ФГОС
НАЧАЛЬНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Методические рекомендации

Система Л.В. Занкова

- ***Программа 4 класса***
- ***Комментарий к разделам учебника***
- ***Рекомендации по подготовке уроков***
- ***Разработки уроков***

Издательство БИНОМ

И.И. Аргинская
С.Н. Кормишина

Методические рекомендации

к курсу «Математика» 4 класс

- ***Программа 4 класса***
- ***Комментарий к основным разделам курса математики в 4 классе***
- ***Рекомендации по подготовке уроков и использованию материала учебника***
- ***Разработки уроков***
- ***Комментарий к электронной форме учебника***

УДК 373.3:51
ББК 22.1я71
А79

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ
НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ
ЦЕНТР им. Л.В. ЗАНКОВА

Методические рекомендации разработаны к курсу «Математика», 4 класс, и предназначены для учителей, работающих по системе развивающего обучения Л.В. Занкова.

В пособии раскрывается содержание программы 4 класса, рассматриваются особенности и структура учебника И.И. Аргинской, Е.И. Ивановской, С.Н. Кормишиной «Математика. 4 класс», дается характеристика рабочих тетрадей (авторы Е.П. Бененсон, Л.С. Итина), приводятся планируемые результаты освоения обучающимися программного материала.

В помощь учителю предлагаются пояснения к основным содержательным линиям курса математики в 4 классе, рекомендации по организации деятельности учащихся на каждом уроке, формированию универсальных учебных действий. Также даются методический комментарий к электронной форме учебника, разработки уроков по некоторым изучаемым темам, комментарии и ответы к заданиям рабочих тетрадей.

Аргинская И.И., Кормишина С.Н.
А79 Методические рекомендации к курсу «Математика». 4 класс.

Соответствие содержания и методического аппарата учебника требованиям ФГОС НОО

В соответствии с предметными требованиями, предъявляемыми Федеральным государственным образовательным стандартом к математическому образованию младших школьников, «обучающиеся должны получить возможность... приобрести начальный опыт применения математических знаний для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач».

Курс математики 4 класса продолжает развивать и обогащать содержание основных математических линий, изучаемых в начальной школе. Вместе с тем темы «Положительные и отрицательные числа», «Точные и приближенные значения чисел. Округление чисел» не только знакомят с новыми числами, но и обобщают знания об изученных. Учащиеся получают возможность формирования обобщенного понятия числа и широких способов действий с числами.

Тема «Действия с величинами» систематизирует знания о величинах. Материал структурирован таким образом, что ученики имеют возможность анализировать системы соотношения между единицами измерения разных величин в сравнении, что способствует формированию обобщенного понятия аддитивной величины.

Тема «Площади фигур» развивает конструкторские умения в ситуациях нахождения площадей сложных фигур.

Все предлагаемые задания являются многоцелевыми: вопросы к ним составлены так, что, отвечая на них, ученики попадают в ситуации, в которых необходимо в качестве средства получения новых знаний применить познавательные и регулятивные универсальные действия.

Таким образом, содержание курса «Математика», 4 класс, создает достаточные условия для реализации требований ФГОС НОО к процессу и результатам образования.

ПРОГРАММА 4 КЛАССА

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

(136 часов)

Числа и величины (33 часа)

Класс миллионов

Чтение и запись чисел от нуля до миллиона. Представление изученных чисел в виде суммы разрядных слагаемых.

Сравнение и упорядочивание чисел от нуля до миллиона. Устная и письменная нумерация в пределах класса миллионов. Общий принцип образования классов.

Точные и приближенные значения чисел

Обобщение знаний об основных источниках возникновения чисел, счете и измерении величин. Источники возникновения точных и приближенных значений чисел.

Приближенные значения чисел, получаемые в результате округления с заданной точностью. Правило округления чисел (в свободном изложении), его использование в практической деятельности. Особые случаи округления.

Положительные и отрицательные числа

Понятие о величинах, имеющих противоположные значения. Обозначение таких значений с помощью противоположных по смыслу знаков (+) и (–).

Запись положительных и отрицательных чисел. Знакомство с координатной прямой. Расположение на ней положительных и отрицательных чисел.

Расположение на координатной прямой точек с заданными координатами, определение координат заданных точек.

Величины

Метрическая система мер (обобщение всего изученного материала), ее связь с десятичной системой счисления.

Перевод изученных величин из одних единиц измерения в другие.

Арифметические действия (55 часов)

Сложение и вычитание

Сложение и вычитание в пределах изученных натуральных чисел.

Обобщение знаний о свойствах выполняемых действий, их формулировка и краткая обобщенная запись.

Использование свойств сложения и вычитания для рационализации выполнения операций.

Сложение и вычитание величин различными способами.

Обобщение наблюдений за изменением результата сложения и вычитания при изменении одного или двух компонентов этих действий.

Умножение и деление

Умножение и деление многозначного числа на многозначное (в основном рассматриваются случаи умножения и деления на двузначные и трехзначные числа). Осознание общего алгоритма выполнения каждой из этих операций.

Обобщение знаний о свойствах умножения и деления. Их формулировка и запись в общем виде.

Использование свойств умножения и деления для рационализации выполнения вычислений.

Умножение и деление величин на натуральное число различными способами.

Деление величины на величину.

Обобщение наблюдений за результатом умножения и деления при изменении одного или двух компонентов.

Выражения с двумя и более переменными. Чтение и запись таких выражений. Определение значений выражений при заданных значениях переменных.

Свойства равенств и их использование для решения уравнений.

Уравнения, содержащие переменную в обеих частях. Решение таких уравнений.

Работа с текстовыми задачами (в течение года)

Продолжение всех линий работ, начатых в предыдущих классах, их обобщение.

Сравнение задач, различных по сюжету (процессы движения, работы, купли-продажи и др.), но сходных по характеру математических отношений, в них заложенных. Классификация задач по этому признаку.

Преобразование задач в более простые или более сложные.

Решение задач алгебраическим методом. Оформление такого решения.

Сравнение арифметического и алгебраического методов решения задачи.

Решение задач на движение двух тел (в одном направлении, в разных направлениях).

Пространственные отношения. Геометрические фигуры (10 часов)

Свойство диагонали прямоугольника. Разбиение прямоугольника на два равных прямоугольных треугольника. Разбиение произвольного треугольника на прямоугольные треугольники.

Разбиение многоугольников на прямоугольники и прямоугольные треугольники.

Классификация изученных объемных геометрических тел по разным основаниям.

Геометрические величины (28 часов)

Нахождение площади прямоугольного треугольника. Формула площади прямоугольного треугольника:

$$S = (a \cdot b) : 2.$$

Нахождение площади произвольного треугольника разными способами.

Определение площади произвольного многоугольника с использованием площадей прямоугольников и прямоугольных треугольников.

Понятие об объеме. Измерение объема произвольными мерками.

Общепринятые единицы измерения объема – кубический миллиметр ($мм^3$), кубический сантиметр ($см^3$), кубический дециметр ($дм^3$), кубический метр ($м^3$), кубический километр ($км^3$). Соотношения между ними:

$1\ см^3 = 1000\ мм^3$, $1\ дм^3 = 1000\ см^3$, $1\ м^3 = 1000\ дм^3$.

Вычисление объема прямоугольного параллелепипеда с использованием длин трех его измерений, а также – площади его основания и высоты.

Работа с информацией (10 часов)

Сбор и представление информации, связанной со счетом, измерением величин, наблюдением; фиксирование, анализ полученной информации.

Чтение, заполнение, составление, интерпретация таблицы.

Чтение столбчатой и круговой диаграмм. Построение простейших столбчатых диаграмм.

Составление, запись, выполнение простого алгоритма.

Чтение, выполнение действий по схеме. Составление простейших схем.

Построение математических выражений с помощью логических связок и слов («и», «или», «не», «если ... , то ...», «верно/неверно, что ...», «каждый», «все», «некоторые»).

Проверка истинности утверждений.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ОБУЧАЮЩИМИСЯ ПРОГРАММЫ

Личностные универсальные учебные действия

У обучающегося будут сформированы:

– внутренняя позиция школьника на уровне положительного отношения к урокам математики, к школе, ориентации на содержательные моменты школьной действительности и принятия образца «хорошего ученика»;

– широкий интерес к новому учебному материалу, способам решения новых учебных задач, исследовательской деятельности в области математики;

– ориентация на понимание причин успеха в учебной деятельности;

– навыки оценки и самооценки результатов учебной деятельности на основе критерия ее успешности;

– эстетические и ценностно-смысловые ориентации учащихся, создающие основу для формирования позитивной самооценки, самоуважения, жизненного оптимизма;

– этические чувства (стыда, вины, совести) на основе анализа поступков одноклассников и собственных поступков;

– представление о своей гражданской идентичности в форме осознания «Я» как гражданина России на основе исторического математического материала.

Обучающийся получит возможность для формирования:

– внутренней позиции на уровне положительного отношения к образовательному учреждению, понимания необходимости учения;

– устойчивого и широкого интереса к познанию математических фактов, количественных отношений, математических зависимостей в окружающем мире, способам решения познавательных задач в области математики;

– ориентации на анализ соответствия результатов требованиям конкретной учебной задачи;

– положительной адекватной самооценки на основе заданных критериев успешности учебной деятельности;

– установки в поведении на принятые моральные нормы;

– чувства гордости за достижения отечественной математической науки;

– способности реализовывать собственный творческий потенциал, применяя математические знания; проекция опыта решения математических задач в ситуации реальной жизни.

Регулятивные универсальные учебные действия

Обучающийся научится:

– понимать смысл различных учебных задач, вносить в них свои коррективы;

– планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей и условиями ее реализации; учитывать выделенные учителем ориентиры действия в учебном материале;

– самостоятельно находить несколько вариантов решения учебной задачи;

– различать способы и результат действия;

– принимать активное участие в групповой и коллективной работе;

– выполнять учебные действия в устной, письменной речи и во внутреннем плане;

– адекватно воспринимать оценку своей работы учителями, товарищами, другими людьми;

– вносить необходимые коррективы в действия на основе их оценки и учета характера сделанных ошибок;

– осуществлять пошаговый и итоговый контроль по результату под руководством учителя и самостоятельно.

Обучающийся получит возможность научиться:

– в сотрудничестве с учителем ставить новые учебные задачи;

– самостоятельно находить несколько вариантов решения учебной задачи;

– воспринимать мнение сверстников и взрослых о выполнении математических действий, высказывать собственное мнение о явлениях науки;

– прогнозировать результаты своих действий на основе анализа учебной ситуации, осуществлять предвосхищающий контроль по результату и по способу действия, актуальный контроль на уровне произвольного внимания;

– проявлять познавательную инициативу;

– действовать самостоятельно при разрешении проблемно-творческих ситуаций в учебной и внеурочной деятельности, а также в повседневной жизни;

– самостоятельно адекватно оценивать правильность выполнения действия и вносить необходимые коррективы в собственные действия и коллективную деятельность.

Познавательные универсальные учебные действия

Обучающийся научится:

– осуществлять поиск необходимой информации для выполнения учебных и поисково-творческих заданий с использованием учебной и дополнительной литературы, в т.ч. в открытом информационном пространстве (контролируемом пространстве Интернета);

– кодировать и перекодировать информацию в знаково-символической или графической форме;

– на основе кодирования самостоятельно строить модели математических понятий, отношений, задачных ситуаций, осуществлять выбор наиболее эффективных моделей для данной учебной ситуации;

– строить математические сообщения в устной и письменной форме;

– проводить сравнение по нескольким основаниям, в т.ч. самостоятельно выделенным, делать выводы на основе сравнения;

– осуществлять разносторонний анализ объекта;

– проводить классификацию объектов (самостоятельно выделять основание классификации, находить разные основания для классификации, проводить разбиение объектов на группы по выделенному основанию), самостоятельно строить выводы на основе классификации;

– самостоятельно проводить сериацию объектов;

– выполнять обобщение (самостоятельно выделять ряд или класс объектов);

– устанавливать аналогии;

– представлять информацию в виде сообщения с иллюстрациями (презентация проектов);

– самостоятельно выполнять эмпирические и простейшие теоретические обобщения на основе существенного анализа изучаемых единичных объектов;

– проводить аналогию и на ее основе строить и проверять выводы по аналогии;

– строить индуктивные и дедуктивные рассуждения;

– осуществлять действие подведения под понятие (для изученных математических понятий);

– устанавливать отношения между понятиями (родовидовые, отношения пересечения – для изученных математических понятий или генерализаций, причинно-следственные – для изучаемых классов явлений).

Обучающийся получит возможность научиться:

– осуществлять расширенный поиск информации в дополнительных источниках;

– фиксировать информацию об окружающем мире с помощью инструментов ИКТ;

– строить и преобразовывать модели и схемы для решения задач;

– расширять свои представления о математике и точных науках;

– произвольно составлять небольшие тексты, сообщения в устной и письменной форме;

– осуществлять действие подведения под понятие (в новых ситуациях);

– осуществлять выбор рациональных способов действий на основе анализа конкретных условий;

– осуществлять синтез: составлять целое из частей и восстанавливать объект по его отдельным свойствам, самостоятельно достраивать и восполнять недостающие компоненты или свойства;

– сравнивать, проводить классификацию и сериацию по самостоятельно выделенным основаниям и формулировать на этой основе выводы;

– строить дедуктивные и индуктивные рассуждения, рассуждения по аналогии; устанавливать причинно-следственные и другие отношения между изучаемыми понятиями и явлениями;

– произвольно и осознанно владеть общими приемами решения задач.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Обучающийся научится:

– принимать участие в работе парами и группами, используя для этого речевые и другие коммуникативные средства, строить монологические высказывания (в т.ч. с сопровождением аудиовизуальных средств), владеть диалогической формой коммуникации;

– допускать существование различных точек зрения, ориентироваться на позицию партнера в общении, уважать чужое мнение;

– координировать различные мнения о математических явлениях в сотрудничестве и делать выводы, приходить к общему решению в спорных вопросах и проблемных ситуациях;

– свободно владеть правилами вежливости в различных ситуациях;

– адекватно использовать речевые средства для решения различных коммуникативных задач при изучении математики и других предметов;

– активно проявлять себя в коллективной работе, понимая важность своих действий для конечного результата;

– задавать вопросы для организации собственной деятельности и координирования ее с деятельностью партнеров;

– стремиться к координации различных позиций в сотрудничестве; вставать на позицию другого человека.

Обучающийся получит возможность научиться:

– четко, последовательно и полно передавать партнерам информацию для достижения целей сотрудничества;

– адекватно использовать средства общения для планирования и регуляции своей деятельности;

– аргументировать свою позицию и соотносить ее с позициями партнеров для выработки совместного решения;

– понимать относительность мнений и подходов к решению задач, учитывать разнообразие точек зрения;

– корректно формулировать и обосновывать свою точку зрения; строить понятные для окружающих высказывания;

– аргументировать свою позицию и координировать ее с позицией партнеров;

– продуктивно содействовать разрешению конфликтов на основе учета интересов и позиций всех участников;

– осуществлять взаимный контроль и оказывать в сотрудничестве необходимую помощь;

– активно участвовать в учебно-познавательной деятельности и планировать ее; проявлять творческую инициативу, самостоятельность, воспринимать намерения других участников в процессе коллективной познавательной деятельности.

Предметные результаты

Числа и величины

Обучающийся научится:

– читать, записывать, сравнивать, упорядочивать числа от нуля до миллиона;

– устанавливать закономерность – правило, по которому составлена числовая последовательность, и составлять последовательность по заданному или самостоятельно выбранному правилу (увеличение/уменьшение числа на несколько единиц, увеличение/уменьшение числа в несколько раз);

– группировать числа по заданному или самостоятельно установленному признаку;

– читать, записывать и сравнивать величины (массу, время, длину, площадь, скорость), используя основные единицы измерения величин и соотношения между ними (килограмм – грамм, час – минута, минута – секунда, километр – метр, метр – дециметр, дециметр – сантиметр, метр – сантиметр, сантиметр – миллиметр).

Обучающийся получит возможность научиться:

– классифицировать числа по одному или нескольким основаниям, объяснять свои действия;

– различать точные и приближенные значения чисел исходя из источников их получения, округлять числа с заданной точностью;

– применять положительные и отрицательные числа для характеристики изучаемых процессов и ситуаций, изображать положительные и целые отрицательные числа на координатной прямой;

– сравнивать системы мер различных величин с десятичной системой счисления;

– выбирать единицу для измерения величины (длины, массы, площади, времени), объяснять свои действия.

Арифметические действия

Обучающийся научится:

– использовать названия компонентов изученных действий, знаки, обозначающие эти операции, свойства изученных действий;

– выполнять действия с многозначными числами (сложение, вычитание, умножение и деление на однозначное, двузначное числа в пределах 10 000) с использованием таблиц сложения и умножения, алгоритмов письменных арифметических действий (в т.ч. деления с остатком);

– выполнять устно сложение, вычитание, умножение и деление однозначных, двузначных и трехзначных чисел в случаях, сводимых к действиям в пределах 100 (в том числе с нулем и числом 1);

– выделять неизвестный компонент арифметического действия и находить его значение;

– вычислять значение числового выражения, содержащего 2–3 арифметических действия, со скобками и без скобок.

Обучающийся получит возможность научиться:

– выполнять изученные действия с величинами;

– применять свойства изученных арифметических действий для рационализации вычислений;

– прогнозировать изменение результатов действий при изменении их компонентов;

– проводить проверку правильности вычислений (с помощью обратного действия, прикидки и оценки результата действия и др.);

– решать несложные уравнения разными способами;

– находить решения несложных неравенств с одной переменной;

– находить значения выражений с переменными при заданных значениях переменных.

Работа с текстовыми задачами

Обучающийся научится:

– анализировать задачу, устанавливать зависимость между величинами, взаимосвязь между условием и вопросом задачи, определять количество и порядок действий для решения задачи, выбирать и объяснять выбор действий;

– решать учебные задачи и задачи, связанные с повседневной жизнью, арифметическим способом (в 1–3 действия);

– оценивать правильность хода решения и реальность ответа на вопрос задачи.

Обучающийся получит возможность научиться:

– решать задачи на нахождение доли величины и величины по значению ее доли (половина, треть, четверть, пятая, десятая часть);

– решать задачи на нахождение части величины (две трети, пять седьмых и т.д.);

– решать задачи в 3–4 действия, содержащие отношения «больше на (в) ...», «меньше на (в)...»; отражающие процесс движения одного или двух тел в одном или противоположных направлениях, процессы работы и купли-продажи;

– находить разные способы решения задачи;

– сравнивать задачи по сходству и различию в сюжете и математическом смысле;

– составлять задачу по ее краткой записи или с помощью изменения частей задачи;

– решать задачи алгебраическим способом.

Пространственные отношения. Геометрические фигуры

Обучающийся научится:

– описывать взаимное расположение предметов в пространстве и на плоскости;

– распознавать, называть, изображать геометрические фигуры (точка, отрезок, ломаная, прямой угол, многоугольник, треугольник, прямоугольник, квадрат, окружность, круг);

– выполнять построение геометрических фигур с заданными измерениями (отрезок, квадрат, прямоугольник) с помощью линейки, угольника;

– использовать свойства квадрата и прямоугольника для решения задач;

– распознавать и называть геометрические тела (куб, шар);

– соотносить реальные объекты с моделями геометрических фигур.

Обучающийся получит возможность научиться:

– распознавать, различать и называть объемные геометрические тела: призму (в том числе прямоугольный параллелипипед), пирамиду, цилиндр, конус;

– определять объемную фигуру по трем ее видам (спереди, слева, сверху);

– чертить развертки куба и прямоугольной призмы;

– классифицировать объемные тела по различным основаниям.

Геометрические величины

Обучающийся научится:

– измерять длину отрезка;

– вычислять периметр треугольника, прямоугольника и квадрата, площадь прямоугольника и квадрата;

– оценивать размеры геометрических объектов, расстояния приближенно (на глаз).

Обучающийся получит возможность научиться:

– находить площадь прямоугольного треугольника разными способами;

– находить площадь произвольного треугольника с помощью площади прямоугольного треугольника;

– находить площади фигур разбиением их на прямоугольники и прямоугольные треугольники;

– определять объем прямоугольной призмы по трем ее измерениям, а также по площади ее основания и высоте;

– использовать единицы измерения объема и соотношения между ними.

Работа с информацией

Обучающийся научится:

– устанавливать истинность (верно, неверно) утверждений о числах, величинах, геометрических фигурах;

– читать несложные готовые таблицы;

– заполнять несложные готовые таблицы;

– читать несложные готовые столбчатые диаграммы.

Обучающийся получит возможность научиться:

– читать несложные готовые круговые диаграммы;

– строить несложные круговые диаграммы (деление круга на 2, 4, 6, 8 равных частей) по данным задачи;

– достраивать несложные столбчатые диаграммы;

– сравнивать и обобщать информацию, представленную в строках, столбцах несложных таблиц и диаграмм;

– понимать простейшие выражения, содержащие логические связки и слова («... и ...», «... или ...», «не», «если .., то ...», «верно/неверно, что ...», «для того, чтобы ... нужно ...», «каждый», «все», «некоторые»);

– составлять, записывать, выполнять инструкцию (простой алгоритм), план поиска информации;

– распознавать одну и ту же информацию, представленную в разных формах (таблицы и диаграммы);

– планировать несложные исследования, собирать и представлять полученную информацию с помощью таблиц и диаграмм;

– интерпретировать информацию, полученную при проведении несложных исследований (объяснять, сравнивать и обобщать данные, делать выводы и прогнозы).

ХАРАКТЕРИСТИКА УМК «МАТЕМАТИКА». 4 КЛАСС

Исходя из общей цели обучения в системе развивающего обучения Л.В. Занкова – достижения высокого уровня общего развития школьников, УМК по математике для 4 класса продолжает решение задач, стоящих перед всем курсом математики и обозначенных в программе курса.

В УМК входят: учебник в 2 частях (печатная и электронная формы), авторы И.И. Аргинская, Е.И. Ивановская, С.Н. Кормишина; рабочая тетрадь в 2 частях, авторы Е.П. Бененсон, Л.С. Итина, под ред. И.И. Аргинской; методические рекомендации для учителя, авторы И.И. Аргинская, С.Н. Кормишина; «Поурочно-тематическое планирование к учебнику «Математика, 4 класс», автор С.П. Зубова.

Кроме того, для развития вычислительных навыков учащихся можно использовать тетради «Волшебные точки. Вычисляй и рисуй» (авторы Л.С. Итина, С.Н. Кормишина), «Окружность и круг. Сфера и шар», «Площадь и объем», «Многогранники и многоугольники» (авторы Е.П. Бененсон, Л.С. Итина).

Печатная форма учебника

Общий принцип отбора содержания образования в системе Л.В. Занкова, заключающийся в создании у школьников целостной картины мира, определяет и подход к содержанию учебника математики. Он включает как материал, подлежащий обязательному изучению и усвоению на данном этапе обучения детей в школе, так и материал, расширяющий их общий и математический кругозор.

Многие темы в курсе «Математика», 4 класс («Площади фигур», «Умножение и деление многозначных чисел», «Точные и приближенные значения чисел. Округление чисел», «Объем и его измерение» и т.д.) традиционны для начальной школы. Этот материал подлежит прочному усвоению. Кроме того, в учебнике представлен материал, связанный с наблюдениями за изменениями, происходящими с объектом при изменении другого, связанного с ним объекта, знакомство с положительными и отрицательными числами, измерение и построение углов с помощью транспортира, разнообразная работа с объемными и плоскостными геометрическими объектами, работа по преобразованию задач и т.д. Рассмотрение этих вопросов закладывает основы для изучения математики на следующих ступенях обучения и позволяет более глубоко и осознанно изучать математику в начальной школе.

Важнейшей особенностью учебника является ориентация на самостоятельное добывание знаний самими учащимися, в связи с чем задания или не содержат образцов решения поставленных в учебнике проблем, или они возникают в заключительной части как возможный вариант (варианты) их решения и являются объектом сравнения с достигнутым в процессе самостоятельного поиска результатом, обсуждения и обоснованного выбора наилучшего из них.

Следует также отметить преобладание в учебнике заданий, требующих использования словесно-образного и словесно-логического уровней мышления, над заданиями, требующими наглядно-действенного и наглядно-образного уровней, хотя последние также активно используются в случаях, когда это связано со спецификой изучаемого вопроса или особенностями учеников, с которыми работает учитель.

Необходимо остановиться и на последовательности расположения заданий в учебнике. Как и в учебниках для 2–3 классов, в учебнике для 4 класса рядом стоящие задания не связаны общей темой, а относятся к разным темам и даже разным разделам математики, входящим в этот по существу интегрированный курс начальной школы. В результате такого расположения на каждом уроке ученики выполняют различные по характеру учебного содержания и видам деятельности задания, что позволяет постоянно возвращаться к уже освоенному учебному материалу на новом уровне трудности или к его рассмотрению с новой точки зрения, способствует уяснению изучаемых вопросов всеми учениками, углублению и расширению полученных знаний, стимулирует познавательный интерес, повышает положительную мотивацию школьников, снижает уровень утомляемости.

Особенностью учебника является также само построение его заданий. Подавляющее большинство их представляет достаточно подробную методическую проработку одного, а иногда и нескольких вариантов решения вопроса, которому оно посвящено. Это находит свое отражение в том, что каждое задание включает в себя несколько пунктов (подзаданий), каждый из которых выполняет свою функцию, позволяет рассмотреть основное содержание задания с разных точек зрения, а также установить возможные связи с вопросами, которые изучались раньше, и подготовить почву для дальнейшего продвижения вперед. Помимо этого, многие задания содержат помощь ученикам при возникновении у них непреодолимых затруднений. Она никогда не появляется в виде готового «рецепта», а либо указывает на материал, который поможет найти решение вопроса, либо возвращает к ранее выполненному заданию, продолжением которого является вызвавшее у ученика затруднение. Если же приводится вариант решения, он выступает как катализатор поиска ответов на вопросы типа: *«Можно ли так выполнить задание? Как рассуждал автор предложенного решения? Верно ли он рассуждал? Чем его рассуждение отличается от моего? Какое рассуждение лучше и почему? Нельзя ли рассуждать и так, и так, и получить верное решение?» и т.д.*

Естественно, что пункты заданий, посвященные оказанию помощи, используются только в случае необходимости и только для детей, которые в этом нуждаются. Все это дает возможность реализовать в полной мере положения развивающего обучения Л.В. Занкова: для каждого ученика в задании есть вопросы той степени трудности, которая соответствует именно его уровню подготовки.

Характерной особенностью учебника является и отсутствие в нем четко обозначенных традиционных разделов: в начале года «Повторение пройденного в третьем классе», в конце – «Повторение пройденного в четвертом классе».

Отсутствие начального раздела вызвано прежде всего желанием максимально удовлетворить ожидания учеников, ведь школьник, перешедший в следующий класс, воспринимает это событие как важный этап своей школьной жизни и ждет от начала нового учебного года явных признаков, подтверждающих это. С нашей точки зрения, таким знаком может служить появление новой темы, но ни в коем случае не повторение материала предыдущего года обучения.

Естественно, что изучение новой темы протекает на фоне повторения тем предыдущего класса. При анализе учебника легко заметить, что новая тема занимает немного времени, особенно в начале знакомства с ней, основное же внимание уделяется повторению самых разнообразных вопросов программы третьего класса, что позволяет оперативно установить, какие из них нуждаются в существенном повторении, а какие нет. Такой подход сделает повторение целенаправленным и индивидуальным для каждого класса.

Отсутствие специального раздела повторения в конце учебника также продиктовано желанием сохранить до последнего дня интерес учеников к учению. К концу учебного года у школьников накапливается естественная усталость, которая приводит к снижению работоспособности. Особенно это заметно в случаях, когда предлагаемая деятельность неинтересна детям, не вызывает положительного эмоционального отклика. И именно в это время ученикам предлагается «зависнуть» на повторении, топтаться на месте. Это приводит к резкому падению интереса и желания учиться, которое списывают на усталость и наступление весны. С нашей точки зрения, такое объяснение в значительной степени смешивает причину и следствие. Влияние названных факторов, безусловно, велико, но главной причиной является отсутствие интереса к материалу, который уже давно знаком ученикам. Особенно опасно такое положение для детей, привыкших к полноценной интеллектуальной и эмоциональной жизни на уроках, к которым, вне сомнения, относятся школьники, обучающиеся по системе Л.В. Занкова. Именно эти соображения побуждают нас распределять изучение нового материала так, чтобы оно продолжалось до конца учебного года.

Как уже отмечалось, задания в учебнике для 4 класса, как и в 1–3 классах, являются многоцелевыми, направленными на решение нескольких учебных задач. Наряду с предметными умениями формируются универсальные учебные действия: познавательные, личностные, регулятивные. Приведем примеры таких заданий.

Задания 25, 26, 32, 61 и др. направлены как на совершенствование предметных результатов (решение неравенств, задач, вычисление значений сложных выражений), так и на формирование умения синтезировать, конструировать математические объекты по их описанию.

В заданиях 40, 77 требуется не только знать виды треугольников, уметь находить их площади или складывать трехзначные числа, но и выполнять такие познавательные универсальные учебные действия, как классификация и сравнение.

Многие задания в учебнике направлены на формирование такого качества мышления, как рациональность, экономичность. Учащимся предлагается найти несколько вариантов выполнения задания, решить задачу разными способами, сравнить вычислительные приемы и т.п. В качестве примера можно привести задание 12, в котором необходимо по данной схеме записать несколько неравенств, задание 42, где нужно решить задачу разными способами; задание 137, где дана задача без вопроса и требуется составить как можно больше вопросов к ней.

Вопросы ко многим заданиям направлены на установление причинно-следственных связей в изучаемом явлении. Так, исследование зависимости решения задачи от ее данных (задание 24 *«Узнай, какой путь пробежала бы лиса, если бы бежала в 2 раза быстрее?»*, задание 26 *«Как изменятся ответы на вопросы задачи, если в корзину добавить 2 персика?»*) позволит учащимся более глубоко усвоить математические отношения (например, свойства монотонности суммы и произведения и др.).

Задание 103, где требуется сравнить способы умножения на двузначное и трехзначное числа и сделать общий вывод о зависимости количества промежуточных результатов от количества цифр в числе, на которое умножают, направлено на получение эмпирического обобщения (на основе сравнения единичных объектов, выявления общего и фиксирования этого общего в выводе).

В задании 128 следует выяснить, в чем удобство предложенного способа вычисления, обосновать его с теоретических позиций и составить похожее выражение, значение которого удобно находить предложенным способом. При выполнении задания учащиеся должны действовать по аналогии, которая выступает в этом случае как мощное средство «открытия» новых знаний.

В учебнике часто используется прием, позволяющий обсудить разные способы рассуждений (приводятся мнения детей о способах вычислений, решении задач и т.п.), причем в одних случаях эти способы равноценны (одинаковой степени сложности), в других – одни более рациональны, чем другие. Учащиеся учатся оценивать каждое мнение, обосновывать свою позицию, что способствует развитию критичности мышления, а также формированию коммуникативных умений.

Материал в учебнике структурирован так, что ученики для выполнения многих заданий ведут поиск информации либо в учебнике на других страницах, например, задание 24 *(«Вернись к задаче № 20...»)*, задание 90 (*«Сравни задачу с задачей из задания № 67...»* и др.), либо в других источниках информации: задание 64 *(Какая река имеет самую большую протяженность в мире? Найди в справочниках или в Интернете эту информацию)*; задание 70 *(На сколько морская миля отличается от английской мили? Узнай об этом в энциклопедиях, справочниках или в Интернете)*.

Как и в учебниках 1–3 классов, учащимся предлагается работать с информацией, организованной разными способами: в виде текста, схемы, таблицы, диаграммы. Поскольку у четвероклассников уже достаточно высоко развито абстрактное мышление, диаграммы и схемы усложнены двумя способами: во-первых, увеличено количество символов в схемах, во-вторых, они приобретают все более абстрактную форму (например, в заданиях 10 и 16 даются таблицы и предлагается, используя их данные, ответить на вопросы; в задании 44 по схеме задачи необходимо заполнить таблицу и ответить на вопросы, используя полученную информацию).

Для ориентации в материале в учебнике используется система значков.

Особым значком отмечены задания, предлагающие работу со страницей-справочником. К этой работе ребята уже привыкли начиная с 1 класса, когда составляли сначала столбики таблицы сложения, во 2 классе – таблицу умножения, в 3 классе – таблицы соотношений величин.

В 4 классе учащиеся работают и со старыми (из 1–3 классов) карточками-справочниками и составляют новые (задания 30, 207, 237, 306, 327 и др.) – запись формулы площади прямоугольного треугольника, соотношения единиц измерения длины; единиц измерения массы; таблица соотношения единиц измерения объема и т.д.

С помощью значка «Составляем алгоритм» выделены задания, в которых определяется последовательность того или иного действия или уже известная инструкция применяется в новых условиях (задания 118, 126, 256).

Значком «Практическая работа» отмечаются ситуации, в которых учащиеся выходят за пределы учебника и с помощью различных инструментов исследуют, сравнивают, анализируют информацию (задания 72, 114, 120, 181, 234, 254, 286, 291, 372, 378 и др.).

Значками «Работа в паре», «Работа в группе», «Учим друг друга» выделены задания, в которых не только формируются коммуникативные навыки, но и расширяется область применения математических знаний, проверяется гипотеза, накапливается материал для формулирования вывода и т.д. (задания 38, 65, 90, 155, 225 и др.).

К особенностям структуры учебника можно отнести и странички «Проверь себя» в конце каждой главы, которые позволяют обобщить и систематизировать математический материал, изученный на ряде уроков. Эти задания можно выполнить на заключительном уроке по теме, а можно использовать в текущей урочной или домашней работе.

Исторический материал, выделенный в учебнике в отдельные развороты, расширяет кругозор детей, связывает прошлое и настоящее, помогает осознать математику как древнюю и вечно современную науку.

Как и предыдущих классах, последовательность заданий, предложенная в учебнике 4 класса, является желательной, но не обязательной. Вместе с тем следует иметь в виду, что расположение заданий не является случайным, если учитель захочет что-то изменить, то он должен четко продумать систему подачи материала.

Выполнение каждого задания необходимо строить так, чтобы побуждать учеников самостоятельно решать возникающие проблемы. Основные формы работы – самостоятельное (индивидуальное или групповое) обдумывание проблемы и последующая беседа (обсуждение предложений, гипотез, вопросов, ответов детей). При этом наиболее ценной такая беседа становится тогда, когда она ведется не между учителем и учениками, а непосредственно между учениками. Такое построение процесса обучения создает благоприятные условия для постоянного движения вперед каждого ученика в самостоятельном обнаружении свойств, связей и закономерностей, содержащихся в изучаемом материале, способствует глубокому его пониманию.

Количество заданий учебника предполагает, что в течение учебного дня будут использоваться 4–5 заданий, часть пунктов которых составит основу урока, а часть послужит домашним заданием.

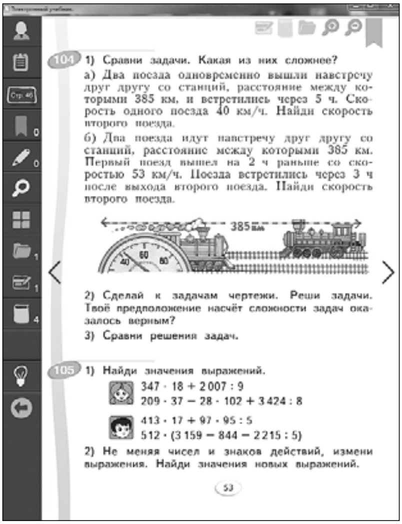
Электронная форма учебника

В УМК «Математика», 4 класс, наряду с печатной формой учебника представлена его электронная версия. Структура, содержание, художественное оформление печатной и электронной форм учебника соответствуют друг другу. Вместе с тем, в электронной форме образовательные возможности традиционного учебника расширяются за счет активного использования мультимедийных и интерактивных элементов.

В методических рекомендациях к учебникам предыдущих классов мы уже говорили о том, что характерно для электронной формы учебников по курсу «Математика» в системе Л.В. Занкова. Они представляют собой образовательный контент, включающий разнообразные материалы, которые можно разделить на несколько групп:

– материалы, *разработанные специально* к данным учебникам (в частности, галереи изображений, комментарии и дополнительные вопросы к учебному материалу, тестовые задания, информационные статьи, интерактивные объекты, изображения с возможностью увеличения и т.д.);

– материалы, подобранные из ресурсов *сети Интернет* с учетом информационной безопасности и возрастных особенностей младших школьников, а также соблюдения законодательства в области интеллектуальной собственности. В качестве примеров подобных ресурсов можно назвать сайты музеев, библиотек, детских журналов, дидактические материалы, размещенные на сайтах «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов», «Каталог электронных образовательных ресурсов», «Электронные образовательные



104 1) Сравни задачи. Какая из них сложнее?

а) Два поезда одновременно вышли навстречу друг другу со станций, расстояние между которыми 385 км, и встретились через 5 ч. Скорость одного поезда 40 км/ч. Найди скорость второго поезда.

б) Два поезда идут навстречу друг другу со станций, расстояние между которыми 385 км. Первый поезд вышел на 2 ч раньше со скоростью 53 км/ч. Поезда встретились через 3 ч после выхода второго поезда. Найди скорость второго поезда.

2) Сделай к задачам чертежи. Реши задачи. Твоё предположение насчёт сложности задач оказалось верным?

3) Сравни решения задач.

105 1) Найди значения выражений.

$347 \cdot 18 + 2\,007 : 9$

$209 \cdot 37 - 28 \cdot 102 + 3\,424 : 8$

$413 \cdot 17 + 97 \cdot 95 : 5$

$512 \cdot (3\,159 - 844 - 2\,215 : 5)$

2) Не меняя чисел и знаков действий, измени выражения. Найди значения новых выражений.

53

Страница электронной формы учебника «Математика», 4 класс

ресурсы», уроки с образовательного сайта «Начальная школа», материалы из «Детской энциклопедии Кирилла и Мефодия» и «Мегаэнциклопедии КиМ»;

– *собственные материалы*, которые пользователь может прикреплять к учебнику (файлы, заметки, закладки с оперативным переходом по ним).

Учебники могут использоваться на персональных и планшетных компьютерах с различными операционными системами. По форме хранения электронная форма учебника может быть сетевой (онлайн) и локальной (офлайн). Сетевой вариант учебника актуален при наличии подключения к сети Интернет. Достоинства есть и у локальной версии: она незаменима, когда отсутствует такое подключение или его возможности не соответствуют современным требованиям.

С подробным методическим комментарием по использованию электронной формы учебника «Математика», 4 класс, вы можете познакомиться в соответствующем разделе нашего методического пособия и на сайте *zankov.ru*.

Рабочие тетради

В учебно-методический комплект по курсу «Математика», 4 класс, входит также рабочие тетради в 2 частях (авторы Е.П. Бененсон, Л.С. Итина), которые предоставляют дополнительный материал для организации учебного процесса, позволяют разнообразить формы работы с учащимися, выбрать оптимальный для каждого класса и учителя вариант изучения предмета, повысить интерес к математике.

Задания тетради разнообразны по тематике, способам выполнения и уровню сложности, являются комплексными по содержанию, т.е. способствуют решению нескольких учебных задач. Учитель может менять порядок выполнения заданий, но при этом необходимо строго следить за тем, чтобы не нарушалась логика развертывания темы, а также последовательность расположения связанных между собой заданий.

Каждая тетрадь содержит два раздела «Что я знаю, что я умею», задания могут быть использованы как для проведения проверочных работ в конце четверти, так и для самостоятельного выполнения дома с целью самопроверки.

Кроме того, в учебном процессе учитель может использовать рабочую тетрадь «Волшебные точки» (авторы Л.С. Итина, С.Н. Кормишина), которая предназначена для формирования навыков быстрого и рационального счета, применения вычислений в различных учебных и повседневных ситуациях. Работы, представленные в тетради, учащиеся могут выполнять как в классе, так и дома. Предложенный материал также можно использовать для проведения самостоятельных и проверочных работ.

Следует подчеркнуть, что не стоит полностью выполнять в процессе обучения все задания учебника и тетрадей. Дело учителя решать, что именно он будет использовать, учитывая особенности и возможности своего класса.

Каждая из частей учебно-методического комплекта комплекта по курсу «Математика», 4 класс, играет в процессе обучения свою специфическую роль, составляя единое органическое целое и решая общие задачи продвижения школьников в развитии и формировании как предметных, так и метапредметных учебных действий.

Использование учебника и тетрадей позволит учителю в максимальной степени осуществить одно из важнейших положений системы развивающего обучения Л.В. Занкова – ориентации на особенности детей, которых он обучает, выделив из обилия предлагаемого материала те задания или их части, которые в наибольшей мере отвечают этим особенностям.

ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ И ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ

Четвероклассники уже обладают некоторым опытом решения проектных задач: умеют находить необходимую информацию, под руководством учителя анализировать ее, планировать последовательность действий, организовывать совместную работу, презентовать полученный продукт и т.д. В четвертом классе меняется подход к организации учебно-исследовательской и проектной деятельности, прежде всего, в сторону повышения самостоятельности учащихся. Если в 1–3 классах многие вопросы задавались учителем, а ответы на них обсуждались в классе или в группах совместно с руководителем проекта (учитель, родители, старшеклассники), то в 4 классе учащиеся перед началом работы над проектом и в ходе его выполнения сами должны найти ответы на многие вопросы. Так, например, на этапе *проектирования*: какова тема проекта; для чего этот проект нужен мне; чем он будет полезен моим одноклассникам (сверстникам, родным, близким); что появится в результате разработки проекта; что мне нужно сделать, чтобы достичь цели; какие ресурсы я смогу использовать; на *поисковом* этапе (анализ источников): какой вывод для моего проекта я могу сделать на основе полученной информации; как это поможет найти способ разработки проекта; на *технологическом* этапе: каков план (алгоритм) разработки проекта; на этапе *представления* проекта: что доказывает полезность моего проекта; какую проблему решает этот проект; чем этот способ решения проблемы отличается от других способов; в какой форме я представлю свой проект (мультимедиапрезентация, буклет, брошюра, макет, другие формы); каковы перспективы развития проекта.

Количество и содержание предлагаемых учащимся проектов во многом варьируется в зависимости от учебных задач, предметного содержания, опыта и уровня подготовки детей.

Для выполнения в 4 классе можно порекомендовать следующие проекты. Например, при изучении темы «Площади фигур», используя формулы площадей прямоугольника (задание 27), прямоугольного треугольника (задание 30), квадрата, проанализировав задачи на вычисление площадей сложных фигур с помощью этих формул (задания 38, 50, 3 на с. 30, 7 на с. 31, 100, 106, и пр.), можно выполнить проект «Площади разных фигур», предложив учащимся составить свои фигуры, для вычисления площадей которых потребуется знание разных формул и применение разнообразных способов (деление на части, дополнение, перестроение).

Проект «Диаграммы» поможет систематизировать знания о видах диаграмм, рассмотреть возможности использования диаграмм в разных областях жизни. В работе над этим проектом помогут такие задания учебника, как 45, 263, 365, 400, 479, задание 5 на с. 126 второй части учебника (столбчатые диаграммы); 64, 166, 331, 408, задание 4 на с. 125 второй части учебника (линейные диаграммы); 102, 305, 422 (круговые диаграммы). В заданиях 153, 184 и 313 учащимся предлагается самостоятельно выбрать вид диаграммы.

Если в третьем классе выполнялся проект «Задачи на движение», то в 4 классе этот проект получит развитие благодаря знакомству с различными видами движения двух тел:

– движение навстречу друг другу (задания 35, 42, 86, 104, 138, 149, 256б, 271, 297, 322, 361, 369, 398а, 514);

– движение в разные стороны (задания 47, 49);

– движение в одну сторону со сближением (задания 44, 67, 200, 211, 398б, 431, 452, 459, 492, 496);

– движение в одну сторону с удалением (задания 90, 202, 206, 256а, 262).

Так как задачи на движение решаются в течение всего учебного года и ситуации, изложенные в задачах, изменяются (одновременное начало движения, разновременное движение, арифметическое решение задачи, алгебраический способ решения и пр.), то проект можно выполнять в течение длительного периода времени.

Выполнение проектов «Правила округления чисел» и «Свойства равенств» позволит собрать воедино материалы, изложенные в учебнике, и оформить памятку по использованию такого справочника.

Проект «Развертки объемных тел» направлен на развитие умений построения разверток изученных объемных фигур, вычисление площадей их поверхности, конструирования моделей. Результатом выполнения такого проекта может стать альбом разверток разнообразных призм, пирамид, цилиндров, конусов и набор объемных моделей этих тел.

Программа математики 4 класса может подсказать темы и других проектов, например, «Объем и его измерение», «Действия с величинами», «Отрицательные числа в нашей жизни», «Модели многозначных чисел» и т.д. Выполнение проектов по этим и другим темам поможет усвоению материала и расширит математический кругозор учащихся.

Приведем пример разработки проекта «Диаграммы».

На этапе проектирования ребенку необходимо ответить на вопросы:

- В какой области я буду разрабатывать проект? *(Способы организации информации.)*
- Чему будет посвящен проект? *(Разным видам диаграмм.)*
- Зачем этот проект нужен мне? Чем он будет полезен моим одноклассникам, родителям? *(В жизни диаграммы встречаются часто: график изменения температуры воздуха на сайте ГИСМЕТЕО выполнен в виде столбчатой диаграммы, папа каждый день просматривает курс доллара, мама работает психологом и ей часто приходится составлять разные диаграммы, т.е. для того чтобы успешно работать, получать и понимать информацию, необходимо разбираться в диаграммах. В учебнике математики много разных заданий, в которых требуется прочитать и проанализировать диаграмму. Значит, и для учебы это тоже нужно.)*
- Что появится в результате разработки проекта? *(Будут сформулированы советы по чтению разных видов диаграмм и по использованию их для облегчения восприятия информации.)*
- Что нужно сделать для того, чтобы достичь цели? *(Проанализировать разные источники, чтобы выяснить, какие бывают виды диаграммы. Проанализировать задания в учебнике, чтобы выяснить, какие виды диаграмм встречаются в нем. Определить, какие виды диаграмм в каких ситуациях использовать удобнее. Сформулировать советы по чтению и составлению диаграмм. Разработать макет справочника с разными видами диаграмм и советами.)*
- Какие ресурсы можно использовать? *(Интернет, энциклопедии, информация мамы и папы.)*

На поисковом этапе проводится анализ найденных источников и делается следующий вывод: диаграммы бывают разного вида; применяются разные названия (линейные – для показа происходящих изменений, круговые или секторные – для показа соотношения меду целым и его частями, столбчатые или столбиковые – для показа соотношения между несколькими целыми).

На основании полученной информации и сделанных выводов учащиеся могут разработать макет буклета, содержание которого будет выглядеть следующим образом. На обложке (первая полоса): название буклета, иллюстрация с диаграммой, указание автора и школы, в которой автор учится. На развороте слева (вторая полоса): определение диаграммы, ее назначение. На развороте в середине (третья полоса): виды диаграмм с иллюстрациями. На развороте справа (четвертая полоса): виды диаграмм с иллюстрациями. На оборотной стороне (пятая и шестая полосы): задачи на составление диаграмм.

На этапе представления результата проекта ученик отвечает на следующие вопросы:

- Какие аргументы докажут полезность моего проекта? *(Перечислить профессии, для которых важно уметь читать диаграммы. Рассказать о задачах с использованием диаграмм в учебнике.)*
- Какую проблему я решил, разработав этот проект? *(Собрал информацию о разных видах диаграмм и сформулировал советы по их чтению и составлению. В учебнике математики такой информации нет.)*
- Каковы перспективы развития проекта? *(Выяснить, какие виды диаграмм используются при изучении других наук, например, физики или биологии.)*

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОМУ ОБЕСПЕЧЕНИЮ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

1. Работа по данному курсу обеспечивается УМК и дополнительной литературой:

Аргинская И.И., Ивановская Е.И., Кормишина С.Н. Математика : учебник для 4 класса : в 2 ч. (печатная и электронная формы). – Самара : Издательский дом «Федоров».

Бененсон Е.П., Итина Л.С. Рабочие тетради по математике для 4 класса : в 2 ч. – Самара : Издательский дом «Федоров».

Итина Л.С., Кормишина С.Н. Волшебные точки : рабочая тетрадь по математике для 4 класса. – Самара : Издательский дом «Федоров».

Аргинская И.И., Кормишина С.Н. Методические рекомендации к курсу Математика». 4 класс. – Самара : Издательский дом «Федоров».

Зубова С.П. Поурочно-тематическое планирование к учебнику И.И. Аргинской, Е.И. Ивановской, С.Н. Кормишиной «Математика. 4 класс». – Самара : Издательский дом «Федоров».

Аргинская И.И. Сборник заданий по математике для самостоятельных, проверочных и контрольных работ в начальной школе. – Самара : Издательский дом «Федоров».

Инструкция по установке, настройке и использованию электронной формы учебника.

2. Специфическое сопровождение (оборудование):

– классная доска с набором приспособлений для крепления таблиц;

– магнитная доска;

– экспозиционный экран;

– мультимедийный проектор;

– объекты, предназначенные для демонстрации счета;

– наглядные пособия для изучения состава числа (в том числе карточки с цифрами и другими знаками);

– демонстрационные измерительные инструменты и приспособления (размеченные и неразмеченные линейки, транспортиры, наборы угольников, мерки);

– демонстрационные пособия для изучения геометрических величин (длины, периметра, площади): палетка, квадраты (мерки) и др.;

– демонстрационная таблица умножения;

– видеофрагменты и другие информационные объекты, отражающие основные темы курса математики;

– учебные пособия для изучения геометрических фигур, геометрического конструирования: модели геометрических фигур и тел, развертки геометрических тел.

3. Рекомендуемые электронные ресурсы:

Портал культурного наследия России – 34 виртуальных экскурсии по российским музеям (http://culture.ru/museums/virtual/#).

«Объекты культурного наследия» (http://kulturnoe-nasledie.ru/), в частности:

- Памятники архитектуры (http://kulturnoe-nasledie.ru/category.php?id=30);
- Памятники монументального искусства (http://kulturnoe-nasledie.ru/category.php?id=40);
- Памятники археологии (http://kulturnoe-nasledie.ru/category.php?id=10).

«Учимся беречь энергию». Учебно-методический комплект по развитию культуры энергосбережения и энергоэффективности (http://edusaveenergy.ru/), в частности:

- электронное пособие (http://edusaveenergy.ru/sites/default/files/open/energia_i.html).

Сайт Русского географического общества (http://www.rgo.ru).

Детский журнал «Костёр» (http://www.kostyor.ru/).

Официальный сайт журнала «Мурзилка» (http://www.murzilka.org).

Он-лайн журнал «Школьнику» (http://journal-shkolniku.ru/).

Видеоуроки по основным предметам школьной программы. Смотри и понимай (http://interneturok.ru).

Официальный сайт канала **«Карусель-ТВ»**, в частности:

- программа «Почемучка» (http://rutv.ru/brand/show/id/5108/channel/70).

