ИСТОРИЯ ВОПРОСА О НАХОЖДЕНИИ ФОРМУЛ КОРНЕЙ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВЫСШИХ СТЕПЕНЕЙ: Н. ТАРТАЛЬЯ, ДЖ. КАРДАНО, Н.Х. АБЕЛЬ, Э. ГАЛУА.

Сухие строки уравнений –
В них сила разума влилась.
В них объяснение явлений,
Вещей разгаданная связь.
Л.М. Фридман

Уравнение – одно из важнейших математических понятий. Интересно проследить эволюцию методов решения уравнений. Линейные уравнения и уравнения второй степени умели решать еще в Древнем Вавилоне. Многочисленные примеры решения уравнений содержатся в математических трактатах арабского средневековья. Математики прошлого стремились к поиску общего способа, который стал бы универсальным для решения целого ряда уравнений. Вспомним, как знакомство с общей формулой нахождения корней квадратных уравнений облегчило их решение.

Одним из первых формулы корней для квадратного уравнения вывел индийский учёный Брахмагупта (VII в.). Брахмагупта изложил правило решения квадратного уравнения, которое по сути совпадает с современным.

Естественно, учёные стремились найти такие же общие способы решения и для уравнений более высоких степеней. В XVI в. итальянские математики нашли общие способы решения уравнений третьей и четвертой степеней. Так как они решали уравнения только с положительными коэффициентами, то изучали три вида кубических уравнений: $x^3 = ax + b$, $x^3 + ax = b$, $x^3 + b = ax$.

Решение уравнения $x^3 + ax = b$ было дано итальянским математиком Сципионом дель Ферро (около 1500 г.), а остальных – итальянским математиком Н. Тарталья (1535). Тарталья сообщил свой метод решения Дж. Кардано, который опубликовал формулы для решения всех типов кубических уравнений в своей книге «Великое искусство, или об алгебраических правилах» (1545). С тех пор формулу нахождения корней кубического уравнения называют формулой Кардано. В этой же работе было опубликовано найденное Л. Феррари (около 1540 г.) решение в радикалах алгебраического уравнения 4-й степени. Кардано одним из первых в Европе стал допускать существование отрицательных корней уравнения. Он же указал на делимость многочлена на разность $x - a$, где a – корень уравнения. Этой идеей мы пользуемся для решения уравнения путем понижения степени уравнения.

Никколо Тарталья (ок. 1499–1557) – итальянский математик. Тарталья – это прозвище от слова «заика», а настоящая фамилия – Фонтана. Заикаться он стал еще ребенком вследствие травмы от меча при захвате французами г. Брешии. Семья его была бедна и не смогла оплатить обучение полностью, поэтому Никколо узнал в школе азбуку лишь до буквы «к» и всеми остальными знаниями овладел самостоятельно. В 1535 г. он стал преподавателем математики в университете Вероны и получил известность как победитель публичного математического диспута, где показал свое умение решать уравнения третьей степени. Его исследования относились к математике, механике, баллистике, геодезии и фортификации. Он показал, что наибольшая дальность полёта снаряда достигается, когда ствол орудия наклонен на 45°.

Джероламо Кардано (1501–1576) – итальянский математик, инженер, медик и астролог. В университете обучался медицине, которую преподавал затем в Болонье и считался одним из лучших врачей Европы. С 1534 стал профессором математики в Милане. В 1526 году написал «Книгу об игре в кости» – один из первых трудов по комбинаторике и теории вероятностей. Опубликовал устройство многих механизмов, среди которых карданный вал, кодовый замок и шифровальная решетка. В своем последнем сочинении «Книга о моей жизни» Кардано писал: «Цель, к которой я стремился, заключалась в увековечивании моего имени». В итоге, его именем названа формула, открытая Н. Тартальей и механизм, сконструированный Леонардо да Винчи.

В 1629 г. голландский математик Альбер Жирар впервые сформулировал теорему о том, что алгебраическое уравнение степени n имеет n корней. Эта теорема получила название основной теоремы алгебры. Её доказательством занимались выдающиеся математики XVIII в. – Л. Эйлер, Ж.Л. Даламбер, Ж.Л. Лагранж, А.Т. Вандермонд, К.Ф. Гаусс и др.

