 60 монет?».

Для тех, кому интересно, рассмотрим решения этой задачи для более простого случая (A – 2 выигрыша, B – 1 выигрыш), предложенные Паскалем и Ферма. Рассуждения Паскаля можно выразить следующим образом: если очередную партию выигрывает A, то он получает всю ставку, если же выигрывает B, то шансы игроков уравниваются и каждый имеет право на половину ставки. Таким образом, игрок A имеет гарантированно полставки, а на оставшуюся половину права игроков одинаковы. Следовательно, игрок A получает ¾ ставки, а игрок B – ¼ ставки.

Способ решения, предложенный Ферма состоял в построении таблицы возможных вариантов. Понятно, что в упрощенном варианте задачи до окончания игры остается максимум две партии. Тогда варианты их исходов можно представить в приведенной таблице.

Варианты / Партии	1	2	3	4
1	A	A	B	B
2	A	B	A	B
Выигрыш игры	A	A	A	B

О предложенном способе решения Ферма Паскаль пишет: «Я восхищен Вашим методом для партий, тем более что я хорошо понимаю, что он полностью Ваш, ничего общего не имеет с моим и легко приводит к тому же результату. Теперь Вы видите, что истина одинакова и в Тулузе, и в Париже».

Результаты, полученные Паскалем и Ферма, широко обсуждались в математическом сообществе. Они были развиты в трактате «О расчетах в азартных играх» (1657) голландского математика и физика Х. Гюйгенса. В этой книге, ставшей первой публикацией по теории вероятностей, Х. Гюйгенс по сути ввел понятие математического ожидания для случайных величин с предположением о вероятности их значений. О значении своей работы он писал: «… при внимательном изучении предмета читатель заметит, что он занимается не только игрой, а что здесь даются основы теории глубокой и весьма интересной».

На становление теории вероятностей существенное влияние оказали не только задачи, связанные с анализом результатов азартных игр, но и зарождение страхового дела. Так, в XIV веке в Нидерландах и Италии в сфере морской торговли появились первые страховые общества. Они занимались оценкой степени риска и назначали страховые ставки, защищающие владельцев судов от разорения. Разумеется, в то время ни о какой математической стороне дела говорить не приходилось, и все решения принимались, исходя из опыта. Именно тогда в сфере страхования возникла необходимость в более точных методах. Первые математические расчеты рисков стала использовать лондонская страховая компания «Equitable», которая с 1762 г. стала оценивать свои полисы, опираясь на результаты вероятностных расчетов.

Важный вклад в развитие теории вероятностей внес в XVIII веке выдающийся математик Я. Бернулли.

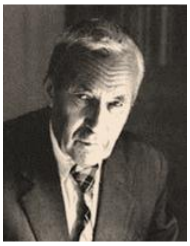
Якоб Бернулли (1655-1705) – швейцарский математик, профессор Базельского университета, один из представителей знаменитой европейской математической династии. Основные работы относятся к алгебре, арифметике, геометрии, математическому анализу, теории вероятностей и физике.
В книге «Искусство предположений» (1713) ввел значительную часть современных понятий теории вероятностей и доказал частный случай закона больших чисел. Эта теорема, названная позже теоремой Бернулли, оказала большое влияние на становление теории вероятностей и её приложений к статистике.

«Искусство предположений» Я. Бернулли включало четыре части. Первая часть была посвящена разбору сочинения Х. Гюйгенса и содержала обширные комментарии автора. Во второй были рассмотрены основы комбинаторики. В третьей части были решены разнообразные задачи на определение вероятностей, а в четвертой – даны общие соображения о природе случайных событий и исследовании закономерностей массовых случайных явлений. Я. Бернулли стал рассматривать вероятность случайного события как число, заключенное между 0 и 1. При этом достоверному событию приписывалось максимальное значение 1, а невозможному – минимальное значение 0.