Методический комментарий к основным разделам курса «Математика». 4 класс

В настоящем разделе изложены основные линии работы по следующим темам:

Числа и величины:

а) числа класса миллионов;

б) точные и приближенные значения чисел, округление чисел;

в) положительные и отрицательные числа.

Арифметические действия:

а) умножение и деление многозначных чисел;

б) действия с величинами;

в) сложные выражения;

г) формирование вычислительных навыков;

д) элементы алгебры.

Пространственные отношения. Геометрические фигуры.

Геометрические величины.

Работа с текстовыми задачами.

Работа с информацией.

ЧИСЛА И ВЕЛИЧИНЫ

Числа класса миллионов

В 4 классе завершается изучение натуральных чисел в пределах, предусмотренных программой, формируются общие понятия о построении используемой нами десятичной позиционной системы счисления, письменной и устной нумерации в ней. Новый материал по изучению натуральных чисел представлен в конце учебного года, когда дети знакомятся с последним концентром – числами в пределах класса миллионов и получают представление о счетных единицах, образующих класс миллиардов, – единицах миллиардов, десятках миллиардов и сотнях миллиардов (задание 508).

Такое расположение материала позволяет еще раз вернуться ко всем вопросам, которые являются фундаментом курса математики начальной школы: построению десятичной системы счисления, устной и письменной нумерации, действиям с натуральными числами, их законам и свойствам.

Необходимо иметь в виду, что ученики часто не удовлетворяются предложенными границами изучения натуральных чисел и стремятся их расширить. Препятствовать этому не следует, но и брать на себя основную работу также не нужно. Пусть ученики сами найдут материал, касающийся названий более высоких классов, и расскажут об этом. Такая исследовательская работа будет способствовать более глубокому осознанию изученного программного материала.

Для ориентации приводим названия классов с четвертого по десятый: миллиарды (биллионы), триллионы, квадриллионы, квинтиллионы, секстиллионы, септиллионы, окталлионы. Если ученики свяжут каждый класс не только с его названием, но и с порядковым номером, нужда в названиях вообще отпадет, тем более что количество классов бесконечно, а значит, придумать для каждого название невозможно.

Центральным моментом каждого нового расширения является образование новой единицы счета – миллиона (задание 451), десятка миллионов (задание 476), сотни миллионов (задание 486). Каждая из них возникает в первую очередь как результат объединения десяти предыдущих единиц в единое целое: десять сотен тысяч – один миллион, десять миллионов – десяток миллионов, десять десятков миллионов – сотня миллионов. Затем необходимо рассмотреть другие способы образования новой единицы счета и соотнести их с основным (см., например, задание 456). Для образования миллиона рассматриваются случаи его получения при счете единицами, десятками, сотнями, тысячами и десятками тысяч – всего 5 случаев. Для более старших счетных единиц их еще больше. Важно провести наблюдения за тем, как такие способы образования счетной единицы переходят в основной. Например:

$$999\,999 + 1 = 999\,990 + (9 + 1) = 999\,900 + 90 + 10 =$$
$$= 999\,900 + (90 + 10) = 999\,000 + (900 + 100) =$$
$$= 990\,000 + (9\,000 + 1\,000) = 900\,000 + (90\,000 + 10\,000) =$$
$$= 900\,000 + 100\,000 = 1\,000\,000.$$

Образование новых классов и особенно разрядов, как правило, не вызывает затруднений у учеников четвертого класса, ведь, по существу, происходит только расширение области применения ранее сформированных знаний.

После рассмотрения различных способов образования новой единицы выполняется счет новой единицей, рассматривается запись получившихся при этом чисел. Одновременно определяется место цифры, обозначающей количество новых единиц в записи числа, вводится понятие о новом разряде, происходит знакомство с числительными, соответствующими записанным числам, и заполняются промежутки между записанными числами (задания 456, 461, 469, 476, 480, 486, 493, 498, 502).

Для класса миллионов процесс заполнения промежутков в натуральном ряду основан на наблюдениях за числами.

Изучение чисел в пределах класса миллионов рассматривается также в следующих заданиях рабочей тетради № 2: 72, 93, 96, 100, 103, 109.

Точные и приближенные значения чисел. Округление чисел

Изучение точных и приближенных значений чисел и связанного с этим понятия об округлении чисел с заданной точностью позволяет расширить математический кругозор детей, их представления о многообразии мира чисел, с которым они постоянно сталкиваются и будут сталкиваться в своей жизни, и дать им в руки инструмент, помогающий рационально подбирать цифры в значениях частных при выполнении внетабличного деления натуральных чисел, заменяя реальные значения компонентов приближенными и сводя таким образом внетабличное деление к случаям табличного.

Изучение темы необходимо начать с анализа возможных источников получения чисел и соответствующей оценки того, какие в каждом случае могут получаться числа. Посвященные таким ситуациям задания 147, 151, 160, 161 можно использовать и как первый подход к проблеме, и как закрепление и расширение результатов, полученных при обсуждении самостоятельно выдвинутых ситуаций.

Разбор различных жизненных ситуаций, предложенных как детьми, так и учителем, позволит прийти к выводу, что основными источниками возникновения чисел являются счет и измерения (мы сознательно исключаем возникновение числа как результата выполнения действий с другими числами, т.к. в таком случае рассматриваемое число является вторичным, производным от других чисел).

Естественно, что в результате счета могут возникать как точные (как правило, при пересчете сравнительно небольшого количества объектов), так и неточные, приближенные значения чисел (например, при подсчете количества жителей города или страны, деревьев в лесу и т.п.). При разборе каждой ситуации важно не только осознание того, к каким числам она приводит, но и обсудить причины такого результата и его приемлемость для практического использования.

Например, при проведении переписи населения страны обязательно получается неточный результат, т.к. даже при самой тщательной работе переписчиков невозможно учесть все колебания численности населения, происходящие за время проведения переписи и обработки полученных результатов: кто-то родился в это время, кто-то умер, кто-то уехал из страны, а кто-то приехал. Полученный результат неизбежно будет отличаться от точного количества. Вместе с тем, такой приближенный результат достаточен для решения проблем, связанных с населением всей страны, для которых разница даже в несколько тысяч человек несущественна. Что касается чисел, полученных в результате измерений, то они, по существу, всегда являются приближенными, так как само использование инструментов измерения приводит к ошибкам в пределах точности этих инструментов. Таким образом, становится ясно, что в жизни мы часто сталкиваемся с приближенными, неточными, числами. К этому выводу и нужно подвести учеников. (*В разделе «Конспекты уроков» данного пособия вашему вниманию предлагается урок по этой теме.*)

Точные и приближенные значения чисел рассматриваются также в следующих заданиях рабочих тетрадей: 76, 91 (тетрадь № 1) и 29 (тетрадь № 2).

Следующий важный момент в развитии темы относится к возможности сознательной замены известного точного или приближенного числа другим, приближенным или еще менее точным числом, а также выяснением причин, вызывающих такую замену, и ее последствий.

Примером, иллюстрирующим замену точного числа приближенным, может служить запоминание числа учащихся в школе. Можно совершенно точно установить, сколько детей учится в школе в данный момент. Допустим, это 983 ученика. Нужно ли запоминать это число? Во многих случаях такая точность не требуется, да и в течение года это число может много раз измениться, хотя и в небольших пределах, за счет выбывания части учеников или прибытия новых. Значит, для общего представления о количестве учеников школы гораздо удобнее заменить точное число приближенным, близким к точному, но легче запоминающимся, например числом 1000.

Рассмотрим пример, когда неточное число заменяется еще более неточным. Ученик решил измерить путь, который он проходит от дома до школы. В результате проведенного измерения он получил число 153 м 17 см. Как результат измерения это число заведомо неточное. Ясно также, что ученик, совершая путь от дома до школы, не двигается каждый раз точно по той линии, по которой производил измерение, и его реальные пути в действительности несколько отличаются друг от друга по длине. Нужна ли в этой ситуации такая точность? Прежде всего, нужно ли сохранить в длине пути сантиметры? Сравним длину отрезка в 17 см с длиной всего пути. Ясно, что он так мал, что не играет практически никакой роли в определении длины пути ученика, а значит, их можно отбросить и получить еще более неточное число 153 м. При желании и это число можно заменить на 150 м, которое дает достаточное представление о длине пути ученика.

После обсуждения и уяснения детьми всех этих проблем можно переходить к постепенному формированию понятия об округлении чисел с заданной точностью и правилу выполнения этой операции. При этом следует иметь в виду, что мы не требуем точной формулировки правила округления чисел и тем более его запоминания. Достаточно достичь того, чтобы дети могли практически, опираясь на здравый смысл, верно выполнять округление чисел с заданной точностью.

Прежде всего важно, чтобы ученики поняли смысл округления – это замена данного числа другим, более или менее близким к данному, но всегда более удобным (постоянные наблюдения, которые проводились в течение первых трех лет обучения, должны к этому времени сформировать у детей понимание того, что работать с числами тем легче, чем больше у него в конце стоит нулей и чем меньше в нем значащих цифр), т.е. данное число заменяется другим, в котором сохраняются только значащие цифры тех разрядов, которые соответствуют заданной точности округления, все же младшие для этой точности цифры заменяются нулями.

Как правило, первоначально дети предлагают различные варианты такой замены, среди которых могут оказаться и достаточно удаленные от заданного числа.

Так, на одном из уроков при округлении числа 2 758 с точностью до десятков были предложены числа 2 730, 2 740, 2 750, 2 760, 2 770, 2 780 и 2 790. Все предложенные варианты были обсуждены, и дети особо выделили числа 2 750 и 2 760 как самые близкие к данному числу в натуральном ряду. Они были признаны самыми удачными, а об остальных дети сказали, что они слишком далеко стоят в натуральном ряду от данного числа.

Аналогичная ситуация рассматривается в задании 171, подготовкой к работе с которым служит выполнение заданий 164 и 167.

После того, как выбор нужных чисел при округлении с недостатком и с избытком по сравнению с данным числом становится ученикам ясен, нужно установить, какое из двух чисел лучше использовать в каждом конкретном случае. Для этого выясняется, когда допускается меньшая ошибка.

Так, если при округлении с точностью до десятков числа 2 758 взять число 2 750, погрешность будет 8, а если взять число 2 760 – число 2. Значит, в данном случае лучше использовать число 2 760.

Постоянно проводимые наблюдения при округлении чисел с разной степенью точности сформируют у школьников представление о том, на какие цифры нужно при этом обращать основное внимание и при отбрасывании каких цифр округление нужно выполнять с избытком, а при каких – с недостатком.

Рассмотрим примеры такого округления. Требуется округлить до десятков число 635. Ближайшие подходящие числа 630 и 640. Найдем погрешности, которые получатся при замене данного числа каждым из них. В обоих случаях она равна числу 5, следовательно, варианты равноценны, и осознанная детьми логика выбора варианта округления числа не срабатывает.

Такая же ситуация будет возникать и в случаях округления любых чисел с любой точностью, если в старшем из отбрасываемых разрядов стоит цифра 5, а в более младших – нули.

При этом используется правило, основанное не на логике, а на договоренности – выполнять округление с избытком.

Мы считаем чрезвычайно важным разграничение случаев, которые подчиняются логическому объяснению, и таких, где действует условность. Осознание таких моментов помогает детям глубоко проникать в суть изучаемого материала, понимать многообразие подходов, используемых в математике.

Особые случаи округления чисел возникают в ситуациях, когда правило округления вступает в противоречие со здравым смыслом и не может быть формально использовано. Естественно, что при округлении отвлеченных чисел такие ситуации не возникают, они могут проявляться при решении конкретных жизненных задач.

Приведем пример такой задачи: *Для ремонта школы требуется 34 кг краски. Сколько банок краски нужно заготовить, если в каждой банке 10 кг краски?*

Для решения задачи нам придется округлить количество краски до десятков. По правилу округления мы должны взять число 30 кг, но здравый смысл подсказывает, что такое решение будет неверным, т.к. краски для ремонта не хватит, и нужно, вступив с правилом в противоречие, округлить число 34 кг до 40 кг. Обобщаем: при решении любой задачи, связанной с накоплением любых материалов, округление всегда нужно выполнять с избытком, а в задачах, связанных с расходованием чего-либо, с недостатком.

Помимо заданий учебника теме посвящены следующие задания рабочей тетради № 1: 76, 89, 91, 101, 102, 106.

Положительные и отрицательные числа

Знакомство с положительными и отрицательными числами так же, как и многие другие вопросы программы, служит главным образом расширению математического кругозора учеников, способствуя тем самым и продвижению их в развитии, и более глубокому овладению материалом, связанным с изучением чисел (натуральные числа и ноль, устная и письменная нумерация).

Как и при работе с другими множествами чисел, не являющихся натуральными, самым главным на начальном этапе является осознание необходимости появления этих новых чисел (см., например, методические рекомендации к началу знакомства с дробными числами в третьем классе), вытекающее из реальных жизненных ситуаций.

Чаще всего дети сталкиваются с использованием положительных и отрицательных чисел при измерении температуры воздуха. Задолго до начала знакомства с положительными и отрицательными числами на уроках математики учащиеся встречаются с ними, слушая прогноз погоды по радио, читая его на экранах телевизоров или в газете. В этой привычной ситуации положительные и отрицательные числа не вызывают у детей удивления, воспринимаются как само собой разумеющееся явление.

Задача учителя довести до сознания учеников, что они имеют дело с новым множеством чисел, более широким, чем множества, с которыми они познакомились раньше, установить причину их появления, найти и осмыслить другие ситуации, где удобно использовать числа этого множества.

Выделение особенностей чисел, осознание того, какие ситуации приводят к необходимости их использования, начинается в задании 416, где ученикам предлагается осмыслить именно такой случай употребления положительных и отрицательных чисел. Эта тематическая линия продолжается и в заданиях 420, 422, 426, 429.

Следующим важным этапом является определение места новых чисел по отношению к изученным ранее: взаимное расположение тех и других чисел, их сравнение. В учебнике эти вопросы решаются в основном через рассмотрение числовой прямой, расположения чисел на ней. Этому посвящены задания 426, 430, 434 и 440, где происходит знакомство с числовой (координатной) прямой, с расположением на ней положительных и отрицательных чисел, сравнение чисел по их взаимному расположению с использованием общей закономерности – чем правее расположено число, тем оно больше, чем левее, тем меньше, и т.д.

В результате дети должны прийти к важным выводам:

- целые положительные числа – это давно и хорошо знакомые натуральные числа, новой является только их другая запись $+6$ вместо 6;
- все отрицательные числа меньше любого положительного числа и числа 0.

В процессе работы более ясной становится и особая роль числа 0, которое разграничивает положительные и отрицательные числа, само же не является ни тем, ни другим.

На взгляд учителя, объем изучаемого в этой теме материала может быть расширен. Например, могут быть рассмотрены не только целые числа, но и дробные. Можно также познакомить учеников с простыми случаями выполнения действий с рациональными числами. Лучше всего для этой цели использовать числовую прямую и уже давно знакомый детям способ выполнения действий движением по ней.

В рабочей тетради № 2 положительные и отрицательные числа рассматриваются в заданиях: 59, 67, 70, 73, 74, 77, 79, 86, 109.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

Материал, относящийся к вопросам сложения и вычитания многозначных чисел и умножения и деления многозначных чисел на однозначные числа, необходимо рассматривать как уже знакомый, изученный на более узком множестве чисел. Такой подход диктует особенности работы: сравнение уже знакомых случаев выполнения действий с новыми, впервые встретившимися вариантами (например, $369 + 789$

и $3369+8789$; $926-275$ и $17926-9275$; $258 \cdot 3$ и $4258 \cdot 3$; $546:3$ и $7256:3$, а в конце года и с использованием чисел в пределах класса миллионов), выявление сходства и различия в рассматриваемых случаях, поиски применения знакомого материала в новых условиях и обоснование выбора пути на основе наблюдений (можно проследить выполнение умножения в таком ряде выражений: $8 \cdot 3$, $58 \cdot 3$, $258 \cdot 3$, $7258 \cdot 3$ и т.д., анализ которого показывает использование общей закономерности в выполнении умножения в каждом случае и характер существующих различий), осуществление выбранного пути решения и объяснение его эффективности. Такая, по существу, исследовательская работа формирует у учащихся глубокий обобщенный подход к пониманию общих принципов выполнения каждого действия, способность свободно использовать их на любом множестве натуральных чисел, что ведет к прочным и осознанным вычислительным навыкам.

Помимо заданий учебника, которые способствуют продвижению учеников в понимании общности алгоритмов выполнения каждого из арифметических действий на любом множестве натуральных чисел, этому посвящены следующие задания рабочих тетрадей: 1, 3, 8, 9, 11, 13, 14, 16, 18, 20, 22, 23, 25, 27, 30, 32, 33, 39, 42, 44–47, 53, 56, 62, 64, 66, 75, 77, 80, 81, 85, 87, 88, 93, 95, 99, 102, 106, 113, 114 (тетрадь № 1); 2, 13, 15, 28, 26, 32, 40, 44, 56, 58, 65, 66, 69, 72, 85, 91, 94, 96, 100, 108 (тетрадь № 2).

Умножение и деление многозначных чисел

Умножение и деление на многозначные числа является новым материалом в программе четвертого класса и вместе с тем в большой мере дальнейшим развитием изучения этих действий на более ранних этапах обучения. Отсюда вытекают два основных направления в работе: выявление того нового, что заложено в материале темы, и определение и осознание общих положений, присущих этим действиям в любом частном случае.

Основные линии изучения этого материала в системе развивающего обучения идентичны линиям обычной программы. Поэтому новые направления работы заключаются в освещении и разработке этих линий, расстановке акцентов, установлении связей и зависимости с ранее изученным материалом.

Рассмотрим отдельно вопросы умножения и деления на многозначное число.

Анализ выполнения умножения на многозначное число позволяет утверждать, что основные положения, лежащие в основе этой операции, остаются теми же, что были выявлены при изучении умножения многозначного числа на однозначное: поразрядность выполнения операции и использование в каждом разряде таблицы умножения. Вместе с тем их использование имеет свои особенности, которые должны быть выявлены и осознаны учениками (например, при умножении на двузначное число применение таблицы умножения значительно усложняется при умножении десятков на десятки, сотен на десятки и т.д. В этом случае ученику недостаточно получить результат, вытекающий из таблицы умножения, он должен установить разрядную принадлежность получившегося числа).

Сравним два похожих случая умножения, в которых используется одно и то же равенство из таблицы умножения: $70 \cdot 4$ и $70 \cdot 40$.

В первом случае рассуждение достаточно простое: 7 десятков нужно взять 4 раза, получатся тоже десятки, их будет 28, т.к. $7 \cdot 4 = 28$. 28 десятков это 280. Можно проверить полученный результат, заменив умножение сложением.

Рассмотрим второй случай. Очевидно, что ученик достаточно легко установит, что при умножении тоже получится 28 единиц, но может серьезно затрудняться в определении разряда этих единиц. Достаточно сложен и способ замены умножения сложением в силу большого количества слагаемых, получающихся при этом. Для решения этой проблемы необходимы дополнительные знания. Существенно поможет знание сочетательного закона умножения. Это позволит заменить второй множитель произведением двух или нескольких однозначных чисел и свести новый случай умножения к известным. Выполнение умножения в таком случае может быть таким: $70 \cdot 40 = 70 \cdot (8 \cdot 5) = (70 \cdot 8) \cdot 5 = 560 \cdot 5 = 2800$.

Такой путь достаточно трудоемок и может быть использован только как промежуточный, нащупывающий основной способ. Сравнение результатов умножения будет способствовать первым выводам: $70 \cdot 4 = 280$; $70 \cdot 40 = 2800$.

Дети легко заметят как сходство, так и различие этих равенств, в том числе и разницу в разрядных единицах. Отсюда вытекает следующий шаг – исследование источника подмеченной закономерности, а затем и осознание основного пути выполнения операции – представление множителя не произведением однозначных чисел, а произведением однозначного числа на единицу с нулями, откуда непосредственно вытекает необходимость знания о закономерности, связанной с умножением любого числа на единицу с нулями.

Другой способ нахождения значений произведений многозначных чисел основан на использовании распределительного закона умножения относительно сложения. В этом случае один из множителей заменяется суммой нескольких однозначных чисел и вычисление значения данного произведения опять сводится к использованию полученных ранее знаний.

Оценка этих способов позволит сделать вывод об универсальности и удобстве каждого из них и о том, что необходимо искать более простой, быстрый и всегда работающий способ выполнения умножения многозначных чисел.

Теперь можно выделить основные этапы в изучении умножения на многозначное число:

1) поиск пути нахождения значения произведения при многозначных множителях (задания 58, 62, 66);

2) умножение на единицу с нулями с использованием сочетательного свойства умножения (задания 69, 73, 75);

3) умножение на круглые числа (задания 80, 87);

4) возвращение к распределительному свойству умножения относительно сложения (задания 92, 97, 107, 110, 116);

5) умножение на многозначное число при помощи записи столбиком (задания 118, 123, 126, 131, 133, 139).

Работа с заданиями каждого этапа строится так, чтобы основное внимание было направлено на установление тесных логических связей как между отдельными этапами, так и между новыми случаями выполнения умножения и ранее пройденным во втором и третьем классах материалом.

Постоянный анализ выполняемых операций, сопоставление с ранее изученным материалом позволит детям установить, что при умножении на многозначное число знакомый детям алгоритм умножения на однозначное число повторяется несколько раз (столько, сколько значащих разрядов во втором множителе) и завершается объединением полученных в результате их выполнения промежуточных значений произведений.

Выделим те **основные задачи**, которые должны быть решены в результате изучения действия умножения на протяжении трех лет (2–4 классы).

- У детей должна сложиться стройная картина усложнения этой операции при переходе от одного этапа ее изучения к другому и, вместе с тем, тесной взаимосвязи между всеми этапами. Первый этап – табличное умножение, любой случай которого выполняется в один основной шаг на основе использования таблицы умножения. Второй этап – умножение многозначного числа на однозначное, любой случай которого выполняется многократным выполнением шага (число повторений зависит от количества значащих цифр многозначного множителя), использовавшегося на первом этапе, и последующим объединением (сложением) результатов этих шагов. Третий этап – умножение многозначного числа на многозначное, любой случай которого выполняется многократным повторением шагов второго (а значит, и первого) этапа с последующим объединением их результатов.
- Должен быть сформирован автоматизированный навык выполнения табличного умножения.
- Должно быть полностью сформировано умение выполнять умножение любых изученных многозначных чисел в пределах получения результата, относящегося также к изученным числам (т.е. значение произведения не должно выходить за рамки класса миллионов).

Рассмотрим деление на многозначное число.

Эта тема завершает изучение арифметических действий с натуральными числами в курсе начальной школы.

Деление многозначного числа на многозначное представляет новый аспект этого действия, знакомство с которым началось во втором классе (общее понятие о действии и табличные случаи деления) и было продолжено в третьем классе (внетабличное деление на однозначное число).

Таким образом, к началу изучения рассматриваемой темы учащиеся владеют следующими **необходимыми** для продвижения вперед **знаниями** и **умениями**:

– имеют общее понятие о действии деления как обратном умножению, при помощи которого по значению произведения и одному множителю определяется другой множитель, т.е. о взаимосвязи между умножением и делением;

– знают о взаимосвязи между компонентами деления и о закономерностях изменения значения частного при изменении остальных компонентов этого действия;

– владеют в полной мере табличными случаями деления;

– имеют понятие о делении с остатком и о взаимосвязи между компонентами деления в таких случаях;

– имеют понятие о свойстве деления суммы на число в пределах однозначного делителя;

– владеют в полной мере алгоритмом внетабличного деления многозначного числа на однозначное и его обоснованием как с точки зрения замены делимого суммой удобных слагаемых, так и с точки зрения деления с остатком.

Анализ выполнения внетабличного деления показывает отсутствие принципиальной разницы в механизме его выполнения при однозначном и многозначном делителе. И в том, и в другом случае алгоритм выполнения операции заключается в неоднократном использовании основного шага, возникшего при изучении табличного деления – использования таблицы умножения для определения результата деления. Различие заключается в том, что при однозначном делителе ученики при подборе цифр значения частного имеют возможность использовать таблицу умножения непосредственно, а при многозначном делителе необходимо предварительно выполнить округление делимого и делителя так, чтобы появилась возможность использовать ту же таблицу, т.е. оставив в делителе одну, а в промежуточных делимых не более двух значащих цифр.

Таким образом, можно утверждать, что все принципиальные положения алгоритма выполнения деления к четвертому классу уже сформированы и остается перенести их в новую ситуацию, завершив тем самым знакомство со всеми случаями его использования на множестве натуральных чисел.

Отсюда вытекают два **основных направления** в работе над темой:

– выявление того нового, что заложено в изучаемом материале;

– осознание тех общих положений, которые присущи делению натуральных чисел в любом частном случае, в том числе и рассматриваемом на данном этапе.

Основная цель, стоящая перед учителем при организации изучения темы, – помочь ученикам самостоятельно сформировать общий алгоритм выполнения операции деления на множестве натуральных чисел.

Для достижения поставленных при изучении темы задач мы считаем необходимым проработку следующих этапов:

первый этап: определение однозначного значения частного при делении на многозначное число, если известен соответствующий случай деления на однозначное число;

второй этап: поиск путей определения значения частного при делении на многозначное число в условиях отсутствия опоры на соответствующий случай с однозначным делителем.

Основой деятельности на первом этапе является знакомая ученикам со 2 класса взаимосвязь между умножением и делением, а также между компонентами деления.

Еще до начала изучения рассматриваемой темы учащиеся многократно сталкивались с определением значений частных на этой основе. Например, определив значение выражения $124 : 4$, они могут, опираясь на взаимосвязь между компонентами деления, сказать, чему равно значение выражения $124 : 31$, а найдя корень уравнения $x \cdot 6 = 282$, определить корни уравнений $47 \cdot y = 282$ и $282 : a = 47$.

Активизации этих взаимосвязей посвящены задания 197, 201, 205 и 209. Каждый учитель для своего конкретного класса может предложить дополнительные аналогичные задания как всем, так и отдельным ученикам.

Все дальнейшие задания, посвященные делению на многозначное число, относятся ко второму этапу, основной задачей которого является поиск наиболее простого и универсального способа деления на многозначное число, а также к третьему этапу, цель которого – овладение найденным алгоритмом выполнения такого деления.

Первый способ, который предлагается опробовать ученикам, это способ подбора результата деления, который давно и хорошо им знаком. Первая встреча с ним в рамках рассматриваемой темы происходит в задании 201, где его использование весьма эффективно, т.к. искомое число является однозначным и его нужно выбрать из данных в задании четырех чисел, что резко сужает поле поиска.

На данном этапе учитель может ограничиться материалом задания, сосредоточив внимание учеников на выборе рационального способа решения, но может пойти и дальше. Желательно побудить учеников выявить, почему сравнительно легко получить ответ в пункте 1 задания (даны числа, из которых нужно его выбрать), в чем трудность выполнения пункта 4 (числа для проб нужно установить самому), в каком случае подбор станет еще сложнее (если искомое число выходит за рамки однозначных чисел). Объем и глубина исследования перечисленных аспектов, особенно последнего из них, зависит от возможностей каждого конкретного класса.

Задание 212 знакомит детей со свойством деления числа на произведение, которое является основой второго способа деления на многозначное число, когда делитель заменяется произведением однозначных множителей и результат получается на основе использования ранее полученных знаний о внетабличном делении на однозначное число.

Сравнение двух использованных способов выполнения операции покажет ученикам, что использование свойства деления на произведение более удобно, чем подбор чисел, позволяет получить значение частного быстрее. Однако уже в задании 219 им предстоит столкнуться с тем, что использование свойства деления не всегда возможно: если делитель является простым многозначным числом или в произведение, которым заменяют делитель, входит такое число, использование умения делить на однозначные числа оказывается недостаточным. Такие варианты рассматриваются в пункте 2 этого задания.

При выполнении задания 219 необходимо исследовать особенности делителей в случаях, когда выполнение деления на основе изученного свойства для детей возможно и когда его использование для них недоступно. Понимание того, что и этот способ не является универсальным, подводит учеников к осознанию необходимости пополнения знаний и созданию способа деления на многозначное число как такового, без использования окольных путей.

Первым шагом в этом направлении является знакомство с делением на счетные единицы (10, 100, 1000 и т.д.), которое рассматривается в задании 235.

В задании 238 закрепляется умение делить на счетную единицу.

Задание 239 знакомит учеников с делением на несколько счетных единиц (на числа вида 20, 400 и тому подобное).

Следующий шаг – возвращение к подбору значения частного при делении на многозначное число с использованием округления чисел. В заданиях 243 и 247 рассматриваются способы рационального подбора значения одного и того же частного, которые необходимо обсудить с учениками прежде, чем они познакомятся с новым для них вариантом. Здесь и начинается использование того инструмента, который дети получили, знакомясь с округлением чисел с заданной точностью. Задача заключается в том, чтобы свести реальные числа к таким, которые позволяют для подбора цифр использовать табличные случаи. Допустим, нужно найти первую цифру значения частного 864 : 27. Конечно, ее можно определить, пробуя подряд все числа, начиная с 1, и это даст нужный результат. Мало того, такой подход является начальным этапом решения проблемы, так как только осознание его громоздкости может дать толчок поиску рационального способа подбора цифр. Округляем делимое и делитель до десятков и получаем 860 : 30. Сравнение числа десятков в делимом и делителе показывает, что первая цифра может быть 2 или 3. Однако 86 десятков гораздо ближе к 90 десяткам, чем к 60. Рационально начать проверку с цифры 3, которая и является искомой.

И в задании 243, и в задании 247 рассматриваются самые простые случаи, когда значение частного – однозначное число, однако детям об этом не сообщается, и они это должны определить самостоятельно. Необходимо иметь в виду, что умение определить количество знаков в значении частного является важной составной частью овладения умением выполнять эту операцию. Начало работы в этом направлении было положено еще в 3 классе при изучении внетабличного деления на однозначное число. Теперь это умение поднимается на следующую ступень (задания 223, 227 и 233, в которых прослеживается закономерность изменения числа знаков в значении частного при изменении делителя).

Результат проведенных в этих и других заданиях наблюдений используется в задании 256, в котором ученики переходят к записи в столбик, и последующих.

В заключение необходимо напомнить, что, как и во многих других случаях, учитель имеет право использовать другой вариант изучения темы, например, может быть выделено в отдельный вопрос деление на двузначное число, а затем уже рассматриваться случаи с делителями, имеющими большее количество знаков. Выбор варианта зависит от особенностей класса, в котором работает учитель, уровня трудности, который является для учеников данного класса оптимальным. (*В разделе «Конспекты уроков» приводится урок по теме «Умножение многозначных чисел».*)

В рабочих тетрадях умножение и деление многозначных чисел рассматривается в заданиях: 28, 34, 36, 38, 42, 46, 47, 50, 51, 52, 56, 62, 63, 64, 70, 73, 75, 77, 79, 80, 81, 83, 85, 87, 89, 90, 93, 94, 97, 99, 101, 102, 104, 106, 107, 110, 112, 115 (тетрадь № 1); 2, 5, 7–10, 14–16, 19, 21, 27, 31, 32, 36, 40, 54–56, 58, 62, 80, 82, 85, 87, 89, 91, 96, 98, 108 (тетрадь № 2).

Действия с величинами

Так же, как дети постепенно знакомились с различными величинами и их измерениями, узнавали общепринятые единицы измерения, происходило и постепенное знакомство с выполнением действий с числами, которые получались в результате измерения величин. Таким образом, в четвертом классе **основными задачами** изучения этой темы **являются**:

– обобщение знаний о выполнении действий с величинами, полученных на более ранних этапах обучения;

– анализ различных способов выполнения действий с величинами и использование этих способов в практической деятельности;

– выбор рациональных способов выполнения действий с величинами и обоснование такого выбора.

Варианты выполнения действий с величинами тесно связаны с возможностью использования для их измерения разных единиц. Одна и та же длина может быть записана так: 5 м 3 дм 8 см; 5 м 38 см; 53 дм 8 см; 538 см; 5380 мм и т.д. Отсюда появляются различные способы выполнения действий с ними.

Например, нужно найти значение суммы 5 м 3 дм 8 см + + 8 м 4 дм 1 см.

Действие можно выполнить двумя разными способами: 1) сложить сантиметры с сантиметрами, дециметры с дециметрами, метры с метрами; 2) выразить оба слагаемых в сантиметрах, сложить получившиеся числа, а затем значение суммы преобразовать с использованием разных единиц измерения длины. Какой из этих способов можно считать рациональным и почему? Важнейшим признаком рационального способа решения является его краткость. Поэтому в данном случае второй способ, являясь более длинным, менее рационален, чем первый. Можно подумать, что этот способ, связанный с преобразованиями, всегда будет нерациональным. Однако это не так, т.к. он обладает одним важным преимуществом – универсальностью. Кроме того, если рассмотреть сумму, в которой изменены слагаемые (например, 5 м 3 дм 8 см + 8 м 9 дм 4 см), то выбор первого способа как более рационального становится сомнительным, т.к. полученный при сложении одинаковых единиц длины результат требует дополнительных преобразований. (*Урок по теме «Преобразование единиц измерения величин» дан в разделе «Конспекты уроков» данного пособия.*)

Еще более четко можно проследить необходимость поиска рационального способа выполнения действия при умножении и делении именованных чисел на отвлеченное число.

Следует также иметь в виду, что часто самым рациональным является использование обоих способов при решении одного выражения. Например, значение частного 7 ч 27 мин : 3 лучше всего получить, использовав такое преобразование делимого: 7 ч 27 мин = 6 ч 87 мин, а не переводя все число в минуты, а затем преобразовывая значение частного.

Новым направлением в действиях с величинами следует выделить работу со сложными выражениями, компонентами которых они являются. Основная задача, которая решается при этом, – установление сходства и различий, существующих между такими выражениями и аналогичными выражениями с отвлеченными числами.

Вообще, выполняя задания на действия с величинами, такое сравнение постоянно нужно иметь в виду, с тем чтобы ученики к окончанию начальной школы осознавали, что, в отличие от выражений с отвлеченными числами, в выражениях на действия с величинами нужно:

– следить за тем, чтобы все компоненты действий были выражены в одних и тех же единицах измерения величины;

– не соединять выражения, где выполняются действия с разными величинами, в единое более сложное выражение.

В рабочей тетради № 2 работа по рассматриваемой теме представлена в заданиях: 18, 46, 51, 60, 75.

Сложные выражения

Во втором классе ученики познакомились с разного вида сложными выражениями (под этим названием мы понимаем выражения, для определения значений которых нужно выполнить более одного действия), изучили правила порядка выполнения действий в таких выражениях и уделили достаточно много времени на закрепление этих знаний.

В третьем классе учащиеся продолжали совершенствовать умение вычислять значения сложных выражений как на базе репродуктивной деятельности, находя значения данных в задании или составленных ими выражений, так и включаясь в разнообразную продуктивную деятельность – преобразование выражений в соответствии с условием задания.

Пункты, побуждающие к включению в продуктивную деятельность, есть в каждом задании, относящемся к теме, разница в том, что в некоторых из них они отступают на второй план, а в других составляют основу содержания задания.

Особо важными являются задания, в которых восстанавливаются:

– сложные выражения;

– знаки действий и скобки для получения верных равенств.

В четвертом классе продолжается работа со сложными выражениями в перечисленных выше направлениях, но основное внимание уделяется возможности преобразований данных выражений без изменения и с изменением их значений (задания 3, 8, 19, 21, 29, 37 и т.д.).

Эта работа дает ученикам возможность осознать, в каких случаях необходимо строго следовать правилам порядка выполнения действий в сложных выражениях, а в каких от этих правил можно отступить, получив верный ответ.

Помимо заданий учебника работа со сложными выражениями включена в тетради на печатной основе: задания 13, 18, 46, 47, 56, 62, 64, 75, 81, 85, 87, 90, 99, 106 (тетрадь № 1); 2, 7, 13, 26, 56, 58, 62 (тетрадь № 2).

Особого внимания требуют задания тетрадей, в которых ученики должны записать выражения по их словесному описанию. Это тот редкий случай, когда новое направление темы дается именно в тетрадях, а не в учебнике (задания 13, 18, 47, 56, 81, 87, 99, 106 тетради № 1 и 13, 26 тетради № 2).

Формирование вычислительных навыков

В четвертом классе по существу завершается длительный процесс овладения учащимися вычислительными навыками на множестве натуральных чисел. Поэтому стоит еще раз вернуться к обсуждению данного вопроса, несмотря на то, что он уже достаточно подробно был рассмотрен в предыдущих пособиях.

Как уже отмечалось, при формировании навыков можно использовать два пути – прямой и косвенный.

Первый из них в чистом виде предполагает сообщение учащимся образца, алгоритма выполнения операции, на основании которого учащиеся многократно ее выполняют. В результате такой репродуктивной деятельности достигается запоминание предложенного алгоритма и вырабатывается запланированный навык.

Косвенный путь предполагает, прежде всего, включение учеников в продуктивную творческую деятельность, в самостоятельный поиск алгоритма выполнения операции.

Отличие разных систем обучения заключается не в том, что в одних используется один путь, а в других – другой.

В каждой системе присутствуют оба подхода, различие же в том, каково соотношение этих путей.

В системе, направленной на общее развитие учащихся, главным является именно косвенный путь формирования навыков, прямой же используется тогда и в той мере, как это необходимо. С нашей точки зрения, сформированный навык характеризуется способностью правильно и быстро выполнять нужную операцию, к какой бы области она ни относилась. Исходя из этого, система формирования навыков должна складываться из трех принципиально различных этапов.

Первый этап – поиск пути выполнения операции, осознание основных положений, лежащих в фундаменте выполнения операции, создание алгоритма ее выполнения. На этом этапе обязательно прослеживается, оценивается и осознается каждый шаг в рассуждениях детей, устные рассуждения переводятся в запись математическими знаками. Отсюда вытекает характерный признак этого этапа – подробная запись выполнения операции, с которой в данный момент работают ученики. Приведем пример такой записи:

$$379 \cdot 24 = 379 \cdot (20 + 4) =$$
$$= 379 \cdot 20 + 379 \cdot 4 = 379 \cdot (2 \cdot 10) + 1516 =$$
$$= (379 \cdot 2) \cdot 10 + 1516 = 758 \cdot 10 + 1516 =$$
$$= 7580 + 1516 = 9096.$$

На этом этапе практически не используется прямой путь. Он возникает только при выполнении промежуточных, знакомых детям операций, которые входят в изучаемую в качестве составных элементов (так, в данном примере к ним относятся умножение на однозначные числа, на единицу с нулями и выполнение сложения). Результатом этого этапа является выработка алгоритма выполнения операции и его осознание. (*См. конспект урока по теме «Умножение многозначных чисел» на с. 313.*)

Главной задачей второго этапа является формирование правильного выполнения операции. Для достижения этой цели необходимо не только использование выработанного на первом этапе алгоритма выполнения операции, но, может быть, в еще большей степени свободная ориентация в ее нюансах, умение предвидеть, к чему приведет то или иное изменение компонентов операции, представлять возможности ее упрощения или усложнения. В силу этого на втором этапе используются оба пути формирования навыков, однако косвенный путь продолжает оставаться ведущим, прямой же выступает в качестве подчиненного.

Проанализируем с точки зрения использования обоих путей задание 162, которое является характерным для этого этапа формирования навыка. Оно состоит из трех пунктов. В первом из них нужно найти значения шести произведений, в которых трехзначные числа умножаются на двузначные. Очевидно, что в этом пункте используется прямой путь – дети упражняются в применении уже известного им алгоритма умножения на многозначное число. Следующий пункт направляет мысль на анализ получившихся у них равенств, выделение сходства между ними (во всех равенствах получается четырехзначный результат). Эта работа готовит учеников к выполнению третьего пункта, в котором на первый план выступает именно косвенный путь.

Детям предлагается изменить в каждом произведении одну цифру так, чтобы значение произведения стало пятизначным числом. Этот пункт задания ставит учеников в позицию активного творческого поиска, использования имеющихся у них знаний в нестандартном, преобразованном виде. В результате найденных преобразований каждый из них получает как минимум еще 6 произведений (их может быть и гораздо больше, т.к. в пункте есть указание на желательность поиска возможно большего числа решений). Общее количество возможных решений весьма велико. Например, к первому произведению $292 \cdot 24$, изменяя цифру во втором множителе, можно составить 11 произведений, отвечающих требованию задания: $292 \cdot 44$, $292 \cdot 54$, $292 \cdot 64$, $292 \cdot 74$, $292 \cdot 84$, $292 \cdot 94$, $292 \cdot 45$, $292 \cdot 46$, $292 \cdot 47$, $292 \cdot 48$, $292 \cdot 49$. Внося изменения в первый множитель, можно получить еще следующие произведения: $492 \cdot 24$, $592 \cdot 24$, $692 \cdot 24$, $792 \cdot 24$, $892 \cdot 24$, $992 \cdot 24$. Таким образом, существует 17 вариантов преобразования данного произведения, отвечающих поставленному условию.

Конечно, недопустимо требовать от детей составления всех возможных решений, хотя не исключено, что в четвертом классе, когда разбужен интерес к различной интеллектуальной деятельности, некоторые ученики это сделают по собственному желанию. Но и без этого, объединив все случаи, которые нашли разные ученики, проанализировав их, можно выйти на дополнение пропущенных вариантов, ведь в составлении решений есть определенная закономерность, которую при анализе легко заметить.

Третий этап формирования навыка нацелен на достижение высокого темпа выполнения операции. Именно на этом этапе на первый план выходит прямой путь формирования навыка. Главная задача учителя на этом этапе – построить работу так, чтобы дети хотели выполнять необходимые вычисления и получали от этого удовольствие.

Помощь в этом окажут учителю тетради на печатной основе, содержащие большое количество привлекательных для учащихся заданий, требующих выполнения разнообразных вычислений (см., например, задания 11, 14, 18, 20, 23 и т.д. в тетради № 1, а также многие задания тетради № 2).

Хорошо, если учителю удастся организовать деятельность учащихся, не прибегая к откровенному давлению, а на основе свободного выбора, а также используя склонность детей переводить учебную деятельность в плоскость игры и соревнования друг с другом и с самим собой.

Если учитель будет привлекать внимание детей к тем, кто в результате систематической работы значительно увеличил темп вычислений, постепенно все ученики втянутся в эту деятельность, начнут сравнивать количество решенных выражений с результатами друзей, одноклассников, переводя тем самым эту деятельность в плоскость игры-соревнования. Очень важно, чтобы дети могли следить за своими успехами, видеть результаты своих усилий. В этом помогут такие задания рабочих тетрадей, при выполнении которых ученики должны следить за затраченным на него временем (задания 3, 22, 30, 45, 53, 79, 97 (тетрадь № 1) и 22, 31, 80, 89 (тетрадь № 2), а также аналогичные задания разделов «Что я знаю, что я умею» в обеих тетрадях). Этому же послужат регулярно проводимые рейтинговые работы, показывающие, сколько за отведенное учителем время ученик правильно выполнил вычислений.

Для совершенствования и отработки вычислительных навыков предназначена также рабочая тетрадь «Волшебные точки. 4 класс» (авторы Л.С. Итина, С.Н. Кормишина). Материал тетради дополняет и расширяет возможности учебника и тетрадей по развитию умений рациональных устных и письменных вычислений.

В заключение перечислим по годам обучения приблизительные сроки формирования вычислительных навыков для разных операций.

Первый класс:

– завершается третий этап формирования навыка для табличного сложения и вычитания без перехода через десяток;

– табличное сложение и вычитание с переходом через десяток находится в начале второго этапа.

Второй класс:

– завершается формирование навыка табличного сложения и вычитания с переходом через десяток;

– завершается формирование навыка сложения и вычитания двузначных чисел;

– формируется навык выполнения табличного умножения и деления.

Третий класс:

– формируется навык выполнения сложения и вычитания многозначных чисел;

– формируется навык выполнения умножения и деления многозначного числа на однозначное.

Четвертый класс:

– завершается формирование навыка сложения и вычитания любых многозначных чисел;

– полностью формируется навык выполнения умножения и деления многозначного числа на однозначное;

– формируется умение выполнять умножение и деление многозначного числа на многозначное.

Элементы алгебры

Основные направления этого раздела программы в четвертом классе относятся к дальнейшей работе с уравнениями и к определению значений буквенных выражений при заданных значениях букв.

Из этих двух тем главной является работа с уравнениями.

Впервые ученики знакомятся с уравнениями еще во втором классе при изучении действий сложения и вычитания. Включение в программу этой темы продиктовано необходимостью глубокого осознания связи, которая существует между действиями сложения и вычитания, а в дальнейшем между умножением и делением. Эту основную задачу и выполняют уравнения и их решение на основе взаимосвязи между компонентами действий. В силу такой подчиненности изучения уравнений вопросам связи между действиями дети сталкиваются с простейшими уравнениями ($a + x = b$; $a - x = b$; $x - a = b$; $a \cdot x = b$; $a : \mathrm{x} = b$; $x : a = b$).

Однако уже начиная с третьего класса появляются задания, основной целью которых является введение детей в другие аспекты работы с уравнениями: это задания, где на материале уравнений прослеживаются вопросы, связанные с зависимостью результата действия от изменения одного из компонентов.

Найти корни уравнений в этих заданиях для проверки сделанных выводов дети могут по-разному: и способом подбора, и опираясь на законы сложения и свойства вычитания, и на основе установления закономерности между компонентами и результатом действий. Сюда же относятся задания, начинающие линию знакомства с тождественными преобразованиями уравнений.

В 4 классе основной целью работы с уравнениями остается формирование представления об общем алгоритме выполнения многих видов заданий по математике – поэтапное упрощение исходного задания, вплоть до получения простейшего вида, который и дает ответ на проблему, с которой дети постоянно сталкиваются в неявном виде и при нахождении значения любого сложного выражения, и при решении каждой составной задачи. Выявить этот алгоритм в перечисленных случаях затруднительно, т.к. это требует существенной затраты дополнительного времени. Решение же уравнений предполагает запись каждого шага, связанного с тем или иным его тождественным преобразованием.

Для достижения поставленной цели необходимо последовательно рассматривать все более усложняющиеся уравнения и прослеживать путь их решения через последовательное преобразование во все более простые.

Подавляющее большинство заданий, посвященных этому вопросу, построены по следующему плану: предлагается уравнение, способ решения которого ученикам уже известен, и другие уравнения, в которых есть то или иное усложнение по сравнению со знакомым. Основная проблема, которую нужно решить, – установить, в чем заключаются усложнения, и найти путь преобразования, который позволит из более сложных уравнений получить такие же уравнения, только более простые. Этому посвящены задания 83, 99, 109, 112, 157, 192 и т.д.

Для закрепления полученных знаний и более свободного их использования в практической деятельности предлагаются задания, в которых нужно осуществить обратную операцию – преобразовать данное уравнение в тождественное ему более сложное (например, задания 18, 94, 99, 112 и т.д.).

В четвертом классе происходит также знакомство с новым способом решения уравнений – с использованием основных свойств равенств. Сначала этот новый способ применяется к уравнениям, которые можно решить и при помощи старых знаний (при этом часто дети считают новый способ менее удобным, требующим большего количества записей, т.к. нужна подробная запись, показывающая использование свойств равенств). Например, решение уравнения $24x + 96 = 288$ (задание 193) на основе взаимосвязи между компонентами действий выглядит так:

$$24x = 288 - 96$$
$$24x = 192$$
$$x = 192 : 24$$
$$x = 8,$$

а при использовании свойств равенств так:

$$24x + 96 - 96 = 288 - 96$$
$$24x = 192$$
$$24x : 24 = 192 : 24$$
$$x = 8.$$

Но главная цель – познакомить учащихся с уравнениями, которые невозможно решить на основе взаимосвязи между компонентами действий. В первую очередь, это уравнения, где неизвестное число находится в обеих его частях. Знакомство с подобными уравнениями начинается в задании 330.

Решение таких уравнений включено в задания 336, 343, 367 и т.д., причем уравнения становятся все более сложными по своей структуре, требуют большего количества преобразований для нахождения их корней.

Если учитель посчитает, что заданий, связанных с этим материалом, в учебнике и тетрадях недостаточно, то их количество он сможет легко увеличить за счет усложнения любого простого уравнения.

Приведем один из возможных вариантов постепенного усложнения одного и того же уравнения:

$y + 7 = 13$; $y + (5 + 2) = 13$; $y + 7 = 22 - 9$; $3y - 2y + 7 = 13$; $5(y + 1) - 4y + 2 = 13$; $9y + 7 - 8y = 13$; $9y + 7 = 13 + 8y$ и т.д.

Естественно, могут быть использованы уравнения, в которых объединены 2–3 линии усложнения (например, $y + (5 + 2) = 22 - 9$).

Предлагая ученикам задания, связанные с уравнениями, особенно добавляя свои задания, необходимо иметь в виду, что основная задача этой работы – не формирование навыка решения уравнений, а осознание общего пути преобразования от сложного к более простому.

Помимо этого основного направления работы с уравнениями в четвертом классе уделено внимание еще нескольким важным вопросам, связанным с ними. Это:

– проверка найденных корней уравнения;

– знакомство с уравнениями, имеющими не один корень и не имеющими корней.

Хотя ученики сталкивались с проверкой корней уравнений начиная с первого класса, основная работа в этом направлении приходится на четвертый год обучения.

В результате выполнения таких заданий, как 319, 324, 330 и т.д., ученики осознают основной механизм выполнения проверки: подставить в каждую часть уравнения вместо неизвестного найденное число, выполнить вычисления отдельно в каждой части, сравнить получившиеся результаты. Если они равны, корень найден верно, если неравны – неверно.

Особенно четко такое проведение проверки видно в уравнениях, в которых неизвестное число есть и в левой, и в правой частях. Если же неизвестное есть только в одной части уравнения, а в другой стоит одно число, ученики очень часто допускают существенную ошибку, записывая каждый раз не одну часть уравнения, а все равенство.

Приведем правильный и неправильный варианты оформления записей проверки для уравнения

$5 \cdot (8y - 1) - 7 \cdot (4y + 1) + 8 + (y - 4) = 96$,

если найденный корень равен числу 9.

Верная проверка:

$$5 \cdot (8 \cdot 9 - 1) - 7 \cdot (4 \cdot 9 + 1) + 8 + (9 - 4) =$$
$$= 5 \cdot (72 - 1) - 7 \cdot (36 + 1) + 8 + 5 =$$
$$= 5 \cdot 71 - 7 \cdot 37 + 13 =$$
$$= 355 - 259 + 13 =$$
$$= 96 + 13 = 109.$$

Так как $109 \neq 96$, число 9 не является корнем уравнения.

Неверная проверка:

$$5 \cdot (8 \cdot 9 - 1) - 7 \cdot (4 \cdot 9 + 1) + 8 + (9 - 4) = 96$$
$$5 \cdot (72 - 1) - 7 \cdot (36 + 1) + 8 + 5 = 96$$
$$5 \cdot 71 - 7 \cdot 37 + 13 = 96$$
$$355 - 259 + 13 = 96$$
$$96 + 13 = 96$$

В результате получилась нелепость, ведь левая часть равенства не равна правой. При условии, что число 9 не является корнем уравнения, такой результат заметен. Если же проверяется верно найденный корень, нелепость повторения знака равенства в каждой строке остается незамеченной, но толкает учеников на формальное проведение проверки, ведь они заранее утверждают, что получится верное равенство.