В трактате «Размышление об алгебраическом решении уравнений» (1770) французский математик Ж.Л. Лагранж сделал обзор методов решения уравнений 2-й, 3-й и 4-й степеней и показал их несостоятельность в применении к уравнениям 5-й и более высших степеней.

Исследуя алгебраические уравнения 5-й и высших степеней, многие математики пытались найти их решение также в виде алгебраической формулы от коэффициентов уравнения. В начале XIX в. Н.Х. Абель доказал, что не существует общей формулы для решения алгебраического уравнения пятой степени, несколько изменив саму постановку задачи. Он писал: «Вместо того, чтобы искать некое соотношение … нужно выяснить, действительно ли существует такое соотношение». К.Ф. Гаусс в своих «Арифметических исследованиях» (1801) исследовал классы уравнений n-й степени, которые разрешимы в радикалах[1].

Нильс Хенрик Абель (1802–1829) – норвежский математик, член Королевского научного общества Норвегии. Родился в бедной семье и всю жизнь был стеснен в средствах. Еще со школьной скамьи увлёкся математикой. В 21 год дал доказательство невозможности решить в общем виде уравнение пятой степени. Получил существенные результаты в различных направлениях математики. Умер в 26 лет от туберкулеза, но за свой недолгий век в науке смог сделать столько, что выдающийся французский математик Шарль Эрмит сказал: «Абель оставил математикам столь богатое наследие, что им будет чем заниматься в ближайшие 500 лет». Именем Абеля в математике названы дифференциалы, интегралы, уравнения, функции и др.

Исследования Н.Х. Абеля и К.Ф. Гаусса были продолжены Э. Галуа, который определил общие условия, при которых уравнения пятой степени и выше разрешимы в радикалах. Но наибольшую ценность представляет даже не сам этот результат, а тот метод, с помощью которого Галуа его получил. Работая над этой задачей, он сформулировал фундаментальные понятия современной математики – понятия группы и поля, ставшие основой новой теории в алгебре. Работы Галуа получили развитие в исследованиях А. Кэли и М. Жордана.

Эварист Галуа (1811–1832) – французский математик, основатель современной высшей алгебры. Первые результаты Галуа получил еще в 16 лет. Представлял свои работы в Парижскую Академию наук, но даже крупнейшие математики того времени не смогли оценить их. За революционную деятельность был исключен из университета и дважды подвергался тюремному заключению. Погиб на дуэли. Накануне написал письмо к другу, в котором изложил свои основные открытия с просьбой передать их К. Якоби и К. Гауссу для заключения. Открытия Галуа долгое время не получали признания. Лишь в 1846 г. его работы были разобраны и опубликованы Ж. Лиувиллем. За 20 лет жизни и 4 года увлечения математикой Галуа успел разработать теорию групп, сделавшую его крупнейшим математиком XIX века.

Заметим, что общей формулы для решения уравнения n-ой степени не существует. Поэтому в математике разработаны различные методы приближенного решения уравнений. Простейший из них, основанный на том, что если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и принимает на его концах значения разных знаков, то уравнение $f(x) = 0$ имеет на этом отрезке корень, рассматривается в нашем курсе алгебры для 9 класса.

Задание:

В 2002 году правительство Норвегии учредило премию имени Абеля, ставшую одной из самых престижных среди математиков, своеобразным аналогом Нобелевской премии. Выясни, кто из отечественных математиков был удостоен этой высокой награды.

---

[1] Уравнение разрешимо в радикалах, если для нахождения его решения достаточно использовать над коэффициентами операции сложения, вычитания, умножения, деления и извлечения корня.

Источники:

1. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия. – М.: Наука, 1966.
2. Гутер Р.С., Полунов Ю.Л. Джироламо Кардано. – М.: Знание, 1980.
3. Демидов С.С. У истоков современной алгебры. – М.: Знание, 1971.
4. Дорофеева А.В. Страницы истории на уроках математики. // Квантор. – 1991. – №6.
5. Инфельд Л. Эварист Галуа. Избранник богов. – М.: Молодая гвардия, 1958.
6. История математики. Том третий. Математика XVIII столетия/ Под ред. А.П. Юшкевича. – М.: Наука, 1972.
7. Марков С.Н. Курс истории математики. – Иркутск, 1995.
8. Оре О. Замечательный математик Нильс Хенрик Абель. – М.: Физматгиз, 1961.