Расширению представлений о вероятности способствовали работы французского естествоиспытателя Ж. Бюффона (1707–1788), показавшего, что «геометрия может быть использована в качестве аналитического инструмента в области теории вероятностей». После работ Бюффона задачи на геометрическую вероятность стали неотъемлемой частью общей теории вероятностей.

В первой половине XIX в. теория вероятностей стала применяться к анализу ошибок наблюдений, в связи с потребностями геодезии и астрономии, а также теории стрельбы. Теория вероятностей развивалась в работах П. Лапласа, С. Пуассона, К. Гаусса. Во второй половине XIX в. основной вклад в развитие теории вероятностей внесли русские учёные П.Л. Чебышёв, А.А. Марков и А.М. Ляпунов. В это время были доказаны закон больших чисел и другие существенные положения теории вероятностей.

Современный вид теория вероятностей получила благодаря аксиоматизации. Первое аксиоматическое построение теории вероятностей было предложено в 1917 г. С.Н. Берштейном. Общепринятой стала аксиоматика, разработанная А.Н. Колмогоровым.



Андрей Николаевич Колмогоров (1903–1987) – отечественный математик, академик АН СССР. Первым дал строгое доказательство основополагающего закона теории вероятности – закона больших чисел (1928). Предложил аксиоматизацию теории вероятностей.
В работе «Основные понятия теории вероятностей» (1933) сформулировал и доказал основные теоремы о бесконечномерных распределениях, которые были положены в основу теории случайных функций и случайных величин.
Многие результаты в этой области знания получил совместно с А.Я. Хинчиным.

Среди аксиом элементарной теории вероятностей А.Н. Колмогорова есть такие:

- значение вероятности больше либо равно нулю (аксиома неотрицательности);
- вероятность всех возможных событий равна 1 (аксиома нормируемости);
- если события не могут совпасть, то их вероятности можно складывать (аксиома аддитивности).

Важные результаты в теории вероятностей в XX в. были получены Б.В. Гнеденко, А.Я. Хинчиным, Ю.В. Линником и др. На основе теории вероятностей возникли такие области научного знания как теория информации и теория случайных процессов. В настоящее время исследования природы вероятности и причин её устойчивости продолжаются.

Задания:

1) Одним из вопросов де Мере Паскалю был: «Кто имеет больше шансов на победу при броске трех костей: тот, кто ставит на 9, или тот, кто ставит на 10?». Попробуй ответить на этот вопрос.

2) Реши задачу Я. Бернулли: «Сколькими способами можно получить 12 очков при одновременном бросании четырех игральных костей?»
3) Реши задачу Х. Гюйгенса: «Игрокам A и B недостает до выигрыша одной партии, а игроку C – двух партий. Как справедливо разделить между ними ставку?».
4) Реши задачу Д'Аламбера – Лапласа: «Слово «Константинополь» составлено из букв А, И, К, Л, Н, Н, Н, О, О, О, П, С, Т, Т, Ь. Какова вероятность случайного составления этого слова из перечисленных букв?».

Источники:

1. Баврин И.И., Фрибус Е.А. Старинные задачи. – М.: Просвещение. 1994.
2. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия. – М.: Наука, 1960.
3. Гнеденко Б.В. Развитие теории вероятностей // Очерки по истории математики. – М.: МГУ, 1997. – С.262-338.
4. Гусак А.А., Бричикова Е.А. Теория вероятностей. – Мн.: ТетраСистемс, 2000.
5. Корбалан Ф., Санц Х. Укрощение случайности. Теория вероятностей. – М.: Де Агостини. 2014.
6. Майстров Л.Е. Развитие понятия вероятности. – М.: Наука, 1980.
7. Математика XIX века. Математическая логика, алгебра, теория чисел, теория вероятностей / Под ред. А. Н. Колмогорова, А. П. Юшкевича. – М.: Наука, 1978.
8. Шибасов Л.П., Шибасова З.Ф. История математики. – М.: Знак, 2015.