Рассмотрение уравнений, имеющих более одного корня и не имеющих корней, начинается в задании 376. Эти уравнения дети не могут решить выполнением действий, а только через построение цепочки умозаключений. Например, анализ уравнения $4k + 9 = 4k - 9$ приводит к осознанию того, что невозможно найти такое число, которое превращало бы его в верное равенство, т.е. к невозможности его решить, в уравнении же $y(2 - y) = 0$ корнями будут числа 0 и 2, а в уравнении $x + 7 = 7 + x$ корнем может быть любое число. Этот новый взгляд на решение уравнений приводит в задании 376 к уточнению определения решения уравнения. Если во втором классе решение уравнения трактовалось как поиск числа, которое превращает уравнение в верное равенство, то теперь речь идет уже о нахождении всех таких чисел или установлении факта их отсутствия.

Подобные задания способствуют расширению понятий учащихся об уравнениях, но к основной задаче работы с уравнениями не имеют отношения и должны рассматриваться как разновидность логических заданий.

Работа с уравнениями в рабочих тетрадях в разном виде затрагивается в заданиях: 6, 36, 59, 105 (тетрадь № 1); 11, 35, 52, 66, 82 (тетрадь № 2).

С определением значения буквенного выражения при заданном значении букв ученики встречались и раньше, рассматривая выражения, в которые входила одна переменная.

В четвертом классе эта линия работы продолжается на более сложных случаях таких выражений. Их усложнение включает, во-первых, увеличение количества действий в выражении и, во-вторых, увеличение количества входящих в выражение переменных. Этому вопросу посвящены задания 404, 432, 436, 442 и др.; в рабочей тетради № 2 задания 96 и 100.

Напомним, что в 3 классе ученики много внимания уделяли работе с неравенствами. В 4 классе эта работа продолжается. Чтобы эти знания находились в активном состоянии, этим вопросам большое внимание уделено в рабочей тетради № 1 (задания 1, 5, 25, 32, 41, 55, 61, 69, 84, 94).

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОТНОШЕНИЯ. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ

Так же, как и в предыдущие годы обучения, геометрический материал пронизывает курс 4 класса, выполняя как задачу расширения геометрических представлений учащихся, так и задачу углубления математических понятий, полученных не на геометрическом материале.

При этом можно выделить два основных направления:

- расширение и углубление тех понятий и представлений, с которыми ученики познакомились раньше;
- изучение совершенно нового материала.

К первому направлению относятся такие вопросы:

– площадь геометрических фигур;

– различные способы изображения пространственных фигур на плоскости;

– координатный луч;

В каждом из перечисленных вопросов присутствуют задания или отдельные пункты заданий, возвращающие учеников к полученным ранее представлениям и знаниям, и такие, где происходит дальнейшее развитие, расширение знаний.

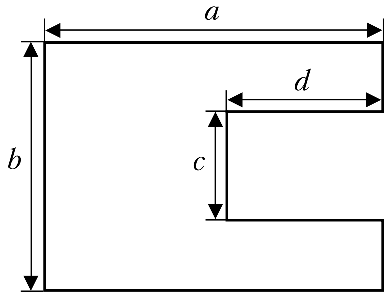
Рассмотрим построение работы с каждым из перечисленных вопросов.

Работе с площадью фигур уделяется в четвертом классе достаточно большое внимание. Если в 3 классе дети познакомились с понятием площади, нахождением площади произвольных плоскостных фигур при помощи палетки и площади прямоугольника умножением его длины на ширину, а также находили площади фигур, которые можно было разбить на прямоугольники, то в 4 классе они узнают, как находится площадь треугольника (сначала прямоугольного, а затем и произвольного), и осваивают способ определения площади произвольного многоугольника разбиением его на прямоугольники и треугольники или любым другим способом, позволяющим использовать имеющиеся у школьников знания (например, достраивание произвольного многоугольника до прямоугольника).

Важным аспектом этой работы является поиск рационального способа определения площади произвольного многоугольника, который, как правило, должен обладать двумя показателями:

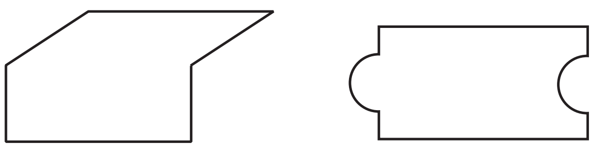
– наименьшим количеством фигур, площадь которых нужно найти, чтобы узнать требуемую площадь многоугольника;

– наименьшим количеством дополнительных измерений, если в задании указаны некоторые величины, необходимые для вычисления площади.



Так, определить площадь восьмиугольника, изображенного на чертеже, можно несколькими способами. Однако рациональным будет способ, приводящий к выражению: $a \cdot b - c \cdot d$, так как при этом достаточно найти площадь только двух прямоугольников, не требуется никаких дополнительных измерений, а используются только данные числа.

Особый интерес представляют случаи, когда площадь сложной фигуры можно найти, используя нестандартный подход, приводящий к простому решению. Примером может служить определение площади фигур, данных на чертеже:



Как видно из чертежа, выступ каждой из двух фигур соответствует такой же выемке фигуры. Значит, мысленно отрезав выступ и заполнив им выемку, мы получим прямоугольник, площадь которого легко найти.

Этот способ позволяет найти площадь таких фигур, которые вообще не могут быть разбиты на прямоугольники и треугольники.

Новым вопросом в знакомстве с площадью и ее измерением является нахождение площади треугольника. Можно порекомендовать такой подход к изучению этого материала. Каждому ученику учитель дает два равных прямоугольных треугольника (лучше, чтобы у разных детей были разные треугольники). Дети сравнивают свои треугольники, устанавливают, что они прямоугольные и равны между собой.

Затем обсуждается вопрос, имеют ли треугольники площадь. А затем ставится проблема: *Как узнать площадь треугольника?*

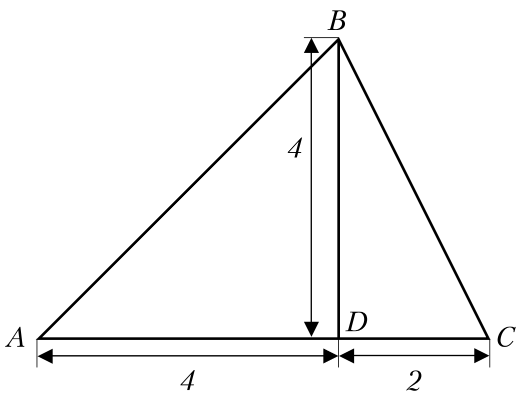
Поиск должен привести к такому решению: из двух треугольников можно сложить прямоугольник, площадь которого дети умеют находить. Так как треугольники равны, то площадь каждого из них равна половине площади прямоугольника. Значит, ее нужно разделить на 2, и получим площадь треугольника.

Следует иметь в виду, что ученики четвертого класса вполне могут найти такое решение самостоятельно, поэтому ни в коем случае не следует брать инициативу в свои руки. Если на данном уроке дети не нашли решения, лучше отложить завершение работы, дав время для обдумывания.

Введение понятия диагонали прямоугольника помогает осознать, что найденный способ основан на одном из свойств этой знакомой фигуры – равенстве треугольников, на которые делит прямоугольник его диагональ. (*Урок по теме «Диагональ прямоугольника» предложен в разделе «Конспекты уроков» данного пособия.*)

Затем школьники переходят к поиску пути нахождения площади произвольного треугольника.

И в этом случае необходимо добиваться самостоятельного решения проблемы учениками. Так, анализ чертежа, сделанного на доске учителем, поможет детям заметить, что треугольник ABC состоит из двух прямоугольных треугольников, площадь которых они умеют находить.



После такого вывода дети должны определить, какие отрезки для этого нужно измерить, выполнить эти измерения, а затем каждый самостоятельно записывает решение в виде сложного выражения. Последующая проверка должна быть направлена на выявление разных получившихся выражений. Приведем возможные варианты выражений, используя размеры отрезков данного чертежа:

$2 \cdot 4 : 2 + 4 \cdot 4 : 2 \qquad (2 \cdot 4 + 4 \cdot 4) : 2 \qquad (2 + 4) \cdot 4 : 2.$

Каждый вариант требует от детей осмысления и установления хода рассуждения, приведшего к нему их товарища.

Важно учитывать, что учениками могут быть найдены и другие варианты выполнения задания. Использование всех предложенных способов, их сравнение будет очень полезно для осознания проблемы.

Поскольку площадь является одной из важнейших тем элементов геометрии в 4 классе, ей посвящено в учебнике достаточно большое число заданий (задания 1, 5, 9, 17, 23, 27, 30, 38, 50, 54, 72, 89, 100, 122, 140, 161, 203, 317, 378, 384, 396, 397, 414, 444, 504).

В тетрадях также есть материал, связанный с этой темой, например, задания 4, 12, 37, 68, 89 (тетрадь № 1) и 29 (тетрадь № 2).

Продолжается также работа с основными пространственными фигурами: шаром, цилиндром, конусом, призмой и пирамидой.

В начале учебного года ученики возвращаются к сравнению этих фигур друг с другом. Каждое такое задание предоставляет возможность сравнения между собой как фигур разных наименований (например, цилиндров и призм, конусов и пирамид, цилиндров и конусов, призм и пирамид) с целью выявления существующих между ними черт сходства и различия, так и фигур одного и того же наименования (например, разных цилиндров – с одинаковыми основаниями, но разной высоты, одинаковой высоты, но с разными основаниями, различающихся и основаниями, и высотами). Основная цель таких заданий – осознание ситуации, когда сравниваемые фигуры становятся все больше похожими друг на друга, и условий их полной одинаковости (задания 13, 48, 76, 113, 169).

Параллельно ученики получают знания о построении изображений объемных тел, постепенно переходя ко все более сложным для понимания случаям (задания 129, 136, 146, 177, 255). Так, в задании 175 рассматривается построение изображения прямоугольного параллелепипеда, где есть взаимно перпендикулярные ребра, служащие опорой для использования правил ее получения.

Достаточно много внимания уделено построению изображений объемных тел в тетрадях (см. задания 12, 37, 65, 100 тетради № 1 и 33, 64, 68, 81, 88, 102 тетради № 2).

Совершенно новым направлением работы с геометрическим материалом является знакомство с изображением трех видов пространственной фигуры – спереди, сбоку и сверху. Этот материал дает богатые возможности для развития пространственного воображения, что и является главной причиной включения этого вопроса в программу четвертого класса.

Начинать работу в этом направлении лучше всего с рассмотрения пространственного тела с трех названных выше позиций и словесного описания того, что при этом видно. Целесообразно на этом этапе организовать работу по группам, чтобы каждая группа рассматривала свой объект. В процессе работы учитель должен помогать ученикам, направлять их, чтобы действительно был виден именно тот вид, который рассматривается. Для этого объекты должны быть достаточно большими, а позиции, с которых они рассматриваются, точно соответствовали названиям получаемого вида. Такую работу желательно провести в классе 2–3 раза, меняя объекты в группах, после чего можно перейти к заданиям 216 и 222, в которых дети впервые столкнутся с изображением на чертеже видов пространственной фигуры и должны будут по трем видам определить, какую фигуру рассматривали (задание 216).

В задании 222 учащимся предстоит по трем видам одной коробки определить, как она была расположена у разных детей.

Продолжение работы с тремя видами фигур предполагается в заданиях 229 и 421.

Использование полученных в процессе этой работы представлений позволит ученикам успешно выполнить задания более высокого уровня сложности, которые даны в тетрадях (задания 1, 4, 25, 45, 64, 68, 81, 88, 102 тетради № 2).

В третьем классе ученики познакомились с геометрической моделью множества неотрицательных чисел – числовым (координатным) лучом, научились находить на нем точки с заданными координатами (целыми и дробными), выполнять обратную к ней операцию – определять координаты заданных на луче точек, а также много работали над вопросом рационального выбора единичного отрезка в зависимости от того вопроса, который нужно решить в каждом конкретном случае.

В начале четвертого класса продолжается работа в этих направлениях (задания 22, 31, 88 и др.).

Однако уже в задании 46 перед учениками возникает совершенно новая проблема – восстановление начала координатного луча и единичного отрезка по заданным координатам отмеченных на нем точек. Работа в этом направлении продолжается в заданиях 78, 101, 199, 230, а также в заданиях 69, 76 тетради № 1 и 50, 52 тетради № 2.

В связи со знакомством с положительными и отрицательными числами возникает проблема создания геометрической модели нового множества чисел, и в задании 426 ученики узнают о такой модели – координатной прямой.

Работа с ней продолжается в заданиях 430, 434 учебника и 67, 74, 79, 86 тетради № 2.

В заключение необходимо напомнить, что в соответствии с рекомендациями, изложенными в предыдущих пособиях, в изучении геометрического материала, особенно относящегося к площади и объему, желательно не ограничиваться заданиями учебника и тетрадей, а активно использовать раздаточный материал в виде реальных объемных и плоских фигур (это могут быть модели объемных тел, чертежи и т.д.), с которыми ученики работают индивидуально или небольшими группами (2–4 человека). В этом случае деятельность детей приобретает характер лабораторной работы, которая всегда привлекает учеников.

В т о р о е н а п р а в л е н и е – изучение новых для детей вопросов геометрии – представлено такими темами:

– координатная прямая;

– объем пространственных тел.

Поскольку изучение первой темы связано со знакомством с положительными и отрицательными числами, о них уже сказано выше.

Что касается последней темы, то о ней более логично говорить в следующем разделе.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

В 4 классе в этом разделе можно выделить два основных направления работы:

– изучение новой величины – объема пространственных фигур;

– обобщение знаний о различных величинах, полученных в течение первых трех лет обучения.

Изучение объема строится по обычному для занковской системы алгоритму, который знаком учителю по другим величинам:

– знакомство с объектами, имеющими объем, и введение понятия объема (задания 275, 295);

– анализ возможности непосредственного визуального сравнения объемов различных объектов (задание 296);

– выбор и использование произвольных мерок для измерения объемов и их сравнения (задание 301);

– введение общепринятых единиц измерения объема (задание 306);

– знакомство с косвенными способами измерения объема прямоугольного параллелепипеда (как результата умножения его длины, ширины и высоты (задания 310, 314, 323, 333, 335, 339)), а также результата умножения площади основания на высоту (задание 344) и получение формул объема прямоугольного параллелепипеда на основании этих способов;

– расширение области применения формулы $V = S \cdot h$ на произвольные прямые призмы (задания 414, 481).

Помимо этого ученики получают представление об измерении объема предметов произвольной формы на основе изменения уровня жидкости в сосуде при погружении в нее этого предмета (задание дано на странице 39 второй части учебника).

Желательно, чтобы каждый ученик имел возможность реально измерить объемы нескольких прямоугольных параллелепипедов при помощи набора произвольных и общепринятых мерок (для этого в качестве объектов измерения можно использовать различные прямоугольные коробки, а набор мерок дети могут склеить из плотной бумаги или использовать наборы детских кубиков или прямоугольные детали деревянных строительных конструкторов). Если же провести такую работу затруднительно, то можно выполнить ее как демонстрацию заполнения объема коробки перед всем классом или, в крайнем случае, использовать соответствующие рисунки.

Однако главным направлением работы с величинами и их измерением в 4 классе является обобщение всего изученного ранее материала, составление таблиц единиц измерения всех изученных величин, сравнение этих таблиц между собой и с десятичной системой счисления (задания 237, 327, 465, 483). В результате этой работы ученики приходят к осознанию того, что построение системы мер длины, площади, объема, массы имеет непосредственную связь с десятичной системой счисления, хотя и не повторяет ее, а единицы измерения времени с десятичной системой не связаны, а имеют другое происхождение.

Необходимо также исследовать вопросы различия в построении систем единиц измерения разных величин. Например, при сравнении таблиц измерения длины и массы хорошо видно, что первая таблица во многом повторяет построение десятичной системы счисления и только после метра происходит отклонение: 1 *км* = 1000 *м*.

Что же касается таблицы единиц измерения массы, то в ней отклонения от построения системы счисления появляются сразу и имеют свою закономерность:

1 *мг*;	1000 *мг* = 1 *г*;	1000 *г* = 1 *кг*;
100 *кг* = 1 *ц*;	10 *ц* = 1 *т*;	1000 *кг* = 1 *т*.

Следует обязательно задать вопрос: почему таблицы измерения разных величин построены не одинаково? Чем вызваны отклонения от общей закономерности построения в каждой таблице (почему, например, после метра возникает километр, а не единица измерения в 10 метров, или после килограмма возникает не тонна, а центнер)? Обсуждение и поиск ответов на данные вопросы помогут детям понять практическую целесообразность выбора единиц измерения различных величин, еще раз вернут их к осознанию того, какие величины измеряются единицами, связанными с десятичной системой счисления, а какие нет.

Не менее важной является и линия сравнения единиц измерения таких величин, как длина, площадь и объем, тесно связанных между собой:

1 мм	10 *мм* = 1 *см*	10 *см* = 1 *дм*	10 *дм* = 1 *м*
1 мм^2	100 *мм*^{2} = 1 *см*^{2}	100 *см*^{2} = 1 *дм*^{2}	100 *дм*^{2} = 1 *м*^{2}
1 мм^3	1000 мм^3 = 1 см^3	1000 см^3 = 1 дм^3	1000 дм^3 = 1 м^3

Чем в этом случае объясняется разница в соотношении между единицами? Как она возникает? Обсуждение этих вопросов поможет глубже осознать связь между единицами измерения этих величин, их зависимость друг от друга, возникновение каждой следующей единицы на основе предыдущей не только в ряду, относящемся к измерению одних и тех же величин, но и при переходе от единиц измерения одной из величин к другой.

Работу с величинами, изученными в начальной школе, предлагают тетради на печатной основе. Это задания 4, 12, 37, 43, 58, 74, 76, 89, 96 (тетрадь № 1); 29, 33, 42, 57, 59, 60, 78, 92 (тетрадь № 2).

РАБОТА С ТЕКСТОВЫМИ ЗАДАЧАМИ

В 4 классе продолжаются все те линии работы с задачами, которые были начаты во втором и третьем классах. Это и анализ текста для установления его принадлежности к задачам, и дополнение текста до задачи, и различные преобразования задач (изменение одной из частей задачи, замена усложненной формулировки задачи более простой, преобразование задач с недостающими и избыточными данными, а также задач с неопределенным условием и т.д.), разнообразная работа с обратными задачами.

Одной из ведущих в четвертом классе продолжает оставаться работа с обратными задачами. Основные вопросы, которые встают перед учениками при работе с обратными задачами, такие:

– являются ли сравниваемые задачи обратными;

– самостоятельное составление задачи, обратной данной;

– определение общего количества задач, обратных данной, и их составление.

Особое внимание уделяется рассмотрению случаев, когда предлагаемая задача отвечает некоторым признакам обратной задачи (сохраняет общность сюжета и некоторых данных), но не является ею. Различные варианты таких ситуаций представлены, например, в заданиях 108 и 163, в которых предлагаются для сравнения и установления их принадлежности или непринадлежности к обратным следующие задачи:

В ящики и корзины разложили 912 кг слив. 84 кг разложили в 6 корзин, а остальные – в ящики. В ящик помещается на 5 кг слив меньше, чем в корзину. Сколько понадобилось ящиков?

В ящики и корзины разложили 912 кг слив. Корзин было 6, и в каждую помещалось 14 кг слив. Сколько слив разложили в ящики?

В 6 корзин разложили поровну 84 кг слив, а остальные сливы разложили в ящики, которых было на 86 больше, чем корзин. Сколько всего слив разложили в корзины и ящики, если в ящик помещается на 5 кг слив меньше, чем в корзину?

Хотя все они связаны общим сюжетом, ни одна из них не является обратной к другой. Чтобы это установить, ученики должны хорошо представлять себе, как получается обратная задача. В этом случае искомое должно стать данным, а одно из данных исходной задачи – искомым.

Сравнивая представленные выше задачи, легко установить, что ни одна из них этому требованию не удовлетворяет, а следовательно, и не является обратной.

Сопоставление решений этих задач подтверждает этот вывод с другой стороны: решение обратных задач состоит из одинакового количества шагов (действий). Данные же задачи этому условию тоже не отвечают, т.к. решение первой из них требует четырех действий, вторая – двух, а третья – пяти.

Выполнение таких заданий создает условия, при которых ученики значительно более осознанно, а следовательно, успешно справляются с созданием обратных задач.

Еще одной важной проблемой, часто связанной с обратными задачами, является выбор таких, которые дети могут решить, обладая тем запасом знаний, который накоплен ими к каждому данному моменту. Такие задания позволяют учащимся ориентироваться в своих знаниях, оценивать их с точки зрения их достаточности для решения стоящих перед ними проблем, осознавать необходимость получения новых знаний. Так, например, выделение задач, для решения которых требуется выполнить деление на многозначное число до начала изучения этой темы, готовит школьников к тому, что эти знания необходимо получить, и для них изучение этой темы становится заранее ожидаемым движением вперед.

Работа с обратными задачами отражена в заданиях 74, 86, 108, 163, 202, 297, 361, 417, 423.

Однако основными линиями работы с задачами в 4 классе становятся классификация задач по сходству их математического содержания и исследование путей преобразования текста задачи, приводящего к упрощению или усложнению ее решения (в данном случае под уровнем трудности мы подразумеваем количество шагов (операций), которое нужно выполнить, чтобы получить ответ на вопрос задачи).

В силу этого сравнение задач, которое продолжает оставаться одним из важнейших приемов работы с ними, приобретает принципиально иной характер.

Если во 2–3 классах в основном сравнивались задачи, близкие по сюжету, но противоположные по математическому смыслу (например, обратные задачи), то теперь, с одной стороны, сравниваются задачи, идентичные по математическому смыслу, но совершенно различные по сюжету, а с другой стороны, близкие и по математическому содержанию, и по сюжету, но различные по уровню трудности.

Например, сравнение задач с разным сюжетом, но единым математическим смыслом:

1) Автомобиль выехал из поселка со скоростью 62 км/ч и через 4 часа прибыл в город. Какой путь проделал автомобиль?

2) В палатку привезли 20 ящиков с печеньем. В каждом ящике было 12 кг печенья. Сколько килограммов печенья привезли в палатку?

3) В минуту кран наливает в ванну 15 л воды. Сколько воды будет в ванне через 8 минут?

4) Килограмм картофеля стоит 75 рублей. Хозяйка купила 10 кг картофеля. Сколько стоила покупка?

5) Рабочий обрабатывает в час 7 деталей. Сколько деталей он обрабатывает за рабочий день, продолжительность которого 8 часов?

Сравнение решений всех этих задач показывает их полное совпадение. Меняются только сюжеты и числа, математическое содержание одинаково – прямо пропорциональная зависимость.

Сообщать детям этот термин не следует, так как он не может быть полноценно объяснен, но осознать сходство задач и практически выделить задачу, которая совпадает по решению с данными, они должны постепенно научиться.

Этому будут способствовать разнообразные задания, например, такие: из нескольких задач нужно выбрать те, которые решаются так же, как данная; преобразование задачи, приведение к виду, когда она будет решаться так же, как исходная задача, и другие задания.

Сравнение задач с близким сюжетом и математическим содержанием, но разным уровнем трудности:

1) Машина прошла 522 км за 9 часов, двигаясь с постоянной скоростью. С какой скоростью она двигалась?

2) Машина прошла 522 км за 9 часов, двигаясь с постоянной скоростью. Какой путь она пройдет за 16 часов, если ее скорость не изменится?

3) В первый день машина прошла 522 км за 9 часов, двигаясь с постоянной скоростью. Во второй день она была в пути 7 часов и двигалась с той же скоростью. Какой путь машина проделала за 2 дня?

4) Двигаясь с постоянной скоростью, машина прошла 522 км за 9 часов. Во второй день она была в пути 7 часов, а скорость ее увеличилась на 6 км/ч. Какой путь проделала машина за 2 дня?

5) Двигаясь с постоянной скоростью, машина в первый день за 9 часов прошла 522 км. Во второй день она была в пути 7 часов. При этом первые 3 часа машина двигалась с прежней скоростью, а в остальное время увеличила ее на 6 км/ч. Какой путь проделала машина за 2 дня?

Представленные задачи отражают второе направление сравнения задач. Легко заметить, что каждая следующая задача возникает на основе предыдущей в результате внесения в нее дополнительных условий, что и приводит к усложнению решения.

В данном примере задачи расположены в порядке их усложнения. Однако это не единственный используемый в учебнике вариант. Задачи могут располагаться и в противоположном порядке – от самой сложной к более простым.

В заданиях же, где дети сами преобразовывают задачи, как правило, используются обе возможности, т.к. предлагается изменить данную задачу как в сторону ее усложнения, так и в сторону упрощения.

При этом необходимо учесть, что каждый ученик не обязан выполнять оба преобразования: очевидно, дети, которые свободно решают задачи, предпочтут заняться усложнением условия, а те, кто испытывает затруднения, остановятся на варианте, приводящем к упрощению исходной задачи. В этом случае каждый достигнет успеха и получит удовлетворение от своей деятельности.

Такой работе с задачами посвящены задания 52, 90, 104, 117, 134, 138, 165, 170, 174, 182, 198 и т.д.

Еще одним важным аспектом работы с задачами в четвертом классе является установление связей между задачами, которые при всем их математическом различии имеют и черты сходства, заключающиеся не только в сходстве сюжета. Рассмотрим, например, такие задачи:

1) Автомобиль выехал из поселка со скоростью 62 км/ч и через 4 часа прибыл в город. Какой путь проделал автомобиль?

2) Из города и поселка одновременно выехали два автомобиля. Скорость одного из них 59 км/ч, а другого 63 км/ч. Через 3 часа они встретились. Чему равно расстояние между городом и поселком?

3) Из поселка в город одновременно выехали два автомобиля. Скорость одного из них 59 км/ч, а другого 63 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут автомобили через 5 часов движения?

При внешнем сходстве этих задач (количество которых может быть и увеличено) их решения значительно отличаются друг от друга.

Установление сходства и различия в решении задач, выявление тех моментов в условии, от которых они зависят, также помогут детям в классификации задач.

Еще один инструмент, способствующий достижению учащимися этой цели, – знакомство с алгебраическим способом решения задач, в котором более четко выступают признаки классификации.

Знакомя учеников с решением задач при помощи составления уравнения, необходимо помнить, что многие из них будут предпочитать знакомый арифметический способ решения. Это совершенно естественно, ведь происходит только знакомство с новым способом решения. Показать детям его привлекательность, преимущество, рациональность, а не навязывать насильно – вот задача учителя.

Учащиеся лучше оценят новый способ, если его использование облегчит решение задач. Следовательно, начинать следует с решения таких задач, которые отвечают этому условию.

Вот некоторые из них:

1) В двух корзинах разного размера 96 кг яблок. В одной корзине яблок в 3 раза больше, чем во второй. Сколько килограммов яблок в каждой корзине?

2) В одной пачке в 5 раз меньше тетрадей, чем в другой. Сколько тетрадей в каждой пачке, если в большей пачке на 20 тетрадей больше?

3) У девочки живут голуби и кролики. Всего у этих животных 26 голов и 60 ног. Сколько у девочки голубей и сколько кроликов?

Сравнивая арифметический и алгебраический способы решения этих задач, дети быстрее оценят преимущества второго из них и включат этот способ в активный запас своих знаний и умений, начнут использовать его в своей учебной работе.

Еще один эффективный путь привлечения внимания учеников к алгебраическому способу решения задач – работа с такими задачами, арифметический способ решения которых настолько труден, что ученики начальной школы почти наверняка его не найдут, а алгебраически такая задача решается достаточно легко. Увлекаться большим количеством таких заданий не следует, т.к. они занимают много времени, да и первое яркое впечатление стирается, но 1–2 раза такую работу проделать очень полезно.

Наиболее ярко такая работа может быть построена с заданием 496.

Приведем текст задачи и ее алгебраические решения.

От пристани Марьино к пристани Алешино отправился теплоход со скоростью 24 км/ч, а за 9 часов до него в этом же направлении вышел буксир со скоростью 8 км/ч, который прибыл в Алешино на 15 часов позже теплохода. Найди расстояние между пристанями.

Арифметическое решение задачи ученикам четвертого класса практически недоступно, а вот алгебраически ее решить достаточно просто, причем несколькими способами, которые обладают еще одним существенным достоинством: чем больше будет приложено умственных усилий на обдумывание ситуации, тем проще получится уравнение.

Наиболее очевидный путь начала решения – взять за неизвестное число то, что нужно узнать в задаче, – расстояние между пристанями. Представим все рассуждения в виде таблицы:

	Путь (км)	**Скорость (км/ч)**	**Время (ч)**
Теплоход	x	24	$x : 24$
Буксир	x	8	$x : 8$

Так как разница во времени движения теплохода и буксира равна 9 + 15 = 24 (ч), получаем уравнение:

$x : 8 - x : 24 = 9 + 15$.

Такое уравнение учащиеся едва ли решат самостоятельно, очевидно, учителю придется оказать им активную помощь, что не является лучшим вариантом.

Поэтому желательно поискать другой вариант решения, использовав в качестве неизвестного другую величину. Так как скорости и теплохода, и буксира известны, то ею, очевидно, будет время движения одного из них.

	Путь (км)	**Скорость (км/ч)**	**Время (ч)**
Теплоход	y	24	$24 \cdot y$
Буксир	$y + 9 + 15$	8	$8 \cdot (y + 9 + 15)$

Так как теплоход и буксир прошли одинаковый путь, получаем уравнение $24 \cdot y = 8 \cdot (y + 9 + 15)$, которое ученики к этому времени уже могут решить.

Тщательно проанализировав задачу, можно получить и еще более простое уравнение: $3c - c = 9 + 15$, которое основано на том, что если при одном и том же пути скорость буксира в 3 раза меньше скорости теплохода, то время, затраченное на путь буксиром, в 3 раза больше времени теплохода.

Различные аспекты, связанные с алгебраическим способом решения задач, рассматриваются в заданиях 228, 232, 236, 241 и т.д.

Заботясь о том, чтобы ученики по достоинству оценили новый способ решения задач, не следует забывать и о том, что существуют задачи, для которых предпочтительным является арифметический способ решения. Поэтому важно в каждом задании, где предлагается решить задачу и алгебраически, и арифметически, а затем выбрать наилучший для данной задачи способ, не жалеть времени на эту работу, постепенно вырабатывая у учеников математическую зоркость, которая в дальнейшем позволит им сразу оценивать задачи с точки зрения выбора способа их решения.

Различная работа с задачами предусматривается и в рабочих тетрадях: задания 15, 26, 35 и др. (тетрадь № 1); 6, 18, 30, 37 (тетрадь № 2).

Так же, как и в предыдущие годы обучения, ученикам предлагается большое количество логических задач. Это задания 11, 26, 28, 68, 81, 82, 95, 115, 121, 130, 172, 226, 240, 249, 274, 279, 293, 308, 318, 329, 355, 366, 487, 492. Как и раньше, мы не стремимся связать учеников какими-либо отработанными способами решения таких задач, считая, что свободное изложение рассуждений, которые привели к ответу на вопрос, гораздо полезнее для развития детей и сохраняет их интерес к такого рода задачам.

В тетради тоже включены логические задачи: например, 5, 25, 29, 46, 51, 55, 89 (тетрадь № 1); 11, 17, 43, 52 (тетрадь № 2), из которых особого внимания заслуживают подчеркнутые, представляющие для учеников совершенно новое направление – алгоритмические задачи.

РАБОТА С ИНФОРМАЦИЕЙ

В четвертом классе продолжается разнообразная работа по сбору, анализу и представлению информации. В ходе изучения материала производятся измерения величин, ведутся наблюдения за состоянием погоды и температурой воздуха (задания 1, 191, 305, 422 и др.). Собранные данные фиксируются в таблицах, диаграммах (задания 249, 305, 323 и др.). Проводится анализ информации, которая предлагается в учебнике или собрана самими учащимися.

Как и в предыдущих классах, разнообразны формы представления информации: текст, чертеж, схема, таблица, диаграмма. Чтение, заполнение, составление и интерпретация таблиц предусмотрена в заданиях 10, 44, 153, 313, 357, 365, 381, 407. Продолжается работа со столбчатой (задания 45, 153, 184, 263, 313, 365, 400, 479), линейной (задания 64, 166, 331, 408) и круговой (задания 102, 305, 422) диаграммами, которые не только читаются, но в простейших случаях и строятся. В ходе изучения курса математики в 4 классе продолжается знакомство с алгоритмами выполнения арифметических действий (в заданиях 256 и 257 – деление многозначных чисел).

Серьезное внимание уделяется схематизации рассматриваемых процессов. В заданиях 35, 42, 49, 90, 241, 351 предусмотрено выполнение схематического чертежа, отражающего ситуацию в задачах на движение. В заданиях 432, 457, 473, 477 и др. в схематическом виде представлены изменения компонентов действий. Детям предстоит проанализировать информацию, заключенную в схеме, и сделать свои выводы об изменении результата.

Рекомендации по подготовке уроков и использованию материала учебника

В учебном плане на занятия по курсу математики отведено 136 часов в учебном году, по 4 часа в неделю.

I ПОЛУГОДИЕ

Примерное распределение часов по темам

Площади фигур	14 часов
Умножение многозначных чисел	21 час
Точные и приближенные числа. Округление чисел	13 часов
Деление на многозначное число	19 часов
	67 часов

Уроки 1–14
Площади фигур

Эта тема продолжает развитие навыков вычисления площадей различных фигур. Знакомство с диагональю прямоугольника и умение вычислять его площадь позволяет учащимся освоить способ определения площади прямоугольного треугольника. В свою очередь, умение вычислять площадь прямоугольного треугольника поможет в нахождении площадей остроугольных и тупоугольных треугольников, а также площадей фигур сложной формы. При этом используются свойства площадей: «у равных фигур равные площади», «площадь фигуры равна сумме площадей ее частей».

В ходе изучения темы значительное внимание уделяется решению задач, в которых рассматриваются различные виды движения: навстречу друг другу, на удаление друг от друга, движение друг за другом. Соответственно появляются термины «скорость сближения», «скорость удаления». Кроме того, устанавливаются зависимости одних параметров движения от изменения других (например, расстояния от скорости и времени движения).

Получают развитие и другие содержательные линии курса математики. Ведется работа по образованию, сравнению, изображению различных чисел. Большое внимание уделяется действиям с многозначными числами, рассмотрению свойств всех четырех арифметических действий, решению уравнений и неравенств. При вычислении площади плоских фигур учащиеся используют способы перестроения, достраивания и деления на части различных фигур. Проводится работа с объемными телами – цилиндрами и конусами, призмами и пирамидами.

Работая с заданиями учебника, учащиеся используют различные формы представления информации: тексты, рисунки, таблицы, чертежи, схемы, диаграммы и т.д.

Урок 1. **Диагональ прямоугольника**

Задачи урока:

– познакомить учащихся с понятием «диагональ прямоугольника»;

– вычислять периметр и площадь прямоугольника;

– составлять числа и числовые выражения в соответствии с условиями задач.

На первом уроке темы основное внимание уделяется повторению навыков, приобретенных ранее: записи шестизначных чисел и выражений из них, составлению числовых выражений с заранее известными результатами, вычислению значений выражений, нахождению периметров и площадей прямоугольников, работе с масштабом. Также на уроке происходит знакомство с новым понятием – «диагональ прямоугольника».

При выполнении пункта 1 задания 1 необходимо не только построить отрезок, соединяющий две противоположные вершины прямоугольника, но и выяснить, какие еще диагонали можно провести в данном прямоугольнике. Затем можно предложить учащимся дать определение новому понятию. Учащиеся могут охарактеризовать диагональ прямоугольника как отрезок, соединяющий две противоположные или две не соседние вершины, а в дальнейшем – как отрезок, делящий прямоугольник на два прямоугольных треугольника. Возможны и другие определения понятия «диагональ прямоугольника». Детям будет интересен перевод слов, образовавших новый термин: «диа» – сквозь, «гониа» – угол, т.е. диагональ – это линия, идущая сквозь угол. При выполнении практической работы, которая заключается в построении прямоугольника, разрезании его по диагонали и сравнении площадей получившихся треугольников, учащиеся убеждаются в справедливости утверждения о том, что «две фигуры равны, если они совпадают при наложении». С этим теоретическим положением учащиеся познакомятся при изучении систематического курса геометрии. На данном этапе сравнение прямоугольных треугольников позволяет установить способ нахождения их площадей, исходя из приема их получения.

В задании 2 продолжается работа с площадью прямоугольника. Если в предыдущем задании линейные размеры прямоугольника (длину и ширину) учащиеся узнавали при измерении, то в этом задании предстоит использовать значения, данные в тексте задачи. Во второй части задания учащимся предстоит выбрать удобный масштаб и начертить в нем прямоугольник. Сравнение периметров прямоугольника и его изображения напомнит учащимся о взаимосвязи между изменениями длин сторон и периметра.

В задании 3 предстоит найти значения выражений, состоящих из чисел, в состав которых входят одинаковые цифры (цифра 3). Во второй части задания необходимо составить числовые выражения, используя знаки действий и скобки. Ситуация усложняется тем, что значения выражений уже известны. В результате прикидок и оценок результатов могут получиться, например, такие равенства:

$33 \cdot 3 + 33 \cdot 3 = 198$

$(3 \cdot 3 \cdot 3 - 3) \cdot 3 = 72$

$333 + 33 = 366$

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$

$(33 + 33) : 3 = 22$

$(33 - 33) \cdot 3 = 0$

Из-за большого объема вычислительной работы это задание можно рекомендовать для домашней работы.

В задании 4 предлагаются для сравнения шестизначные числа, составленные с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5, 7, записанных в разном порядке. Можно составить множество новых чисел, обладающих теми же свойствами (720 чисел). Поэтому следует предложить учащимся записать одно шестизначное число с выявленными свойствами, а затем обсудить несколько вариантов в классе. Дальнейшие пункты задания предусматривают составление сумм, разностей и произведений с использованием данных или составленных учащимися чисел.

Из комментария к заданиям можно сделать вывод, что на уроке получают развитие многие *познавательные действия*: умение проводить анализ, выявлять существенные признаки понятия, создавать новые объекты (синтез), сравнивать и строить логические выводы. Уделяется внимание развитию *регулятивных и коммуникативных действий*: принимать учебную задачу, планировать свои действия, обсуждать ход решения задания в паре или группе.

Урок 2. **Свойство диагонали прямоугольника**

Задачи урока:

– рассмотреть свойство диагонали прямоугольника (деление прямоугольника на треугольники равной площади);

– в практической работе открыть свойство площадей фигур;

– исследовать зависимость количества решений задачи от ее данных;

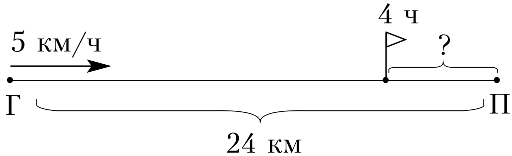
– выполнять вычисления в выражениях с многозначными числами, изменять данные числовые выражения.

На уроке продолжается знакомство со свойствами площадей фигур. В задании 5 учащимся предстоит подобрать значения сторон прямоугольников, площади которых равны 18 кв. см. Так как по условию длины сторон должны быть выражены целым числом сантиметров, то это будут прямоугольники со сторонами 1 см и 18 см, 2 см и 9 см, 3 см и 6 см. Проведя диагонали в каждом из прямоугольников, дети получат два равных прямоугольных треугольника. А так как треугольники равны, то и площади их будут равны. Следовательно, чтобы узнать площадь одного треугольника, нужно разделить площадь прямоугольника на два. Тем самым дети применят на практике следующее свойство площадей: «Площадь фигуры равна сумме площадей составляющих ее частей».

В задании 7 это свойство площадей применяется в другой ситуации. Фигура сложной формы делится на четыре равных прямоугольника, а затем из них составляются фигуры другой формы, но такой же площади (8 кв. см).

Задание 6 содержит задачу на движение. Причем содержанию текста задачи соответствуют два различных решения (поиск разных способов решения задачи на основе анализа ее текста – *познавательное действие*).

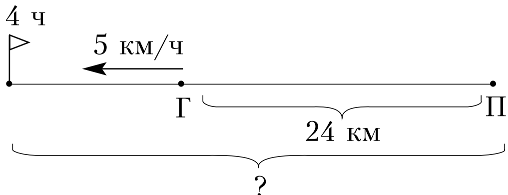
Решение 1:



1) $5 \cdot 4 = 20$ (км) – прошел пешеход за 4 часа.
2) $24 - 20 = 4$ (км) – расстояние до поселка через 4 часа.

Ответ: 4 км.

Решение 2:



1) $5 \cdot 4 = 20$ (км) – прошел пешеход за 4 часа.
2) $24 + 20 = 44$ (км) – расстояние до поселка через 4 часа.

Ответ: 44 км.

В задании 8 предлагается выполнить все четыре арифметических действия с многозначными числами, а затем с помощью скобок изменить порядок действий и найти значения новых выражений.

Урок 3. **Площадь прямоугольного треугольника**

Задачи урока:

– выработать способ нахождения площади прямоугольного треугольника;

– решать задачи на уравнивание количеств, на нахождение массы;

– восстанавливать числовые равенства;

– классифицировать объемные фигуры по разным признакам.

На данном уроке свойство диагонали прямоугольника делить его на равные прямоугольные треугольники трансформируется в способ нахождения площади прямоугольного треугольника. В задании 9 прямоугольный треугольник достраивается до прямоугольника. Так как общая сторона двух прямоугольных треугольников является одновременно диагональю полученного прямоугольника, то легко сделать вывод о том, что площадь прямоугольного треугольника равна половине площади прямоугольника. Тем самым развивается умение упорядочивать действия и формулировать их в форме алгоритма (*регулятивное УУД*).

Решению задачи, предложенной в задании 11, поможет схема (пункт 2), показывающая соотношения между величинами задачи, а именно на сколько нужно уменьшить общее количество пирожных, чтобы, разделив его на 3, получить одинаковое количество пирожных на каждой из трех тарелок. Аналогичные действия учащимся предстоит выполнить с другими числами (пункт 3).

В задании 10 приводится задача, условие которой представлено в виде таблицы. Для ответа на вопросы задачи необходимо выполнить умножение и сложение величин (массы). При этом понадобится умение выражать массу в разных единицах измерения.

Решение:

1) $200 \cdot 7 = 1\,400$ (г) = 1 кг 400 г – собрано моркови с 1 грядки.

2) $200 \cdot 9 = 1\,800$ (г) = 1 кг 800 г – собрано моркови со 2 грядки.

3) $2 \cdot 2 = 4$ (кг) – собрано капусты.

4) $1\,400 + 1\,800 = 3\,200$ (г) = 3 кг 200 г – собрано всего моркови.

При рассмотрении равенств в задании 12 необходимо выявить их существенные признаки: при умножении трехзначного числа на однозначное должно получиться четырехзначное число; трехзначное число должно оканчиваться цифрой 9. Поэтому наименьшее из составленных чисел для первого равенства – 339, а для второго – 149. Учитывая эти условия, учащиеся могут составить множество верных равенств.

Классификацию объемных тел по самостоятельно выделенным признакам предстоит провести в задании 13. Фигуры можно разделить по высоте: высокие (1, 2, 4, 7, 9) и низкие (3, 5, 6, 8); по форме: цилиндры (1, 2, 3, 5) и призмы (4, 6, 7, 8, 9); лежащие на боковой поверхности (2) и стоящие на основании (все остальные) и т.д.

Если позволит время, можно выполнить задание 14, в котором также требуется провести классификацию. В этом задании четырехзначные числа необходимо разделить на две группы по самостоятельно выделенному признаку. В качестве примера в пункте 3 представлены группы чисел с цифрой 7 и с цифрой 8 в разряде десятков; четные и нечетные числа. Перед учащимися стоит задача выявить эти признаки деления и дополнить данные группы чисел.

Таким образом, следует отметить, что на уроке большое внимание уделяется развитию *познавательных действий*: анализу данных и синтезу новых объектов с заданными свойствами; классификации фигур по самостоятельно выделенным признакам; чтению, использованию, интерпретации моделей и схем к задачам. Учащиеся работают с разными *формами представления информации*: схема, чертеж, таблица, цифровая запись, рисунок.

Урок 4. **Распределительное свойство умножения относительно вычитания**

З а д а ч и у р о к а:

– сформулировать распределительное свойство умножения относительно вычитания;

– находить площадь фигуры сложной формы разными способами;

– решать текстовую задачу с помощью числовых выражений;

– решать и изменять уравнения и числовые выражения.

Урок можно начать с выполнения задания 15, в котором предлагается установить верность или неверность четырех числовых равенств, в каждом из которых представлено одно из свойств действий с числами: распределительное свойство умножения относительно вычитания, вычитание из числа суммы двух чисел, деление суммы чисел на число, вычитание из числа разности двух чисел. Так как выполнение этих действий потребует большого количества времени, то выбор верных равенств и их проверку следует провести, разделившись на группы, а затем обсудить получившиеся результаты. Учащиеся обнаружат, что последнее равенство не является верным. Поэтому его необходимо изменить так:

$87\,823 - (59\,387 - 25\,245) = 87\,823 - 59\,387 + 25\,245$

(изменен второй знак в правой части равенства),

$87\,823 - (59\,387 + 25\,245) = 87\,823 - 59\,387 - 25\,245$

(изменен второй знак в левой части равенства).

Вторая часть задания возвращает детей к первому равенству. В нем использовано распределительное свойство умножения относительно вычитания, которое в общем виде будет выглядеть так: $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$. Параллельно с выявлением нового свойства действий полезно повторить распределительное свойство умножения относительно сложения: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$. Тем самым развивается умение строить обобщенный вывод, сделанный на основе аналогии (*познавательные УУД*).

Эти свойства найдут свое применение при выполнении задания 16, в котором данные задачи предлагаются в виде рисунка кассового чека из магазина. Для ответов на вопросы задания дети выполнят следующие действия:

Решение:

1) $6 \cdot 8 - 5 \cdot 8 = (6 - 5) \cdot 8 = 8$ (руб.) – на столько больше заплачено за зеленые шары, чем за синие.

2) $5 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 8 = 5 \cdot (7 + 8) + 48 = 5 \cdot 15 + 48 = 75 + 48 = 123$ (руб.) – стоимость всей покупки.

В задании 17 предлагается найти площадь фигуры сложной формы разными способами. Для этого учащиеся могут дополнить фигуру до прямоугольника или разделить прямоугольник на части (вертикально или горизонтально). Для вычисления площади фигуры полезно составить числовые выражения:

$11 \cdot 4 - 1 \cdot 1 - 1 \cdot 3$ (в случае, когда фигура дополняется до прямоугольника).

1·1 + 1·2 + 4·7 + 2·3 + 1·3 (при вертикальном делении фигуры на части).

11·1 + 10·1 + 8·1 + 11·1 (при горизонтальном делении фигуры на части).

При вычислении значений этих числовых выражений следует применить распределительное свойство относительно сложения и вычитания.

Очевидно, что самым рациональным в данном случае является способ дополнения фигуры до прямоугольника. В качестве домашнего задания дети могут придумать фигуру, площадь которой удобно найти, дополняя ее до прямоугольника. Также для домашней работы рекомендуются задания 18 и 19.

Уроки 5–6. **Взаимосвязь величин в задачах на движение**

Задачи уроков:

– рассмотреть влияние изменения скорости и времени движения на пройденный путь;

– находить площади прямоугольника и прямоугольного треугольника;

– решать задачи на уравнивание;

– применять свойства действий для проверки верности или ложности равенств и неравенств;

– определять координаты точек на координатном луче.

Урок рекомендуется начать с выполнения заданий 20 и 24, которые посвящены повторению зависимостей между параметрами движения (скоростью, временем и расстоянием) и выявлению влияния изменения скорости или времени движения на пройденный путь. В задании 20 актуализируется понятие «скорость движения» («расстояние, пройденное за единицу времени»), повторяются навыки вычисления расстояния по скорости и времени движения и времени – по расстоянию и скорости, нахождения пройденного и оставшегося расстояний. В задании 24 учащиеся делают выводы о пропорциональной зависимости величин, выделяемых в процессе движения (зависимость пройденного пути от скорости и времени движения). Тем самым развивается умение устанавливать причинно-следственные связи (*познавательное УУД*).

В задании 23 предстоит вспомнить свойство диагонали прямоугольника делить прямоугольник на два равных прямоугольных треугольника. Именно оно поможет вычислить площадь прямоугольника по значению площади одного прямоугольного треугольника.

В задании 27 правило вычисления площади прямоугольника по его сторонам представлено в виде формулы. Термин «формула» появляется впервые и будет использоваться в дальнейшем.

Задание 26 содержит задачу, решаемую с помощью уравнивания количеств. Решение будет таким:

1) $96 - 68 = 28$ (ор.) – на столько орехов у Маши было больше, чем у Кати.

2) $28 : 2 = 14$ (ор.) – столько орехов нужно взять у Маши и отдать Кате.

Задание 28 является логической задачей, для решения которой необходимо провести следующие рассуждения: *«Если из корзины взять 2 фрукта, то это могут оказаться 2 яблока. Так же обстоит дело и с количествами в 3 и 4 фрукта. Если взять 5 фруктов, то наверняка один из них – яблоко. Если взять 6 фруктов, то среди них обязательно будет 2 яблока»*. Аналогичным образом следует рассуждать, отвечая на остальные вопросы.

Умение находить значения сложных выражений потребуется при выполнении заданий 21, 25 и 29.

Задание 22 предусматривает работу на координатном луче: определение единичного отрезка, координат отмеченных точек. В ходе выполнения задания рассматривается ситуация, в которой уменьшение единичного отрезка в два раза приводит к увеличению координат точек в два раза.

Урок 7. **Формула площади прямоугольного треугольника**

Задачи урока:

– вывести формулу площади прямоугольного треугольника;

– применять зависимости между параметрами движения при решении задач;

– работать с дробями на координатном луче;

– выполнять вычисления, восстанавливать числовые равенства.

На этом уроке вновь используется термин «формула». На этот раз предстоит получить формулу площади прямоугольного треугольника из формулы площади прямоугольника. Этому посвящено задание 30. Сначала, применяя формулу $S = a \cdot b$, учащиеся вычисляют площади прямоугольников, стороны которых даны в разных единицах измерения (миллиметрах, сантиметрах и метрах). Учитывая, что способу нахождения площади прямоугольного треугольника было уделено достаточно внимания, преобразовать формулу площади прямоугольника в формулу площади прямоугольного треугольника ($S = (a \cdot b) : 2$) не составит труда. После вывода формулы учащиеся знакомятся с правилом вычисления площади прямоугольного треугольника. Если учитель познакомит учащихся с термином «катеты», то формулировка правила станет короче: «Площадь прямоугольного треугольника равна половине значения произведения катетов».

При решении задач следует вспомнить зависимости между параметрами движения, которые рассматривались на предыдущем уроке. В задании 32 предложенную задачу можно решить с помощью трех действий, а можно с помощью одного.

I решение:

1) $8 : 2 = 4$ (км/ч) – скорость пешехода.

2) $4 \cdot 15 = 60$ (км/ч) – скорость машины.

3) $60 \cdot 2 = 120$ (км) – проедет машина.

Ответ: 120 км проедет машина.

II решение:

Так как скорость машины в 15 раз больше скорости пешехода, то за одинаковое время машина проедет путь в 15 раз больше, чем пешеход.

$8 \cdot 15 = 120$ (км) – проехала машина.

Ответ: 120 км проедет машина.

В задании рассматривается не только влияние изменения скорости на пройденный путь, но и изменение времени на пройденный путь (пункт 4).

Решение:

Так как время движения машины в 2 раза больше, чем у пешехода, то и пройденный путь будет также в 2 раза больше.

$8 \cdot 15 \cdot 2 = 120 \cdot 2 = 240$ (км) – проедет машина.

Ответ: 240 км проедет машина.

Задание 31 посвящено не только изображению точек по их координатам, но и сравнению обыкновенных дробей и целых чисел. В пунктах 2 и 3 результат сравнения чисел предлагается записать или в виде неравенств (пункт 2), или в виде последовательности чисел (пункт 3). Пункт 4 актуализирует навык выбора единичного отрезка, удобного для изображения как целых чисел, так и дробей со знаменателем 7.

В заданиях 33 и 34 предстоит выполнить вычисления, чтобы найти значения выражений или завершить числовые равенства. Эти задания можно рекомендовать для домашней работы. В задании 34 первый множитель первого равенства может оканчиваться цифрами 2 или 7, первый множитель второго равенства – цифрами 3 и 8. При этом следует учитывать, что в первом случае при умножении трехзначного числа на однозначное получается трехзначное число, а во втором случае – четырехзначное число. Поэтому наибольшее значение первого множителя в первом равенстве – 247, а наименьшее – 102. Значения первого множителя для второго равенства будут находиться в промежутке от 133 до 998 включительно. Задание не ставит своей целью проведение исследований по определению диапазона изменений значений первых множителей. Детям достаточно подобрать несколько значений, удовлетворяющих названным условиям.

Уроки 8–9. **Движение тел навстречу друг другу. Скорость сближения**

Задачи уроков:

– рассмотреть движение двух тел навстречу друг другу, познакомиться с термином «скорость сближения»;

– применять умение находить площадь прямоугольника и прямоугольного треугольника для вычисления площади сложной фигуры;

– находить разные способы решения неравенств, устанавливать верность числовых неравенств на основе знаний свойств действий;

– решать и преобразовывать уравнения.

На данных уроках начинается решение задач, в которых рассматривается движение двух объектов (ранее речь шла о движении одного объекта). Первый вид движения – навстречу друг другу. Чертежи, предложенные в задании 35, дают представление об этом виде движения и помогают понять, что такое «скорость сближения».

Для углубления данного понятия следует, например, выполнить задание 2 со с. 30. Оно полезно еще и тем, что при решении задачи используются разные единицы длины (метры и километры) и необходимо перевести одни единицы измерения в другие.

Решение:

1) 260 + 280 = 540 (м/мин) - скорость сближения.

2) 540 · 5 = 2 700 (м) = 2 км 700 м – расстояние, которое пробежали бегуны.

3) 3 км – 2 км 700 м = 300 м - оставшееся расстояние.

Ответ: 300 м осталось пробежать бегунам.

Для нахождения площади сложной фигуры применяются изученные формулы площадей прямоугольника и прямоугольного треугольника. В задании 38 предлагается фигура, которую можно разделить на два прямоугольника (разными способами) и прямоугольный треугольник. Чтобы рассмотреть разные варианты деления фигуры на части, лучше выполнить работу в группах (*коммуникативные УУД*). Затем каждая группа вычисляет площадь данного многоугольника. В результате возможны следующие решения:

I решение:

S = (4 · 2) : 2 + 5 · 2 + 3 · 3 = 4 + 10 + 9 = 23 (кв. см)

II решение:

S = (4 · 2) : 2 + 8 · 2 + 1 · 3 = 4 + 16 + 3 = 23 (кв. см)

В задании 36 предстоит вспомнить способ решения неравенств с переменной, изученный в 3 классе, - решение с помощью соответствующего уравнения. Например, а : 7 > 9, а : 7 = 9, а = 63.

Если рассматривать числа, меньшие 63, и подставить их в неравенство, то неравенство станет неверным. Если вместо делимого подставить числа, большие 63, то неравенство будет верным. Значит, решением неравенства будут числа, большие 63.

Формулировка задания 37 подразумевает последовательное выполнение действий в сложном выражении, чем и достигается нахождение его значения.

Задание 39 содержит уравнения с неизвестными слагаемыми. Составить уравнения с неизвестными уменьшаемым или вычитаемым учащиеся могут, используя решенные уравнения.

Задание 40 предусматривает классификацию треугольников. Скорее всего, учащиеся разделят треугольники на прямоугольные (5 и 8), остроугольные (2, 3 и 6) и тупоугольные (1, 4 и 7). В пункте 2 предлагается выбрать группу треугольников и найти их площади. При этом дети могут выбрать не только группу прямоугольных треугольников, но и других. Это задание рекомендуется выполнить в группах.

В задании 42 предлагается задача на встречное движение. Приведены два варианта чертежей, один из которых учитывает условие «поезда встретились», а другой – нет. Решить задачу также необходимо разными способами: находя расстояние, которое проехал каждый поезд до встречи, и используя скорость сближения. Обсуждению вопроса о том, какой способ верный, поможет применение распределительного свойства умножения относительно сложения. В пункте 6 предлагается изменить вопрос задачи без изменения решения. Новый вопрос задачи может быть, например, таким: «Какое расстояние прошли оба поезда до встречи?»

Распределительное свойство умножения относительно сложения и свойство деления разности на число помогут ответить на вопрос задания 41 о верности неравенств. Убедиться в правильности своих предположений учащимся помогут вычисления. Вычислительные навыки необходимы и при решении и преобразовании уравнений в задании 43.

Таким образом, на уроках развиваются умения показывать на схематическом чертеже ситуацию, изложенную в задаче; находить разные способы выполнения задания (деление фигуры сложной формы на части, вычисление ее площади), проводить классификацию объектов по разным основаниям, т.е. *познавательные УУД*.

Урок 10. **Движение тел в одном направлении**

Задачи урока:

– рассмотреть движение двух тел в одном направлении, при одновременном сближении двух тел;

– работать на координатном луче со стертым началом;
– читать и достраивать столбчатую диаграмму.

На этом уроке знакомые учащимся объекты и процессы (движение двух тел, столбчатая диаграмма, координатный луч) рассматриваются в новых ситуациях. В задании 44 представлена задача, в которой одно тело догоняет другое. Выявить закономерности изменения величин при таком виде движения поможет заполнение таблицы в пункте 3 задания:

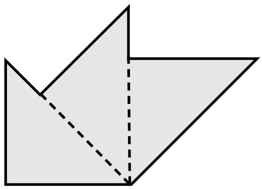
	Через 1 ч	**Через 2 ч**	**Через 3 ч**	**Через 4 ч**	**Через 5 ч**
Автобус	80 км	160 км	240 км	320 км	400 км
Машина	0 км	100 км	200 км	300 км	400 км
Расстояние между автобусом и машиной	80 км	60 км	40 км	20 км	0 км

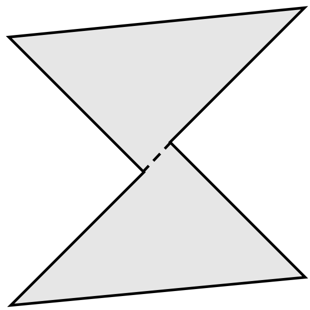
Таблица поможет установить, что расстояние между автобусом и машиной уменьшалось на 20 км в час. Значит, скорость сближения этих двух тел равна 20 км/ч. Поэтому, чтобы найти время, за которое машина догонит автобус, нужно 80 км (расстояние, которое проедет автобус за 1 час) разделить на скорость сближения – 20 км/ч. В результате получится, что машина догонит автобус через 4 ч после начала движения.

В задании 45 предлагается столбчатая диаграмма, особенность которой заключается в цене деления на вертикальной шкале: одно деление изображает 5 000 кв. км площади озера. Учащимся предстоит прочитать диаграмму, изобразить величину, данную в тексте задания (10 000 кв. км), и поработать со справочной литературой. В результате поиска информации о самом большом озере в мире учащиеся получат сведения о Каспийском море (которое на самом деле является озером).

Задание 46 направлено на осмысление компонентов, составляющих понятие «координатный луч». В пункте 1 изображен луч со стертым началом и без единичного отрезка в начале луча. Числа, данные на луче, позволяют установить длину единичного отрезка и начало координатного луча. Можно предложить учащимся дополнительные задания на изображение на луче точек с заданными координатами, например: «Отметьте на луче точки $A(2)$ и $C(8)$».

На этом уроке можно также выполнить задания 1 и 7 со с. 30–31. В задании 1 предлагается записать многозначные числа и выполнить арифметические действия с ними, переводя словесные формулировки в цифровые. Задание 7 направлено на применение навыка вычисления площади прямоугольного треугольника и нахождение площадей сложных фигур.





Таким образом, этот урок насыщен работой с *информацией*, представленной в разных формах: чертеж, таблица, диаграмма, схематический рисунок.

Урок 11. **Скорость удаления**

Задачи урока:

– рассмотреть движение двух тел в противоположном направлении;

– познакомиться с термином «скорость удаления», решать задачи на удаление тел друг от друга;

– проводить классификацию объемных тел по разным признакам.

На уроке рассматривается новый вид движения – движение в противоположных направлениях в случае удаления тел. В задании 47 предлагается задача на движение пароходов в противоположных направлениях. Причем оба чертежа отражают ситуацию, изложенную в задаче. Первый чертеж иллюстрирует движение пароходов навстречу друг другу (это тоже движение в противоположных направлениях, так как один пароход движется вправо, а другой – влево), второй – удаление пароходов друг от друга. Именно в этом случае речь идет о скорости удаления.

В задании 49 рассматривается движение в противоположных направлениях, при котором тела (медвежонок и заяц) удаляются друг от друга. Сложность заключается в том, что скорости животных измеряются в метрах в секунду, а время, через которое нужно определить расстояние между ними, в минутах. Поэтому решение может выглядеть так:

Решение:

1) $12 + 4 = 16$ (м/с) – скорость удаления.

2) 1 мин. = 60 с – время движения.

3) $16 \cdot 60 = 960$ (м) – расстояние через минуту.

Ответ: на расстоянии 960 м окажутся друг от друга через минуту заяц и медвежонок.

Задание 48 аналогично заданию 13 и предусматривает классификацию объемных тел по разным самостоятельно выделенным признакам. Изображенные восемь фигур можно разделить по высоте: высокие (1, 3, 4, 6, 8) и низкие (2, 5, 7); по ширине оснований: широкие (3, 5, 6, 7, 8) и узкие (1, 2, 4); по форме: конусы (1, 3, 5) и пирамиды (2, 4, 6, 7, 8).

Если позволит время, можно выполнить задания 4 и 8 со с. 30–31.

Уроки 12–13. **Площадь произвольного треугольника**

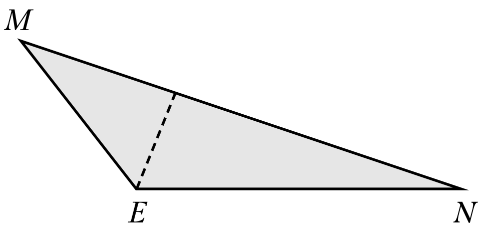
З а д а ч и у р о к о в:

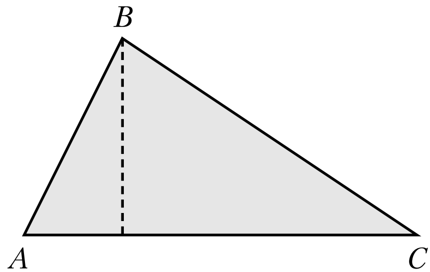
– применять формулу площади прямоугольного треугольника для нахождения площадей остроугольного, тупоугольного треугольников и фигур сложной формы;

– решать задачи на движение;

– устанавливать верность равенств и неравенств на основе знаний свойств арифметических действий.

На завершающих уроках данной темы умение находить площадь прямоугольного треугольника применяется в разных ситуациях. Так, в задании 50 (пункт 1) дан чертеж фигуры, площадь которой можно найти с помощью перестроения или разделив ее на части: прямоугольник и три прямоугольных треугольника. Прием деления фигуры на прямоугольные треугольники можно применить в пункте 3 для вычисления площадей тупоугольного и остроугольного треугольников.





Если в ходе решения возникнет идея дополнить тупоугольный треугольник до прямоугольного, то ее необходимо принять, хотя этот способ подробно будет рассмотрен позже в задании 106.

Сравнить площади прямоугольных треугольников в задании 54 можно разными способами: измерив длины сторон и вычислив площади треугольников; используя клетчатый фон, примерно высчитав площади треугольников.

Первый способ поможет точно вычислить площади треугольников: S (*КАД*) = (3 · 4) : 2 = 6 (кв. см),
S (*АВС*) = (6 · 2) : 2 = 6 (кв. см).

Площади фигур в задании 3 можно вычислить, разделив трапецию, прямоугольный и остроугольный треугольники на удобные для вычисления площадей части.

В задании 52 надо сравнить две задачи и их решения.

Решение 1:

1) 522 : 9 = 58 (км/ч) – скорость машины в 1-й день.
2) 58 + 6 = 64 (км/ч) – скорость машины во 2-й день.
3) 64 · 7 = 448 (км) – проехала машина во 2-й день.
4) 522 + 448 = 970 (км) – проехала машина за два дня.

Ответ: 970 км проехала машина за два дня.

Решение 2:

1) 522 : 9 = 58 (км/ч) – скорость машины в 1-й день.
2) 9 + 7 = 16 (ч) – время движения машины за два дня.
3) 58 · 16 = 58 · (10 + 6) = 580 + 348 = 928 (км) – проехала машина за два дня.

Ответ: 928 км проехала машина за два дня.

Для решения задачи задания 57 необходимо использовать зависимости между параметрами движения, сформулированные в задании 24.

I решение:

Так как всадник двигается в три раза быстрее, чем пешеход, то он проедет расстояние в три раза большее.

$24 \cdot 3 = 72$ (км) – проехал всадник.

Ответ: 72 км проехал всадник.

II решение:

Так как всадник будет двигаться в два раза меньше по времени, чем пешеход, то он проедет расстояние в два раза меньшее, чем он проехал за 6 ч.

72 : 2 = 36 (км) – проехал бы всадник.

Ответ: 36 км проехал бы всадник.

Задача 6 со с. 31 решается аналогично задаче 49.

Значительное внимание на этих уроках уделяется выполнению вычислений и применению свойств арифметических действий. В задании 51 предлагается записать ряды чисел (четырех- и пятизначных), а затем составить с выбранными из этих рядов числами суммы и разности. В задании 53 необходимо установить верность или неверность данных в пункте 1 равенств. В этом помогут знания переместительного и сочетательного свойств сложения, переместительного и сочетательного свойств умножения, распределительного свойства умножения относительно сложения.

В задании 55 нужно составить числа по их описанию и найти значение суммы этих чисел:

9 + 99 + 999 – 1000 = 107.

При выполнении задания 56 лучше сначала произвести прикидку результата, а затем проверить свои выводы с помощью вычислений.

Таким образом, на данных уроках получают дальнейшее развитие *познавательные действия*: умение проводить сравнение по нескольким основаниям, выполнять обобщения на основе анализа изученных объектов, устанавливать аналогии, а также *регулятивные действия*: самостоятельно находить несколько вариантов и способов решения, планировать свои действия и прогнозировать полученный результат.

Урок 14. **Контрольная работа по теме «Площади фигур»**

Уроки 15–35
Умножение многозначных чисел

В этой теме предстоит сформировать и развить навык умножения многозначного числа на многозначное число. Именно поэтому тема начинается с поисков способов, содержащих знакомые учащимся действия: умножение многозначного числа на однозначное, применение переместительного и сочетательного свойств умножения, распределительного свойства умножения относительно сложения и вычитания. Рассмотрение случаев умножения многозначного числа на разрядные единицы и круглые числа позволяет более рационально проводить вычисления. Выполнение умножения многозначных чисел столбиком значительно сокращает запись и переводит большую часть действия в устную форму.

Вычислительные навыки, приобретенные ранее и получающие дальнейшее развитие в ходе изучения текущей темы, применяются и при решении текстовых задач. Предусмотрено решение задач на движение навстречу друг другу, движение в противоположных направлениях, движение в одном направлении при сближении объектов и их удалении, движение, начатое объектами одновременно и с отставанием одного из объектов. При этом развиваются навыки создания к задачам моделей, отражающих взаимосвязи между данными и искомыми величинами. Схемы, чертежи, таблицы, диаграммы служат источником информации, используемой для решения задачи. Предусмотрена работа по преобразованию задач с избыточными и недостающими данными, на сравнение задач с одним сюжетом и одинаковыми числовыми данными, но разной сложности и, наоборот, задач с разными сюжетами и разными числовыми данными, но одинаковым математическим смыслом, рассматриваются ситуации уравнивания количества предметов разными способами, логические задачи. Поиску рационального способа решения задач способствуют аналитические рассуждения от вопроса.

В ходе изучения темы продолжается работа по нахождению площадей фигур с использованием навыков, полученных при изучении предыдущей темы. Учащимся предстоит вычислять площади фигур сложной формы, конструировать фигуры с заданной площадью, заданной формой, выявлять изменения периметра при изменении фигуры, использовать при выполнении заданий масштаб. Содержательная работа предусмотрена с объемными фигурами: классификация объектов по разным признакам, дополнение чертежей объемных фигур изображением невидимых линий, вычисление площади поверхности объемных предметов известной формы.

Кроме того, развиваются навыки решения уравнений и неравенств, вычисления значений сложных числовых выражений, работы с координатным лучом и дробными числами. Работа с линейными диаграммами дополняется необходимостью определить цену деления шкалы, использование круговых диаграмм предусматривает работу с долями целого.

Урок 15. **Способы умножения многозначного числа на двузначное число**

Задачи урока:

– рассмотреть разные способы умножения многозначного числа на двузначное число;

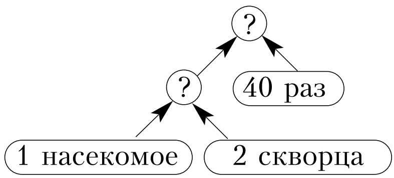
– анализировать и преобразовывать текст задачи с избыточными данными;

– использовать существенные признаки квадрата при решении задачи;

– сравнивать сложные числовые выражения на основе свойств действий.

Приступая к изучению новой темы, основное внимание на первом уроке следует уделить выявлению способов, с помощью которых учащиеся могут выполнить умножение многозначного числа на двузначное (задание 58). Тем самым актуализируются навыки применения изученных свойств арифметических действий: сочетательное свойство умножения, распределительное свойство умножения относительно сложения и вычитания. При этом используются умения представить число в виде суммы разрядных слагаемых или в виде разности чисел разрядов десятков и единиц. Но прежде (в пункте 1) повторяются навыки умножения многозначного числа на однозначное, которые будут необходимы в процессе выполнения задания. В пункте 4 учащиеся могут выбрать любые из рассмотренных в пунктах 2 и 3 способов для вычисления значений произведений. Желательно, однако, чтобы дети использовали разные способы.

В задании 59 предлагается решить задачу, в которой содержатся избыточные данные. Выявить эти данные можно с помощью рассуждений от вопроса: «В задаче требуется узнать, сколько насекомых съедают птенцы за день. Для этого нужно знать, сколько насекомых за один раз приносят скворцы и сколько раз они прилетают за день. Ответ на второй вопрос содержится в тексте задачи (40 раз). Узнать ответ на первый вопрос можно, так как известно, сколько насекомых приносит один скворец (1 насекомое) и сколько скворцов прилетает одновременно к гнезду (пара скворцов)». Эти логические рассуждения можно оформить в виде схемы:



Из схемы видно, что данное 3 г – лишнее. Поэтому для того, чтобы все данные понадобились для решения, нужно изменить вопрос: «Чему равна масса насекомых, которых птенцы съедают за день?»

Задание 60 направлено на применение существенных признаков квадрата при решении задач. В тексте задачи предлагаются разные способы проверки четырехугольников на принадлежность к множеству квадратов: четырехугольник с равными сторонами – ромб, четырехугольник с четырьмя прямыми углами – прямоугольник. И только сочетание этих двух признаков в одной фигуре дает надежный положительный ответ на вопрос: «Является ли четырехугольник квадратом или нет?»

Главный вопрос задания 61 – влияет ли порядок выполнения умножения и деления на результат.

Именно это выясняется при сравнении выражений $7945 \cdot 4 : 5 \cdot 7$ и $7945 \cdot 4 \cdot 7 : 5$ и других, подобных данной паре. Мнения, высказанные детьми, необходимо проверить вычислениями. Так как нахождение значений выражений потребует значительного времени, то часть задания или все задание можно порекомендовать для домашнего выполнения.

В задании 62 внимание сосредоточено на одном из способов разложения двузначного множителя на однозначные множители и применении сочетательного свойства умножения. Однако в этом же задании показана ограниченность этого способа (пункт 2). Поэтому для вычисления значений произведений пункта 2 предлагается применить распределительное свойство умножения относительно сложения или умножения. Например,

$$43 \cdot 37 = 43 \cdot (40 - 3) = \dots$$

$$29 \cdot 31 = 29 \cdot (30 + 1) = \dots$$

Как видно из комментариев к заданиям, большое внимание на уроке уделяется развитию *познавательных УУД*: нахождению разных способов решения и выбору наиболее рациональных из них, использованию схемы для анализа и решения задачи, установлению причинно-следственных связей между вопросом и данными задачи, анализу объектов на основе выделения существенных признаков.

Урок 16. **Использование свойств умножения при умножении многозначных чисел**

Задачи урока:

– находить рациональный способ выполнения умножения многозначных чисел;

– решать задачи на сближение двух тел при их движении в одном направлении;

– решать задачу с недостающими данными;

– читать и дополнять диаграмму.

На уроке продолжается работа по выбору наиболее рационального способа умножения многозначных чисел. В задании 66 внимание акцентируется на применении сочетательного и распределительного свойств умножения. При этом подчеркивается, что сочетательное свойство умножения используется, только если можно разложить многозначный множитель на однозначные множители. Распределительное свойство умножения можно применить в любом случае, так как любое число можно представить в виде суммы или разности чисел.

В задании 63 предлагается задача с недостающими данными. Анализ текста или составление краткой записи

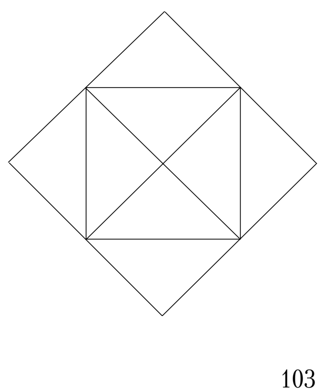
$$\left.\begin{array}{l} 1\text{ ч} - 14\text{ км} \\ 2\text{ ч} - ? \\ 3\text{ ч} - ? \end{array}\right\}\ 37\text{ км}$$

покажут, что необходимо добавить данные в условие задачи. Поэтому задача и вопросы могут быть скорректированы, например, так: «*Велосипедист за 3 часа проехал 37 км. В первый час он проехал 14 км, во второй час – на 3 км меньше. Сколько километров проехал велосипедист за третий час?*»

Сложность чтения диаграммы в задании 64 может быть связана с тем, что не указана цена деления шкалы. Для того чтобы дополнить диаграмму и показать на ней протяженность рек (пункт 2), целесообразно определить, сколько километров изображает одна клетка. Это можно сделать разными способами: использовать данные о длине реки Конго (4 400 км изображают 22 клетки), длине реки Замбези (2 600 км – 13 клеток), разницу длин рек (1 800 км – 9 клеток). В любом случае учащиеся получат одно и то же значение масштаба – 1 клетка : 200 км. Поэтому изобразить протяженность еще двух африканских рек (Нигер и Оранжевой) не составит труда. Поиски информации о самой протяженной реке мира приведут к данным о реке Нил (5 600 км).

В задании 65 перед тем, как выполнить сложение, необходимо определить количество знаков в значении числового выражения. Анализ разрядного состава чисел поможет узнать, будет ли происходить переход через разряд в старшем разряде с образованием единицы еще более старшего разряда или нет. Выполнив вычисления, учащиеся смогут проверить высказанные гипотезы.

Задание 68 возвращает детей к использованию свойства площадей фигур, в частности, к тому, что равные фигуры имеют равные площади. Поэтому, разделив квадрат диагоналями на четыре равные части и достроив к каждой стороне прямоугольный треугольник, равный треугольнику внутри квадрата, получим фигуру вдвое больше исходной.



Уроки 17–18. **Умножение многозначного числа на разрядную единицу**

Задачи уроков:

– познакомиться с правилом умножения многозначного числа на разрядную единицу, использовать его в разных ситуациях;

– составлять разные модели задач: чертеж, таблица;

– исследовать изменение решения задачи в зависимости от изменения ее данных;

– составлять и решать обратные задачи;

– работать с плоскими и объемными фигурами;

– познакомиться с такими единицами измерения длины, как морская миля и английская миля.

На этих уроках рассматривается умножение многозначных чисел на единицы разрядов десятков, сотен, тысяч, десятков тысяч и сотен тысяч. Этому посвящены задания 69, 70, 73, 75. В задании 69 учащиеся знакомятся с правилом умножения на разрядную единицу (пункты 1 и 2) и применяют это правило при вычислении произведений нескольких множителей, которые при умножении дают разрядные единицы (десяток, сотню, тысячу). В задании 70 это правило используется для вычисления английской мили:

$80 \cdot 2 \cdot 1000 = 160 \cdot 1\,000 = 160\,000$ (см) = 1 600 м = 1 км 600 м.

Кроме того, в справочной литературе дети узнают о протяженности морской мили (1 852 м) и смогут сравнить эти две величины.

Задания 73 и 75 дают возможность применить правило умножения многозначного числа на разрядные единицы, но в задании 73 единицы разрядов десятков и тысяч сначала нужно получить умножением разного количества чисел 2 и 5, а в задании 75 требуется проверить правильность применения правила.

В задании 67 рассматривается задача на движение двух тел в одном направлении, при котором тела сближаются. Чертеж к задаче поможет представить процесс движения:

Для того чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо найти скорость сближения двух пчел и расстояние, которое преодолеет первая пчела до момента вылета второй.

Решение:

1) $8 \cdot 30 = 240$ (м) – расстояние, которое пролетела первая пчела к моменту вылета второй пчелы.

2) $9 - 8 = 1$ (м/с) – скорость сближения двух пчел.

3) $240 : 1 = 240$ (с) = 4 (мин) – время, через которое вторая пчела догонит первую.

Ответ: через 4 мин.

Если вторая пчела вылетит через минуту после первой (пункт 5), то к этому моменту первая пчела пролетит 480 м (в два раза больше, чем в первом случае), а значит, и времени, чтобы догнать первую пчелу, ей потребуется в два раза больше (8 мин.). Таким образом, при решении этой задачи повторяются и применяются выводы, сделанные в заданиях 24 (взаимосвязь времени и расстояния) и 44 (движение, при котором одно тело догоняет другое).

Задание 74 предполагает составление краткой записи задачи в виде таблицы:

	Меда с 1 улья	**Количество ульев**		**Собрали меда**
1 пасека	?	?	одинаково	7 946 кг
2 пасека	?, на 5 кг больше	?		8 631 кг

Чтобы ответить на вопросы задачи, надо сначала узнать, сколько меда с одного улья собирали на каждой пасеке. Анализ данных таблицы дает возможность сделать вывод о том, что при одинаковом количестве ульев на второй пасеке меда собрали больше, так как с одного улья собирали на 5 кг больше. Поэтому решение может выглядеть так:

Решение:

1) $8\,631 - 7\,946 = 685$ (кг) – на столько больше меда собрали на второй пасеке, чем на первой.

2) $685 : 5 = 137$ (шт.) – ульев на каждой пасеке.

Ответ: по 137 ульев на каждой пасеке.

Для составления обратных задач изменяем данные и искомые исходной задачи, например так:

1) «На каждой из двух пасек по 137 ульев. С каждого улья на второй пасеке собирают на 5 кг больше меда, чем на первой. На первой пасеке собрали 7 946 кг меда. Сколько меда собрали на второй пасеке?»

2) Аналогичную задачу можно составить о количестве собранного меда на первой пасеке.

3) «На каждой из двух пасек по 137 ульев. На первой пасеке собрали 7 946 кг меда, а на второй – 8 631 кг меда. На какой пасеке собирали с одного улья меда больше и на сколько?»

Задание 72 очень многоаспектно. При его выполнении предстоит решить целый комплекс задач: на ориентирование на плоскости, конструирование фигуры из ее частей, вычисление площади и периметра фигуры сложной формы, перестроение фигуры. Учащимся потребуется умение находить площадь прямоугольника, применить одно из свойств площадей (площадь фигуры равна сумме площадей ее частей). Подобные задачи дети уже решали, поэтому выполнение данного задания не должно вызвать каких-либо затруднений.

Анализ чертежа задания 76 поможет провести классификацию объемных фигур по разным признакам: по форме (призмы и пирамиды), по высоте (высокие и низкие). Выделенную группу призм, в свою очередь, можно разделить по высоте, а также по виду многоугольника, лежащего в основании, – треугольные, четырехугольные, пятиугольные, шестиугольные и т.д. Классификацию изображенных пирамид можно провести аналогично.

Задания 71 и 77 посвящены вычислениям, преобразованию, сравнению числовых выражений и исследованию влияния их изменений на результат.

Распределить задания по урокам можно в соответствии с их расположением в учебнике: для первого урока – задания 67, 69, 70, 71 и 72, а для второго – задания с 73 по 77.

Как видим, на уроках больше внимания уделяется развитию *познавательных действий*: анализу (числового выражения, чертежа, текста), синтезу (составлению числовых выражений, моделей, текстов задач и т.д.). На основе анализа проводится сравнение и классификация объектов, формулируются общие правила.

Урок 19. **Умножение многозначного числа на круглое число**

Задачи урока:

– выработать способ умножения многозначных чисел на круглое число;

– решать задачи, содержащие дробные числа; логические задачи;

– восстанавливать начало координатного луча.

На данном уроке выработанные навыки умножения на однозначное число и на разрядную единицу применяются при умножении многозначного числа на круглые числа. В пункте 3 задания 80 рассмотрен способ, в котором круглые числа (круглые десятки, сотни, тысячи) разложены на множители – однозначные числа и разрядные единицы. При умножении используется сочетательное свойство.

Большое внимание на уроке уделяется решению задач. В задании 79 требуется выполнить действия с дробными числами.

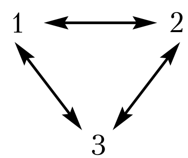
Решение:

1) $360 : 9 \cdot 4 = 40 \cdot 4 = 160$ (т) – масса груза.

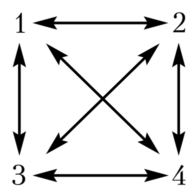
2) $160 : 5 = 32$ (шт.) – потребовалось самосвалов.

Ответ: 32 самосвала.

Если груз массой 160 т перевозить 10-тонными самосвалами, то потребуется $160 : 10 = 16$ машин.



Задания 81 и 82 – это логические задачи. Задачу 81 можно решить в виде схемы, по которой видно, что сыграно всего три партии, а каждый участник сыграл по две партии.



При ответе на вопрос о количестве партий, которые сыграют четверо друзей, получится схема, на которой видно, что всего сыграно шесть партий, а каждый участник сыграл по три партии.

Для решения задачи задания 82 дана подсказка: указано минимальное количество вопросов (6) и задан первый вопрос. Поэтому диалог в вопросах и ответах может выглядеть так: «*Ты живешь в первом подъезде? – Нет. – Значит,* *во втором. Ты живешь на пятом этаже и выше? – Нет. – Значит, ты живешь на этаже с 1 по 4. – Номер твоего этажа четный? – Нет. – Значит, ты живешь на первом или на третьем этаже. – Ты живешь на первом этаже? – Нет. – Значит, ты живешь на третьем этаже. – Номер твоей квартиры четный? – Да. – Значит, номер твоей квартиры 42 или 44. – Цифры в номере твоей квартиры одинаковы? – Нет. – Значит, ты живешь в квартире 42*».

В задании 78 предусмотрена работа на координатном луче. Особенность задания в том, что на луче стерто начало. Рассмотрены разные варианты восстановления начала координатного луча: с использованием отрезка длиной 6 единиц или единичного отрезка. После восстановления начала луча необходимо построить точки с заданными координатами.

В качестве домашнего задания можно использовать задание 83, в котором повторяются вычислительные навыки и правила нахождения неизвестных компонентов разных действий.

Таким образом, на уроке выполняются действия по поиску разных способов решения, применению знаний в новой ситуации, рационализации вычислений, т.е. получают дальнейшее развитие *познавательные УУД*.

Урок 20. **Изображение решения неравенства на координатном луче**

Задачи урока:

– изображать решения неравенств на координатном луче;

– выполнять умножение многозначных чисел на круглые числа;

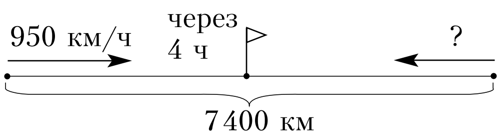
– решать задачу на встречное движение и составлять к ней обратные задачи.

На уроке получают дальнейшее развитие умения и навыки, выработанные на предыдущих уроках. В задании 84 предлагаются простые неравенства, содержащие все четыре арифметических действия (пункт 1), которые решаются с помощью соответствующих уравнений. Затем решения неравенств необходимо представить на координатном луче. Обращаем внимание на то, что рисунок лишь показывает местонахождение решений неравенства, а не является их точным изображением.

Задание 87 направлено на формирование навыков умножения многозначных чисел на круглые числа. Выписывая произведения с одинаковыми первыми множителями, учащиеся получат подборку произведений, с помощью которых можно найти значения произведений двух- и трехзначных чисел и двузначного множителя, выраженного круглыми десятками:

$56 \cdot 5$,	$56 \cdot 10$,	$56 \cdot 50$;
$147 \cdot 8$,	$147 \cdot 10$,	$147 \cdot 80$;
$232 \cdot 4$,	$232 \cdot 10$,	$232 \cdot 40$;
$463 \cdot 3$,	$463 \cdot 10$,	$463 \cdot 30$.

Чертеж, сделанный к заданию 86, иллюстрирует процесс движения, описанный в тексте, и помогает решить задачу:



Решение:

1) $7400 : 4 = 1850$ (км/ч) – скорость сближения.

2) $1850 - 950 = 900$ (км/ч) – скорость второго самолета.

Ответ: 900 км/ч.

Меняя данные и искомое местами, получим возможные обратные задачи, в которых неизвестными будут скорость первого самолета, расстояние между городами, время, через которое самолеты встретятся.

Подбирая числа в задании 85, учащиеся получат следующие равенства:

$875 + 693 = 1568$

$1638 - 742 = 896$

$4874 + 5673 = 10547$ (одно из пяти возможных решений)

$631 \cdot 8 = 5048$ (одно из девяти возможных решений)

Выбор единичного отрезка в задании 88 позволит отметить на одном координатном луче точки, координаты которых выражены дробями со знаменателями 2, 3 и 4. Удобнее всего будут единичные отрезки длиной 6 и 12 клеток. Эти же единичные отрезки следует использовать и для изображения точек, данных в пункте 3.

Задание 89 во многом повторяет задание 72 и предусматривает ориентирование на плоскости, вычисление периметра и площади фигуры сложной формы, работу с масштабом.

Решение:

$S_{фиг.} = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 18$ кв. см

$P_{фиг.} = 17$ см

Учитывая масштаб, данный в пункте 3, учащиеся получат, что площадь комнаты – 18 кв. м, а периметр комнаты – 17 м.

Как видно из комментария к заданиям, на уроке получают дальнейшее развитие навыки работы с различными моделями: координатный луч используется для показа местонахождения решений неравенства и изображения дробных чисел; чертеж к задаче – для составления обратных задач, т.е. совершенствуются *познавательные УУД*.

Урок 21. **Задачи на удаление тел при движении в одном направлении**

Задачи урока:

– рассмотреть новый вид задач – на удаление тел при движении в одном направлении;

– решать уравнения и неравенства;

– решать логические задачи;

– переводить величины из одних единиц измерения в другие и сравнивать их.

На данном уроке рассматривается новая для учащихся ситуация – при движении в одном направлении тела удаляются друг от друга. В задании 90 предлагается задача, в которой описывается такой вид движения, и приведен чертеж, показывающий положение тел через указанный промежуток времени. Рассмотрение чертежа к задаче поможет найти ее решение.

Решение:

1) $3 \cdot 10 = 30$ (м) – пролетел первый шмель до вылета второго шмеля.

2) $3 - 2 = 1$ (м/с) – скорость удаления двух шмелей.

3) $1 \cdot 5 = 5$ (м) – на такое расстояние удалятся шмели друг от друга за 5 с.

4) $30 + 5 = 35$ (м) – расстояние между шмелями через 5 с.

Ответ: 35 м будет равно расстояние между шмелями.

Как видно из записи, решение не является математически сложным. Сложнее представить ситуацию, изложенную в задаче, и выбрать действия, отражающие процесс движения двух объектов. В этом может помочь моделирование ситуации с помощью движения самих учащихся.

Решение уравнений и неравенств на данном уроке направлено на совершенствование вычислительных навыков. Так, в задании 94 учащиеся будут выполнять умножение многозначного числа на однозначное число, многозначного числа на круглое двузначное, деление многозначного числа на однозначное. Во втором пункте задания предлагается преобразовать уравнения. Это можно сделать разными способами. Например, для первого уравнения так:

– усложнение левой части уравнения:

$$(1839 - 333 \cdot 3) : x = 7;$$

– усложнение правой части уравнения:

$$840 : x = 56 : 8 \text{ и т.д.}$$

В задании 96 кроме решения простых уравнений понадобится умение изображать местонахождение решений неравенства. Следует подчеркнуть, что в начальной школе учащиеся показывают лишь местонахождение решений неравенства, а не изображают на координатном луче числовой промежуток, являющийся решением неравенства.

Полезным для развития вычислительных навыков и повторения соотношений между единицами измерения массы, длины и времени будет задание 91, в котором предлагается перевести величины из одних единиц измерения в другие и сравнить получившиеся величины, например,

13/100 м = 13 см, 2 дм = 20 см, поэтому
13/100 м < 2 дм.

В задании 95 сравниваются тексты задач, в условии которых используются отношения «в 2 раза больше» и «на 2 больше». Решения задач – четверо и пятеро детей в семьях соответственно в первой и второй задачах. В пункте 5 учащимся предлагается изменить условия обеих задач так, чтобы результаты увеличились в 2 раза. Задачи могут быть такими: «*1) У девочки есть одна сестра, а братьев в 6 раз больше. Сколько всего детей в семье? 2) У девочки есть три сестры, а братьев на 3 больше, чем сестер. Сколько всего детей в семье?*»

Уроки 22–23. **Умножение на двузначное число с использованием распределительного свойства умножения**

Задачи уроков:

– выполнять умножение многозначного числа на двузначное, раскладывая второй множитель на разрядные слагаемые;

– решать текстовые задачи разными способами;

– находить площадь фигуры сложной формы.

На этом уроке рассматривается способ умножения многозначных чисел на двузначные (задания 92 и 97). При этом используются разложение двузначного множителя на разрядные слагаемые, распределительное свойство умножения относительно сложения, навыки умножения многозначного числа на однозначное число и на круглые числа.

Поиску разных способов решения текстовых задач уделяется внимание при выполнении заданий 93 и 98. В этом могут помочь составление кратких записей задач или аналитические рассуждения от вопроса задачи. В задании 93 это можно сделать так:

	Краски в 1 банке	**Количество банок**	**Израсходовано краски**	
1 день	? одинаково	32 шт.	?	?
2 день	?	27 шт.	?, на 15 кг меньше	

Ответить на вопрос задачи о массе краски, израсходованной за два дня, можно, начав рассуждать от вопроса задачи, например, так: «*Для того чтобы узнать, сколько краски израсходовано за два дня, нужно знать, сколько краски израсходовали за каждый день. Эти величины неизвестны. Чтобы узнать, сколько краски израсходовали в 1 день, нужно знать массу краски в одной банке (?) и количество израсходованных банок (32 штуки). Эти же данные нужны для того, чтобы ответить на вопрос о массе краски, израсходованной во второй день, то есть для решения задачи необходимо знать, сколько килограммов краски содержится в 1 банке. На этот вопрос можно ответить, сопоставив данные последних двух столбцов таблицы. Во второй день израсходовали краски меньше, потому что количество израсходованных банок также меньше по сравнению с пер-*

вым днем. Поэтому решение начнем с вычисления массы краски в одной банке.

1) 32 – 27 = 5 (шт.) – на столько банок меньше истратили во второй день.

2) 15 : 5 = 3 (кг) – краски в одной банке.

3) 3 · 32 = 96 (кг) – истратили в первый день.

4) 3 · 27 = 81 (кг) – истратили во второй день.

5) 96 + 81 = 177 (кг) – истратили за два дня.

Ответ: 177 кг краски истратили за два дня».

Решить задачу можно иначе, вычислив сначала общее количество банок, израсходованных за два дня, а затем массу краски, содержащейся в них. При этом подходе решение изменится, начиная с 3 действия, и задача будет содержать 4 действия. Отвечая на вопрос пункта 4 этого задания, следует повторить ход решения задачи при другом числовом данном. Действия можно выполнить устно с опорой на уже записанные решения.

В задании 98 можно поступить аналогично, составив краткую запись в виде таблицы:

	Было	**Увезли**	**Осталось**
Овощей	930 ц	? } ?	1/3
Фруктов	360 ц	?	1/3

Решить задачу можно, вычисляя массу оставшихся и, как следствие, увезенных продуктов по отдельности (овощей, фруктов), или другим способом, определив сначала массу всех оставшихся продуктов (овощей и фруктов), а затем массу увезенных. Наиболее рациональным можно считать способ, основанный на рассуждении о том, что если осталась 1/3 продуктов, то увезено 2/3 продуктов. Поэтому продолжение решения будет выглядеть так:

1) 930 + 360 = 1290 (ц) – было на складе.

2) 1290 : 3 · 2 = 430 · 2 = 860 (ц) – увезли со склада.

Найти разные способы вычисления площади четырехугольника сложной формы (параллелограмма) предстоит в задании 100. При этом понадобятся навыки нахождения площадей прямоугольника и прямоугольного треугольника. Но сначала данный параллелограмм целесообразно разделить на знакомые фигуры (прямоугольник и два прямоугольных треугольника), перестроить до прямоугольника или дополнить до него. Учитывая линейные измерения частей четырехугольника, получатся следующие записи:

1 способ *(четырехугольник разделен на прямоугольник и два прямоугольных треугольника вертикальными линиями):*

$S_{\text{фиг.}} = 2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 : 2 + 4 \cdot 3 : 2 = 6 + 6 + 6 = 18$ (кв. см);

2 способ *(четырехугольник перестроен до прямоугольника с помощью перенесения прямоугольного треугольника справа налево):*

$S_{\text{фиг.}} = 6 \cdot 3 = 18$ (кв. см);

3 способ *(четырехугольник достроен до прямоугольника с помощью двух прямоугольных треугольников):*

$S_{\text{фиг.}} = 10 \cdot 3 - 4 \cdot 3 : 2 - 4 \cdot 3 : 2 = 30 - 6 - 6 = 30 - 12 =$
$= 18$ (кв. см).

При этом активно применяются свойства площадей фигур, о которых говорилось раньше.

Задание 99 аналогично заданию 94 и может быть рекомендовано для домашней работы.

Задание 101 предусматривает работу по восстановлению начала координатного луча и единичного отрезка. По сравнению с заданием 78 ситуация усложнена, так как длина единичного отрезка не дана на чертеже, но может быть найдена, исходя из данных задачи. В результате деления отрезка между точками, соответствующими числам 16 и 20, на 4 части учащиеся получат, что длина единичного отрезка равна 5 мм, и координаты отмеченных точек следующие – P (0), K (7), H (10) и M (24).

Подводя итоги вышесказанному, можно отметить, что на этих уроках большое внимание уделяется умению находить разные способы решения задач (текстовой, геометрической) и выбирать наиболее рациональные из них, кодировать информацию в знаково-символической форме, строить индуктивные и дедуктивные рассуждения (*познавательные УУД*), а также планировать свою деятельность при решении учебной задачи, выполнять действия в устной, письменной речи и во внутреннем плане (*регулятивные УУД*).

Урок 24. **Умножение на трехзначное число**

Задачи урока:

– распространить способ умножения с помощью разложения множителя на разрядные слагаемые на случаи умножения на трехзначные числа;

– сравнивать и решать задачи на встречное движение;

– работать с круговой диаграммой;

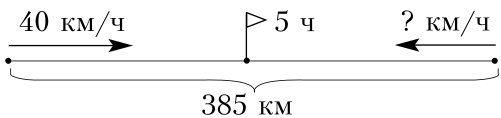
– вычислять площадь тупоугольного треугольника разными способами.

На данном уроке предстоит применить способ умножения на двузначное число, заключающийся в разложении второго множителя на разрядные слагаемые, на случаи умножения на трехзначное число. Этому посвящено задание 103. Сравнивая случаи умножения на двузначное и трехзначное числа (пункты 1–5), учащиеся приходят к выводу об аналогичности выполняемых действий и различии в количестве промежуточных результатов (пункты 6–7).

Вычислительные навыки, в том числе и навыки умножения на двузначное число, понадобятся при выполнении задания 105, которое можно неоднократно использовать для классной и домашней работы, так как изменение порядка действий будет приводить к появлению новых выражений.

Задание 104 содержит две задачи на встречное движение. Сравнение текстов задач позволит предположить, что вторая задача сложнее первой. Проверить это предположение можно при решении задач.

1)



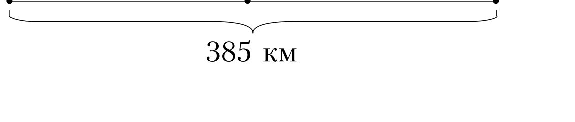
Решение:

1) 385 : 5 = 77 (км/ч) – скорость сближения двух поездов.

2) 77 – 40 = 37 (км/ч) – скорость второго поезда.

Ответ: 37 км/ч – скорость второго поезда.

2)



Решение:

1) $53 \cdot 2 = 106$ (км) – прошел первый поезд до встречи.

2) $385 - 106 = 279$ (км) – осталось пройти двум поездам до встречи.

3) $279 : 3 = 93$ (км/ч) – скорость сближения.

4) $93 - 53 = 40$ (км/ч) – скорость второго поезда.

Ответ: 40 км/ч – скорость второго поезда.

Задание 102 предусматривает работу с круговой диаграммой. В результате чтения диаграммы учащиеся выяснят, что содержание книг в библиотеке можно представить восьмыми долями, и тогда учебники составляют 4/8 всех книг, справочная литература 2/8 всех книг, а фантастика и приключения – 1/8. Поэтому решение будет таким:

1) $11\,024 : 8 = 1378$ (кн.) – содержится в 1/8 общего количества книг.

2) $1378 \cdot 4 = 5512$ (кн.) – учебников в школьной библиотеке.

3) $1378 \cdot 2 = 2756$ (кн.) – справочной литературы в библиотеке.

Ответ: 5512 учебников и 2756 справочников в школьной библиотеке.

Полезно рассмотреть и более простой вариант решения задачи, основанный на том, что учебники составляют половину всех книг, а справочная литература – четверть всех книг.

Задание 106 продолжает линию задач на нахождение площадей сложных фигур с помощью умений вычислять площади прямоугольника и прямоугольного треугольника. Чертежи, приведенные в задании, предлагают способы дополнения тупоугольного треугольника до прямоугольного (первый чертеж) и деления тупоугольного треугольника на два прямоугольных (второй чертеж). Поэтому найти площадь треугольника можно разными способами:

<u>1 способ:</u> $S_{MNK} = S_{MBN} - S_{KBN} = 5 \cdot 4 : 2 - 2 \cdot 4 : 2 = 10 - 4 = 6$ (кв. см),

<u>2 способ:</u> $S_{MNK} = S_{MKA} + S_{NKA}$.

Измерения длин сторон прямоугольных треугольников на втором чертеже покажут, что вычисления неудобны (так как их придется выполнять в миллиметрах, а затем переводить в квадратные сантиметры).

Таким образом, в процессе выполнения заданий развиваются действия анализа (текстов задач, чертежей, числовых выражений) и синтеза (преобразование объектов, создание новых), сравнения и обобщения, т.е. *познавательные УУД*.

Урок 25. **Умножение многозначных чисел**

Задачи урока:

– выполнять умножение на трех- и четырехзначные числа;
– сравнивать тексты задач, находить способ их решения;
– решать и преобразовывать уравнения.

На этом уроке предстоит распространить способ умножения с помощью разложения множителя на разрядные слагаемые на случаи умножения на трехзначные и четырехзначные числа. В задании 107 предлагается выполнить умножение двузначных чисел на двузначные, трехзначные и четырехзначные числа. При вычислении значений этих произведений требуется применить переместительное свойство умножения. Аналогичные действия предусмотрены и в задании 110, в котором произведения двух двузначных чисел постепенно преобразуются в произведение трехзначного и четырехзначного чисел. В ходе выполнения этих двух заданий происходит осмысление производимого действия умножения.

В задании 108 предлагаются для решения две задачи, после прочтения которых учащиеся должны высказать предположения, являются ли задачи обратными или нет. Найти ход решения этих задач помогут их краткие записи, выполненные, например, в форме таблицы:

1)

	Масса слив в 1 ящ. или в 1 корз.	Количество	Масса слив
Ящики	?, на 5 кг меньше	**?**	**?** } 912 кг
Корзины	14 кг	6 шт.	84 кг

Решение:
1) $84 : 6 = 14$ (кг) – масса слив в 1 корзине.
2) $14 - 5 = 9$ (кг) – масса слив в 1 ящике.
3) $912 - 84 = 828$ (кг) – масса слив в ящиках.
4) $828 : 9 = 92$ (шт.) – количество ящиков.
Ответ: 92 ящика понадобилось.

2)

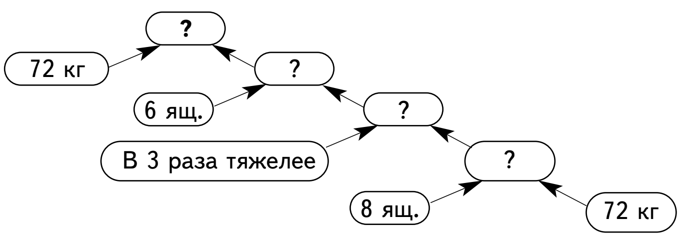
	Масса слив в 1 ящ. или в 1 корз.	**Количество**	**Масса слив**
Ящики	?	?	**?** } 912 кг
Корзины	14 кг	6 шт.	?

Решение:
1) $14 \cdot 6 = 84$ (кг) – масса слив в корзинах.
2) $912 - 84 = 828$ (кг) – масса слив в ящиках.
Ответ: 828 кг слив разложили в ящики.

Сравнивая условия задач, можно заметить, что эти задачи не являются обратными, так как искомая величина первой задачи (количество ящиков) не стала данной во второй задаче, и наоборот. Решения задач подтверждают мнение о том, что эти задачи разной сложности.

Решить задачу задания 111 поможет составление краткой записи в виде таблицы или аналитические рассуждения от вопроса задачи.

	Масса 1 ящ.	**Количество ящиков**	**Масса сладостей**
Конфеты	?, в 3 раза больше	6 шт.	? } **?**
Печенье	?	8 шт.	72 кг



Решение:
1) $72 : 8 = 9$ (кг) – масса печенья в 1 ящике.
2) $9 \cdot 3 = 27$ (кг) – масса конфет в 1 ящике.
3) $27 \cdot 6 = 162$ (кг) – масса конфет.
4) $162 + 72 = 234$ (кг) – всего сладостей.
Ответ: 234 кг сладостей привезли.

Задания 109 и 112 содержат уравнения, которые сначала надо решить, а затем преобразовать в соответствии с требованиями заданий.

Урок 26. **Преобразование записи умножения многозначных чисел**

Задачи урока:

– сократить запись действия умножения многозначных чисел, выполнять умножение в сокращенном виде;

– сравнивать задачи по уровню сложности;

– решать задачи, содержащие величины «производительность труда», «время», «объем работы»;

– решать логические задачи;

– работать с плоскими и объемными фигурами.

На уроке предстоит преобразовать подробную запись умножения многозначных чисел в более компактную. Этому посвящено задание 116. Сокращение подробной записи действия умножения заключается в постепенном свертывании следующих этапов: разложения второго множителя на сумму разрядных слагаемых и записи произведений многозначного числа с каждым из слагаемых разрядной суммы. В результате преобразований останется запись, состоящая из произведения многозначных чисел и суммы результатов умножения многозначного числа на каждое разрядное слагаемое второго множителя исходного произведения, например, $1\,203 \cdot 87 = 96\,240 + 8\,421 = 104\,661$.

При прочтении трех задач задания 117 целесообразно установить, какая из них будет самой легкой, а какая – самой сложной. В результате последовательность задач будет такой: *б)*, *а)*, *в)*. Краткие записи задач и их решения могут выглядеть следующим образом.

б)

	Производительность труда	**Время работы**	**Количество сделанных деталей**
По плану	?	5 ч	120 дет.
В действительности	**?**, на 8 дет. больше		

Решение:

1) $120 : 5 = 24$ (дет.) – планируемая производительность труда.

2) $24 + 8 = 32$ (дет.) – производительность труда в действительности.

Ответ: 32 детали рабочий делал в час.

а)

	Производительность труда	Время работы	Количество сделанных деталей
По плану	?	5 ч	120 дет.
В действительности	**?**, на 8 дет. больше	7 ч	**?**

Решение:

1) $120 : 5 = 24$ (дет.) – планируемая производительность труда.

2) $24 + 8 = 32$ (дет.) – производительность труда в действительности.

3) $32 \cdot 7 = 224$ (дет.) – сделал рабочий за 7 ч.

Ответ: 224 детали сделал рабочий.

в)

<table>
<tr><th></th><th>Производительность труда</th><th>Время работы</th><th>Количество сделанных деталей</th></tr>
<tr><td>По плану</td><td>?</td><td>5 ч</td><td>120 дет.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">В действительности</td><td>?</td><td>3 ч</td><td rowspan="2">?</td></tr>
<tr><td>?, на 8 дет. больше</td><td>2 ч + 3 ч</td></tr>
</table>

Решение:

1) $120 : 5 = 24$ (дет.) – планируемая производительность труда.

2) $24 \cdot 3 = 72$ (дет.) – сделал рабочий за 3 ч.

3) $24 + 8 = 32$ (дет.) – увеличенная производительность труда.

4) $2 + 3 = 5$ (ч) – работал рабочий с увеличенной производительностью труда.

5) $32 \cdot 5 = 160$ (дет.) – сделал рабочий за 5 часов.

6) $72 + 160 = 232$ (дет.) – сделал рабочий.

Ответ: 232 детали сделал рабочий.

Решение задач подтверждает предположение об их сложности.

Задачу 115 можно решить с помощью схематических рисунков, а можно – с помощью рассуждений: «*Если одно яблоко можно разрезать на 4 части, то получится 36 четвертинок яблок. Значит, каждому из двенадцати детей достанется 3 четвертинки. Но так как две четвертинки составляют половину яблока, то, разрезав 6 яблок на половинки, а остальные 3 яблока на четвертинки, получим 12 половинок и 12 четвертинок. Их легко можно разделить между двенадцатью детьми*».

При выполнении задания 113 могут быть выделены разные основания для сравнения объемных фигур и деления их на группы: высокие и низкие, широкие и узкие, стоячие и лежачие, конусы и цилиндры. В каждой из выделенных групп также возможно деление на группы и т.д. Например, разделив фигуры на конусы (1, 2, 5, 7) и цилиндры (3, 4, 6, 8), одну из групп (например, цилиндры) можно разделить на низкие (4, 6, 8) и высокие (3). В свою очередь низкие цилиндры можно разделить на стоячие (6 и 4) и лежачие (8). Подробное рассмотрение фигур поможет выявить, что рисунки 6 и 8 изображают один и тот же цилиндр в разных положениях. Это задание лучше выполнять в группах, сосредоточив внимание на делении по одному из выделенных признаков, а затем представить классификацию фигур классу. Подобная работа тренирует внимание и память учащихся, развивает гибкость мышления.

В задании 114 дети знакомятся с конструктором «Танграм». В процессе работы предстоит выполнить чертеж в масштабе, а затем сложить исходную фигуру из самостоятельно изготовленных деталей. Задание способствует развитию зрительной памяти и конструкторских способностей учащихся. Его можно рекомендовать для домашней работы.

На уроке большое внимание уделяется развитию *познавательных действий*: умение проводить классификацию (объемных тел), сравнение (текстовых задач), синтез (числовых выражений), кодировать информацию. Кроме того, учащиеся учатся работать в группе, координировать свои действия, использовать речевые средства для решения учебных задач, т.е. формируются *коммуникативные УУД*.

Урок 27. **Запись умножения многозначных чисел столбиком**

З а д а ч и у р о к а:

– научиться выполнять умножение на двузначное число столбиком;

– работать с плоскими фигурами: составлять фигуры заданной формы, находить площади фигур;

– решать задачи на уравнивание количеств и логические задачи.

На уроке рассматривается самая компактная запись выполнения действий – столбиком. В задании 118 составляется последовательность действий при умножении многозначного числа на двузначное число. В результате действия, выполняемые до сих пор при умножении многозначных чисел, получают новую форму – запись столбиком в отличие от подробной записи в строку.

В задании 119 предстоит решить задачу на уравнивание количества предметов. Способ, предложенный в пункте 1, заключается в удалении избыточного количества предметов. Поэтому решение будет выглядеть следующим образом.

Решение:

1) 384 – 12 = 372 (кн.) – останется в двух шкафах.

2) 372 : 2 = 186 (кн.) – станет в каждом шкафу.

3) 186 + 12 = 198 (кн.) – было в одном из шкафов.

Ответ: сначала в шкафах было 198 и 186 книг, затем станет по 186 книг.

В пункте 2 предлагается найти другой способ уравнивания количества книг в шкафах – без изменения их общего количества. В этом случае решение будет другим.

Решение:

1) 198 – 186 = 12 (кн.) – на столько книг в одном шкафу больше, чем в другом.

2) 12 : 2 = 6 (кн.) – столько книг нужно взять из одного шкафа и поставить в другой.

Ответ: нужно перенести 6 книг из шкафа с большим количеством книг в другой шкаф.

Так как в задании не ограничивается число способов уравнивания количества книг в шкафах, то можно рассмотреть и другие варианты уменьшения или увеличения количества книг.

Шутливая задача в задании 121 предполагает логические рассуждения при соблюдении условия – равномерность и однородность происходящего процесса. Так как все обжоры едят мороженое с одинаковой интенсивностью, то если девять обжор съели 9 кг мороженого за определенное время, то 25 таких же обжор съедят 25 кг мороженого за это же время, т.е. за 9 минут. Таким образом, рассуждения проводятся при установлении причинно-следственных связей, обнаруженных в содержании задачи (*познавательные УУД*).

В задании 120 предлагается сложить фигуры указанной формы из деталей «Танграма». Эту работу можно выполнить дома, а на следующем уроке проверить результаты.

Задание 122 лучше выполнять после того, как дети поработают с «Танграмом», так как для поиска рационального решения фигуру удобно перестроить. Можно заметить, что два прямоугольных треугольника (крыша домика) составляют квадрат, равный площади двух прямоугольников (окна домика). Поэтому площадь фигуры равна площади квадрата со стороной 3 см, то есть 9 кв. см.

Урок 28. **Умножение многозначных чисел на трехзначное число столбиком**

Задачи урока:

– выполнять умножение многозначных чисел на двузначные и трехзначные числа столбиком;

– преобразовывать и решать задачу с избыточными данными;

– переводить массу предметов из одних единиц измерения в другие.

На данном уроке продолжается развитие навыков умножения многозначных чисел. С этой целью рассматриваются разные ситуации, предусматривающие выполнение действий. В задании 123 предложены для сравнения два варианта выполнения умножения, один из которых – неверный. Учащимся предстоит проверить оба решения, выбрать неверное и выяснить, в чем заключается ошибка. Во втором пункте задания даны выражения, в которых на двузначное число умножаются двузначное, трехзначное и четырехзначное числа.

Найти значение произведения четырехзначного числа на двузначное число предстоит и при решении одного из уравнений задания 125. Кроме этого, в этом задании учащиеся должны выполнить деление многозначного числа на однозначное и составить свои уравнения, содержащие действия первой ступени – сложение и вычитание. В задании 126 устанавливается аналогия между умножением двузначных чисел на многозначные числа и трехзначных чисел друг на друга. При этом обращается внимание на особенности записи промежуточных результатов при умножении столбиком (несоблюдение особенностей расположения неполных произведений при умножении и привело к ошибке в одном из выражений задания 123).

Задание 124 предполагает внимательную работу с текстом задачи. Для ответа на вопрос задачи («Во втором пакете осталось на 415 г семян меньше») не требуется решения. Он содержится в условии задачи. Для того чтобы так ответить на вопрос задачи, достаточно следующего условия: «В одном из двух пакетов на 415 г семян меньше. Из каждого пакета взяли одинаковую массу семян». Чтобы использовать все данные задачи, необходимо изменить ее текст, например, так: «В одном пакете было 975 г семян, а в другом на 415 г меньше. Из каждого пакета взяли по 300 г семян. Сколько граммов семян осталось в двух пакетах?»

Задание 127 содержит текст, в котором числа используются для выражения массы, длины и времени.

Урок 29. **Умножение многозначных чисел на числа, оканчивающиеся нулями**

З а д а ч и у р о к а:

– рассмотреть случаи умножения чисел на многозначные числа, оканчивающиеся нулями;

– вычислять значение числового выражения рациональным способом;

– решать логические задачи;

– дополнять чертежи объемных тел.

На уроке продолжается развитие навыка умножения многозначных чисел. В задании 131 предлагается перемножить два трехзначных числа, одно из которых оканчивается нулем. Учащимся предстоит сравнить две записи умножения: подробную и более компактную, и сделать вывод об особенностях записи и выполнении действия при умножении на число, оканчивающееся нулями. Проверить на практике полученные выводы учащиеся смогут, вычислив значения произведений в пунктах 3 и 4.

В задании 128 предлагается рассмотреть рациональный способ сложения нескольких слагаемых, основанный на сочетательном и переместительном свойствах сложения. Поняв этот способ, учащиеся самостоятельно составят аналогичные выражения.

Задание 129 предоставляет возможности для актуализации понятий «призма» и «пирамида», различных видов призм и пирамид и направлено на совершенствование навыков дополнения чертежей невидимыми линиями. Причем, дополняя чертеж пирамиды, дети могут получить ее изображение с любым многоугольником в основании.

В задании 130 рассматривается решение текстовой задачи методом подбора, который сопровождается логическими рассуждениями. Учащимся представлены два варианта решения одной задачи: в первом – перебираются все возможные решения вплоть до нахождения искомого, во втором – рассуждения ведутся в ограниченной области, определенной в начале решения. Применить один из способов (а может быть, и каждый) дети могут при решении задачи пункта 4.

Задание 132 позволяет повторить равенства таблицы умножения и проследить, как изменение компонентов влияет на результат. Рассуждения при этом могут быть такими: «*Если при умножении неизвестного числа на 7 получили число, оканчивающееся цифрой 5, то это неизвестное число оканчивалось только цифрой 5. Если неизвестное число уменьшить на 3, то в разряде единиц этого числа будет цифра 2, а значит, при умножении этого числа на 7 получим результат, оканчивающийся цифрой 4. Если неизвестное число увеличить на 2, то в разряде единиц окажется цифра 7, а значит, значение произведения этого числа на 7 будет оканчиваться цифрой 9*».

Таким образом, анализ рассмотренных заданий позволяет сделать вывод, что значительное внимание на уроке уделяется поиску рационального решения при нахождении значения нестандартного числового выражения, решении логической задачи, тем самым получают дальнейшее развитие *познавательные УУД*.

Урок 30. **Умножение на числа с нулями посередине**

Задачи урока:

– выполнять умножение многозначных чисел на числа, содержащие нули посередине;

– работать с текстовыми задачами: преобразовывать условие, дополнять вопросами, сравнивать и составлять задачи;

– дополнять чертежи объемных тел.

На этом уроке, как и на предыдущем, продолжается совершенствование навыков умножения многозначных чисел. Внимание учащихся привлекается к ситуациям, в которых множители содержат нули не только в конце чисел, но и в середине (задания 133 и 135). В задании 133 предлагаются подробная и более краткая записи умножения трехзначного числа на число с нулем посередине. По данным записям учащимся предстоит выявить особенности действия умножения в подобных ситуациях, а затем найти значения произведений (пункт 3).

Кроме развития вычислительных навыков, на уроке предусмотрена разнообразная работа с текстовыми задачами. В задании 134 предлагается задача, содержащая в сюжете процесс работы с определенной производительностью труда, временем работы и ее объемом (количество сделанных деталей). Краткая запись и решение могут выглядеть так:

	Производительность труда	**Время работы**	**Сделано деталей**
1	? одинаково	2 дня	76 шт.
2	?	5 дней	**?**

Решение:

1) 76 : 2 = 38 (дет.) – изготавливает рабочий в день.

2) 38 · 5 = 190 (дет.) – изготовит рабочий за 5 дней.

Ответ: 190 деталей изготовит рабочий.

Рассмотрение решенной задачи и задач задания 117 (урок 26) приведет учащихся к выводу о том, что сравнивать эту задачу целесообразно только с задачей «а». Учащиеся отметят, что в задаче 117 менялась производительность труда, а время оставалось неизменным. В задаче 134 не меняется производительность труда, а время работы различается. Задачи похожи тем, что и в той и в другой требуется найти объем выполненной работы.

При выполнении задания 137 составление краткой записи поможет в решении задачи, так как взаимосвязи между величинами, отраженные в модели, выявят параметры, по которым можно задать вопросы.

1 село – 173 человека
2 село – ?, в 2 раза больше
3 село – ?, на 189 человек меньше

Вопросы, для ответа на которые потребуются все данные задачи, могут быть следующими: *«Сколько человек на расчистку дороги пришли из третьего села?», «Сколько всего человек участвовало в расчистке дороги?», «На сколько человек больше пришло из третьего села, чем из первого»*, т.е. можно составить задачи на нахождение неизвестных величин, на нахождение общего количества и на разностное сравнение величин. По той же краткой записи можно задать вопросы так, чтобы в задаче оказались лишние данные: *«Сколько человек пришло из второго села?», «Сколько человек пришло из двух первых сел?»* и т.д.

Задание 136 продолжает работу с объемными телами. Так как аналогичные действия с призмами дети проводили на предыдущем уроке, то это задание можно использовать для домашней работы.

Уроки 31–32. **Умножение многозначных чисел**

Задачи уроков:

– находить значения числовых выражений рациональным способом;

– изменять и составлять числовые выражения в соответствии с поставленным условием;

– сравнивать задачи с разными сюжетами и числовыми данными, но одинаковым математическим смыслом;

– решать задачи на встречное движение;

– работать с плоскими и объемными фигурами, находить площадь поверхности объемного предмета.

На этом уроке умножение многозначных чисел разного разрядного состава (с разным количеством значащих цифр, с нулями в середине и конце чисел) выполняется при вычислении значений выражений (задание 139), при решении задач (задание 138), в процессе нахождения площади поверхности предмета (задание 140).

В задании 139 учащиеся не только выполнят вычисления, но и сами составят произведения с многозначными числами разных видов.

В задании 141 предлагается вычислить значения выражений с числами, состоящими только из цифры 2. В пункте 3 учащимся необходимо выполнить другую задачу: в выражениях, значения которых уже известны и которые записаны только с помощью четырех цифр 2, расставить знаки действий. Могут получиться следующие выражения:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16; \qquad 22 \cdot 2 : 2 = 22;$$
$$22 - 22 = 0; \qquad 2 \cdot 222 = 444.$$

В каждом случае дети могут составить и другие равенства.

В задании 143 умножение и деление на нуль и единицу применяются в действиях с многозначными числами. Так как в последнем числовом выражении содержится деление на нуль, которое выполнить невозможно, то и выражение не имеет значения. Изменить числовое выражение можно разными способами, например, так:

$$7985 \cdot 1 + 967 - 0 - 3569 : 1.$$

Задание 144 содержит неравенства с трехзначными числами, которые можно решить с помощью соответствующих уравнений, а затем показать решения этих неравенств на координатном луче.

При выполнении задания 145 следует вспомнить рациональный способ сложения большого количества слагаемых, рассмотренный в задании 128.

В задании 138 предлагаются для сравнения и решения две задачи на движение. С такими задачами учащиеся уже встречались, поэтому, скорее всего, выделить более легкую из них, а затем решить обе задачи, не составит труда.

Задание 142 содержит задачу, математический смысл которой совпадает с задачей задания 108. Это становится ясно при рассмотрении кратких записей задач.

<table>
<tr><th></th><th>Мест в 1 лодке или в 1 ялике</th><th>Количество</th><th colspan="2">Туристов</th></tr>
<tr><td>Лодки</td><td>4 места</td><td>7</td><td>?</td><td rowspan="2">76 чел.</td></tr>
<tr><td>Ялики</td><td>6 мест</td><td>?</td><td>?</td></tr>
</table>

Решение:
1) $4 \cdot 7 = 28$ (чел.) – разместились в лодках.
2) $76 - 28 = 48$ (чел.) – разместились в яликах.
3) $48 : 6 = 8$ (шт.) – яликов.
Ответ: 8 яликов приготовили для туристов.

В задании 140 предстоит вычислить площадь поверхности коробки. Для этого необходимо выделить следующие положения:

– коробка имеет форму прямоугольной призмы;

– противоположные боковые стороны коробки (грани) равны между собой;

– так как коробка открыта, то у нее одно основание.

Площадь боковой поверхности и основания коробки может быть найдена так:

$S = 30 \cdot 18 \cdot 2 + 25 \cdot 18 \cdot 2 + 30 \cdot 25 = 2730$ (кв. см).

Значит, площадь листа цветной бумаги для оклеивания коробки должна быть 2 730 кв. см. Так как лист бумаги имеет прямоугольную форму, то задачу можно продолжить и найти длины сторон прямоугольника, имеющего такую площадь, например, 91 см и 30 см.

Задание 146 продолжает линию работы с объемными телами. Каждую из изображенных фигур нужно представить в качестве основания объемного тела. В результате прямоугольник, треугольник и пятиугольник могут оказаться основаниями призмы или пирамиды, круг – основанием конуса или цилиндра.

Таким образом, на уроках создаются условия для дальнейшего развития и совершенствования умения проводить сравнение и делать выводы на его основе, осуществлять анализ объектов, проводить классификацию (*познавательные УУД*), самостоятельно находить несколько вариантов решения, прогнозировать результат (*регулятивные УУД*).

Уроки 33–34. **Обобщающие уроки по теме «Умножение многозначных чисел»**

Задачи уроков:

– выполнять умножение многозначных чисел в разных случаях;

– выполнять деление на однозначное число;

– решать текстовые задачи.

Эти уроки посвящены закреплению навыка выполнения умножения многозначных чисел с разным разрядным составом, с нулями в разных разрядах. Действие умножения многозначных чисел учащимся предстоит выполнить в заданиях 1, 2, 4 (с. 74), деление на однозначное число – в заданиях 8 и 9 (с. 75). Найти значения выражений, в которых содержатся все четыре арифметических действия, и определить порядок выполнения этих действий предлагается в задании 3 (с. 74).

В задании 7 (с. 75) содержатся две задачи, в решении которых предусмотрено деление круглых чисел на круглые числа.

А) Решение:

1) $500 \cdot 60 = 30\ 000$ (г) – печенья в больших пачках.

2) $30\,000 : 200 = 150$ (шт.) – получилось маленьких пачек.

Ответ: 150 маленьких пачек получилось.

Б) Решение:

1) $7\,000 : 20 = 350$ (м/мин) – скорость сближения велосипедистов.

2) $350 - 200 = 150$ (м/мин) – скорость второго велосипедиста.

Ответ: 150 м/мин.

Урок 35. **Контрольная работа по теме «Умножение многозначных чисел»**

Уроки 36–48
Точные и приближенные значения чисел. Округление чисел

При изучении этой темы учащиеся знакомятся с понятием «приближенные значения чисел и величин» и учатся отличать приближенные значения от точных. Детям предстоит осознать, что в результате измерений получают приближенные значения длины, массы, площади и т.д., а в процессе подсчета количества, чаще всего, точные данные. Кроме того, учащиеся знакомятся с понятием «округление чисел с заданной точностью» и последовательностью выполнения действий при округлении чисел. Полученные умения пригодятся при построении диаграмм, иллюстрирующих разные параметры природных объектов (высоту водопадов, площади озер).

Большое внимание уделяется работе с задачами разных видов: на движение, на процесс работы, на вычисление стоимости, на нахождение средней величины (средней скорости, среднего времени), содержащие дробные числа и др. Задачи преобразуются по сложности, составляются обратные задачи, проводится сравнение задач.

Продолжается работа по формированию и развитию вычислительных навыков. Рассматриваются случаи умножения многозначных чисел на числа с нулями в середине и в конце. При выполнении действий с верными числовыми равенствами дети сформулируют свойство о прибавлении (вычитании) одного и того же числа к обеим частям (из обеих частей) верного равенства. Учащимся предстоит применять это свойство при преобразовании уравнений.

Дальнейшее развитие получают логическое и пространственное мышление. Опираясь на уже сформированные математические понятия, учащиеся решают разнообразные логические задачи. Геометрическая линия получает развитие при решении конструктивных задач («Танграм»), построении изображений объемных тел, сравнении объемных тел и их мысленном преобразовании.

Информация, с которой предстоит работать учащимся, представлена в разных формах: текст, рисунок, чертеж, схема, таблица, диаграмма (столбчатая и линейная) и т.д. Виды работ, выполняемые детьми, также разнообразны: поиск информации, ее обработка, выбор необходимых данных, перекодирование и преобразование информации, представление полученных результатов.

Урок 36. **Приближенные значения величин**

Задачи урока:

– познакомиться с понятием «приближенное значение величины» на примере величины «длина»;

– исследовать изменение модели задачи и ее решения при изменении данных задачи;

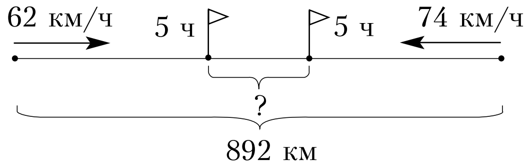
– выполнять практическую задачу в масштабе.

На этом и последующих уроках учащимся предстоит осознать тот факт, что измерения, которые они проводили до сих пор, выполнялись не точно, а приблизительно, насколько позволяли измерительные инструменты. В задании 147 предлагается рассмотреть эту ситуацию на примере такой величины, как длина.

После измерения отрезков *AB* (7 см 6 мм), *OE* (7 см) и *MK* (8 см 3 мм) дети запишут их длины, учитывая, сколько целых сантиметров содержится в том или ином отрезке. Такая ситуация может возникнуть, если при измерении длин отрезков использовалась линейка с сантиметровой шкалой. Получится, что в отрезках *AB* и *OE* содержится по 7 см (хотя эти отрезки разной длины), а в отрезке *MK* – 8 см. Тем самым будут получены приближенные значения длин отрезков *AB* и *MK*. Продемонстрировать понимание понятия «приближенное значение» учащиеся смогут при изображении разных отрезков, длина которых, измеренная в целых сантиметрах, равна 6 см.

Сравнению сложных числовых выражений посвящено задание 148. Анализ записи выражений приведет к выводу об их сходстве и различии. Использование одних и тех же чисел и знаков действий не гарантирует получение одинаковых результатов, так как порядок выполнения действий за счет скобок, поставленных во вторых выражениях каждой пары, разный.

В следующем задании 149 детям предстоит провести сравнение предложенной задачи и задачи, полученной в результате изменения данных. Чертеж и решение задачи, данной в задании, будут выглядеть так:



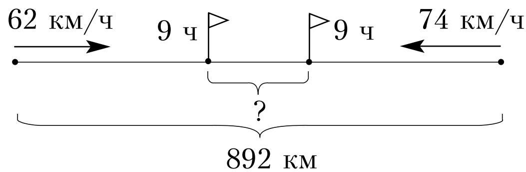
Решение:

1) 62 + 74 = 136 (км/ч) – скорость сближения поездов.

2) 136 · 5 = 680 (км) – проедут два поезда за 5 часов.

3) 892 – 680 = 212 (км) – останется до встречи после 5 часов движения.

Ответ: 212 км останется до встречи.



Решение:

1) 62 + 74 = 136 (км/ч) – скорость сближения поездов.

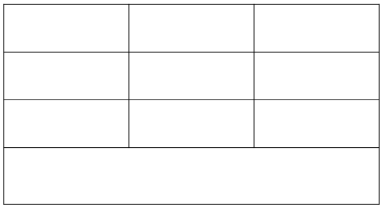
2) 136 · 9 = 1224 (км) – проедут два поезда за 9 часов.

3) 1224 – 892 = 332 (км) – расстояние между поездами через 9 часов

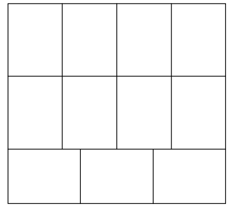
Ответ: 332 км – расстояние между поездами.

Сравнению чертежей и решений задач поможет осознание того факта, что в первом случае поезда движутся навстречу друг другу и полученное значение – расстояние, которое нужно проехать поездам до встречи, а во втором случае – поезда удаляются друг от друга, а полученный результат – расстояние между поездами после встречи.

Задание 150 предусматривает решение практической задачи на модели в масштабе. Так как размеры указаны в сантиметрах, то задание удобно выполнять на чертеже, выполненном в масштабе 1 : 10. Поэтому лист картона, о котором идет речь в задании, будет изображаться прямоугольником с длинами сторон 48 и 44 мм. В этом масштабе решение задачи будет выглядеть так:



9 карточек:
16 см на 12 см и остаток



11 карточек:
16 см на 12 см

Таким образом, на уроке развиваются навыки поиска разных вариантов решения задачи на основе анализа и сравнения данных (*познавательные УУД*).

Урок 37. **Приближенные значения массы и площади**

Задачи урока:

– рассмотреть понятие «приближенные значения» применительно к результатам измерения массы и площади;

– сравнивать и решать задачи с разными сюжетами, но сходным математическим содержанием;

– строить столбчатую диаграмму с самостоятельно выбранной ценой деления шкалы;

– использовать информацию из таблицы для построения диаграмм;

– решать логическую задачу перебором вариантов.

На данном уроке понятие «приближенные значения» применяется к результатам измерения массы и площади (задание 151). По первой паре рисунков учащиеся могут сделать вывод, что масса арбуза больше 5 кг, но меньше 6 кг, т.е. оба значения можно считать приближенными. Исходя из этого и следует рассматривать данные в пункте 2 значения массы арбуза и предлагать свои возможные варианты. Понятие «приближенное значение» становится более наглядным при вычислении площади фигуры сложной формы. Мерки измерения площади фигуры (клетка и квадратный сантиметр) дают приблизительное представление об истинном значении ее площади.

В задании 152 предлагается задача, которая решается с помощью схожих по смыслу с задачей 149 математических рассуждений, но отличается от нее по сюжету.

Решение:

1) 5 руб. 40 коп. = 540 коп.

4 руб. 50 коп. = 450 коп.

540 + 450 = 990 (коп.) – стоят одна ватрушка и одна плюшка вместе.

2) 990 · 3 = 2 970 (коп.) = 29 руб. 70 коп. – заплачено за 3 пары ватрушек и плюшек.

3) 50 руб. – 29 руб. 70 коп. = 20 руб. 30 коп. – сдача.

Ответ: 20 руб. 30 коп. получено сдачи.

Простейшая прикидка («если одна пара из ватрушки и плюшки стоит около 10 руб., то семь пар таких плюшек и ватрушек будут стоить около 70 руб.») покажет, что в задаче нужно изменить вопрос следующим образом: «Сколько денег нужно добавить к 50 руб., чтобы заплатить за покупку?». В этом случае решение изменится.

Решение:

1) 540 + 450 = 990 (коп.) – стоят одна ватрушка и одна плюшка вместе.

2) 990 · 7 = 6 930 (коп.) = 69 руб. 30 коп. – стоят 7 пар плюшек и ватрушек.

3) 69 руб. 30 коп. – 50 руб. = 19 руб. 30 коп. – нужно добавить к 50 рублям.

Ответ: 19 руб. 30 коп. нужно добавить к 50 рублям.

Как видим, при выполнении этого задания понятие «приближенные значения» применяется при оценке стоимости покупки.

Задание 153 предусматривает работу с информацией, которая дана в разных формах. Сведения о высоте водопадов указаны в таблице. Перед учащимися стоит задача представить эти данные в графическом виде – в форме столбчатой диаграммы. Сложность ситуации заключается в том, что необходимо самостоятельно выбрать цену деления шкалы диаграммы. Если принять, что в одной клетке 50 м, изображение самого высокого водопада займет 21 клетку или 10 см 5 мм. Выбор цены деления шкалы «в 1 клетке 100 м» сократит вертикальный размер диаграммы вдвое. При построении диаграммы необходимо будет найти приближенные значения высот водопадов. При масштабе «в одной клетке 50 м» удобно изобразить значения 1050 м, 900 м и 900 м.

При масштабе «в 1 клетке 100 м» это будут значения 1000 м или 1100 м (для первого водопада), 900 м и 900 м. Так как дети пока не знакомы с правилами округления чисел, то удобно брать числа, ближайшие к данным в таблице числам, делящиеся на 50, а затем на 100.

Задание 154 направлено на развитие навыка применения свойств умножения: переместительного, сочетательного и распределительного относительно сложения и вычитания.

Логическую задачу, предложенную в задании 155, можно решить перебором вариантов. В результате учащиеся установят, что десять тетрадей между тремя учениками нельзя распределить так, чтобы каждому досталось нечетное число тетрадей. На основе перебора вариантов сложения трех нечетных чисел дети могут сделать вывод: «Сумма двух нечетных чисел – четное число. Сумма четного и нечетного чисел – нечетное число. Число 10 – четное». Используя этот вывод, будет проще найти ответы на вопросы пункта 3:

$$1 + 3 + 3 + 3 = 10,$$
$$1 + 1 + 5 + 3 = 10,$$
$$1 + 1 + 1 + 7 = 10,$$

т.е. между четырьмя учениками 10 тетрадей можно распределить так, чтобы каждому досталось нечетное число тетрадей, тремя способами. А вот между пятью учениками этого сделать нельзя, так как сумма пяти нечетных чисел – нечетное число.

Таким образом, на уроке получают развитие многие *познавательные действия*: сравнение и установление аналогий, создание модели (столбчатой диаграммы), отражающей свойства реальных объектов, умения логически рассуждать при решении задач.

Урок 38. **Умножение многозначных чисел, оканчивающихся нулями**

Задачи урока:

– распространить навыки умножения многозначных чисел на умножение чисел, оканчивающихся нулями;

– решать сложные уравнения разными способами;

– продолжить сравнение и решение задач с разными сюжетами, но сходным математическим смыслом;

– рассмотреть новые ситуации получения приближенных значений чисел.

На уроке значительное внимание уделяется умножению многозначных чисел с нулями в середине или в конце числа. Выполнению этих действий посвящены задания 156 и 159. В задании 156 приведены варианты (верный и неверный) умножения двух чисел, оканчивающихся нулями. В результате сравнения хода выполнения действий и полученных значений произведений можно сделать вывод, что «для того, чтобы умножить числа, оканчивающиеся нулями, нужно выполнить умножение, не обращая внимания на нули в конце чисел, а затем приписать к результату столько нулей, сколько их содержалось в сомножителях». Применить этот вывод на практике предстоит в пункте 2 задания 156 и в задании 159. Кроме этого, в задании 156 повторяется навык умножения многозначных чисел с нулями посередине (начатый в задании 133).

В задании 157 предлагается найти разные решения сложных уравнений. В пункте 3 предложены способы, которые можно охарактеризовать как решение уравнений на основе взаимосвязи между компонентами действия (первый способ) и решение уравнений на основе свойств действий (второй способ). Применение второго способа для преобразования уравнений будет выглядеть так:

2) $(5376 - a) - 3877 = 904$
$(5376 - 3877) - a = 904$
...

3) $(k - 7756) - 12000 = 4896$
$k - (7756 + 12000) = 4896$
...

4) $4284 - (c - 378) = 1287$
$4284 - c + 378 = 1287$
$(4284 + 378) - c = 1287$
...

В дальнейшем (при изучении математики в среднем звене школы) наблюдения за изменениями записи выражений в результате применения свойств действий приведут к формулированию правил раскрытия скобок.

Задача 158 напоминает уже решенные задачи 149 и 152. Причем сходство заключается в их математическом смысле и процессе решения. По сюжетам все три задачи различны.

Решение:

1) $40 + 35 = 75$ (стр.) – перепечатывают две машинистки за один день.

2) $75 \cdot 6 = 450$ (стр.) – перепечатают две машинистки за 6 дней.

3) $450 < 510$

Ответ: за 6 дней машинистки не успеют напечатать рукопись.

Для того чтобы решение задачи было похоже на решение задачи 149, нужно изменить вопрос: «*Сколько страниц рукописи останется напечатать через 6 дней совместной работы?*»

В задании 160 рассматриваются новые ситуации получения приближенных значений чисел. После знакомства с текстом можно предложить учащимся вычислить, например, количество подсолнухов на поле площадью 150 кв. м, если на каждом квадратном метре растет 4 подсолнуха, или подсчитать число насекомых на клумбе площадью 23 кв. м, если на 1 кв. м обитает 17 насекомых и т.д.

Подводя итоги, следует отметить, что на уроке получают развитие умения устанавливать аналогии между математическими объектами (вычислительными ситуациями, задачами), находить разные способы выполнения задания (решение уравнений), проводить сравнительный анализ и синтез (составление вопроса к задаче, корректировка алгоритма умножения), т.е. *познавательные УУД*.

Урок 39. **Точные и приближенные значения величин**

З а д а ч и у р о к а:

– выделять точные и приближенные значения чисел и величин;

– подбирать приближенные значения чисел;

– сравнивать и решать задачи;

– находить значения произведений, изменять произведения в соответствии с планируемым результатом.

На уроке продолжаем находить точные и приближенные значения чисел и величин, повседневно встречающихся человеку. В задании 161 сначала предлагается выбрать такие значения среди перечисленных в пункте 1 (классификация по указанному признаку), а затем привести свои примеры. Кроме этого, детям предстоит найти площади изображенных фигур (пункт 3), причем площадь первой из них («елочки») можно вычислить, выполнив необходимые измерения и применив формулы для нахождения площади прямоугольного треугольника или прямоугольника (в данном случае квадрата). Площадь второй фигуры («грибок») на данном этапе можно найти лишь приблизительно, используя палетку или подсчитав количество квадратных сантиметров по чертежу. В результате получим точное значение площади первой фигуры:

$$S = 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 5 \text{ (кв. см)}$$

и приближенное значение площади второй фигуры:

$$S = 2 \text{ (кв. см)}.$$

(На следующем уроке после знакомства со знаком приближенного равенства к этой записи полезно вернуться и ее скорректировать.)

На уроке продолжается знакомство с точными и приближенными значениями чисел. В задании 164 предлагается найти для указанных чисел ближайшие числа, оканчивающиеся нулем, т.е. содержащие целое количество десятков. Результат следует записать в виде двойного неравенства. Поэтому при выполнении пункта 3 учащиеся запишут такие неравенства:

$$90 < 93 < 100$$
$$1280 < 1281 < 1290$$
$$320 < 325 < 330$$

Большое внимание на уроке уделяется решению задач. В заданиях 163 и 165 необходимо (кроме решения) сравнить задачи между собой (задание 165) и с ранее решенными задачами (задание 163); составить новые задачи с помощью изменения вопроса; придумать обратные задачи.

При решении задачи 163 (и сравнении с задачами из задания 108) удобно рассмотреть взаимосвязь данных и искомого в виде таблицы:

	Масса слив в 1 ящ. или в 1 корз.	Количество	Масса слив
Ящики	?, на 5 кг меньше	?, на 86 шт. больше	?
Корзины	?	6 шт.	84 кг

Сравнение данной задачи с ранее решенной задачей 108 «а» позволит сделать предположение, что эти задачи можно считать обратными. Это объясняется тем, что неизвестное число ящиков в задаче 108 «а» становится практически данным в задаче 163 («на 86 штук больше, чем корзин»), а общая масса слив (912 кг), данная в задаче 108 «а», является искомой величиной в задаче 163. Решение подтвердит мнение об обратности сравниваемых задач.

Решение:

1) $6 + 86 = 92$ (ящ.) – было использовано ящиков.

2) $84 : 6 = 14$ (кг) – масса слив в одной корзине.

3) $14 - 5 = 9$ (кг) – масса слив в одном ящике.

4) $9 \cdot 92 = 828$ (кг) – масса слив во всех ящиках.

5) $828 + 84 = 912$ (кг) – общая масса слив.

Ответ: 912 кг слив разложили в корзины и ящики.

Так как решение задачи не должно вызвать затруднений у учащихся, его можно предложить выполнить дома.

Сравнение двух задач, предложенных в задании 165, направлено на выявление более легкой из них (содержащей меньше действий). Так как обе задачи предусматривают решение одного вопроса – сравнение производительности двух станков, то сложность (легкость) их будет определяться возможностью использования данных. Исходя из этого, вторая задача проще первой, так как ее данные позволяют сразу вычислить производительность каждого из двух станков.

Решение:

1) $1456 : 8 = 182$ (дет.) – делает в час первый станок.

2) $1\,926 : 9 = 214$ (дет.) – делает в час второй станок.

3) $214 - 182 = 32$ (дет.) – на столько деталей больше делает в час второй станок, чем первый.

Ответ: на 32 детали.

Для ответа на вопрос первой задачи требуются дополнительные действия:

Решение:

1) $1\,456 + 470 = 1\,926$ (дет.) – сделано деталей на втором станке.

Далее задача решается так же, как и предыдущая.

Выполнив умножение в задании 162, учащиеся установят, что значения всех произведений – четырехзначные числа. Далее детям предстоит изменить множители в произведениях так, чтобы результаты стали пятизначными. Например, для выражения $292 \cdot 24$, значение которого равно 7 008, к пятизначному результату приведет изменение цифры разряда десятков во втором множителе или цифры разряда сотен в первом множителе на цифры 4, 5, 6, 7, 8, 9. Так как задание предусматривает большую и кропотливую работу, то его рациональнее выполнить в группах (по одному произведению на группу) с дальнейшей проверкой.

Урок 40. **Знак «приближенно равно»**

Задачи урока:

– познакомиться со знаком приближенного равенства, использовать его в записях;

– читать и достраивать линейную диаграмму;

– сравнивать и решать задачи с дробными числами;

– сравнивать объемные тела;

– классифицировать и изменять числовые выражения, находить их значения.

На этом уроке учащиеся знакомятся с новым математическим знаком – знаком приближенного равенства. Теперь результаты измерений и замены точных значений чисел приближенными будут выглядеть иначе, чем с применением знака равенства. Это позволит получать более достоверную информацию о числе или величине. В задании 167 знак «приближенно равно» используется при записи массы животных, размеров природных объектов, а также приближенных значений чисел (число учеников в школе).

Сюжет задания 166 тоже строится на определении количества учеников в разных школах. Данные представлены в виде линейной диаграммы, особенность которой в том, что на шкале не указана цена ее деления. Узнать содержание (количество учеников) одной клетки диаграммы можно из текста пункта 1. Рассуждения могут быть такими: «*По диаг-*

рамме видно, что в школе №2 учится большее количество детей, чем в школе №1. Из текста пункта 1 выясняется, что в школе №1 учится на 120 человек меньше, чем в школе №2. Значит, три клетки диаграммы изображают 120 человек, а одна клетка – 40 человек. Поэтому количество учеников школы №3 нужно изобразить на диаграмме полосой длиной 20 клеток». Зная цену деления шкалы диаграммы, можно получить сведения о наполняемости учениками каждой школы (пункт 1) и составить свои вопросы на сравнение или вычисление количества учеников (пункт 3). Таким образом, при выполнении данного задания учащиеся осуществляют разнообразную работу с информацией: понимание, интерпретация, представление и т.д.

В задании 170 приведены три задачи, в которых содержатся дробные числа (в явной и неявной форме). Сравнение первых двух задач (пункт 1) позволит установить, что в каждой из них идет речь о седьмой части целого. В первой задаче величина «седьмая часть от целого» выявляется из рассуждения: «*Один день составляет одну седьмую часть недели. Так как Миша прочитал книгу за неделю, читая каждый день одинаковое количество страниц, то в день он прочитывал одну седьмую часть книги*». Вторая задача более привычна для детей, и ее решение не составит труда.

Решение:

1) 140 : 7 = 20 (стр.) – прочитал Миша в первый день.

Ответ: 20 страниц.

Решить третью задачу поможет вторая задача.

Решение:

1) 140 : 7 = 20 (стр.) – одна седьмая часть книги.

2) 20 · 5 = 100 (стр.) – прочитал Миша.

Ответ: 100 страниц.

В этом задании проводится выбор информации из текста для возможного решения задачи (первая задача), анализ и сравнение текстов задач с целью использования более легкой из них для решения более сложной, т.е. получают развитие *познавательные действия*.

Задание 168 предусматривает классификацию объектов по разным самостоятельно выделенным признакам. В пункте 1 приведенные произведения можно разделить по внешнему признаку на две группы – произведения двузначного числа на однозначное и произведения трехзначного числа на однозначное. После вычисления значений данных произведений (пункт 2) их можно разделить на группы по количеству знаков в результате (трехзначные и четырехзначные). Изменения цифр в разрядах некоторых множителей (аналогично заданию 162) приведут к требуемому в пункте 3 результату (все значения произведений стали трехзначными).

Сравнение и дальнейшее мысленное изменение объемных фигур предполагается при выполнении задания 169. Сравнение цилиндра и конуса приведет к выявлению сходства (цвет, материал, качение при толчке, наличие круга в основании и т.д.) и различий между ними (высота, величина оснований, количество оснований, траектория движения при качении по плоскости и т.д.). Изменить фигуры так, чтобы признаков сходства стало больше, можно, отказавшись от некоторых различий, например, уменьшить высоту конуса или увеличить высоту цилиндра; уменьшить основание конуса или увеличить основание цилиндра.

Урок 41. **Округление чисел с точностью до десятков**

Задачи урока:

– познакомиться с термином «округлить с точностью до десятков», выполнять это действие на многозначных числах;

– решать задачи, содержащие дробные числа; логические задачи;

– познакомиться с правилами изображения объемного тела на плоскости;

– выполнять умножение многозначных чисел с нулями.

На уроке учащиеся будут заменять точные значения чисел приближенными с соблюдением заданного условия. В задании 171 число 6328 предлагается заменить числом, оканчивающимся одним нулем. Таких чисел можно найти достаточно много, но ближайшее из них к данному числу – 6 330. Поэтому $6328 \approx 6330$. Замена числа ближайшим к нему числом, у которого последняя значащая цифра находится в разряде десятков (в разряде единиц – 0), называется округлением числа до десятков. Применить новое действие предстоит в пункте 6 этого задания.

Задание 174 продолжает серию задач, содержащих дробные числа, в частности, третью задачу (пункт 3) из задания 170. Это подтверждается решением задачи.

Решение:

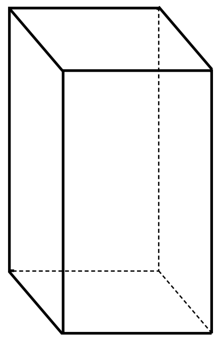
1) $140 : 7 \cdot 5 = 20 \cdot 5 = 100$ (стр.) – прочитал Миша.

2) $140 - 100 = 40$ (стр.) – осталось прочитать.

Ответ: 40 страниц осталось прочитать.

Эту же задачу можно решить иначе с помощью, примерно, таких рассуждений:

«*Обозначим 140 страниц книги за целое число, за единицу. Так как Миша прочитал 5/7 книги, то ему осталось прочитать 2/7 книги. Поэтому далее решение будет таким* $140 : 7 \cdot 2 = 20 \cdot 2 = 40$».

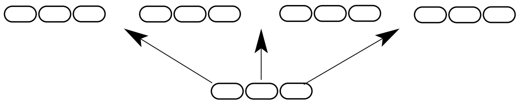


На этом уроке рассматриваются правила изображения объемных тел на плоскости (задание 175). Для того чтобы самостоятельно начертить призму или пирамиду, в основании которых находится прямоугольник, необходимо учесть, что прямоугольник при изображении искажается и прямые углы представлены двумя острыми и двумя тупыми углами. Благодаря этому видны две боковых грани и верхнее основание призмы.

Вычислению значений произведений многозначных чисел с нулями в середине или в конце чисел посвящено задание 173. В пункте 2 детям предстоит составить аналогичные произведения и найти их значения.

Задание 172 содержит логическую задачу, которую предлагается решить при разных условиях. Ответить на вопрос первой задачи (пункт 1) несложно, так как, расковав по одному крайнему звену на четырех обрывках цепи из пяти, их можно соединить с нераскованными звеньями, а затем заковать.

Для того чтобы соединить обрывки цепи, расковав и заковав три звена (пункт 2), нужно расковать все три звена на одном из обрывков, а затем этими звеньями соединить четыре оставшихся обрывка цепи.



Как видим, на уроке большое внимание уделяется поиску разных способов решения задач, анализу числовых выражений и составлению аналогичных им (синтез), развитию логического и пространственного мышления (*познавательные универсальные учебные действия*).

Урок 42. **Округление чисел с точностью до сотен**

Задачи урока:

– округлять числа до десятков и сотен, до тысяч и десятков тысяч;
– определять точность округления чисел;
– решать задачи на нахождение средней скорости;
– изображать объемные тела на плоскости;
– проводить сравнение способов умножения.

Развитие навыка округления чисел с заданной точностью продолжается в задании 176. По аналогии с округлением чисел с точностью до десятков (пункт 1) рассматривается действие округления чисел с точностью до сотен (пункты 2–4). Правило, по которому числа заменяются близкими им, но имеющими в разрядах единиц и десятков нули (т.е. последняя значащая цифра – в разряде сотен), применяется для чисел уже выполненного задания 153.

Возможность развить навык округления чисел предоставляется в задании 180. Учащимся предстоит округлять числа с точностью до других разрядов, тысяч и десятков тысяч, применяя при этом аналогию в рассуждениях.

Задание 179 содержит задачу на нахождение средней скорости.

Решение:

1) 10 800 + 9 450 + 9 100 + 8 150 = 37 500 (м) – прошел лыжник за 4 часа.

2) 37 500 : 4 = 9 375 (м) – средняя скорость лыжника.

Ответ: 9 км 375 м – средняя скорость лыжника.

При ответе на второй вопрос задания (пункт 2) повторяется навык деления многозначного числа на однозначное: 37 500 : 3 = 12 500 (м/ч) или 12 км 500 м в час.

Задание 177 направлено на развитие умения изображать объемные тела на плоскости. В пунктах 1–3 обращается внимание на изображение квадрата при условии, что он является основанием призмы или пирамиды. При выполнении задания 175 учащиеся уже установили, что длины сторон и величина углов не сохраняются. Поэтому изображением квадрата является четырехугольник с параллельными противоположными сторонами и парами равных противоположных тупых и острых углов. Позже (при изучении курса геометрии) этот четырехугольник получит название параллелограмма. В пунктах 4–5 выясняется, как выглядит со стороны круг, являющийся основанием цилиндра или конуса. Выполняя пункт 6, дети смогут построить изображения этих тел.

Аналитические и вычислительные навыки на этом уроке получат развитие при выполнении задания 178.

Урок 43. **Свойство числовых равенств**

Задачи урока:

– познакомиться с первым свойством равенств;

– развивать умение находить информацию о природных объектах и использовать ее для построения столбчатой диаграммы;

– проводить округление величин с заданной точностью;

– решать и преобразовывать текстовую задачу;

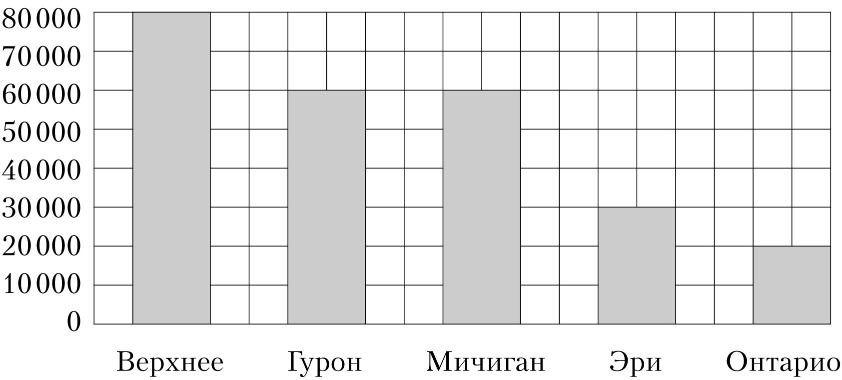
– составлять фигуры из деталей «Танграма» разными способами.

На этом уроке учащимся предстоит открыть свойство числовых равенств, которое в дальнейшем понадобится при решении сложных уравнений. В пункте 1 задания 183 с помощью вычислений дети проверяют, верны ли данные числовые равенства, а затем изменяют равенства путем увеличения (уменьшения) обеих частей на одно и то же число. Полученные выражения предстоит опять проверить, верны они или нет. Так как работу по преобразованию неравенств предложено провести в группах, а значит, будут использованы разные числа, то для учащихся станет очевидным вывод, сделанный в пункте 4.

Задание 184 направлено на совершенствование навыков округления величин с заданной точностью. Исходя из порядка величин, используемых в задании, и необходимости изобразить их на диаграмме, предлагается выполнить округление чисел с точностью до десятков тысяч.

Решение:

82 103 (кв. км) ≈ 80 000 (кв. км) – площадь озера Верхнее.
59 700 (кв. км) ≈ 60 000 (кв. км) – площадь озера Гурон.
57 750 (кв. км) ≈ 60 000 (кв. км) – площадь озера Мичиган.
25 700 (кв. км) ≈ 30 000 (кв. км) – площадь озера Эри.
19 500 (кв. км) ≈ 20 000 (кв. км) – площадь озера Онтарио.



Таким образом, при выполнении данного задания проводится разнообразная *работа с информацией*: поиск необходимых данных в разных источниках, обработка выделенных данных до вида, удобного для представления, преобразование числовых данных в графическую форму.

Решение задачи 182 требует аналитических рассуждений от вопроса задачи и выполнения нескольких действий.

Решение:

1) 24 : 3 = 8 (т) – масса овощей, привезенных в ларек.

2) 24 + 8 = 32 (т) – масса овощей, привезенных в магазин и ларек.

3) 32 : 8 = 4 (т) – масса овощей на одной машине.

4) 24 : 4 = 6 (машин) – отправили в магазин.

5) 8 : 4 = 2 (машины) – отправили в ларек.

Ответ: 6 машин и 2 машины.

Последнее действие дети могут выполнить иначе: $6 : 3 = 2$ (машины), так как исходя из условия, что масса овощей во всех машинах одинакова, выполняется зависимость: во сколько раз меньше отправлено овощей в ларек, во столько же раз меньше число машин, в которых их отправляли.

Изменить условие задачи так, чтобы решение стало короче, можно разными способами, например, вместо данного «а ларек в 3 раза меньше» использовать данное «8 т овощей». Изменение вопроса задачи на следующий: «*Сколько тонн овощей перевозили в одной машине?*» также приведет к сокращению решения задачи.

Урок 44. **Округление с недостатком и с избытком**

Задачи урока:

- познакомиться с понятиями «округление с недостатком», «округление с избытком»;
- проводить округление чисел с заданной точностью;
- решать задачи на нахождение средней величины.

На этом уроке обобщаются полученные знания об округлении чисел и делается вывод о технологии округления. На предыдущих уроках при округлении чисел с заданной точностью число заменялось другим числом, с нулями вместо цифр, которые находятся правее разряда, указанного для округления. Из двух найденных чисел, обладающих такими свойствами, выбиралось ближайшее число. Например, для округления числа 3456 до десятков нужно найти ближайшие к данному числу числа, в разряде единиц которых находятся нули. Это числа 3450 и 3460. Ближе к числу 3456 находится число 3460. Значит, $3456 \approx 3460$.

Аналогичные действия предусмотрены в задании 185. В пункте 1 при округлении числа 52 341 с точностью до разрядов десятков, сотен, тысяч и десятков тысяч получаются соответственно числа 52 340, 52 300, 52 000 и 50 000. Анализ полученных чисел свидетельствует о том, что при каждом округлении получалось число меньше данного, т.е. округление выполнялось с недостатком (пункт 2). В пункте 3 предлагается проанализировать цифры, которые заменяли нулями в каждом случае. Вывод из этого наблюдения заключается в том, что если нулем заменяются цифры 1, 2, 3 и 4, то цифра разряда, с точностью до которого производится округление, не изменяется. Похожие действия предстоит выполнить в пунктах 4–6. При округлении числа 57 689 с точностью до всех имеющихся в этом числе разрядов получаются числа 57 690, 57 700, 58 000, 60 000. Так как при каждом округлении получалось число, большее данного числа, то говорят, что округление выполнялось с избытком. Значит, при замене цифр 6, 7, 8 и 9 нулями цифра разряда, с точностью до которого проводилось округление, увеличивается на 1. Выводы, сделанные в пунктах 3 и 6, представлены в виде схемы (пункт 7), которая помогает при округлении чисел. В пункте 8 обращается внимание на округление чисел в случаях, когда оно проводится с точностью до разряда, после которого стоит цифра 5 и которую нужно заменить нулем. С этой ситуацией учащиеся уже столкнулись в пункте 4, когда округляли число 57 689 до десятков тысяч. Исходя из того, что число 60 000 находится ближе к данному числу, чем число 50 000, 57 689 ≈ 60 000. Это действие подтверждает правило, приведенное в пункте 8. Поэтому схема, показывающая, как цифры, заменяемые нулями, влияют на последнюю значащую цифру, изменится:

2 3 4	5 6 7 8 9
$\longleftarrow$	$\longrightarrow$
с недостатком	с избытком

Для закрепления выводов, сделанных в ходе вышеприведенного исследования, полезно выполнить задание 187, в котором рассуждения теперь будут примерно такими: «*Округлим число 931 до сотен. В разряде сотен находится цифра 9, цифры правее нее нужно заменить нулями. Так как правее цифры 9 находится цифра 3, то число округляется с недостатком и 931 ≈ 900. ... Округлим число 175 953 до сотен. В разряде сотен находится цифра 9, а правее нее – цифра 5. Значит, цифру 9 увеличиваем на 1. Получим 175 953 ≈ 176 000. Таким образом, округляя число с точностью до сотен, мы округлили его и до тысяч*». Аналогичным образом следует рассуждать и при округлении чисел с точностью до тысяч: «*Округлим число 5972 до тысяч. В разряде тысяч находится цифра 5, а следующая за ней цифра 9. Значит, 5972 ≈ 6000. Округлим число 405 076 до тысяч. В разряде тысяч находится цифра 5, а следующая за ней цифра 0. Значит, 405 076 ≈ 405 000*». Приведенные рассуждения показывают, что на уроке происходит постепенный переход от процесса округления, основанного на использовании местоположения числа в натуральном ряде чисел, к алгоритму округления чисел, построенному на выявленных закономерностях.

Кроме значительной и объемной работы по округлению чисел, можно предложить учащимся решить задачу 186 на нахождение средней величины (средней всхожести).

Решение:

1) 93 + 89 + 97 + 96 + 90 = 465 (шт.) – взошло семян в пяти ящиках.

2) 465 : 5 = 93 (шт.) – средняя всхожесть семян.

Ответ: 93 семечка в среднем взошли.

В пункте 2 этого задания необходимо выявить, как изменение одного слагаемого в сумме действия 1 влияет на результат задачи. Рассуждения могут быть такими: «*Если в пятом ящике взойдет на 5 семян меньше, то в значении суммы в первом действии также станет на 5 меньше, а результат второго действия на 1 меньше. Значит, средняя всхожесть будет 92 семечка на ящик*».

Задание 188, развивающее навык округления чисел с заданной точностью, можно рекомендовать для домашнего выполнения.

Таким образом, на этом уроке значительное внимание уделяется формированию умения проводить обобщение на основе анализа и представлять сделанные выводы в виде схемы (*познавательные УУД*).

Уроки 45–46. **Разные способы решения уравнений**

Задачи уроков:

– применять изученное свойство равенств при решении уравнений;

– выполнять округление чисел с заданной точностью;

– решать задачи разными способами;

– проводить наблюдения с целью сбора информации.

На данных уроках планируется применить свойство числовых равенств, сформулированное в задании 183, к решению сложных уравнений. В пункте 1 задания 192 предлагается найти среди уравнений (которые представляют собой разные стадии упрощения одного и того же уравнения) самое сложное, а затем решить его. В пункте 2 рассматриваются разные варианты решения одного и того же уравнения с помощью упрощения его правой части. В способе Кати решается уравнение на основе взаимосвязи между компонентами сложения. При этом рассуждения будут такими: «*Неизвестное число находится в слагаемом. Значит, для того чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно из значения суммы вычесть известное слагаемое, т.е. 9 а = 1116 – – 495...*». Во втором способе (способе Васи) применено уже известное свойство равенств: «*Если из обеих частей верного равенства вычесть одно и то же число, равенство останется верным*». Закончив решение начатого уравнения каждым способом, учащиеся могут выбрать любой из них для решения уравнений пункта 4.

В задании 193 следует применить свойства числовых равенств в полном объеме. Решение уравнений планируется построить либо на изменении их с помощью прибавления к обеим частям одного и того же числа, либо на преобразовании уравнений с помощью вычитания из обеих частей одного и того же числа. Производимые при этом действия подробно рассмотрены в пункте 4, а вопросы, на которые предлагается ответить в пункте 5, помогут осознать использование свойств равенств при решении уравнений (пункт 6).

Развитие навыка округления чисел с заданной точностью предусмотрено при выполнении задания 194. Также с этой целью можно предложить учащимся задания 1 и 2 на с. 100.

Найти разные способы решения задачи предстоит в заданиях 189 и 196. Задача 189 является обратной к уже решенной задаче 182, в которой было известно, что всего отправлено 8 машин с овощами, а требовалось найти, сколько машин отправлено в магазин и сколько в ларек. В задании 189, наоборот, известно, что в ларек отправились 2 машины с овощами, а требуется найти общее число машин. Решить новую задачу можно разными способами (так же, как и предыдущую).

Решение:

1 способ

1) $24 : 3 = 8$ (т) – масса овощей, отправленных в ларек.

2) $24 + 8 = 32$ (т) – общая масса овощей, отправленных в ларек и в магазин.

3) $8 : 2 = 4$ (т) – масса овощей на одной машине.

4) $32 : 4 = 8$ (машин) – отвозили овощи.

Ответ: 8 машин отвозили овощи.

2 способ

1) $2 \cdot 3 = 6$ (машин) – отвозили овощи в магазин.

2) $2 + 6 = 8$ (машин) – отвозили овощи.

Ответ: 8 машин отвозили овощи.

Второй способ не только рационален по количеству действий, но и позволяет осознать зависимости между величинами: так как во всех машинах находилась одинаковая масса овощей, то во сколько раз меньше овощей получил ларек по сравнению с магазином (в 3 раза), во столько же раз меньшее количество машин перевозило эти овощи.

В задании 196 предлагаются для решения две задачи, разные по сюжету, но одинаковые по математическому смыслу. Схожесть задач в полной мере выявится при сравнении их решений.

а) Решение:

1) $486 - 432 = 54$ (шт.) – на столько стекол меньше истратили при остеклении второго дома по сравнению с первым.

2) $54 : 9 = 6$ (шт.) – столько стекол нужно на остекление одного окна.

3) $486 + 432 = 918$ (шт.) – использовано стекол.

4) $918 : 6 = 153$ (окна) – остеклили в двух домах.

Ответ: 153 окна остеклили в двух домах.

б) Решение:

1) $108 - 88 = 20$ (м) – на столько метров ткани больше во втором рулоне.

2) $20 : 5 = 4$ (м) – нужно ткани на одно платье.

3) $108 : 4 = 27$ (шт.) – сшили платьев из первого рулона.

4) $88 : 4 = 22$ (шт.) – сшили платьев из второго рулона.

5) $27 + 22 = 49$ (шт.) – сшили всего платьев.

Ответ: 49 платьев сшили всего.

Как видно из записей, первая задача решена более рационально. Поэтому этот же ход действий можно применить и при решении второй задачи.

На уроках продолжается работа по нахождению среднего значения величин. В заданиях 179 и 186 предлагалось вычислить среднюю скорость лыжника и среднюю всхожесть семян соответственно. В задании 191 необходимо найти среднее время, затрачиваемое на выполнение домашних заданий. Для того чтобы вычислить требуемую величину, следует собрать данные в течение учебной недели, зафиксировать их в табличном виде, а затем произвести вычисления. При этом развиваются навыки *работы с информацией* (сбор данных, их фиксация, преобразование) и умение выполнять действия с единицами измерения времени.

Кроме того, на этих уроках предоставляется возможность для совершенствования вычислительных (задание 190) и конструктивных навыков (в работе с деталями «Танграма» задания 195).

Урок 47. **Обобщающий урок по теме «Точные и приближенные значения чисел. Округление чисел»**

Задача урока: систематизировать и обобщить знания, полученные в ходе изучения темы.

Для обобщения изученного материала и достижения задач урока можно использовать задания раздела «Проверь себя» (с. 100–101).

В задании 1 даны тройки чисел, причем два крайних числа – это результаты округления среднего числа с разной точностью. Поэтому ответы на вопросы задания можно представить в виде записей: $378 \approx 380$, $529\,649 \approx 530\,000$ и т.д.

Задание 2 предоставляет возможности для округления чисел с разной точностью. Так как задание включает большое количество материала, то оно может быть использовано для целого ряда уроков.

Задание 3 содержит разные текстовые задачи: задачу на движение вдогонку и задачу на процесс работы.

а) Решение:

1) $15 \cdot 3 = 45$ (км) – проехал велосипедист за 3 часа.

2) $15 \cdot 4 = 60$ (км/ч) – скорость мотоциклиста.

3) $60 - 15 = 45$ (км/ч) – скорость сближения.

4) $45 : 45 = 1$ (ч) – время, через которое мотоциклист догонит велосипедиста.

Ответ: через 1 ч мотоциклист догонит велосипедиста.

б) Решение:

1) $160 : 5 = 32$ (дня) – работал первый переплетчик.

2) $384 - 160 = 224$ (кн.) – переплел второй переплетчик.

3) $224 : 32 = 7$ (книг) – переплетал в день второй переплетчик.

Ответ: 7 книг переплетал второй переплетчик.

Как видим, последнее действие второй задачи содержит деление на двузначное число. Так как алгоритм выполнения этого действия еще не изучался, то значение действия можно найти подбором с помощью выполнения умножения.

В задании 4 предстоит решить неравенства на все четыре арифметических действия с помощью соответствующих уравнений, а затем показать местоположение решений неравенств на числовом луче.

В задании 5 предлагается сравнить пары величин. В тех случаях, когда сравнение невозможно, следует представить заданную величину в других единицах измерения.

Задание 6 предусматривает составление чисел, отвечающих указанным требованиям, и дальнейшее упорядочение всех составленных чисел.

Задание 7 направлено на повторение навыка деления многозначных чисел на однозначные, который актуален не только в повседневной учебной работе, но и в преддверии изучения новой темы «Деление на многозначное число».

Урок 48. **Контрольная работа по теме «Точные и приближенные значения чисел. Округление чисел»**

Уроки 49–67
Деление на многозначное число

В ходе изучения данной темы предстоит освоить навык деления многозначных чисел. Но сначала рассматриваются частные случаи, в которых можно применять ранее изученные способы. Поэтому во время изучения темы учащиеся будут находить значения частных с помощью умножения, подбором, заменой делителя произведением однозначных множителей, округлением делимого и делителя. Будут рассмотрены случаи деления на разрядные единицы (10, 100, 1 000 и т.д.) и на круглые числа. Для формирования умения делить многозначные числа будут выработаны навыки по определению количества цифр в значении частного, выполнение округления и прикидка при подборе цифры частного, проверка подобранной цифры с помощью умножения.

Умение решать задачи обогатится новым способом – с помощью составления уравнения. В ходе изучения темы будут решаться задачи, в которых рассматриваются процессы работы, разные виды движения и т.д.

Знакомство с новым свойством равенств (об умножении или делении обеих частей верного равенства на одно и то же число) позволит решать достаточно сложные уравнения разными способами.

Тема «Площади фигур» будет продолжена в задачах, содержащих сложные фигуры. Для нахождения площадей этих фигур необходимо будет применять деление на части, дополнение фигур до более простых, перестроение фигур.

Работа с объемными фигурами продолжится при знакомстве с понятием «развертки объемного тела» и построении трех проекций объемного тела.

По-прежнему значительное внимание уделяется работе с информацией, представленной в разных видах: текст, формула, чертеж, таблица, схема, диаграмма и др.

Урок 49. **Устное деление на двузначное число**

Задачи урока:

– выполнять деление числа на двузначное число на основе результата деления на однозначное число;

– решать и изменять текстовую задачу, содержащую деление многозначных чисел на однозначные числа;

– решать задачу на движение в одном направлении (движение вдогонку);

– работать с дробями на координатном луче «со стертым началом».

Урок целесообразно начать с повторения навыка деления многозначных чисел на однозначное число и применения результатов выполнения этого действия к делению на двузначные числа. В задании 197 сначала предлагается выполнить деление числа 128 на однозначные числа 2, 4, 8, а затем использовать полученные равенства $128 : 2 = 64$, $128 : 4 = 32$, $128 : 8 = 16$ для выполнения деления того же числа 128 на числа 16, 32, 64. При этом объяснение может быть таким: *«При делении числа 128 (делимого) на любое из чисел 2, 4 и 8 (делитель) в результате получим числа (значения частного), при умножении которых на соответствующий делитель в результате получилось бы делимое. Поэтому при делении числа 128 на числа 64, 32 и 16 получим соответственно числа 2, 4 и 8»*. Выполнение пункта 5 задания – запись произведений, соответствующих частным, – еще раз подтвердит правильность рассуждений и вычислений. Необходимо отметить, что выполнение деления одного и того же числа (128) на делители, увеличивающиеся в 2 раза (2, 4 и 8), приводит к выводу о том, что значения частных будут соответственно уменьшаться в 2 раза (64, 32, 16).

Деление на однозначное число предстоит выполнить и в ходе решения задачи 198.

Решение:

1) $216 : 9 = 24$ (шт.) – ящиков с хлебом.

2) $168 : 8 = 21$ (шт.) – ящиков с булочками.

3) $108 : 9 = 12$ (шт.) – ящиков с рогаликами.

4) $24 + 21 + 12 = 57$ (ящ.) – получил магазин.

Ответ: 57 ящиков хлебной продукции получил магазин.

Чтобы выполнить задание пункта 2, можно сократить условие задачи на одну или две пары соответствующих друг другу данных (масса одного вида продукции и масса продукции в 1 ящике). Тем самым решение задачи станет короче на одно или на три действия. Чтобы выполнить задание пункта 3, можно к имеющемуся вопросу добавить, например, следующие: *«Сколько килограммов хлебобулочной продукции получил магазин?»* или *«Сколько ящиков получится,* *если всю полученную продукцию разложить по 6 кг в ящик?»* Ответы на эти вопросы учащиеся получат при выполнении следующих действий:

216 + 168 + 108 = 492 (кг) и 492 : 6 = 82 (ящ.).

Так как решение задачи не должно вызвать затруднений у учащихся, то ее можно рекомендовать для домашнего выполнения. Обсудить предложения по изменению задачи (пункты 2 и 3) и записать выражения для ответа на составленные вопросы целесообразно на следующем уроке.

Решение задачи 200 предполагает деление на двузначное число. Чтобы выполнить это действие, можно предварительно найти значения частных, содержащих деление на однозначные числа, среди которых будет требуемое равенство, например, 102 : 6, 126 : 7, 120 : 8. Результат второго частного поможет ответить на вопрос задачи.

Решение:

1) 126 : 18 = 7 (ч) – время движения велосипедиста.

2) 7 – 4 = 3 (ч) – время движения автобуса.

3) 126 : 3 = 42 (км/ч) – скорость движения автобуса.

Ответ: автобус ехал со скоростью 42 км/ч.

В задании 2 предлагается рассмотреть ситуацию, когда велосипедист и автобус выезжают из поселка в город одновременно с теми же скоростями. Очевидно, что велосипедист прибудет в город на столько часов позже автобуса, на сколько в предыдущей ситуации позже велосипедиста выехал автобус.

Выполнение задания 199 предусматривает разнообразную работу на координатном луче. Восстановить начало координатного луча и единичный отрезок можно разными способами:

– измерить циркулем расстояние между точками 1/3 и 2/3 и отложить от этих точек отрезки такой же длины влево от точки 1/3 (получим точку *O*, начало координатного луча) и вправо от точки 2/3 (получим точку 1);

– измерить линейкой расстояние между точками 1/3 и 2/3 и убедиться, что третья часть единичного отрезка составляет 2 см, значит, длина единичного отрезка равна 6 см.

Как видим, первый способ предусматривает простейшие действия с обыкновенными дробями, которые дети могут выполнить, пользуясь лишь математическим смыслом дробей. Второй способ основан на восстановлении целого по его части. В продолжение задания (пункт 2) предлагается отметить на координатном луче с восстановленными элементами точки с заданными координатами. Эту часть задания учащиеся могут выполнить самостоятельно.

Таким образом, на уроке предусмотрена большая работа по развитию *познавательных действий*: установление причинно-следственных связей между выполнением деления на однозначное и двузначное числа, изменение составных частей текстовой задачи в соответствии с прогнозируемым результатом, поиск разных способов выполнения задания на координатном луче, интерпретация информации, содержащейся в тексте задачи на движение, и др.

Урок 50. **Деление на двузначное число способом подбора**

Задачи урока:

– выполнять деление на двузначное число способом подбора;

– находить площадь многоугольника с помощью разбиения на прямоугольники и прямоугольные треугольники;

– решать текстовую задачу и составлять к ней обратные задачи.

Материал предыдущего урока позволил вспомнить, что при умножении значения частного на делитель получается делимое. Это свойство используется при подборе значений частных в задании 201. В ходе выполнения задания выясняется, что необязательно проверять подряд все числа, рациональнее использовать прикидку. При этом рассуждения могут быть такими: «*Разделим 152 на 19. Для этого найдем число, которое при умножении на 19 дало бы в результате 152. Если 19 умножим на 10, то получим 190, если на 5, то половину числа 190 – 95. Умножим 19 на 7, получим 133. Умножим 19 на 8, получим 152. Значит, 152 : 19 = 8*».

В задании 202 предлагается задача на движение двух объектов в одном направлении с разными скоростями. Особенность задачи в том, что время движения дано не величиной, готовой к использованию в решении, а двумя моментами времени, соответствующими началу и концу движения. Поэтому решение может выглядеть следующим образом.

Решение:

1) 5 ч вечера = 17 ч;
17 – 10 = 7 (ч) – время движения первой группы туристов.
2) 4 · 7 = 28 (км) – прошла первая группа туристов по берегу.
3) 28 : 14 = 2 (ч) – время движения второй группы туристов.
4) 10 + 2 = 12 (ч) – время прибытия второй группы туристов в с. Ягодное.

Ответ: в 12 часов дня 2 группа прибыла в село Ягодное.

В задаче используется тот факт, что расстояние, пройденное пешком по берегу реки, и расстояние, пройденное на лодках вдоль берега, равны.

Определить количество возможных обратных задач (пункт 2) поможет чертеж или текст задачи. По этим источникам видно, что в задаче рассматриваются два вида движения на одинаковое расстояние, но с разными скоростями, а значит, с разным временем движения. Поэтому в задаче пять данных, каждое из которых может стать искомым. Значит, к данной задаче можно составить пять обратных задач, например: *«Две группы туристов отправились из села Грибное в село Ягодное. Первая группа вышла в 10 ч утра и двигалась пешком по берегу реки со скоростью 4 км/ч, а вторая – вдоль берега на лодках со скоростью 14 км/ч. Первая группа добралась до места к 5 ч вечера, а вторая была в селе Ягодном уже в 12 ч дня. В какое время из села Грибное вышла вторая группа туристов?»*

В задании 203 актуализируются навыки нахождения площадей сложных фигур разными способами. Дан чертеж шестиугольника, площадь которого можно найти, достраивая, перестраивая или деля фигуру на части. В любом из этих вариантов достаточно умений находить площадь прямоугольника и прямоугольного треугольника. В первом случае (достраивание фигуры до прямоугольника) для определения площади искомой фигуры достаточно вычесть из площади прямоугольника (32 кв. см) площади двух равных прямоугольных треугольников (площадь каждого – 4 кв. см). При втором способе (деление фигуры на части) площадь фигуры находится сложением площадей двух прямоугольников (площадь каждого равна 8 кв. см) и двух прямоугольных треугольников (площадь каждого – 4 кв. см). Третий способ (перестроение частей фигуры) является следствием второго способа, так как по чертежу видно, что два прямоугольных треугольника составляют прямоугольник, равный двум остальным. Значит, площадь шестиугольника равна трем площадям прямоугольника площадью 8 кв. см.

В задании 204 внимание уделяется развитию навыков округления чисел с заданной точностью, которые вскоре будут востребованы при выполнении деления.

Урок 51. **Таблица мер длины**

Задачи урока:

– устанавливать соотношения между системой мер длины и десятичной системой счисления;

– выполнять деление на двузначные и трехзначные числа на основе взаимосвязи между делением и умножением;

– дополнять и решать задачу с недостающими данными;

– анализировать ситуацию при движении объектов в одном направлении с разными скоростями.

Одним из важных направлений работы на уроке является сравнение систем мер длины и десятичной системы счисления. С этой целью в задании 207 приведена таблица мер длины и соотношений между ними. Для удобства сравнения полезно составить таблицу разрядных единиц и соотношений между ними в десятичной системе счисления.

1 единица

1 десяток = 10 единиц

1 сотня = 10 десятков = 100 единиц

1 тысяча = 10 сотен = 100 десятков = 1 000 единиц

1 десяток тысяч = 10 тысяч = 100 сотен =
= 1 000 десятков = 10 000 единиц

1 сотня тысяч = 10 десятков тысяч = 100 тысяч =
= 1 000 сотен = 10 000 десятков = 100 000 единиц

Отмечая сходство между сравниваемыми системами, учащиеся обнаружат, что среди мер длины нет содержащих

10 м и 100 м, а сразу следует крупная мера 1 км, которая служит для измерения расстояний.

На уроке также продолжается развитие навыков выполнения деления способами, рассмотренными на предыдущих уроках, – путем подбора и использования взаимосвязи между делением и умножением. В задании 205 при нахождении значений произведений (пункт 1) учащиеся получат числа, которые можно использовать в качестве делимых при составлении частных и вычислении их значений (пункты 2 и 3). Способ устного подбора значения частного удобен при выполнении пункта 4 этого же задания. Аналогичные действия предстоит выполнить в задании 209. Особенность задания в том, что в качестве множителей (пункт 1), а затем делителей (пункт 2) выступают трехзначные числа.

В задании 206 предлагается проанализировать ситуацию, в которой два объекта движутся в одном направлении с разными скоростями (движение вдогонку), поэтому речь идет не о сближении, а об их удалении. Вопросы, заданные в пункте 2, направлены на моделирование ситуации и рассмотрение различных вариантов изменения положения объектов (лисы и собаки) в зависимости от изменения скоростей.

Задание 208 содержит задачу с недостающими данными. Анализ условия выявит тот факт, что в задаче недостает данных о количестве деревьев, доставшихся каждому ученику. Дополнить условие можно разными способами, например, такими: «*... Работу они разделили поровну между собой. Каждому досталось 4 дерева. ...*» или «*... Сколько в саду деревьев, если в одном классе 29 учеников и они заботятся о 116 деревьях, а в другом классе 27 учеников?*» и так далее. В зависимости от дополнения текста задачи данными ее решение может состоять из двух и более действий.

Подводя итоги, можно отметить, что, на уроке развиваются действия анализа и синтеза, сравнения и обобщения, т.е. *познавательные универсальные учебные действия*.

Урок 52. **Деление числа на произведение**

Задачи урока:

– «открыть» правило деления числа на произведение двух чисел;

– применять открытое правило для выполнения деления чисел на двузначные числа;

– составлять модель задачи на движение в масштабе, решать задачи на движение;

– округлять числа с заданной точностью;

– составлять и преобразовывать числовые равенства.

На этом уроке предстоит открыть правило, по которому можно выполнять деление на двузначные, а затем и трехзначные числа. В задании 210 (пункты 1 и 2) предусмотрено сравнение выражений и их значений. В результате учащиеся делают вывод, что при делении числа на произведение двух чисел получается такой же результат, как если бы делимое разделили на одно число, а затем на другое. Возможность убедиться в этом предоставляется на однозначных числах. В пункте 3 дается формулировка данного вывода, а в пункте 4 предлагается записать его в буквенной форме:

$$a : (b \cdot c) = a : b : c.$$

Свойство деления числа на произведение при делении многозначных чисел на двузначные применяется в задании 212. В пунктах 1 и 2 приводится пример деления четырехзначного числа на двузначное, которое можно представить в виде произведения однозначных множителей, и, следовательно, использовать правило, сформулированное в задании 210. При выполнении деления четырех- и пятизначных чисел на двузначные (пункт 3) понадобится знание таблицы умножения для разложения двузначных делителей на однозначные множители. Этот пункт предлагается выполнить по вариантам. Другой вариант можно использовать в качестве домашнего задания.

В задании 211 рассматривается знакомая по заданию 206 ситуация движения двух объектов вдогонку друг за другом. Сравнение скоростей собаки и лисы приведет детей к выводу, что расстояние между ними будет сокращаться с каждой минутой: через 1 минуту оно сократится на 30 м и будет равно 90 м, через 2 минуты – на 60 м и будет равно 60 м, а через 4 минуты собака догонит лису.

Задания 213 и 214 направлены на повторение навыков округления чисел с заданной точностью и работе с верными числовыми равенствами. В задании 213 указанные числа предстоит округлить с точностью до десятков и до тысяч.

В продолжение задания детям нужно будет самим решить, с какой еще точностью можно округлить каждое из данных чисел и выполнить это округление. В задании 214 с помощью каждого из известных четырех арифметических действий можно получить верные числовые равенства, а затем преобразовать их с помощью увеличения (а затем уменьшения) на одно и то же число.

Как видим, на этом уроке развивается умение делать общий вывод на основе анализа и сравнения числовых выражений и их значений, представлять этот вывод в словесной и буквенной формах, а также применять сформулированное правило в конкретных условиях. Также на уроке развиваются действия прогнозирования ситуаций, изложенных в задаче, моделирования этих ситуаций, навык дополнения задания с учетом возможностей данных чисел (округление чисел), т. е. получают развитие *регулятивные и познавательные действия*.

Уроки 53–54. **Второе свойство числовых равенств. Восстановление геометрического тела по его трем проекциям**

Задачи уроков:

– открыть второе свойство равенств, использовать его при решении уравнений;

– восстанавливать геометрическое тело по его трем проекциям;

– использовать правило деления числа на произведение при делении многозначных чисел на двузначные и трехзначные числа;

– познакомиться с понятием «развертки» объемного тела.

Материал, предназначенный для этих двух уроков, можно распределить разными способами: на первом уроке сосредоточить внимание на втором свойстве равенств, а второй урок посвятить геометрическому материалу или использовать задания в той последовательности, в которой они даны в учебнике.

Задание 215, направленное на открытие второго свойства равенств, начинается с выяснения, верны ли равенства, данные в пункте 1. Для этого учащиеся используют переместительное и сочетательное свойства сложения, распределительное свойство умножения относительно сложения, свойство деления суммы на число. Выявление перечисленных свойств позволит сделать вывод, что эти равенства верны. Выполнение действий, указанных в пункте 3, даст возможность убедиться в том, что при умножении или делении обеих частей верного равенства на одно и то же число равенство остается верным. Этот вывод в словесной и буквенной формах содержится в пункте 5.

Применить второе свойство равенств учащимся предстоит в задании 218. Решить предложенные уравнения можно разными способами. Например, уравнения пункта 1 можно решить на основе взаимосвязи между компонентами (и в первом, и во втором уравнениях неизвестное число является множителем). Но сначала требуется анализ того, в какие еще компоненты входит неизвестное число и как его выразить через известные числа.

Решение:

$15c + 45 - 12 = 78$
$15c + 33 = 78$
$15c = 78 - 33$
$15c = 45$
$c = 45 : 15$
$c = 3$

$(6y + 14) : 2 + 15 = 40$
$(6y + 14) : 2 = 40 - 15$
$(6y + 14) : 2 = 25$
$6y + 14 = 25 \cdot 2$
$6y + 14 = 50$
$6y = 50 - 14$
$y = 36 : 6$
$y = 6$

Уравнения пункта 2 предлагается решить с помощью вычитания одного и того же числа из обеих частей уравнения.

Решение:

$16x + 5 = 133$
Вычтем из обеих частей уравнения число 5.
$16x + 5 - 5 = 133 - 5$
$16x = 128$
$x = 128 : 16$
$x = 128 : 2 : 8$
$x = 64 : 8$
$x = 8$

$42k - 28k + 180 = 600$
$14k + 180 = 600$
Вычтем из обеих частей уравнения число 180.
$14k + 180 - 180 = 600 - 180$
$14k = 420$
$k = 420 : 14$
$k = 420 : 2 : 7$
$k = 210 : 7$
$k = 30$

При решении уравнений пункта 3 необходимо использовать свойство, открытое при выполнении задания 215.

Решение:

$8y \cdot 5 = 56 \cdot 5$

Разделим обе части уравнения на 5.

$8y = 56$

$y = 56 : 8$

$y = 7$

$147a - 49 = (9 + 26) \cdot 7$

Разделим обе части уравнения на 7.

$(147a - 49) : 7 = 35 \cdot 7 : 7$

$21a - 7 = 35$

$21a = 35 + 7$

$21a = 42$

$a = 2$

На этом же уроке предлагается работа по развитию пространственного воображения. В задании 216 детям предстоит узнать по трем видам прямоугольную призму, а затем изобразить ее.

Задание 217 содержит задачу, которую можно решить разными способами: находя производительность труда рабочего и станка-автомата или используя зависимость между производительностью труда и количеством сделанных деталей (во сколько раз производительность станка-автомата больше производительности рабочего, во столько же раз за одинаковое время станок сделает деталей больше, чем рабочий).

Решение:

<u>1 способ</u>

1) $112 : 16 = 112 : 2 : 8 = 56 : 8 = 7$ (дет.) – изготовит рабочий за 1 час.
2) $7 \cdot 3 = 21$ (дет.) – производительность станка-автомата.
3) $21 \cdot 16 = 336$ (дет.) – изготовит за 16 ч станок-автомат.

Ответ: 336 деталей.

<u>2 способ</u>

$112 \cdot 3 = 336$ (дет.) – изготовит за 16 ч станок автомат.

Ответ: 336 деталей.

Из комментария к заданиям следует, что при их решении большое внимание уделяется рассмотрению разных способов выполнения задания и выбору самого рационального из них.

Задание 219 демонстрирует ограниченность способа деления многозначных чисел путем разложения делителя на однозначные множители. Если в пункте 1 выполнить деление четырех- и пятизначных чисел на двузначные не составляет труда, то в пункте 2 числа 39 и 47, которые являются делителями, невозможно представить в виде произведения однозначных множителей. Числа, обладающие таким свойством, учащимся предстоит найти и записать в пункте 3, например, 11, 13, 17, 19, 22, 23 и т.д.

Задание 220 направлено на конструирование многозначных чисел, которые делятся на составленные трехзначные числа. Решение может выглядеть так:

1) *1 вариант*

$378 : 42 = 378 : (6 \cdot 7) = 378 : 6 : 7 = 63 : 7 = 9$

$441 : 63 = 441 : (9 \cdot 7) = 441 : 9 : 7 = 49 : 7 = 7$

2 вариант

$1008 : 24 = 1008 : (6 \cdot 4) = 1008 : 6 : 4 = 168 : 4 = 42$

$1085 : 35 = 1085 : (5 \cdot 7) = 1085 : 5 : 7 = 217 : 7 = 31$

2) Из однозначных чисел 4, 5, 6, 7, 9 можно составить трехзначные числа, например, такие:

$4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$

$5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$

$6 \cdot 7 \cdot 8 = 336$

3) Чтобы получить многозначные числа, которые делятся без остатка на 120, 210 и 336, достаточно умножить их на какие-то другие числа:

$120 \cdot 72 = 8\ 640$, значит, $8\,640 : 120 = 72$.

$210 \cdot 5 = 1\,050$, значит, $1\,050 : 210 = 5$.

$336 \cdot 8 = 2\,688$, значит, $2\,688 : 336 = 8$.

Задание 221 во многом повторяет действия предыдущего задания и его можно рекомендовать для домашней работы.

В задании 222 предлагается определить по трем проекциям прямоугольной призмы (коробки), как в каждом из трех случаев эта призма (коробка) располагалась.

Материал, представленный на страницах 114–115, знакомит учащихся с понятием развертки объемного тела. После знакомства с разверткой куба и выполнения задания 222 начертить развертку прямоугольной призмы будет несложно. По чертежам разверток на странице 115 детям предстоит узнать объемные тела – конус и пирамиду.

Урок 55. **Определение количества цифр в частном**

Задачи урока:

– распространить известный способ определения количества цифр в значении частного на случаи деления многозначных чисел на многозначные;

– решать задачи на уравнивание;

– составлять и сравнивать дроби;

– изображать составленные дроби на координатном луче.

На данном уроке начинается работа над алгоритмом деления многозначных чисел, первое действие в котором – определение количества цифр в значении частного. Подобное действие уже знакомо учащимся, так как в третьем классе они определяли количество цифр в значении частного при делении на однозначное число. Задание 223 помогает распространить знакомый способ на новые случаи деления (деление на двузначное, трехзначное и т.д. числа). Рассуждения при этом могут быть, например, такими: *«В числе 362 880 – 6 цифр. Число сотен тысяч (3) на 12 не делится, значит, будем делить на 12 десятки тысяч – число 36. Поэтому в значении частного будет пять цифр. Разделим это же число 362 880 на 42. Числа 3 и 36 на 42 не делятся, значит, будем делить на 42 тысячи – число 362. Поэтому в значении частного будет четыре цифры»*. В задании предлагается проверить свои действия, выполнив деление. При этом дети могут применить уже знакомое разложение делителя на однозначные множители. Аналогичные рассуждения предстоит провести при выполнении деления многозначных чисел в пункте 4. Как видим, в этом задании используется прием рассуждений по аналогии (*познавательные УУД*).

Задание 227 позволяет развить умение определять количество цифр в значении частного при делении на однозначное, двузначное, трехзначное числа и может быть рекомендовано для домашней работы.

На уроке большое внимание уделяется решению разнообразных задач. Это задача на уравнивание количеств (задание 224) и логическая задача (задание 226), которая в своей основе строится на равенстве масс.

Решить задачу 224 (1) можно простыми рассуждениями, а можно строго математически.

Решение 1:

«Так как количество учеников в 4 «А» классе превышает количество учеников в 4 «В» классе на 8 человек, то, переведя половину из них (4 человека) в 4 «В», получим равное количество учеников – 24 ученика. Такое же количество учеников в 4 «Б» классе».

Решение 2:

1) 28 + 24 + 20 = 72 (уч.) – в трех классах.

2) 72 : 3 = 24 (уч.) – должно быть в каждом классе.

3) 28 – 24 = 4 (уч.) – нужно перевести из 4 «А» класса.

4) 24 – 20 = 4 (уч.) – нужно перевести в 4 «В» класс.

Отвечая на вопрос пункта 2 *«Можно ли уравнять количество учеников в классах, если в 4 «Б» будет 26 учеников?»*, учащимся предстоит ответить на вопрос о возможности разделить на 3 без остатка значение суммы:

$$28 + 26 + 20.$$

Ответ на вопрос пункта 3 предусматривает подбор троек чисел, значения сумм которых делятся на 3 без остатка и с остатком.

В задании 226 предлагается составить задачу по рисунку. В основе задачи – равновесие разных групп одних и тех же предметов. Ответить на вопрос *«Сколько шариков уравновесят раковину?»* помогут, например, такие рассуждения: *«Массу раковины в шариках мы сможем узнать, установив, сколько шариков уравновесят кубик. Если заменить раковину на левых весах кубиком и четырьмя шариками, то четыре кубика будут весить столько же, сколько 16 шариков. Значит, один кубик весит четыре шарика, а раковина – восемь шариков».*

При выполнении задания 225 необходимо вспомнить действие сравнения дробей с одинаковыми знаменателями и изображение дробей на координатном луче. Так, например, для дробей 3/6 и 4/12 можно подобрать следующие дроби, отвечающие условиям задания:

$1/6 < 3/6 < 5/6$ и $2/12 < 4/12 < 9/12$.

Эти дроби удобно изобразить на координатном луче с единичным отрезком, равным 11 клеткам.

Урок 56. **Решение задач с помощью уравнений**

З а д а ч и   у р о к а:

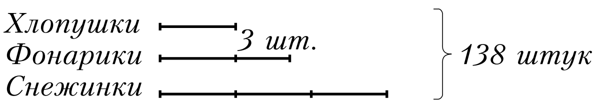
– рассмотреть способ решения задач с помощью составления уравнения;

– строить три проекции пирамиды при ее различном положении;

– преобразовывать и решать линейные уравнения;

– работать на координатных лучах с разными единичными отрезками.

На уроке учащиеся знакомятся с алгебраическим способом решения сложных задач, т. е. с помощью уравнений. В задании 228 содержится задача, которую сначала предстоит решить, выполняя последовательно арифметические действия, а затем – составив уравнение. При этом решение разными способами может выглядеть так:



Решение:

1) По условию видно, что в задаче пять одинаковых частей игрушек.

2) 138 – 3 = 135 (шт.) – сделали игрушек без 3 фонариков.

3) 135 : 5 = 27 (шт.) – сделали хлопушек.

Ответ: 27 хлопушек.

Эту же задачу удобно решить, составив уравнение. Рассуждения могут быть следующими:

Пусть сделали x хлопушек, тогда фонариков сделали $(x + 3)$ штук, а снежинок – $3x$ штук. Значит, всего сделали $x + (x + 3) + 3x$ игрушек. Известно, что всего сделано 138 игрушек. Можно составить уравнение:

$x + (x + 3) + 3x = 138$

$5x + 3 = 138$

$5x = 135$

$x = 135 : 5$

$x = 27$

Ответ: 27 хлопушек.

На развитие умения решать задачи алгебраическим способом направлено задание 232. Рассуждения, предваряющие составление уравнения, можно оформить аналогично заданию 228, а можно в виде краткой записи:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Яшма – 17 образцов}\\ \text{Кварц – } 6x \text{ образцов}\\ \text{Малахит – } x \text{ образцов}\end{array}\right\}\ \text{80 образцов}$$

Составить и решить уравнение к задаче не составит труда, поэтому задание можно рекомендовать для домашней работы.

На этом же уроке продолжается развитие пространственного мышления, когда по трем проекциям объемного тела (четырехугольной пирамиды) учащимся предстоит определить ее расположение (задание 229).

Кроме того, в задании 231 рассматриваются способы преобразования уравнений на основе применения свойств арифметических действий. Учащимся необходимо применить переместительное и сочетательное свойства сложения, распределительное свойство умножения относительно сложения (и вычитания), свойство деления суммы (разности) на число.

Задание 230 развивает навык работы на координатном луче. По чертежу учащиеся определят, что 1/4 единичного отрезка составляет 15 мм, или 1 см 5 мм. Значит, длина единичного отрезка равна 60 мм, или 6 см. Поэтому координаты точек, отмеченных на луче, будут следующими: H (1), M (2), L (1/3), R (1/2), P (3/4). В пункте 2 предлагается увеличить единичный отрезок в 2 раза, поэтому не все точки могут быть изображены на координатном луче, начерченном в ученической тетради.

Задание 233 направлено на развитие навыка определения количества цифр в значении частного, деления на однозначное число, продолжение последовательности числовых равенств в соответствии с выделенной закономерностью.

$768 : 2 = 384$, $768 : 4 = 192$, $768 : 8 = 96$,
$768 : 16 = 48$, $768 : 32 = 24$ и далее
$768 : 64 = 12$, $768 : 128 = 6$, $768 : 256 = 3$.

Это задание также можно рекомендовать для домашней работы.

Урок 57. **Деление на разрядную единицу**

Задачи урока:

– открыть способ деления многозначных «круглых» чисел на разрядные единицы;

– сравнить между собой структуры десятичной системы счисления, систем единиц измерения длины и массы;

– решать задачи с помощью уравнения;

– составлять и находить значения числовых выражений.

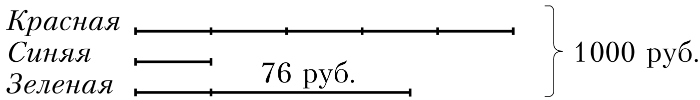
На этом уроке предстоит освоить деление многозначных круглых чисел на разрядные единицы и сформулировать правило выполнения этого действия. В задании 235 деление числа 50 000 на числа 10, 100, 1 000, 10 000 выполняется на основе ответа на вопрос: *«Сколько раз данная разрядная единица содержится в числе 50 000?»* По результатам выполненных действий в пункте 5 задания выводится правило, по которому рассматриваемый вид деления выполняется автоматически. Обобщение, которое делается в данном задании на основе индуктивных рассуждений, развивает *познавательные УУД*. Развитие навыка деления многозначных чисел на разрядные единицы продолжается в задании 238, ответить на вопросы которого учащиеся смогут, выполнив деление одного числа на другое.

Работа с разрядными единицами поможет при сравнении десятичной системы счисления и единиц измерения длины и массы в задании 237. В ходе выполнения задания учащиеся отметят, что все три сравниваемые системы похожи тем, что в большей единице содержится 10 (100, 1 000 и т.д.) более мелких единиц. Также дети наверняка заметят, что десятичная система счисления и система мер длины в большей степени похожи, чем система чисел и система мер массы.

При решении задачи 236 удобно составить уравнение. Для этого целесообразно оформить рассуждения в виде краткой записи условия задачи:

$$\left.\begin{array}{l}\textit{Красная} - 5x \text{ руб.}\\ \textit{Синяя} - x \text{ руб.}\\ \textit{Зеленая} - (x + 76) \text{ руб.}\end{array}\right\} 1000 \text{ руб.}$$

Также условие задачи можно оформить в виде схемы:



После этого составление и решение уравнения не составит труда.

Урок 58. **Деление на круглые числа**

Задачи урока:

– «открыть» способ деления многозначных чисел на круглые числа;

– решать логические задачи;

– решать задачи с помощью уравнений;

– выполнять действия с многозначными числами;

– составлять числовые выражения в соответствии с заданными условиями.

На уроке предстоит объединить умения делить многозначное число на однозначное число и на разрядную единицу для того, чтобы выполнять деление на круглые числа. В задании 239 после деления круглых чисел на разрядные единицы (пункт 1) учащимся предстоит изменять сначала делимые с целью изменения значений частных (пункт 2), затем – делители с той же целью (пункт 3). Учащиеся убедятся, что для того, чтобы значения частных уменьшились в 4 раза, нужно увеличить делители в 4 раза. Поэтому получатся следующие частные:

80 : 40, 20 000 : 400, 16 000 : 4 000, 40 000 : 40 000.

Вычислить значения этих частных и частных, содержащихся в пункте 4, учащиеся смогут, применив правило деления числа на произведение (задание 210). При этом развиваются следующие познавательные действия: анализ, рассуждение по аналогии, построение обобщающего вывода и др.

Продолжается работа над алгебраическим способом решения задач. В задании 241 предлагаются разные варианты оформления краткой записи задачи (схема и краткая запись) и разные варианты ее решения (арифметическими действиями и с помощью уравнения).

Задание 240 содержит логическую задачу, похожую по математическому смыслу на задачу 226 и полностью отличающуюся от нее по сюжету. Если в задаче 226 в основе лежало равновесие разных групп одних и тех же предметов, то в новой ситуации рассматривается одинаковый объем жидкости, вмещающейся в разные сосуды. Аналогия просматривается и в вопросе задачи. В первой задаче требовалось найти, сколько шариков уравновесят раковину. В новой задаче – сколько стаканов сока вмещается в кружку и сколько в кувшин. Из условия, что «в 1 кувшин, 3 кружки и 3 стакана вмещается столько же сока, сколько в 1 кувшин и 4 кружки» можно сделать вывод, что в одну кружку вмещается столько же сока, сколько в 3 стакана. А из условия, что «в 1 кувшин, 3 кружки и 3 стакана вмещается столько же сока, сколько в 2 кувшина и 6 стаканов», следует, что в один кувшин вмещается столько же сока, сколько в 6 стаканов. Прийти к этим выводам помогут действия, выполняемые при решении уравнений с применением свойств равенств.

Решение:

На основе равенства вместимостей нескольких сосудов получим следующее равенство:
1 кувшин + 3 кружки + 3 стакана = 1 кувшин + 4 кружки.
Вычтем из обеих частей вместимость 1 кувшина и 3 кружек. Получим, что 3 стакана = 1 кружка.

Из второго условия задачи получим следующее равенство:
1 кувшин + 3 кружки + 3 стакана = 2 кувшина + 6 стаканов.

Вычтем из обеих частей вместимость 1 кувшина, а вместимость 1 кружки заменим вместимостью 3 стаканов. Получим: 9 стаканов + 3 стакана = 1 кувшин + 6 стаканов.
Вычтем из обеих частей вместимость 6 стаканов:
6 стаканов = 1 кувшин.

В задании 242 предстоит вычислить значения разностей многозначных чисел с разным количеством переходов через разряды. В предложенных выражениях уменьшаемое остается постоянным, а меняются лишь вычитаемые. Благодаря этому при вычитании чисел выполняется разное количество переходов через разряды (от одного до трех). Учащимся предлагается составить разности с еще большим количеством переходов через разряды. Это задание рассчитано на выполнение в малой группе, когда дети могут распределить работу, обговорить процесс решения, т. е. задание способствует развитию *коммуникативных действий*.

Учитывая изученные и повторенные на уроке действия, в качестве домашнего задания можно порекомендовать задание 1 (выборочно) на с. 140 и задание 5 на с. 141.

Урок 59. **Деление на двузначное число**

Задачи урока:

– рассмотреть способ деления на двузначное число подбором;

– выполнять деление на разрядные единицы;

– решать задачи с помощью уравнений.

На этом уроке предстоит рассмотреть ситуации, в которых делители невозможно представить в виде произведения однозначных множителей. В задании 243 рассмотрено деление трехзначного числа на двузначное, при котором в частном получается однозначное число. Это число можно определить подбором, варианты которого рассмотрены в задании. Наиболее рациональным является, конечно, подбор по последней цифре (вариант Олега). При этом используется таблица умножения (при подборе цифры частного) и навык умножения (при проверке подобранного числа). Для развития умения находить значение частного подбором можно использовать и задание 1 на с. 140 (выборочно).

Деление на разрядные единицы рассматривается в задании 245. Новым для учащихся станет то, что в некоторых случаях деление выполняется с остатком.

В задании 244 предлагается не только решить задачу, но и сравнить способы решения. Так же, как и в предыдущих случаях, в этой задаче можно по-разному оформить краткую запись (схема или краткая запись) и соответственно решить задачу (арифметически и алгебраически). Приведем один из вариантов.

Решение:

Пусть на пирог истратили x *г* муки

$$\left.\begin{array}{l} \text{Пряники} - (3x)\text{ г} \\ \text{Печенье} - (x + 200)\text{ г} \\ \text{Пирог} - x\text{ г} \end{array}\right\}\ 1\text{ кг }400\text{ г }(1\,400\text{ г})$$

1) Составим и решим уравнение.

$3x + (x + 200) + x = 1\ 400$

$5x + 200 = 1\,400$

$5x = 1\,200$

$x = 1\,200 : 5$

$x = 240$

240 г муки истратили на пирог.

2) 240 + 200 = 440 (г) – муки истратили на печенье.

3) 240 · 3 = 720 (г) – муки истратили на пряники.

Ответ: 240 г муки истратили на пирог, 440 г муки – на печенье и 720 г муки – на пряники.

После решения задачи полезно провести устную проверку полученных результатов, равна ли их сумма 1 кг 400 г. В качестве домашнего задания можно рекомендовать задачу 4 (б) со с. 141.

Условие задания 246 позволяет заменять нулями или убирать различные цифры в предложенном выражении для достижения заданного результата. Поэтому решение может выглядеть так:

$$\begin{array}{r} 11 \\ +\ 9 \\ \hline 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10\,001 \\ +\ 9\,999 \\ \hline 20\,000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\,101 \\ +\ 9\,009 \\ \hline 10\,110 \end{array}$$

Так как при выполнении задания предстоит выполнить множество проб, то его можно рекомендовать для внеклассной работы.

Урок 60. **Округление при делении**

Задачи урока:

– рассмотреть способ деления многозначных чисел на двузначные с помощью округления делимого и делителя;

– применять вычисления для решения задач и выяснения истинности равенств;

– решать логическую задачу.

На этом уроке учащиеся познакомятся с еще одним способом подбора значения частного при делении трехзначного числа на двузначное – с помощью округления делимого и делителя. В задании 247 этот способ подробно рассмотрен в случаях, когда при округлении делимого и делителя прикидка показывает одно значение частного (в пункте 1 – маленький остаток при делении) или два значения частного (в пункте 4 – большой остаток при делении). Отработка этой операции очень важна для письменного выполнения деления. Поэтому ей уделяется значительное внимание как на этом уроке, так и в дальнейшем. Выполнить деление с помощью округления учащимся предстоит в пунктах 2 и 5 задания 247.

Развитие вычислительных навыков предусмотрено и при выполнении других заданий на уроке. Так, в задании 248 получение информации о коллекции Русского музея в Санкт-Петербурге требует умножения пятизначного и двузначного чисел. В задании 250 все четыре арифметических действия предстоит выполнить для проверки верности числовых равенств.

Также для работы в классе или для домашней работы можно порекомендовать задания 3, 4 (а), 6 на с. 140–141. Задание 3 содержит информацию об изменении компонентов или результата действия деления (в табличной форме) и будет очень полезно в период активной работы с этим действием, так как требует установления воздействия изменения компонентов на результат, или обратно.

Задание 249 можно охарактеризовать как сложную логическую задачу с большим количеством связей между данными и промежуточными результатами. Поэтому его выполнение целесообразно рекомендовать для внеклассной работы.

Задача решается с помощью рассуждений о возможности наполнения ваз водой. Рассмотрим, например, вазу 1. Она может быть только пустой, т.к. на разных ее изображениях виден низкий, средний и высокий уровни воды других ваз. Поэтому в вазе 4 – средний уровень воды, в вазе 3 – низкий уровень, что видно по рисункам ваз 1 и 3 и т.д.

Заполненная таблица может выглядеть так:

Номер вазы	1	2	3	4	5	6
Уровень воды	п.	в.	н.	с.	с.	в.

Таким образом, на уроке продолжается работа по использованию ранее изученного материала для открытия новых способов выполнения действий (округление чисел при их делении), работа с разными источниками информации (текст, схема, чертеж, таблица), что способствует развитию *познавательной деятельности учащихся*.

Урок 61. **Деление на трехзначное число**

Задачи урока:

– применять округление делимого и делителя при выполнении деления на трехзначное число;

– находить разные решения текстовой задачи при изменении ее вопроса;

– работать с плоскостными и пространственными геометрическими объектами.

На этом уроке умение округлять числа предстоит применить при делении многозначных чисел на трехзначные. В задании 251 подобраны выражения, значениями которых являются однозначные числа. При нахождении значения частного учащиеся выполняют промежуточные действия, отработке которых были посвящены предыдущие уроки: определение количества цифр в частном, округление чисел, проверка правильности подбора значения частного по последним цифрам делимого и делителя, проверка деления умножением. Развитие навыка деления на трехзначное число предусмотрено в пункте 2 этого задания.

При решении задачи задания 252 также необходимо выполнение вычислений с многозначными числами. Особенность задачи пункта 1 в том, что для ее решения нужно ответить на вопрос: *«Сколько картофеля останется на поле?»* Поэтому решение может выглядеть так:

1) 1 500 · 9 = 13 500 (кг) – картофеля вывезла первая машина.

2) 1 500 · 2 = 3 000 (кг) – картофеля вывозила за 1 рейс вторая машина.

3) 3 000 · 8 = 24 000 (кг) – картофеля вывезла вторая машина.

4) 13 500 + 24 000 = 37 500 (кг) – картофеля вывезли две машины.

5) 43 500 – 37 500 = 6 000 (кг) – картофеля останется на поле.

Ответ: 6 000 кг картофеля останется на поле.

Возможно, некоторые учащиеся для ответа на вопрос задачи составят числовое выражение

$$43\,500 - (1\,500 \cdot 9 + 1\,500 \cdot 2 \cdot 8).$$

Отвечая на вопрос пункта 2, необходимо определить, значения каких данных в задаче можно менять, а какие останутся неизменными. Эту работу целесообразно провести в группах с дальнейшим представлением результата и обсуждением. Решения могут быть, например, такие:

– так как останется перевезти 6 000 кг картофеля, то первой машине нужно сделать еще 4 рейса;

– второй машине достаточно сделать еще 2 рейса;

– дополнительно можно сделать первой машине 2 рейса, а второй – 1 рейс;

– не меняя количества рейсов, второй машине достаточно перевозить на 750 кг картофеля больше за один рейс и т.д.

Для выяснения вопроса, верны ли числовые равенства, в задании 253 не нужно производить вычислений (в отличие от задания 250). Знание свойств выполнения действий (вычитание суммы из числа, деление суммы на число) поможет найти ответ. Проверить свои утверждения с помощью вычислений учащиеся могут самостоятельно дома.

Задания 254 и 255 направлены на развитие пространственного мышления. В задании 254 предстоит работа по конструированию заданных фигур из деталей танграма. В задании 255 предлагается начертить три проекции конуса, а затем на основе сравнения проекционных изображений конуса и пирамиды выполнить чертеж четырехугольной пирамиды. Необходимо заметить, что определение вида пирамиды (четырехугольная, с квадратом в основании) достаточно сложно. Поэтому при выполнении этого задания можно использовать модели пирамид.

Для домашней работы можно рекомендовать задание 11 на с. 143.

Урок 62. **Письменное деление на двузначное число**

Задачи урока:

– выполнять письменное деление многозначных чисел с получением в результате двузначного числа;

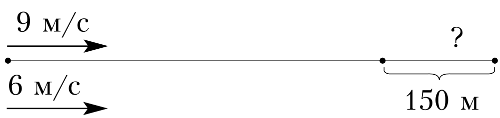
– решать текстовые задачи на разные виды движения;

– решать уравнения разными способами.

До сих пор деление на двузначные и трехзначные числа выполнялось с помощью разных частных способов. На этом и последующих уроках предстоит освоить деление многозначных чисел «уголком», применяя ранее освоенные навыки при выполнении промежуточных действий. В задании 256 подробно рассмотрена последовательность действий при делении на двузначное число. Учащиеся убедятся в том, что многие ранее изученные действия (определение количества цифр в частном, округление делимого и делителя для определения цифры частного, проверка деления умножением) необходимы для выполнения письменного деления. Для закрепления рассмотренного действия предназначены не только выражения пункта 2 этого задания. Также можно использовать задание 1 со с. 140.

Задание 258 содержит две задачи на движение, которые учащимся предстоит сравнить. Анализ задач поможет найти их решения.

а)



Решение:

1) 9 – 6 = 3 (м/с) – скорость удаления.

2) 150 : 3 = 50 (с) – время, через которое расстояние между мальчиками составит 150 м.

Ответ: 50 секунд.

Возможно, учащиеся предложат решить задачу с помощью уравнения.

Решение:

Пусть через x с расстояние между мальчиками станет 150 м. Один мальчик пробежит за это время $6x$ м, а другой – $9x$ м. Можно составить уравнение:

$9x - 6x = 150$

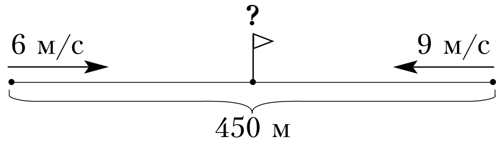
$3x = 150$

$x = 150 : 3$

$x = 50$

Ответ: 50 секунд.

б)



Решение:

1) 9 + 6 = 15 (м/с) – скорость сближения.

2) 450 : 15 = 30 (с) – время, через которое мальчики встретятся.

Ответ: 30 секунд.

В задании 257 предлагается решить как уже знакомые линейные уравнения, так и те, с которыми учащиеся еще не встречались (неполные квадратные). Последние вполне можно решить подбором значений корней. Важной частью задания является выяснение, как можно проверить, является ли число корнем уравнения.

Как видим, на данном уроке большое внимание прежде всего уделяется развитию умения проводить обобщения на основе анализа и сравнения (*познавательные УУД*). Использование ранее изученных действий для построения обобщенного алгоритма деления, анализ текстов задач, поиск способа решения незнакомых уравнений – все эти действия развивают общие приемы решения разнообразных математических задач.

Урок 63. **Письменное деление на трехзначное число**

Задачи урока:

– распространить прием письменного деления на трехзначные числа;

– определять масштаб изображения;

– находить площади фигур сложной формы;

– сравнивать и решать задачи одинакового математического содержания, но с разными сюжетами;

– работать со столбчатой диаграммой.

Урок целесообразно начать с выполнения задания 259, в котором предстоит распространить прием письменного деления на случаи деления многозначных чисел на трехзначные. Можно также использовать задание 1 со с. 140.

Анализу и сравнению задач посвящено задание 261. Учащимся предстоит выявить одинаковое математическое содержание двух задач при полном отличии их сюжетов и числовых данных. Сходство задач проявится при их решении.

а) Решение:

1) 18 – 14 = 4 (ящ.) – на столько ящиков продали больше во второй день.

2) 132 : 4 = 33 (кг) – груш в одном ящике.

3) 33 · 14 = 462 (кг) – груш было продано в первый день.

4) 33 · 18 = 594 (кг) – груш было продано во второй день.

Ответ: 462 кг и 594 кг.

б) Решение:

1) 9 – 4 = 5 (ч) – на столько часов больше первый автомобиль был в пути.

2) 320 : 5 = 64 (км/ч) – скорость автомобилей.

3) 64 · 9 = 576 (км) – проехал первый автомобиль.

4) 576 – 320 = 256 (км) – проехал второй автомобиль.

Ответ: 576 км и 256 км.

Разные способы решения, которые предлагается найти во 2 пункте задания, касаются определения величин в 3 и 4 действиях задачи. Более наглядно выявить сходство математического смысла приведенных задач помогут их краткие записи в табличной форме.

А)

	Масса груш в 1 ящике	**Кол-во ящиков**	**Масса груш в ящиках**
1 день	? одинакова	14	**?**
2 день	?	18	**?**, на 132 кг больше

Б)

	Скорость	**Время**	**Расстояние**
1 автомобиль	? одинакова	9 ч	**?**
2 автомобиль	?	4 ч	**?**, на 320 км больше

Задание 260 возвращает к понятию «масштаб» и умению находить площадь фигуры сложной формы. Измерение клетки на чертеже в учебнике и клетки в тетради приведет учащихся к выводу, что изображение фигур дано в масштабе 1 : 2. Повторение чертежей в тетради в натуральную величи-

ну подскажет способ рационального нахождения площадей фигур сложной формы (вазы). Учащиеся могут использовать деление каждой фигуры на части и перестроение получившихся частей. При этом симметрия фигур (без применения этого термина) может использоваться или нет. В результате получатся следующие значения.

Решение:

S_1 = 3 кв. см + 6 кв. см + 75 кв. мм = 9 кв. см 75 кв. мм

S_2 = 1 кв. см 50 кв. мм + 1 кв. см + 75 кв. мм =
= 3 кв. см 25 кв. мм

S_3 = 2 кв. см + 4 кв. см + 8 кв. см + 1 кв. см 75 кв. мм =
= 15 кв. см 75 кв. мм

На уроке также предстоит продолжить работу со столбчатой диаграммой (задание 263). Сложность задания в том, что на диаграмме не дана цена деления вертикальной шкалы. Учитывая, что три столбика общей высотой 18 клеток изображают 252 игрушки, находим, что одна клетка изображает 14 игрушек (252 : 18 = 14). Узнать, сколько игрушек сделал каждый класс, теперь не составит труда. Нетрудно будет ответить и на вопрос о количестве дополнительных игрушек (пункт 2).

Задачу 262 можно рекомендовать для домашнего выполнения.

Решение:

1) 260 · 15 = 3900 (м) – прошел Саша до того момента, когда выбежал Шарик.

2) 310 – 260 = 50 (м/мин) – скорость сближения Саши и Шарика.

3) 3900 : 50 = 74 (мин) – через столько минут Шарик догонит Сашу.

Чтобы ответить на вопрос *«Какое время будет на часах в тот момент, когда Шарик догонит Сашу?»*, нужно выполнить следующие действия:

8 ч + 15 мин. + 74 мин. = 9 ч 29 мин.

Уроки 64–65. **Письменное деление многозначных чисел**

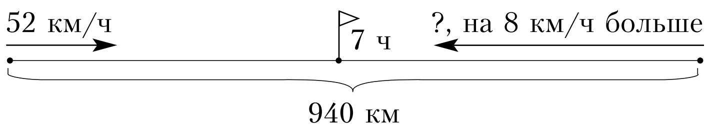
Задачи уроков:
- развивать навык деления многозначных чисел;
- решать задачи на работу и на разные виды движения;
- находить площади сложных фигур;
- работать с числами разных нумераций и величинами.

Развитию навыка деления на этих уроках посвящены задания 267 и 270.

В задании 265 приведена задача, очень напоминающая задачу 261. Это сходство станет очевидным при краткой записи задачи в виде таблицы.

	Производительность	Время	Разгружено груза
1 кран	? одинакова	8 ч, на 3 часа дольше	?, на 27 т больше
2 кран	?	? ч	?

В задании 271 предлагается задача на встречное движение. Выполнение чертежа поможет осознать особенность этой задачи (разное время выхода поездов) и найти ее решение.



Решение:

1) $52 + 8 = 60$ (км/ч) – скорость второго поезда.

2) $60 \cdot 7 = 420$ (км) – прошел второй поезд до встречи.

3) $940 - 420 = 520$ (км) – прошел до встречи первый поезд.

4) $520 : 52 = 10$ (ч) – находился в пути первый поезд.

Ответ: 10 ч находился в пути первый поезд.

Изменение данных, о котором говорится в пункте 2, увеличит время нахождения в пути первого поезда на 5 часов.

Несложная задача на движение, приведенная в задании 266, позволяет не только развивать умение решать задачи, используя зависимости между параметрами движения, но и повторить преобразования единиц времени.

Решение:

1) 1 мин. 40 с = 100 с.

2) 700 : 100 = 7 м/с – скорость спортсмена.

3) 30 мин = 1800 с.

4) 1 800 · 7 = 12 600 (м) = 12 км 600 м – пробежит спортсмен за 30 мин.

Ответ: 12 км 600 м пробежит спортсмен.

Нахождению зависимостей между единицами измерения времени посвящено и задание 272.

Задания 264 и 273 направлены на развитие конструктивных навыков, умения выполнять чертеж по описанию и находить площадь фигуры сложной формы.

В задании 269 предлагается работа с разными нумерациями на основе исторической информации. Кроме того, в ходе выполнения задания производятся вычисления с многозначными числами.

Подбору чисел, удовлетворяющих неравенствам, посвящено задание 268. Так, для неравенства $a + b > a \cdot b$ подходят пары чисел 1 и 2, 1 и 3, 1 и 4 и т.д. Следует подробно обсудить результат подбора пар чисел в этом случае и в следующем. Для неравенства $a : b = a \cdot b$ подходят пары чисел 2 и 1, 3 и 1 и т.д.

Урок 66. **Систематизация и обобщение материала по теме «Деление многозначных чисел»**

З а д а ч и у р о к а:

– совершенствовать вычислительные навыки;
– составлять и решать задачи;
– преобразовывать единицы измерения разных величин.

Для этого урока предназначен материал раздела «Проверь себя» на с. 140–143. Если некоторые задания уже использовались для работы в классе или дома, то на уроке следует рассмотреть оставшийся материал, например, задания 7, 8, 9, 10.

Урок 67. **Контрольная работа по теме «Деление многозначных чисел»**

II ПОЛУГОДИЕ

Примерное распределение часов по темам

Объем и его измерение	17 часов
Действия с величинами	15 часов
Положительные и отрицательные числа	11 часов
Числа класса миллионов	16 часов
Резерв	10 часов
	69 часов

Уроки 68–84
Объем и его измерение

В этой теме работа с величиной «объем» продолжается в соответствии с уже известным по работе с другими величинами алгоритмом. Учащимся предстоит разделять фигуры на плоские и объемные, сравнивать объемы предметов на основе визуального анализа, вычислять объем пространственных фигур с помощью различных мерок (кубы разного размера), познакомиться с единицами измерения объема и соотношениями между ними. Кроме того, будет выведена формула вычисления объема прямоугольной призмы (прямоугольного параллелепипеда) по трем линейным измерениям призмы, а также производная от нее формула вычисления объема по площади основания и длине бокового ребра призмы. Выведенные формулы предстоит применить для решения различных задач на нахождение объемов пространственных фигур и объектов.

В ходе изучения темы продолжается работа по совершенствованию навыка решения текстовых задач. Ведется поиск разных способов решения (как алгебраических, так и арифметических); составляются и решаются обратные задачи; сравниваются и решаются задачи, содержащие дробные числа (нахождение части числа, нахождение числа по его части); для поиска самого рационального решения некоторых задач используется прямая пропорциональная зависимость между величинами; рассматриваются логические задачи.

С целью совершенствования вычислительных навыков находятся значения различных числовых выражений, производятся изменения числовых выражений в соответствии с условиями задачи, восстанавливаются деформированные числовые равенства.

Кроме того, развиваются навыки решения сложных уравнений, преобразования величин с помощью разных единиц измерения, совершенствуются умения вычислять площади плоских фигур, в том числе с использованием масштаба, конструировать пространственные фигуры. При выполнении заданий используются диаграммы (линейная и круговая).

Урок 68. **Плоские и объемные фигуры**

Задачи урока:
- актуализировать понятия плоской и объемной фигур;
- выполнять деление многозначных чисел;
- решать текстовые задачи разными способами;
- решать логические задачи.

Первый урок по теме начинается с актуализации понятий «плоская фигура» и «объемная фигура». Этому способствует классификация фигур, изображенных в задании 275.

На уроке уделяется внимание развитию навыку деления многозначных чисел на разрядные единицы, круглые числа, двузначные и трехзначные числа (задание 277).

Поиску разных способов решения задачи посвящено задание 276. Если не обнаружить в тексте задачи лишние данные, то решение будет выглядеть следующим образом.

Решение:

1) $980 \cdot 3 = 2\,940$ (кг) – собрали со второго участка.
2) $2\,940 + 980 = 3\,920$ (кг) – собрали с двух участков.
3) $3\,920 : 5 = 784$ (кг) – разложили в мешки.
4) $784 : 16 = 49$ (кг) – картофеля в одном мешке.
5) $2\,940 : 49 = 80$ (шт.) – всего мешков.

Ответ: 80 мешков.

Продолжение задания указывает на то, что задачу можно решить с помощью одного действия (пункт 2), и призывает изменить текст задачи. В результате может получиться следующая задача: *«С двух участков собрали картофель. Пятую часть всего картофеля разложили поровну в 16 мешков. Сколько таких мешков понадобится, чтобы разложить весь картофель?»*

В задании 278 предстоит восстанавливать числа методом подбора, поэтому его следует выполнять в парах или малых группах. В результате получатся следующие равенства:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r}482\\ 72\\ \hline\end{array}\\ +\begin{array}{r}964\\ 3374\;\\ \hline 34704\end{array}\end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\begin{array}{r}634\\ 37\\ \hline\end{array}\\ +\begin{array}{r}4438\\ 1902\;\\ \hline 23458\end{array}\end{array}$$

Задание 279 удобно решать с помощью схематических изображений яблок, разделенных на 2 или 3 части.

Как видим, на этом уроке развиваются многие *познавательные действия* (анализ информации, представленной в графической, текстовой и знаковой формах; классификация объектов по самостоятельно выделенному признаку, моделирование при решении логической задачи, поиск рационального решения и др.).

Урок 69. **Геометрические величины**

Задачи урока:

– выявить величины, характеризующие известные геометрические фигуры;

– преобразовывать единицы измерения геометрических величин;

– решать задачи и составлять обратные к ним.

Перед тем как рассмотреть понятие «объем геометрического тела», полезно актуализировать знания об известных детям величинах. В задании 280 предусмотрена классификация изображенных фигур по самостоятельно выделенному признаку. Внимание акцентируется на деление всех изображенных фигур на фигуры, характеризующиеся протяженностью («имеющие длину»), и фигуры, занимающие часть плоскости («имеющие площадь»). В пункте 5 задания повторяется навык вычисления площади прямоугольного треугольника и прямоугольника.

Задание 281 содержит деформированные равенства с разными значениями длины и площади, выраженными в различных единицах измерения. Учащимся предстоит преобразовать указанные величины.

Задача 282 сформулирована в косвенной форме. Разобраться в формулировке задачи, найти ее решение, а затем составить обратные задачи поможет краткая запись в форме таблицы.

<table>
<tr><th></th><th>Пассажиров в одном вагоне</th><th colspan="2">Количество вагонов</th><th>Число пассажиров</th></tr>
<tr><td>Купейные</td><td>36 чел.</td><td>?</td><td rowspan="2">?</td><td>324 чел.,
в 2 раза больше</td></tr>
<tr><td>Плацкартные</td><td>54 чел.</td><td>?</td><td>?</td></tr>
</table>

Решение:
1) 324 : 2 = 162 (чел.) – едут в плацкартных вагонах.
2) 324 : 36 = 9 (шт.) – купейных вагонов.
3) 162 : 54 = 3 (шт.) – плацкартных вагонов.
4) 9 + 3 = 12 (шт.) – вагонов в поезде.
Ответ: 12 вагонов.

Так как в задаче четыре числовых данных, то к ней можно составить четыре обратные задачи. Например, такие:

1) В поезде, состоящем из 12 вагонов, 324 человека едут в купейных вагонах, а остальные – в плацкартных. Во сколько раз в купейных вагонах пассажиров больше, чем в плацкартных, если в купейном вагоне 36 мест, а в плацкартном – 54?

2) В поезде, состоящем из 12 вагонов, 324 человека едут в купейных вагонах. Это в 2 раза больше, чем пассажиров в плацкартных вагонах. Сколько мест в плацкартном вагоне, если в купейном вагоне 36 мест?

3) В поезде, состоящем из 12 вагонов, 324 человека едут в купейных вагонах. Это в 2 раза больше, чем пассажиров в плацкартных вагонах. Сколько мест в купейном вагоне, если в плацкартном – 54 места?

4) В поезде, состоящем из 12 вагонов, в купейных вагонах едет в 2 раза больше пассажиров, чем в плацкартных. Сколько пассажиров едут в купейных вагонах, если в купейном вагоне 36 мест, а в плацкартном – 54?

Первые три задачи можно решить арифметическим способом, а последняя задача может быть решена с помощью уравнения, причем достаточно сложного ($x/54 + 2x/36 = 12$).

Решение уравнений такого типа не предусмотрено программой, поэтому задачу с таким набором данных и искомым достаточно лишь составить.

При решении задачи 282 необходимо выполнить разные арифметические действия, в том числе деление на двузначное число. Выполнение вычислений предусмотрено и в заданиях 284 и 285. Кроме того, в задании 284 предлагается преобразовать данные суммы в соответствии с условием задания.

Из комментария к заданиям и содержания самих заданий понятно, что на этом уроке большое внимание уделяется развитию аналитико-синтетических способностей (*познавательные УУД*): анализ и воспроизведение графического объекта (координатный луч), восстановление деформированных равенств на основе анализа имеющихся данных (единицы измерения длины и площади), изменение числовых выражений в соответствии с заданием и составление задач, обратных данной.

Уроки 70–71. **Объемные тела и их развертки**

Задачи уроков:

– конструировать объемные тела (прямоугольную призму и четырехугольную пирамиду) по их разверткам;

– решать задачи на нахождение площадей прямоугольников (сюжетные и геометрические);

– использовать понятие «масштаб»;

– решать уравнения разными способами;

– составлять, преобразовывать, восстанавливать числовые выражения.

Значительную часть этих уроков занимает практическая работа по конструированию объемных тел. В заданиях 286 и 291 даны развертки прямоугольной призмы (прямоугольного параллелепипеда) и четырехугольной пирамиды. Учащимся предстоит выполнить чертежи этих разверток в указанном масштабе и собрать модели призмы и пирамиды.

Работе с плоскими геометрическими фигурами, в частности с прямоугольниками, посвящены задания 288 и 290. В задаче 288 предлагается изобразить прямоугольники, о которых идет речь в тексте, в масштабе. Благодаря разнообразию чертежей и получившемуся результату учащиеся смогут ответить на вопрос пункта 3, что площадь оставшейся части не зависит от расположения цветника.

Для записи длины отрезков, изображенных в задании 290, можно использовать дециметры, сантиметры и миллиметры. Значение площади прямоугольника, вычисленное с помощью измеренных отрезков, также можно выразить в разных единицах. В результате измерений и вычислений получатся следующие значения площади:

S = 10 625 кв. мм = 106 кв. см 25 кв. мм =

= 1 кв. дм 6 кв. см 25 кв. мм

В задании 292 повторяются свойства равенств при решении несложных уравнений. Так, при решении уравнений второго столбика пункта 1 применяются свойства о вычитании одного и того же числа из обеих частей верного равенства (уравнения) и о делении обеих частей верного равенства. Аналогично решаются и уравнения пункта 3. При этом учащиеся выполняют множество действий с многозначными числами: сложение и вычитание, деление на однозначное, двузначное и трехзначное числа.

В задании 287 предлагается дополнить два данных числа третьим так, чтобы можно было составить верные равенства. В результате получатся следующие равенства:

$$792 : 264 = 3$$
$$792 \cdot 264 = 209\ 088$$
$$792 + 264 = 1056$$
$$792 - 264 = 528.$$

Значительное количество проб предстоит сделать при подборе чисел в задании 289. В результате учащиеся восстановят подробную запись вычисления частных $988 : 38 = 26$ и $4\,042 : 86 = 47$.

В задании 294 предлагается вычислить значение суммы с пятью переходами через разряд. Дальнейшие изменения слагаемых в соответствии с условием задачи продемонстрируют понимание сути выполняемых действий.

При ответе на вопросы задания 293 дети придут к выводам:

а) крестьянин не выиграл во времени, а проиграл по сравнению с тем, если бы он шел пешком;

б) на волах крестьянин проехал столько же времени, сколько шел пешком.

Для ответа на третий вопрос пункта 2 предстоит решить задачу на нахождение времени. Эту задачу можно решить подбором, а можно составить и решить уравнение. Обозначив буквой x расстояние, которое крестьянин проедет на волах, получим уравнение: $36 : 4 = x : 2 + (36 - x) : 8$. Уравнение можно решить, умножив обе части на число 8.

Как видим, на этих уроках продолжается развитие *познавательных действий*: анализа и синтеза, схематизации и моделирования, поиска разных способов выполнения задания. Большое внимание уделяется развитию пространственного воображения и навыка конструирования.

Урок 72. **Объем тела**

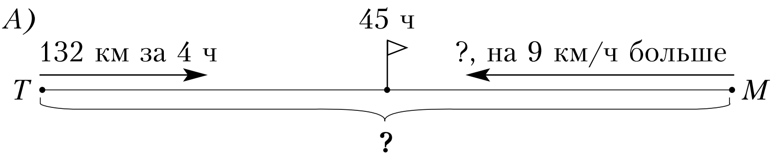
Задачи урока:

- познакомиться с понятием «объем тела»;
- проводить сериацию тел по объему;
- решать задачи и составлять к ним обратные;
- выполнять практическую работу с плоскими фигурами.

На уроке актуализируется внимание на понятии «объем тела». Хотя и раньше пространственные геометрические фигуры называли объемными, объем тела не рассматривался как величина. В задании 295 даны предметы, похожие на известные детям объемные тела (шар, цилиндр, конус, призма, полушар), и выясняется смысл понятия «объем тела». В задании 296 необходимо упорядочить коробки, имеющие форму прямоугольных призм, по величине, а также сравнить по величине объемы призмы (прямоугольного параллелепипеда) и пирамиды, построенных ранее в заданиях 286 и 291. Результаты сравнения могут быть разными, так как чертежи разверток могли быть выполнены в разном масштабе (1 : 2 или 1 : 3).

В задании 297 предлагаются две задачи, при сравнении текстов которых предстоит выяснить, являются ли они обратными. Вывод о том, что эти задачи не являются обратными, можно сделать, анализируя данные и вопросы задач. Решение задач подтвердит это предположение.

А)



Решение:

1) 132 : 4 = 33 (км/ ч) – скорость ташкентского поезда.

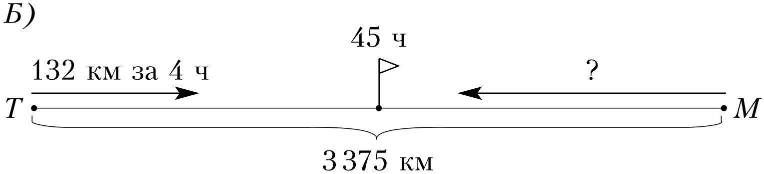
2) 33 + 9 = 42 (км/ ч) – скорость московского поезда.

3) 33 + 42 = 75 (км/ ч) – скорость сближения поездов.

4) 75 · 45 = 3 375 (км) – расстояние между Москвой и Ташкентом

Ответ: 3 375 км.

Б)



Решение:

1) 3375 : 45 = 75 (км/ ч) – скорость сближения.

2) 132 : 4 = 33 (км/ч) – скорость ташкентского поезда.

3) 75 – 33 = 42 (км/ч) – скорость московского поезда.

Ответ: 42 км/ч.

Задача, о которой говорится в пункте 3, может быть обратной к задаче а) или к задаче б). Например, задача, обратная первой из предложенных в учебнике, может быть такой: *«Расстояние между Москвой и Ташкентом 3 375 км. Из этих городов одновременно вышли два поезда. Ташкентский поезд проходит 132 км за 4 ч, а скорость московского поезда на 9 км/ч больше. Через сколько часов поезда встретятся?»*

Задания 298, 299 и 300 направлены на повторение ранее изученного материала и могут быть рекомендованы для домашней работы.

Как видно из комментария к заданиям, на уроке развиваются такие *познавательные действия*, как сравнение и сериация (задания 295 и 296), моделирование при составлении чертежей (задание 297) и составление обратной задачи (анализ и синтез), установление причинно-следственных связей при определении площадей фигур, получившихся в результате конструирования (задание 300).

Урок 73. **Мерки для измерения объема**

Задачи урока:

– рассмотреть возможности измерения объема с помощью мерок разной формы;

– измерять объем с помощью мерок формы куба разного размера;

– сравнивать и решать задачи;

– работать с круговой диаграммой;

– находить значения сложных выражений и частных многозначных чисел.

На уроке от визуального сравнения объемов тел переходим к измерению объема тела с помощью различных мерок. В задании 301 в качестве мерок для измерения объема прямоугольной коробки предлагаются знакомые пространственные фигуры – шар, цилиндр, конус, куб и пирамида. Детям предстоит выбрать из предложенных фигур в качестве мерки те, которые бы плотно (без зазоров) заполнили пространство коробки. Эта ситуация аналогична выбору мерок для измерения площади плоской фигуры (задание 8, учебник 3 класса, 1 часть). При мысленной прикидке наверняка останутся куб и пирамида. Во второй части задания предлагается измерить размеры и объем одной и той же коробки с помощью кубов разного размера. В изображенной коробке помещается 12 кубов с длиной ребра 2 см и 96 кубов с длиной ребра 1 см. Соответственно длина, ширина и высота коробки равны 6 см, 4 см и 4 см. Как видим, это задание не только готовит учащихся к знакомству с меркой измерения объемов тел, но и развивает пространственное мышление.

Так же, как и на прошлом уроке, в задании 302 учащимся предлагаются для сравнения две задачи, разные по сюжету, но схожие по математическому смыслу. Вторая задача явно сложнее первой, так как предусматривает выполнение на одно действие больше.

А) Решение:

1) $840 : 10 = 84$ (кг) – масса гвоздей в 1 ящике.

2) $672 : 84 = 8$ (шт.) – количество ящиков.

Ответ: 8 ящиков.

Б) Решение:

1) $540 : 30 = 18$ (кг) – масса яблок в 1 ящике.

2) $18 + 4 = 22$ (кг) – масса яблок в 1 ящике при увеличении массы.

3) $22 \cdot 42 = 924$ (кг) – масса яблок.

Ответ: 924 кг.

При выполнении задания 305 предстоит интерпретировать информацию, содержащуюся в круговой диаграмме. По диаграмме видно, что солнечные дни занимают 1/6 от всего периода наблюдений (90 дней), то есть 15 дней. Пасмурные дни составляют 2/6, т.е. 30 дней. Дни с переменной облачностью составляют половину, т.е. 45 дней. Для нахождения количества снежных дней нужно найти значение числового выражения $30 + 1/3 \cdot 45$. В пункте 3 предлагается начать сбор информации для составления диаграммы, аналогичной данной. Таким образом, при выполнении задания учащиеся учатся понимать, преобразовывать, собирать, фиксировать и представлять информацию.

Задания 303 и 304 направлены на развитие вычислительных навыков.

Урок 74. **Единицы измерения объема**

Задачи урока:

– познакомиться с кубическими единицами;
– применять кубические единицы для измерения объема;
– решать задачу разными способами;
– преобразовывать числовые выражения.

На прошлом уроке куб был выбран наиболее удобной меркой для измерения объемов. На данном уроке куб с длиной ребра 1 см рассматривается как единица измерения объемов (задание 306). Аналогично рассматриваются и другие кубические единицы. Возвращаясь к заданию 301, можно сделать вывод о том, что объем коробки равен 96 куб. см.

В задании 308 предлагается найти разные способы для решения задачи. Так, подбирая числа в качестве результатов задачи, можно рассуждать следующим образом: *«Пусть у Маши 1 курица и 34 кролика. Тогда у животных*

$2 + 34 \cdot 4 = 2 + 136 = 138$ ног.

Если у Маши 18 кур и 17 кроликов, то у них

$18 \cdot 2 + 17 \cdot 4 = 36 + 68 = 104$ ноги.

Если у Маши 19 кур и 16 кроликов, то у них

$19 \cdot 2 + 16 \cdot 4 = 38 + 64 = 102$ ноги.

Мы видим, что с каждым следующим шагом (увеличение количества кур и уменьшение количества кроликов) количество ног уменьшается на 2. Значит, нужно рассмотреть 23 курицы и 12 кроликов. У них будет

$23 \cdot 2 + 12 \cdot 4 = 46 + 48 = 94$ ноги».

Вопросы пункта 2 помогают решить задачу с помощью составления уравнения: *«Пусть у Маши x кроликов, тогда куриц $(35 - x)$. У всех животных $4x + 2 \cdot (35 - x)$ ног. Известно, что всего у животных 94 ноги. Можно составить уравнение $4x + 2 \cdot (35 - x) = 94$».*

Задания 307 и 309 направлены на развитие вычислительных навыков.

Таким образом, на уроке выполняются действия по поиску разных способов решения задачи, изменению объекта в соответствии с указанными условиями (изменение числовых выражений), оценки правильности выполненных действий (количество цифр в результате вычислений), то есть развиваются *познавательные и регулятивные действия*.

Урок 75. **Объем коробки прямоугольной формы**

Задачи урока:

– находить объем прямоугольной призмы (прямоугольного параллелепипеда) с помощью непосредственного измерения;

– решать задачи разными способами;

– работать с информацией, представленной в разных формах (таблица, диаграмма).

На данном уроке учащиеся знакомятся с измерением объема с помощью выбранных мерок. В задании 310 рассматривается коробка прямоугольной формы (прямоугольная призма). Объем коробки интерпретируется как количество кубиков объемом 1 куб. см, заполняющих коробку полностью.

Процесс заполнения коробки кубиками можно проводить непосредственно с помощью предметов, а можно на чертеже. При этом развиваются навыки выполнения стереометрического чертежа. В задании содержится и еще одна идея – изменение размеров коробки при сохранении ее объема. В пункте 3 предлагается найти другие значения длины и ширины коробки, при которых ее объем, равный 12 куб. см, не изменится (высота коробки остается равной 1 см). У детей могут получиться коробки с размерами 1 см на 12 см, 2 см на 6 см, 3 см на 4 см (длина и ширина коробки соответственно). Схематические чертежи помогут проиллюстрировать и сравнить получившиеся решения.

В задании 312 предлагается решить задачу разными способами: арифметическим (с помощью последовательного выполнения действий) и алгебраическим (составлением уравнения). Найти решение задачи поможет составление схемы (графическая модель). При решении задачи с помощью уравнения составляется алгебраическая модель. Решение задачи может выглядеть так:

Решение:

1 способ

1) В задаче 5 одинаковых частей.
2) $270 : 5 = 52$ (тет.) – в первой пачке.
3) $52 \cdot 4 = 208$ (тет.) – во второй пачке.

Ответ: 52 и 208 тетрадей.

2 способ

1) Пусть в одной пачке x тетрадей, тогда в другой пачке $4x$ тетрадей. Значит, всего $(x + 4x)$ тетрадей. Известно, что всего 270 тетрадей. Можно составить уравнение:

$x + 4x = 270$

$5x = 270$

$x = 270 : 5$

$x = 52$

52 тетради в одной пачке

2) $52 \cdot 4 = 208$ (тет.) – в другой пачке.

Ответ: 52 и 208 тетрадей.

Задание 313 предусматривает разнообразную работу с информацией, представленной в разных видах. При работе с таблицей (пункт 1) учащимся предстоит понять информацию, содержащуюся в ней, а затем преобразовать числовые данные в соответствии с заданием (округлить числа до разряда тысяч). Затем необходимо представить получившиеся величины в виде диаграммы (пункт 2). Далее детям нужно будет найти данные об указанном географическом объекте (поиск информации) и интерпретировать текстовую информацию в диаграмму.

Урок 76. **Вычисление объема прямоугольной призмы**

Задачи урока:

– открыть правило вычисления объема прямоугольной призмы;

– решать задачи, содержащие дробные числа;

– вычислять периметр и площадь фигуры сложной формы, чертеж которой дан в масштабе.

На этом уроке перед учащимися поставлена важная задача – для определения объема прямоугольной коробки (прямоугольной призмы) перейти от непосредственного заполнения ее кубиками к вычислению объема с использованием правила. Открытию способа вычисления объема прямоугольной призмы посвящено задание 314, которое начинается с заполнения коробки, площадь основания которой равна 10 кв. см, а высота – 1 см, кубическими сантиметрами. Затем детям нужно проследить, как изменится объем коробки, если высота увеличится в 3 раза, а основание останется тем же. Для того чтобы найти объем новой коробки, предлагаются разные способы (пункт 5): пересчет кубиков, заполнивших полностью коробку; увеличение значения объема коробки во столько раз, во сколько раз увеличилась ее высота; перемножение трех линейных размеров коробки. При этом два первых способа позволяют проверить справедливость последнего. Аналогичные действия повторяются в пункте 6 с прямоугольной коробкой (призмой) из задания 301. Как видим, при выполнении этого задания развиваются многие *познавательные действия*: установление аналогии между способом нахождения площади прямоугольника и объема прямоугольной призмы, установление причинно-следственных связей при изменении высоты коробки и нахождении ее объема, использование ранее изученных способов для проверки правильности вновь открытых и т.д.

Сравнению задач, содержащих дробные числа, посвящено задание 315. Несмотря на то, что в задачах используются одни и те же числа, в первой из них известна часть числа (720 км это 5/9 всего пути), а во второй требуется найти часть от числа (5/9 от 720 км). Другие сходства и различия задач обнаружатся при их решении.

Решение:

А) 1) 720 : 5 · 9 = 144 · 9 = 1 296 (км) – весь путь.

2) 1 296   720 = 576 (км) – осталось проехать.

Ответ: 576 км путешественнику осталось проехать.

Б) 1) 720 : 9 · 5 = 80 · 5 = 400 (км) – проехал в первый день.

2) 720 – 400 = 320 (км) – проехал путешественник позже.

Ответ: 320 км проехал путешественник после первого дня.

Задание 316 развивает навыки деления многозначных чисел на двузначные и трехзначные числа. Второй вариант можно рекомендовать для домашней работы.

Найти периметр и площадь клумбы в задании 317 можно разными способами: сначала найти действительные размеры клумбы, используя масштаб, а затем – вычислить искомые геометрические величины. А можно вычислить периметр и площадь шестиугольника, а затем, используя масштаб, найти их действительные значения. Приведем одно из решений.

Решение:

1) 2 · 4 + 4 · 2 = 8 + 8 = 16 (см) – периметр шестиугольника.

2) 4 · 3 + (2 · 2) : 2 · 2 = 12 + 4 = 16 (кв. см) – площадь шестиугольника.

3) 16 · 100 = 1 600 (см) = 16 (м) – периметр клумбы.

4) 16 · 10 000 = 160 000 (кв. см) = 16 (кв. м) – площадь клумбы.

Ответ: 16 м и 16 кв. м.

В этом решении используется деление данного шестиугольника на прямоугольник и два прямоугольных треугольника, а также умение находить площади этих фигур. Кроме того, площадь шестиугольника можно найти, перестроив фигуру. Можно заметить, что два прямоугольных треугольника, расположенные с двух сторон, составляют квадрат со стороной 2 см.

Ответить на вопросы задания 318 можно с помощью логических рассуждений: *«Три яблока весят столько же, сколько два апельсина (весы 3). Два апельсина заменим двумя грушами и двумя сливами (весы 1). Теперь три яблока весят столько же, сколько две груши и две сливы. Одна груша весит столько же, сколько одно яблоко и одна слива (весы 2). Значит, три яблока весят столько же, сколько два яблока и четыре сливы. Следовательно, одно яблоко весит столько же, сколько 4 сливы. Поэтому одну грушу уравновесят 5 слив (весы 2), а один апельсин – 6 слив (весы 1)».*

Урок 77. **Проверка корней уравнения**

Задачи урока:

– определить последовательность действий при проверке корней уравнения;

– применять уравнения при решении задач;

– конструировать объемное тело по его развертке.

На уроке предстоит выяснить вопрос: как проводить проверку найденных корней уравнения. В задании 319 рассматриваются возможности подстановки найденных значений в уравнения, полученные на разных стадиях решения. В результате делается вывод о том, что найденные числа необходимо подставлять в исходное уравнение (пункт 6). В последнем пункте задания учащимся предстоит проверить, являются ли указанные числа корнями данных сложных уравнений. При этом решать уравнения не нужно.

Использовать уравнение при решении задачи предстоит в задании 322. Обозначение неизвестной величины буквой и выражение других величин через нее подробно рассматривается в пунктах 2 и 3. В результате получается уравнение $(y + (y + 12)) \cdot 4 = 600$. Решить задачу арифметически можно, выполнив следующие действия.

Решение:

1) $600 : 4 = 150$ (км/ч) – скорость сближения автомобилей.

2) 150 – 12 = 138 (км/ч) – удвоенная скорость одного автомобиля.

3) 138 : 2 = 69 (км/ч) – скорость одного автомобиля.

4) 69 + 12 = 81 (км/ч) – скорость второго автомобиля.

Ответ: 69 км/ч и 81 км/ч.

Выполнение практической задачи предусмотрено при выполнении задания 320, где дана развертка куба, которую нужно повторить в указанном масштабе. В результате получится куб с ребром 4 см. Для того чтобы получились фигуры, указанные в пункте 3, нужно объединиться в группы и использовать сделанные кубики.

При выполнении задания 321 учащиеся должны высказать гипотезу о количестве нулей в значении произведения семи чисел, а затем проверить справедливость своего предположения.

Решение:

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Значение произведения этих чисел будет оканчиваться двумя нулями, так как при умножении на 10 в конце числа появляется 0, и при умножении числа 5 на любое четное число получается число, оканчивающееся нулем. Проверим это предположение, выполнив умножение.

$4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 20 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 120 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 =$
$= 840 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 6\,720 \cdot 9 \cdot 10 = 60\,480 \cdot 10 = 604\,800.$

Для того чтобы значение произведения не оканчивалось нулем, нужно исключить из множителей числа 5 и 10.

$4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 24 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 168 \cdot 8 \cdot 9 = 1344 \cdot 9 = 12\,096.$

Урок 78. **Формула объема прямоугольной призмы**

Задачи урока:

– познакомиться с формулой вычисления объема прямоугольной призмы;

– сравнивать и решать задачи.

На этом уроке способ нахождения объема прямоугольной коробки предстоит перевести в правило и формулу для вычисления объема прямоугольной призмы. Этому посвящено задание 323. Сравнение результатов заполнения коробки единичными кубиками (пункт 1) и умножения линейных размеров этой коробки (пункт 2) приводят к появлению правила вычисления объема прямоугольной призмы (пункт 3) и записи формулы (пункт 4). В этом же пункте предоставляется возможность применить записанную формулу на материале ранее выполненных заданий.

В задании 324 предлагается решить уравнения и выполнить проверку корней.

Задание 325 содержит две задачи, при сравнении текстов которых может возникнуть предположение о том, что одна задача является обратной к части другой задачи. Решение обеих задач подтвердит эту гипотезу.

Решение:

А) 1) 960 : 4 = 240 (кг) – привезли моркови.

2) 960 : 15 · 7 = 64 · 7 = 448 (кг) – привезли картофеля.

3) 240 + 448 = 688 (кг) – моркови и картофеля.

4) 960 – 688 = 272 (кг) – привезли капусты.

Ответ: 272 кг капусты.

Б) 1) 240 · 4 = 960 (кг) – привезли овощей в магазин.

Ответ: 960 кг овощей привезли.

Задание 326 направлено на развитие пространственного воображения учащихся.

Для совершенствования вычислительных навыков можно выполнить задания 5 и 6 на с. 41 в классе или дома.

Урок 79. **Соотношения между единицами измерения объема**

Задачи урока:

– установить соотношения между кубическими единицами;

– выявить способ решения уравнений с переменной в обеих частях;

– выявлять прямую пропорциональную зависимость между величинами в предложенной ситуации;

– работать с линейной диаграммой.

На уроке предстоит разнообразная работа с разными содержательными линиями курса математики. Задание 327 направлено на установление соотношений между единицами измерения объема. Для того чтобы соотношение «в одной более крупной единице содержится 1 000 более мелких единиц» было понято и усвоено, рассматриваются кубы с ребрами 3 см, а затем 1 дм. На чертежах, приведенных в учебнике, эти кубы разрезаны на единичные кубы (с длиной ребра 1 см).

Логическая задача 329 решается подбором вариантов, например, так: *«Так как на пасеке 7 полных бочонков меда и 7 бочонков наполовину наполненных, то на пасеке столько меда, сколько его поместится в 10 с половиной бочонках. Значит, каждому из трех покупателей должно достаться столько меда, сколько помещается в трех с половиной бочонках. Так как на пасеке 21 бочонок, то каждому из покупателей должно достаться 7 бочонков. Поэтому после перебора вариантов получится следующий ответ. Одному покупателю достанется 3 полных бочонка, 1 наполовину заполненный и 3 пустых. Второму покупателю достанется 2 полных бочонка, 3 наполовину заполненных и 2 пустых. Третьему покупателю достанется 2 полных бочонка, 3 наполовину заполненных и 2 пустых»*.

В задании 330 предлагается решить уравнение, содержащее переменную в обеих частях. Если не будет найден свой способ решения, то в пунктах 3 – 6 предлагается решение с помощью прибавления (или вычитания) одного и того же числа к обеим частям уравнения. В пункте 6 для развития умения решать уравнения, содержащие переменную в обеих частях, даны два уравнения.

Решение:

1) $2a + 4 = a + 12$

Вычтем a из обеих частей уравнения:

$2a + 4 - a = a + 12 - a$

$a + 4 = 12$

$a = 12 - 4$

$a = 8$

Проверка:

Левая часть: $2 \cdot 8 + 4 = 16 + 4 = 20$.

Правая часть: $8 + 12 = 20$.

$20 = 20$

Ответ: $a = 8$.

2) $11y - 8 = 3y + 16$

Вычтем $3y$ из обеих частей уравнения.

$11y - 8 - 3y = 3y + 16 - 3y$

$8y - 8 = 16$

$8y = 24$

$y = 24 : 8$

$y = 3$

Проверка:

Левая часть: $11 \cdot 3 - 8 = 33 - 8 = 25$

Правая часть: $3 \cdot 3 + 16 = 9 + 16 = 25$

$25 = 25$

Ответ: $y = 3$.

Задание 331 предусматривает работу с линейной диаграммой. Новизна ситуации в том, что не указана цена деления шкалы диаграммы. Узнать ее можно, сопоставив текст задания и диаграмму: три клетки диаграммы изображают 15 км. Поэтому решение задачи пункта 1 будет таким:

1) $15 : 3 = 5$ (км) – изображает одна клетка.

2) $5 \cdot 9 = 45$ (км) – длина лыжни в лесу.

3) $5 \cdot 6 = 30$ (км) – длина лыжни в парке.

Ответ: 30 км и 45 км.

Ответить на вопрос пункта 2 (изобразить лыжню длиной 5 км) не составит труда.

В задании 332 предлагается задача, которую можно решить разными способами: находя объем воды, вытекающий за единицу времени (аналогия задач на движение), или используя пропорциональную зависимость между временем и объемом вытекающей воды.

Решение:

<u>1 способ</u>

1) 2 л = 2 000 мл.

2) $2\,000 : 4 = 500$ мл – дает родник за секунду.

3) $500 \cdot 60 = 30\,000$ (мл) = 30 (л) – дает родник за минуту.

4) $30 \cdot 60 = 1\,800$ (л) – дает родник за час.

Ответ: 30 л и 1800 л.

<u>2 способ</u>

1) $60 : 4 = 15$ – во столько раз одна минута больше 4 секунд.

2) $2 \cdot 15 = 30$ (л) – дает родник за минуту.

3) $30 \cdot 60 = 1\,800$ (л) – дает родник за час.

Ответ: 30 л и 1 800 л.

Ответить на вопрос пункта 2 поможет решение задачи первым способом. Учащиеся могут использовать разные буквы для составления формулы, выражающей прямую пропорциональную зависимость объема воды от времени. Проверить и сравнить получившиеся формулы можно в пункте 3.

Задание 328 развивает вычислительные навыки умножения и деления многозначных чисел на двузначные и трехзначные. Кроме того, в пунктах 2–4 задания предстоит наблюдение за изменением значений выражений при изменении компонентов действий.

Уроки 80–81. **Решение задач на нахождение объема прямоугольной призмы. Перевод единиц измерения объема**

Задачи уроков:

– вычислять объем предметов и объектов, имеющих форму прямоугольной призмы;

– представлять величины в разных единицах измерения;

– решать уравнения, содержащие переменную в обеих частях;

– составлять числовые выражения в соответствии с данными условиями.

На этих уроках значительное время посвящается вычислению объемов предметов и тел, имеющих форму прямоугольной призмы, а также преобразованию кубических единиц. Задание 333 возвращает учащихся к ранее выполненным заданиям. В заданиях 286 и 320 выполнялись чертежи разверток и были собраны модели прямоугольных призм (прямоугольных параллелепипедов) и куба. Учитывая масштаб, в котором выполнялись чертежи, у детей могли получиться призмы с размерами 10 см, 4 см и 2 см или 15 см, 6 см и 3 см, а также куб, длина ребра которого равна 4 см. В результате вычислений получатся следующие значения объемов: $V = 10 \cdot 4 \cdot 2 = 80$ куб. см

$V = 15 \cdot 6 \cdot 3 = 270$ куб. см

$V = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ куб. см

Именно эти значения предлагаются для проверки в пункте 2. Выражая полученные величины в более мелких единицах, получим:

$V = 80$ куб. см $= 80\,000$ куб. мм

$V = 270$ куб. см $= 270\,000$ куб. мм

$V = 64$ куб. см $= 64\,000$ куб. мм

В более крупных единицах полученные величины выразить нельзя. В пункте 4 даны линейные измерения прямоугольной призмы, которые при умножении дают значение объема: $V = 85 \cdot 120 \cdot 50 = 510\,000$ (куб. мм) = 510 (куб. см).

В задании 335 предлагается задача на вычисление объема прямоугольной пирамиды, размеры которой даны в разных единицах измерения. Поэтому сначала необходимо выразить линейные измерения в одних и тех же единицах.

Решение:

1) 25 – 10 = 15 (см) – высота песка в первой песочнице.

2) 20 – 10 = 10 (см) – высота песка во второй песочнице.

3) 2 м = 200 см; 3 м = 300 см

4) $200 \cdot 300 \cdot 15 = 900\,000$ (куб. см) = 900 (куб. дм) – объем песка в первой песочнице.

5) $300 \cdot 300 \cdot 10 = 900\,000$ (куб. см) = 900 (куб. дм) – объем песка во второй песочнице.

6) $900 \cdot 2 = 1\,800$ (куб. дм) = 1 куб. м 800 куб. см

Ответ: в каждой песочнице 900 куб. дм песка, в двух песочницах 1 куб. м 800 куб. см.

В задании 338 предстоит перевести величины из одних единиц измерения объема в другие. Для этого можно использовать таблицу соотношений мер объема из задания 327.

Задача 339 предусматривает вычисление объема прямоугольной коробки.

Решение:

1) $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ (куб. см) – объем одного кубика.

2) $125 \cdot 32 = 4\,000$ (куб. см) = 4 (куб. дм) – объем коробки.

Затем предлагается найти разные варианты размеров прямоугольной коробки данного объема. Эти варианты возникают при рассмотрении разных квадратных оснований.

Решение:

1) Если в основании коробки один кубик, то размеры основания коробки 5 см и 5 см, а высота коробки равна $5 \cdot 32 = 160$ см.

2) Если в основании коробки 4 кубика, то размеры основания коробки 10 см и 10 см, а высота коробки 8 кубиков или $5 \cdot 8 = 40$ см.

3) Если в основании 16 кубиков, то размеры основания коробки 20 см и 20 см, а высота коробки 2 кубика или 10 см.

Работа с единицами измерения разных величин предусмотрена в задании 342. При переводе величин получаются равенства:

5 т = 5 000 кг

1/3 ч = 20 мин.

5 куб. м = 5 000 куб. дм

540 м = 5 400 дм = 54 000 см = 540 000 мм

11 900 м = 11 км 900 м

3 530 км = 3 530 000 м

1 620 м = 1 км 620 м

370 м = 3 700 дм = 37 000 см = 370 000 мм

Кроме задач на нахождение объема прямоугольной призмы, решаются другие текстовые задачи. В задании 337 используется прямая пропорциональная зависимость между количеством изготовленных рубашек и количеством полотна, пошедшего на их пошив.

Решение:

1) 2 730 : 10 = 273 – во столько раз второй кусок полотна больше первого.

2) 3 · 273 = 819 (шт.) – столько рубашек получится из 2 730 метров полотна.

Для ответа на вопросы пункта 2 необходимо выполнить следующие действия:

10 : 3 = 3 (ост. 1) – столько полотна потребуется для изготовления одной рубашки.

Значит, из 2 733 метров полотна получится по-прежнему 819 рубашек, а из 2 737 метров – на 2 рубашки больше, т.е. 821 рубашка. Сумма этих двух кусков составит 2 733 + + 2 737 = 5 470 метров. 5 470 больше, чем 10, в 547 раз. Значит, из такого количества ткани можно изготовить 3 · 547 = = 1 641 рубашку.

Задача 340 предусматривает выполнение действий с величинами, выраженными в разных единицах измерения.

Решение:

1) 29 т 20 кг + 4 т 960 кг = 33 т 980 кг – собрали со второго участка.

2) 29 т 20 кг – 6 т 30 кг = 29 020 кг – 6 030 кг = 22 980 кг = = 22 т 980 кг – увезли с первого участка.

3) 33 т 980 кг – 5 т 60 кг = 28 т 920 кг – увезли со второго участка.

4) 28 т 920 кг – 22 т 980 кг = 28 920 кг – 22 980 кг = = 5 940 кг = 5 т 940 кг – на столько меньше свеклы увезли с первого участка.

5) 29 т 20 кг + 33 т 980 кг = 63 т – собрали с двух участков.

6) 63 : 5 = 12 (ост. 3) – потребуется 5-тонных машин.

7) 63 : 7 = 9 (машин) – потребуется 7-тонных машин.

Ответ: с первого участка увезли на 5 т 940 кг меньше, чем со второго. Для перевозки всей собранной свеклы понадобится 13 пятитонных машин или 9 семитонных машин.

На уроках продолжается совершенствование навыка решения различных уравнений. Так, в задании 336 предстоит решать уравнения, содержащие переменную в обеих частях, а также приводить подобные слагаемые для упрощения уравнения. В задании 343 кроме аналогичных операций необходимо выполнить раскрытие скобок и проверку корней. Совершенствованию вычислительных навыков посвящены задания 334 и 341.

Урок 82. **Вычисление объема прямоугольной призмы по известным площади основания и длине бокового ребра**

Задачи урока:

– открыть новый способ вычисления объема прямоугольной призмы;

– решать текстовые задачи по действиям и с помощью уравнения;

– вычислять и преобразовывать числовые выражения;

– работать с величинами, выраженными в разных единицах измерения;

– работать с исторической информацией.

На этом уроке вычисление объема прямоугольной призмы выполняется в новых условиях. В задании 344 сначала предлагается вычислить объем призмы, размеры которой даны в разных единицах измерения (метр, дециметр, сантиметр). Затем для обсуждения предлагается другой способ нахождения объема – с использованием площади основания и длины бокового ребра (пункты 2–5).

В задании 345 предлагается решить задачу разными способами, например, последовательно выполняя действия.

Решение:

1) $40 \cdot 2 = 80$ (шт.) – было бы колес, если бы все машины были мотоциклами.

2) $100 - 80 = 20$ (шт.) – осталось колес.

3) $20 : 2 = 10$ (шт.) – столько автомобилей выехало из гаража.

4) $40 - 10 = 30$ (шт.) – столько мотоциклов выехало из гаража.

Ответ: 10 автомобилей и 30 мотоциклов выехало из гаража.

Для проверки в задании предлагаются разные варианты составления уравнения (пункт 3). В первом уравнении буквой обозначено количество мотоциклов, а во втором – количество автомобилей. При решении первого уравнения неизбежно возникнет сложность – из выражения $2x$ нужно будет вычесть $4x$. Такое действие учащиеся пока выполнить не могут. Поэтому удобнее решать второе уравнение.

Большое внимание на уроке уделяется совершенствованию вычислительных навыков. В задании 346 в выражении, содержащем четыре арифметических действия и скобки, можно изменить порядок действий, изменив тем самым значение выражения, например:

$$((11\,568 - 204) \cdot 56 + 576) : 80 = 7\,962.$$

При поиске вариантов изменения выражения развиваются не только вычислительные умения, но и действия прикидки, оценки результата, корректировки совершаемых действий, т.е. регулятивные действия. Аналогичные действия развиваются при выполнении задания 347. Для того чтобы значение частного увеличилось в 18 раз, можно изменить компоненты деления разными способами:

– увеличить делимое в 18 раз;

– уменьшить делитель в 18 раз;

– увеличить делимое в 2 раза, делитель уменьшить в 9 раз и т.д.

Похожие операции по изменению компонентов действия предстоит выполнить в задании 348. Ситуация усложняется по сравнению с предыдущим заданием тем, что используются многозначные числа.

Задание 349 возвращает детей к представлению величин в других единицах измерения и готовит к изучению следующей темы. В результате преобразований могут получиться следующие результаты:

30 см = 300 мм

2 м 80 см = 280 см = 2 800 мм

90 кг = 90 000 г

4 см = 40 мм

365 сут. 6 ч = 1 год = 8 766 сут.

88 сут. = 2 112 ч

Историческая информация на страницах 38–39 знакомит не только с легендой об Архимеде и царе Гиероне, но и содержит задачу на измерение объема тела неправильной формы с помощью мерного стакана с жидкостью.

Урок 83. **Систематизация и обобщение знаний по теме «Объем и его измерение»**

З а д а ч и у р о к а:

– обобщить знания об объемных фигурах;
– вычислять объем прямоугольной призмы;
– сравнивать и решать разные текстовые задачи.

Для работы на этом уроке предназначены задания со страниц «Проверь себя», если они не использовались на предыдущих уроках.

Урок 84. **Контрольная работа по теме «Объем и его измерение»**

Уроки 85–99
Действия с величинами

В ходе изучения данной темы предусмотрено выполнение как уже знакомых учащимся действий (сложение и вычитание величин, выраженных в одних и тех же единицах измерения), так и новых (умножение и деление величины на число, деление величины на величину). Одновременно проводится значительная работа по преобразованию величин из одних единиц измерения в другие.

Большое внимание уделяется текстовым задачам. Учащимся предстоит составлять задачи по схеме, чертежу, таблице, сравнивать тексты задач и их решения; создавать разные модели задач (схема, чертеж, таблица); решать задачи разными методами (алгебраическим и арифметическим); составлять и решать задачи, обратные данной; решать комбинаторные и другие задачи олимпиадного характера.

В ходе изучения темы совершенствуются навыки решения уравнений: рассматриваются уравнения, содержащие буквенные выражения в обеих частях, выясняется, что решить уравнение – это значит найти все его корни или доказать, что корней нет.

Продолжается работа с геометрическими величинами. В учебнике предлагаются задания на вычисление периметров, площадей и объемов сложных фигур, построение объемных тел, работу с масштабом.

В ходе выполнения заданий учащимся предстоит работа с разными формами представления информации: текстом, рисунком, чертежом, схемой, таблицей, разными видами диаграмм.

Урок 85. **Числа и величины**

Задачи урока:

– актуализировать понятие «величины»;

– составлять и восстанавливать числовые выражения, находить их значения;

– составлять задачу по схеме, находить разные способы ее решения.

На первом уроке темы актуализируется понятие «величины». Рассматриваются сходства и различия чисел и величин, сравниваются величины, выраженные с помощью одной единицы измерения, и величины, выраженные в разных единицах. Этому посвящено задание 350. В пункте 1 объекты разделены на группы, обладающие определенной характеристикой: числа без наименований, величины, выраженные с помощью одной единицы измерения, величины, выраженные с помощью разных единиц. К каждой из групп необходимо подобрать аналогичные объекты. Затем предлагается преобразовать величины, учитывая соотношения между единицами измерения. Данная работа подготавливает детей к выполнению известных им арифметических действий с величинами.

Большое внимание на уроке уделяется развитию *познавательных действий*. Так, в задании 351 учащимся предстоит проанализировать схему и зависимости между величинами, содержащимися в ней, и на основе полученной информации составить задачу с произвольным сюжетом (синтез). Должны получиться задачи с разными сюжетами, но одинаковыми зависимостями между величинами. Эти задачи детям предстоит сравнить в пункте 3 задания. Пример задачи: *«В понедельник спортивный центр посетило на 179 человек больше, чем во вторник. В среду спортом занималось на 348 человек больше, чем во вторник. Сколько человек занимались спортом во вторник, если за три дня спортивный центр посетил 1571 человек?»*

Решим задачу разными способами (арифметически и алгебраически), как это требуется в пункте 2.

Решение:

<u>1 способ</u>

1) 348 + 179 = 527 (чел.) – на столько человек больше занимались спортом в понедельник и среду.

2) 1571 – 527 = 1044 (чел.) – столько человек занимались бы за три дня, если каждый день занималось столько же человек, сколько во вторник.

3) 1044 : 3 = 348 (чел.) – занимались спортом во вторник.

Ответ: 348 человек занимались спортом во вторник.

<u>2 способ</u>

Пусть во вторник занимались спортом x человек. Тогда в понедельник спортом занимались $(x + 179)$ человек, а в среду – $(x + 348)$ человек. Всего за три дня спортивный центр посетили $(x + x + 179 + x + 348)$ человек. Известно, что за три дня спортивный центр посетили 1571 человек. Можно составить уравнение:

$x + x + 179 + x + 348 = 1571$

$3x + 527 = 1571$

$3x = 1571 - 527$

$3x = 1044$

$x = 1044 : 3$

$x = 348$

Ответ: 348 человек занимались спортом во вторник.

При выполнении задания 352 предстоит проанализировать информацию, данную в виде деформированных числовых выражений, и на ее основе восстановить данные суммы. Так как при восстановлении выражений необходимо сделать большое количество прикидок и, кроме того, наблюдаются переходы через разряд, задание рекомендуется выполнять в паре, а затем представить получившийся результат.

Решение: 1) $\begin{array}{r} +\,3678 \\ 2745 \\ 3820 \\ \hline 10243 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} +\,35278 \\ 47396 \\ 6781 \\ \hline 89455 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} +\,3478 \\ 2295 \\ 6693 \\ \hline 12466 \end{array}$

Работа по созданию числовых выражений в задании 354 потребует от учащихся применения знаний о том, что действия умножения и деления обратны друг другу. Для того чтобы составить частные, в делимом и делителе которых содержатся нули, необходимо рассматривать варианты произведений до тех пор, пока в значении произведения (делимом в составляемом произведении) не появятся нули. Подобные задания по созданию новых математических объектов способствуют развитию не только вычислительных навыков, но и творческих способностей учащихся.

Урок 86. **Выражение величин с помощью одной единицы измерения**

Задачи урока:

– использовать разные единицы измерения величин для преобразования;

– составлять и решать задачу на стоимость разными способами;

– классифицировать числовые произведения по самостоятельно выделенным признакам;

– использовать схематические модели для решения задач олимпиадного характера.

На этом уроке используется все многообразие изученных величин и единиц их измерения. В пунктах 1 и 2 задания 356 предложены для преобразования все изученные величины (длина, площадь, объем, масса, время). Проверить правильность своих действий и сделать вывод о целесообразности использования разных единиц измерения величин предстоит при выполнении пунктов 3 и 4. В пунктах 5 и 6 предусмотрена работа с величинами, которые можно выразить с помощью одной или нескольких единиц измерения.

Решение:

15 390 г = 15 кг 390 г

1 254 см = 125 дм 4 см = 12 м 5 дм 4 см = 12 540 мм

575 мм = 57 см 5 мм = 5 дм 7 см 5 мм

395 ц = 39 т 5 ц = 39 500 кг

1 625 мин. = 97 500 сек. = 27 ч 5 мин. = 1 сут. 3 ч 5 мин.

82 604 кв. см = 826 кв. дм 4 кв. см =
= 8 кв. м 26 кв. дм 4 кв. см

При выполнении задания используются десятичная и шестидесятиричная системы счисления.

Значительное внимание на уроке уделяется решению задач. В задании 357 учащимся предстоит составить задачу с произвольным сюжетом, в котором были бы использованы такие величины, как «цена», «количество», «стоимость», например, такую: *«Для уроков математики купили несколько циркулей по 76 руб. и столько же линеек по 49 руб. За все циркули заплатили 684 руб. Сколько заплатили за всю покупку?»*.

Решить задачу можно разными арифметическими способами.

Решение:

1 способ

1) $684 : 76 = 9$ (шт.) – купили циркулей.

2) $49 \cdot 9 = 441$ (руб.) – заплатили за линейки.

3) $684 + 441 = 1125$ (руб.) – заплатили за всю покупку.

Ответ: 1 125 рублей заплатили за всю покупку.

2 способ

1) $684 : 76 = 9$ (шт.) – купили циркулей.

2) $76 + 49 = 125$ (руб.) – стоит 1 линейка и 1 циркуль.

3) $125 \cdot 9 = 1\,125$ (руб.) – заплатили за всю покупку.

Ответ: 1 125 руб. заплатили за всю покупку.

3 способ

$(76 + 49) \cdot (684 : 76) = 125 \cdot 9 = 1\,125$ (руб.) – заплатили за всю покупку

Ответ: 1 125 руб. заплатили за всю покупку.

В задании 355 рассматриваются разные способы решения задачи олимпиадного характера. Первый способ, подбором, надежен, но не рационален. Второй способ, с помощью схематической модели, удобен и нагляден. Этот способ подробно рассмотрен в третьем пункте задания и может использоваться в дальнейшем для решения других задач.

В задании 358 предлагается разделить числовые выражения на три группы по самостоятельно найденному признаку. Таким признаком может стать количество цифр во втором множителе: одна, две или три. Затем учащимся предстоит вычислить значения произведений и составить свои.

Таким образом, на уроке создаются условия для развития *познавательных УУД*: используются модели (таблица) и схемы для решения задач, находятся разные способы выполнения заданий, проводится классификация по самостоятельно выделенному признаку.

Урок 87. **Способы сложения величин**

Задачи урока:

– найти разные способы сложения величин;

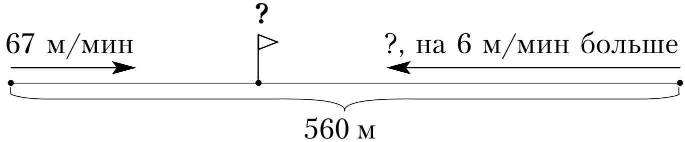
– решать задачи на движение и составлять к ним обратные;

– находить объем тела сложной формы, конструировать прямоугольные призмы заданного объема.

На предыдущих уроках одни и те же величины выражались с помощью разных единиц измерения. На этом основаны способы сложения величин, представленные в задании 359. В пункте 1 задания рассматриваются одни и те же величины, выраженные по-разному: с помощью разных единиц измерения или одной из них (самой мелкой из использованных). В последующих пунктах (2–6) рассматриваются рациональность и удобство записи этих вычислений. Для закрепления навыка сложения величин предназначены выражения пункта 7.

Выполнить вычитание многозначных чисел и проследить, как изменяется значение разности в зависимости от изменения ее компонентов, предстоит в задании 360.

Для решения задачи 361 удобно сделать чертеж.



Решение:

1) $67 + 6 = 73$ (м/мин) – скорость второго ежика.

2) $67 + 73 = 140$ (м/мин) – скорость сближения.

3) $560 : 140 = 4$ (мин) – время до встречи.

Ответ: через 4 мин ежики встретятся.

Так как в задаче три числовых данных, то к ней можно составить три обратные задачи, например, такие:

1) *По лесной тропинке навстречу друг другу одновременно выбежали два ежика. Скорость одного 67 м/мин, а скорость другого на 6 м/мин больше. Через 4 мин ежики встретились. Какое расстояние было между ними в начале движения?*

2) *По лесной тропинке навстречу друг другу одновременно выбежали два ежика. В начале движения между ними было 560 м. Скорость одного ежика на 6 м/мин больше скорости другого. Через 4 мин ежики встретились. С какой скоростью бежал первый ежик?*

3) *По лесной тропинке навстречу друг другу одновременно выбежали два ежика. В начале движения между ними было 560 м. Скорость одного ежика 67 м/мин. Через 4 мин ежики встретились. У какого ежика скорость больше и на сколько?*

Составленные обратные задачи можно использовать для домашней работы.

В задании 362 предлагается вычислить объем фигуры, напоминающей по форме пирамиду и составленную из одинаковых кубов. Это можно сделать разными способами: найти количество кубов, а затем умножить объем одного куба на их количество; вычислить объем каждого «этажа» фигуры, используя объем одного куба.

Решение:

<u>1 способ</u>

1) Найдем общее количество кубиков, из которых составлена фигура.

$4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 = 16 + 9 + 4 + 1 = 30$

2) Найдем объем одного куба.

$5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ (куб. см)

3) Найдем объем всей фигуры.

$125 \cdot 30 = 3\,750$ (куб. см)

Ответ: 3 750 куб. см

2 способ

1) $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ (куб. см) – объем одного куба.

2) $4 \cdot 4 \cdot 125 = 2\,000$ (куб. см) – объем первого «этажа» фигуры.

3) $3 \cdot 3 \cdot 125 = 1\,125$ (куб. см) – объем второго «этажа» фигуры.

4) $2 \cdot 2 \cdot 125 = 500$ (куб. см) – объем третьего «этажа» фигуры.

5) $125 + 2\,000 + 1\,125 + 500 = 3\,750$ (куб. см) – объем всей фигуры.

Ответ: 3 750 куб. см

Для того чтобы из всех кубиков (30 штук) сложить прямоугольную пирамиду, нужно выяснить, при умножении каких трех натуральных чисел получится число 30. В результате могут получиться следующие тройки чисел, выражающие количество кубиков, располагающихся по трем линейным измерениям прямоугольной пирамиды:

1, 1 и 30; 1, 2 и 15; 1, 3 и 10; 1, 5 и 6; 2, 1 и 15; 2, 3 и 5; 3, 2 и 5.

Зная длину ребра куба, можно найти длины трех линейных измерений каждой прямоугольной призмы. Предполагается, что учащиеся должны прийти к выводу, что у всех призм объем будет равен 3 750 куб. см и нет необходимости вычислять объем каждой из них. Так как в пункте 2 предстоит выполнить большой объем работы, то его рекомендуется выполнить в группе.

Урок 88. **Разные способы вычитания величин**

Задачи урока:

– найти разные способы вычитания величин;

– решать и составлять задачу на движение по чертежу;

– округлять многозначные числа с заданной точностью;

– работать с информацией, представленной в различных формах (таблица, столбчатая диаграмма).

На этом уроке учащимся предстоит освоить способы вычитания различных величин. Урок следует начать с задания 363, где сравниваются способы выполнения вычитания величин, выраженных в разных единицах измерения, и величин, выраженных с помощью одной единицы измерения.

В пунктах 2 и 3 на примере нахождения значения разности единиц массы (в данном случае – килограмма) показано преимущество второго способа перед первым. В рациональности данного способа учащиеся смогут убедиться в пункте 4, где предлагается выполнить вычитание разных величин, предусматривающее переходы через разряд.

В задании 364 предстоит составить задачу по предложенному чертежу. Задача будет содержать те же зависимости, что и решенная на предыдущем уроке задача 361, например: *«Из двух городов, расстояние между которыми 560 км, одновременно навстречу друг другу выехали две машины и встретились через 4 часа. Скорость одной машины 73 км/ч. Найди скорость другой машины»*.

При выполнении задания 365 предусмотрена разнообразная работа с информацией, представленной в разных формах: в виде таблицы, столбчатой диаграммы.

Решение:

Округлим числа, данные в таблице, до десятков тысяч:

$616\,086 \approx 620\,000$

$580\,770 \approx 580\,000$

$267\,983 \approx 270\,000$

$219\,861 \approx 220\,000$

При выполнении пункта 2 необходимо показать два первых числа на столбчатой диаграмме, одна клетка вертикальной шкалы которой соответствует 50 000 человек. Так как числа 620 000 и 580 000 не кратны 50 000, то следует учесть, что 1 мм вертикальной шкалы изображает 10 000 человек. Поэтому числа 620 000 и 580 000 будут представлены столбиками высотой 62 мм и 58 мм соответственно.

При решении комбинаторной задачи 366 учащиеся должны рассуждать примерно так: *«Если из коробки взять, не глядя, 4 флажка, то все они могут оказаться разных цветов. Если взять 8 флажков, то в руках может оказаться по 2 флажка каждого цвета. Если взять 9 флажков, то наверняка три флажка будут одинакового цвета»*. Аналогичные рассуждения можно провести для ответа на вопросы пункта 2.

Задание 367 направлено на повторение навыка решения уравнений, содержащих переменную в обеих частях, и проведение проверки найденных корней.

Урок 89. **Решение сложных уравнений разными способами**

Задачи урока:

– рассмотреть разные способы решения сложных уравнений, содержащих переменную в обеих частях;

– применять уравнение для решения задачи;

– выполнять действия с числами и величинами.

На этом уроке полученные ранее знания (распределительное свойство умножения и свойства равенств) предстоит применить при решении сложных уравнений. Этому посвящено задание 368, в котором рассмотрены разные способы упрощения уравнений. Распределительное свойство умножения, использованное в первом способе, позволяет преобразовывать уравнения довольно быстро и поэтому применяется часто. Второй способ основан на первом свойстве равенств. Записи кажутся громоздкими, но выполняемые действия обосновывают перенос выражений из одной части уравнения в другую. Выполнение этих действий подготовлено заданием 367.

В задании 369 предлагается решить задачу на встречное движение разными способами.

При алгебраическом способе решения учащиеся составят уравнение $18x + 18(x + 10) = 1620$, а при арифметическом запишут следующие действия:

1) $1620 : 18 = 90$ (км/ч) – скорость сближения двух поездов.

2) $90 - 10 = 80$ (км/ч) – удвоенная скорость первого поезда.

3) $80 : 2 = 40$ (км/ч) – скорость первого поезда.

4) $40 + 10 = 50$ (км/ч) – скорость второго поезда.

Ответ: 40 км/ч и 50 км/ч – скорости первого поезда и второго поезда соответственно.

В задании 370 предстоит выполнить сложение и вычитание разных величин (длины, массы, площади, объема) способами, рассмотренными на предыдущих уроках.

В задании 371 предлагается сравнить выражения, составленные из одинаковых чисел и знаков действий, но с разной последовательностью выполнения действий.

В задании 372 учащимся предстоит конструировать заданные фигуры из деталей танграма.

Как видим, на этом уроке большое внимание уделяется развитию действий сравнения и анализа, умению устанавливать аналогии, осуществлять выбор способов решения (*познавательные УУД*).

Уроки 90–91. **Что значит «решить уравнение»**

Задачи уроков:

– выполнять сложение и вычитание величин в сложных случаях;

– уточнить понятие «решить уравнение»;

– преобразовывать числовые выражения и тексты задач.

Основное внимание на уроке уделяется применению полученных знаний в новых ситуациях. Задания 373, 379, 380 посвящены действиям с величинами. В пункте 1 задания 373 сравниваются результаты сложения величин, выраженных одними и теми же числами. В первом случае при сложении не происходит перехода в более крупные единицы благодаря соотношению между километром и метром (7 км 86 м + + 2 км 59 м = 9 км 145 м), а во втором – количество более крупных единиц увеличивается (7 м 86 см + 2 м 59 см = = 10 м 45 см). Отвечая на вопрос пункта 3, получим равенства:

7 т 86 кг + 2 т 59 кг = 9 т 145 кг,

7 ц 86 кг + 2 ц 59 кг = 10 ц 45 кг.

В задании 379 предстоит выполнить целый комплекс действий: вычислить часть от числа, найти площадь плоской фигуры и объем пространственной фигуры, выразить найденные величины в разных единицах измерения.

1) Решение:

1) 2 м · 3/5 = 200 см · 3/5 = 120 см – ширина окна.

2) 200 · 120 = 24 000 (кв. см) – площадь окна.

3) 24 000 кв. см = 240 кв. дм = 2 кв. м 40 кв. дм.

Ответ: 240 кв. дм – площадь окна.

2) Решение:

1) 90 · 2/3 = 60 (см) – ширина аквариума.

2) 60 · 5/6 = 50 (см) – высота аквариума.

3) 90 · 60 · 50 = 270 000 (куб. см) – объем аквариума.

4) 270 000 куб. см = 270 куб. дм

Ответ: 270 куб. дм – объем аквариума.

В задании 380 учащимся предстоит сначала найти значения выражений одним из известных способов, а затем разделить их на группы по одному из самостоятельно выделенных признаков: на суммы и разности, выражения с переходом в более крупные единицы и без такого перехода и т.д.

В задании 376 рассматриваются уравнения, имеющие один корень, два корня и не имеющие корней, тем самым уточняется понятие, что значит «решить уравнение».

В задании 374 предлагается задача с недостающими данными, решить которую можно лишь дополнив текст, например, таким образом: «на пароходе 3 240 ящиков» или «на пароходе 33 полных контейнера, в каждом из которых 100 ящиков».

При рассмотрении числовых рядов задания 375 обнаружатся следующие закономерности: каждое число первого ряда, начиная со второго, получается умножением предыдущего числа на 2 плюс 1; каждое число второго ряда, начиная со второго, получается умножением на 3 предыдущего числа минус 2.

Задания 377 и 381 посвящены работе с числовыми выражениями. В задании 377 приведены равенства, верность которых нужно проверить. Причем в пункте 3 учащимся предлагается подумать, можно ли это сделать, не выполняя вычислений полностью. Во многих случаях действительно можно сразу утверждать, что вычисления выполнены неверно, так как при умножении последних цифр множителей (в случае деления – значения частного и делителя) не получается последняя цифра значения произведения (в случае деления – делимого).

В задании 381 информация о числовом выражении и изменениях, происходящих с его компонентами, дана в виде таблицы (пункт 1) и в виде текста (пункт 2). Учащимся предстоит ответить на вопросы, как изменится значение суммы при изменениях слагаемых (пункт 1), и выявить изменения слагаемых, необходимые для указанного изменения результата (пункт 2). Свои предположения дети могут проверить при выполнении действий с указанными многозначными числами (пункт 3).

В задании 378 предстоит построить фигуру по данному в задании описанию, а затем разделить построенную фигуру на равные квадраты. Так как чертеж выполняется на бумаге в клетку, то будет нетрудно установить, что получится пять квадратов со стороной 2 см. В пункте 3 задания требуется вычислить периметр и площадь одного квадрата и всей фигуры.

Решение:

1) $2 \cdot 2 = 4$ (кв. см) – площадь одного квадрата.

2) $2 \cdot 4 = 8$ (см) – периметр одного квадрата.

3) $4 \cdot 5 = 20$ (кв. см) – площадь всей фигуры.

4) $4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 12 + 6 + 2 = 20$ (см) – периметр всей фигуры.

Следующие пункты задания (4–6) содержат вопросы об изменении площади и периметра при изменении формы фигуры. Аналогичные вопросы, касающиеся свойств площади и периметра, неоднократно рассматривались начиная с 3 класса.

Урок 92. **Умножение и деление величины на число**

Задачи урока:

– умножать и делить величину на число разными способами;

– решать задачи с помощью уравнения;

– вычислять площадь и периметр фигуры, имеющей сложную форму;

– работать с масштабом.

На этом уроке учащимся предстоит выбрать удобный способ выполнения и записи умножения и деления величины на число. В задании 382 рассматриваются разные способы этих действий:

– представление величины в виде суммы величин (аналогия с суммой разрядных слагаемых числа) и умножение (или деление) каждого слагаемого;

– выражение величины в наименьшей из использованных единиц измерения и выполнение действия столбиком (в случае деления – уголком);

– комбинированный способ.

Выполнить действия, выбрать наиболее удобный способ и применить освоенные способы в новой ситуации (делении величины на число) учащимся предстоит в пунктах 3 и 4 задания. Для закрепления и дальнейшего развития навыков умножения и деления величины на число предназначено задание 385.

Анализ текста задачи 383 покажет, что искомая величина (количество лилий в саду) сравнивается с неизвестной величиной (количеством гладиолусов). Поэтому удобно обозначить за переменную количество гладиолусов.

Решение:

1) Пусть в саду было x гладиолусов, тогда лилий – $3x$. Значит, всего в саду $(138 + 90 + x + 3x)$ цветов. Так как половину цветов из сада увезли, то в саду осталась вторая половина, т.е. $(138 + 90 + x + 3x) : 2$ цветов. Известно, что в саду осталось 270 цветов. Можно составить и решить уравнение:

$(138 + 90 + x + 3x) : 2 = 270$

$(228 + 4x) : 2 = 270$

$228 + 4x = 540$

$4x = 540 - 228$

$4x = 312$

$x = 312 : 4$

$x = 78$

78 гладиолусов было в саду.

2) $78 \cdot 3 = 234$ (шт.) – было лилий в саду.

Ответ: 234 лилии было в саду.

Обращаем внимание, что такое подробное объяснение, предваряющее составление уравнения, может быть проведено устно с записью величин, выражаемых через переменную.

Площадь фигуры, представленной на чертеже задания 384, удобно найти, разделив фигуру на части: квадрат, прямоугольник и два прямоугольных треугольника.

$S_{фиг.} = 3 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + (3 \cdot 7) : 2 + (1 \cdot 1) : 2 = 9 + 2 + 21 : 2 +$
$+ 1 : 2 = 11 + (21 + 1) : 2 = 11 + 11 = 22$ (кв. см)

При нахождении периметра изображенной фигуры детям предстоит измерить и выполнить сложение длин всех сторон многоугольника. При этом будут использоваться сантиметры и миллиметры.

$P_{фиг.} = 3$ см + 7 см 6 мм + 5 см + 1 см + 2 см +
+ 1 см 4 мм + 2 см + 3 см = 25 см.

Учитывая, что фигура изображает участок, размеры которого в 300 раз больше, получим:

$P_{уч.} = 25$ см $\cdot$ 300 = 7 500 см = 75 м

$S_{уч.} = 22$ кв. см $\cdot$ 90 000 = 1 980 000 кв. см = 198 кв. м

Если учащиеся будут затрудняться в вычислении площади и периметра участка с использованием масштаба, то можно сначала преобразовать с учетом масштаба линейные измерения, а затем найти площадь и периметр участка.

Таким образом, на уроке развиваются многие *познавательные действия*: на основе анализа текста задачи и ее решения составляется задача, обладающая как сходствами, так и различиями (*анализ и синтез*); рассматриваются разные способы выполнения задания; проводятся рассуждения по аналогии и т.д.

Урок 93. **Деление величины на величину**

Задачи урока:

– выполнять деление величины на величину;

– найти способ деления величин, выраженных в разных единицах измерения;

– познакомиться с терминами «арифметический» и «алгебраический» способы решения задач;

– решать задачи алгебраическим способом;

– составлять числовые выражения, изменять их в соответствии с указанными условиями.

Основное внимание на уроке уделяется рассмотрению деления величины на величину и сравнению случаев деления величины на число и величины на величину. Кроме этого, в задании 386 сравниваются случаи деления величин, выраженных в одних и в разных единицах измерения.

В задании 387 учащиеся знакомятся с новой терминологией: способы решения текстовых задач по действиям или составлением числового выражения получают общее название «арифметические», а способ решения с помощью уравнения – «алгебраический». Этими способами предлагается решить несложную задачу в пункте 1 задания.

Решение:

<u>1 способ</u>

Пусть елей посадили x штук, тогда шиповника посадили $2x$ штук. Значит, всего посадили $(x + 2x)$ растений. Известно, что всего посадили 540 растений. Получим уравнение: $x + 2x = 540$.

<u>2 способ</u>

1) В задаче 3 части растений: 1 часть елей и 2 части шиповника.

2) 540 : 3 = 180 (шт.) – посадили елей.

3) 180 · 2 = 360 (шт.) – посадили шиповника.

Ответ: 180 елей и 360 кустов шиповника.

Решить задачу с помощью уравнения из древнеегипетского папируса предлагается в задании 390.

Решение:

Пусть половина числа равна x, тогда все число равно $2x$. Сумма числа и его половины равна $(x + 2x)$. Известно, что значение суммы равно 9. Получим уравнение $x + 2x = 9$.

Задания 388 и 389 посвящены вычислениям, изменениям компонентов выражений, порядка действий и наблюдению за тем, какие изменения за этим последуют. Так, убрав скобки в выражении задания 389 или расставив их иначе, получим выражения с другим порядком действий и значениями:

$54 \cdot 33 - 1\,026 : 18 + 66 = 1\,782 - 57 + 66 = 1\,791$.

$54 \cdot 33 - (1\,026 : 18 + 66) = 1\,782 - (57 + 66) = 1\,659$.

Урок 94. **Деление величин, выраженных в разных единицах измерения**

Задачи урока:

– «открыть» способ деления величин, выраженных в разных единицах измерения;

– выполнять действия и сравнивать величины, выраженные в разных единицах измерения;

– решать задачи алгебраическим способом;

– составлять и изменять числовые выражения, находить их значения.

На этом уроке рассматриваются случаи деления величин, когда они выражены в разных единицах измерения. В задании 391 делается вывод о необходимости выразить величины в одних и тех же единицах измерения.

В задании 394 предстоит сравнить величины (составив частные), выраженные в разных единицах измерения. В результате будут выполнены следующие действия.

Решение:

1) 2 м 80 см : 4 см = 280 см : 4 см = 70 – во столько раз страус больше, чем колибри.

2) 90 кг : 2 г = 90 000 г : 2 г = 45 000 – во столько раз страус тяжелее, чем колибри.

3) 15 м : 50 см = 1 500 см : 50 см = 30 – во столько раз китовая акула длиннее кошачьей акулы.

В задании 395 представлены случаи со сложением величин, требующих выражения с помощью одной единицы измерения.

Рассуждения при решении задачи 392 могут быть следующие: *«Пусть тетрадей одного вида x штук, тогда тетрадей второго вида $(60 - x)$ штук. Значит, на изготовление тетрадей первого вида пошло $12x$ листов бумаги, а тетрадей второго вида – $(60 - x) \cdot 18$ листов. Тогда на все тетради израсходовали $12x + (60 - x) \cdot 18$ листов бумаги. Известно, что израсходовали 840 листов бумаги. Можно составить уравнение: $12x + (60 - x) \cdot 18 = 840$».*

Эта задача похожа на задачу 345. В обоих случаях возникает ситуация отрицательного слагаемого, содержащего переменную. Поэтому удобнее обозначить буквой количество тетрадей второго вида.

В задании 393 повторяется навык умножения чисел, содержащих нули в середине и в конце. В пункте 2 для каждого произведения составляются два частных, которые затем преобразуются в соответствии с условием пункта 3. Например, по равенству $7\,208 \cdot 54 = 389\,232$ можно составить равенства $389\,232 : 7\,208 = 54$ и $389\,232 : 54 = 7\,208$. Изменить частные так, чтобы их значения увеличились в 2 раза, можно разными способами:

– увеличить делимое в 2 раза;
– уменьшить делитель в 2 раза;
– увеличить делимое в 4 раза, а делитель – в 2 раза и т.д.

Следует рассмотреть разные способы увеличения частного в 2 раза. Поэтому задания пунктов 2 и 3 желательно выполнять в группах с последующим обсуждением.

Уроки 95–97. **Действия с величинами**

Задачи уроков:

- выполнять все четыре арифметических действия с величинами, применять их при решении задач;
- решать задачи арифметическим и алгебраическим способами;
- преобразовывать числовые выражения в соответствии с заданием;
- выполнять задания олимпиадного характера;
- использовать при решении задач знания о площади плоских фигур и объеме тел;
- работать с диаграммами, таблицами, чертежами;
- познакомиться с историей метрической системы мер.

На данных уроках предстоит закрепить и развить навыки выполнения арифметических действий с величинами. Кроме того, предполагается работа по всем содержательным линиям курса математики. Распределить материал учебника по урокам можно следующим образом: задания 396–400 выполнить на уроке 95, задания 401–405 и исторический материал на с. 70–71 – на уроке 96, задания 406–410 – на уроке 97. Охарактеризуем кратко задания, предназначенные для этих трех уроков.

Задание 396 актуализирует понятия «площадь» прямоугольника и «масштаб», развивает конструктивные способности и пространственное мышление, совершенствует навык деления величин. В пункте 2 задания предлагается ответить на вопрос о количестве пластинок с помощью деления площади листа жести на площадь одной пластинки. В результате выполнения деления величин 528 кв. см и 48 кв. см получается 11 пластинок. При выполнении чертежа листа жести в указанном масштабе и расположении на нем пластинок учащиеся убедятся, что в зависимости от расположения может получиться 8 или 9 пластинок. При ответе на вопрос пункта 4 можно привести множество примеров размеров листа жести, из которого нельзя вырезать ни одной пластинки указанного размера. Например, площадь листа жести с размерами 4 см на 132 см также 528 кв. см, но из этого листа невозможно вырезать ни одной пластинки размером 6 на 8 см.

Разными способами найти площадь пятиугольника предлагается в задании 397. Если площадь вычислять с помощью деления пятиугольника на части (большой прямоугольник, прямоугольный треугольник и малый прямоугольник), то получится следующее выражение:

S = 25 мм · 6 см + (15 мм · 2 см) : 2 + 1 см · 2 см =
= 1 500 кв. мм + 150 кв. мм + 200 кв. мм = 1 850 кв. мм =
= 18 кв. см 50 кв. мм.

Если пятиугольник дополнить до прямоугольника, а затем из площади полученного прямоугольника вычесть площадь прямоугольного треугольника, то получится следующее выражение:

S = 80 мм · 25 мм – (15 мм · 20 мм) : 2 = 2 000 кв. мм –
– 150 кв. мм = 1 850 кв. мм = 18 кв. см 50 кв. мм

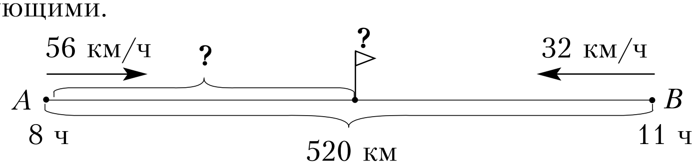
Для ответа на вопрос пункта 2 необходимо вспомнить, что объем призмы равен значению произведения площади основания призмы и высоты (длины бокового ребра). Этот вывод был сделан в задании 344. Достаточно выполнить следующие действия:

1) V = 74 куб. см = 74 000 куб. мм
2) S *осн.* = 1850 кв. мм
3) h = 74 000 : 1 850 = 40 (мм) = 4 см

Ответ: 4 см – высота призмы.

Сравнение текстов задач и выполнение чертежей к ним в задании 398 приведут учащихся к выводу, что в первой задаче рассматривается движение навстречу друг другу, а во второй – движение вдогонку. Поэтому решения задач будут следующими.

А)



Решение:

1) 11 – 8 = 3 (ч) – был в пути автобус до выезда грузовика.
2) 56 · 3 = 168 (км) – проехал автобус до выезда грузовика.

3) 520 – 168 = 352 (км) – оставшееся расстояние.

4) 56 + 32 = 88 (км/ч) – скорость сближения.

5) 352 : 88 = 4 (ч) – время движения до встречи.

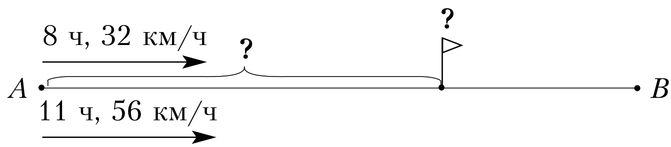
6) 11 + 4 = 15 (ч) = 3 (часа дня) – время встречи автобуса и грузовика.

7) 3 + 4 = 7 (ч) – был в пути автобус.

8) 56 · 7 = 392 (км) – проехал до встречи автобус.

Ответ: в 3 часа дня на расстоянии 392 км от города А встретились автобус и грузовик.

Б)



Решение:

1) 11 – 8 = 3 (ч) – был в пути грузовик до выезда автобуса.

2) 32 · 3 = 96 (км) – проехал грузовик до выезда автобуса.

3) 56 – 32 = 24 (км/ч) – скорость сближения.

4) 96 : 24 = 4 (ч) – проедут грузовик и автобус до встречи.

5) 11 + 4 = 15 (ч) = 3 (часа дня) – время встречи автобуса и грузовика.

6) 56 · 4 = 224 (км) – проедет автобус до встречи.

Ответ: в 3 часа дня на расстоянии 224 км от города *А* встретились автобус и грузовик.

В задании 399 предлагается сумма трехзначных слагаемых, которые удобно складывать попарно. В результате получится выражение:

(111 + 999) + (333 + 777) + 555 = 1 110 + 1 110 + 555 =
= 2 220 + 555 = 2 775.

При ответе на вопрос пункта 2 могут получиться разные суммы. Учитывая значение суммы (1 111), можно сделать вывод, что нулями можно заменять цифры старших разрядов, т.е. слагаемыми могут быть трех-, дву- и однозначные числа, например: 111 + 333 + 500 + 77 + 90 = 1 111. При поиске сумм, значения которых равны 1 111, учащиеся получат суммы с разными значениями, тем самым ответят на вопрос пункта 4.

В задании 400 учащимся предстоит работа со столбчатой диаграммой (оценка шкалы диаграммы, чтение диаграммы) и дробными числами (нахождение дроби от числа).

В задании 401 повторяются навыки умножения и деления величины на число, сложения и вычитания величин. В задание включены выражения, содержащие массу, время, длину, площадь и объем. Для некоторых величин (масса, время, длина) можно составить сложные выражения, а остальные (площадь, объем) дополнить выражениями, содержащими эти же величины, например:

4 кг 286 г · 39 + 65 ц 60 кг : 32 + 9 ц – 9 кг =

= 1083 кг 154 г = 1 т 83 кг 154 г.

Задачу 402 предлагается решить двумя способами: арифметическим и алгебраическим. Поэтому решение может выглядеть следующим образом.

<u>1 способ (арифметический)</u>

1) В задаче 6 равных частей: 1 + 3 + 2 = 6.

2) 600 : 6 = 100 (га) – одна часть или участок первой бригады.

3) 100 · 3 = 300 (га) – участок второй бригады.

4) 100 · 2 = 200 (га) – участок третьей бригады.

Ответ: 100 га, 300 га, 200 га.

<u>2 способ (алгебраический)</u>

1) Пусть первая бригада должна обработать x га, тогда вторая бригада должна обработать $3x$ га, а третья бригада – $2x$ га. Все три бригады обработают площадь $(x + 3x + 2x)$ га. Известно, что площадь трех участков составляет 600 га. Можно составить уравнение:

$x + 3x + 2x = 600$

$6x = 600$

$x = 600 : 6$

$x = 100$

2) 100 · 3 = 300 (га) – участок второй бригады.

3) 100 · 2 = 200 (га) – участок третьей бригады.

Ответ: 100 га, 300 га, 200 га.

Вопрос пункта 3 возвращает учащихся к понятию «производительность труда». Находя производительность труда трактористов каждой бригады, дети выполнят следующие действия:

1) 100 : 4 = 25 (га) – производительность труда тракториста первой бригады.

2) 300 : 10 = 30 (га) – производительность труда тракториста второй бригады.

3) $200 : 5 = 40$ (га) – производительность труда тракториста третьей бригады.

Ответ: производительность труда выше в третьей бригаде, она составляет 40 га.

Задания 403 и 407 посвящены совершенствованию вычислительных навыков. Задание 403 позволит еще раз осознать математический смысл действия деления и выполнить деление многозначных чисел с остатком. Затем предстоит изменить делимые так, чтобы деление выполнялось без остатка. В задании 407 информация об изменении компонентов вычитания содержится в табличной форме. Учащимся предстоит высказать свое мнение об изменении значения разности в каждом случае и проверить его на конкретных примерах.

Задания 405, 410 и исторический материал на с. 70–71 направлены на развитие навыков действий с величинами и расширение кругозора детей. В задании 405 предлагаются выражения на деление величин, которые необходимо предварительно преобразовать. Задание 410 содержит выражения на все четыре арифметических действия с разными значениями времени. В пункте 2 из простых выражений предлагается составить сложные, например, такие:

2 ч 47 мин + 5 ч 40 мин – 8 ч 27 мин : 3.

Задание 404 предусматривает работу с буквенными выражениями. В пункте 1 учащимся предстоит найти значения выражений при заданных значениях переменной. В пунктах 2 и 3 поставлена обратная задача – по известному значению выражения найти значения переменной.

Задача 406 по своему математическому смыслу похожа на задачу пункта 3 задания 402. Отвечая на первый вопрос задачи, учащиеся будут находить среднюю скорость лыжников в каждый из трех дней (в названной выше задаче определяли производительность труда каждого тракториста).

В задании 408 предлагается линейная диаграмма. Сложность задачи в том, что цену деления шкалы можно узнать из сравнения длин рек Волги и Оби. В результате получится, что одна клетка по горизонтали изображает 400 км. Пользуясь этой информацией, можно найти примерную протяженность каждой из трех рек.

Как видим, на этих уроках развиваются действия сравнения и анализа, рассуждений по аналогии, поиска разных способов выполнения задания (*познавательные УУД*), прогнозирования результата и контроль за выполнением действия (*регулятивные УУД*), навыки взаимодействия в паре и в группе (*коммуникативные УУД*), предусмотрена работа с разными формами представления информации.

Урок 98. **Систематизация и обобщение знаний по теме «Действия с величинами»**

Задачи урока:

– развивать навыки действий с величинами;

– совершенствовать вычислительные навыки, навыки решения неравенств, текстовых и геометрических задач.

Для работы на заключительном уроке предназначены задания на с. 74–75, которые направлены на развитие и совершенствование действий и навыков, полученных в ходе изучения данной темы.

Урок 99. **Контрольная работа по теме «Действия с величинами»**

Уроки 100–110
Положительные и отрицательные числа

Знакомство с положительными и отрицательными числами призвано расширить математический кругозор детей и более наглядно показать прикладной характер математики. Отрицательные числа появляются из необходимости выражения температуры холодного воздуха, глубины морей, расположения низменностей относительно уровня мирового океана. Числа, большие нуля, получают название положительных чисел. Учащиеся убедятся в удобстве использования этих чисел во многих ситуациях в реальной жизни. Из необходимости изобразить положительные и отрицательные числа возникнет новая модель – координатная прямая, имеющая как сходства, так и различия с уже используемым координатным лучом. Координатная прямая поможет детям в сравнении положительных и отрицательных чисел.

В ходе изучения темы большое внимание уделяется развитию умений и навыков, приобретенных при изучении других тем курса. Продолжается решение текстовых задач разными способами (алгебраическим и арифметическим). Работа с текстовыми задачами предусматривает преобразование задач в соответствии с заданием, составление обратных задач, сравнение разных способов решения и поиск наиболее рационального из них. При этом используются разные модели: чертеж, таблица, схема.

Различные формы представления информации применяются и в работе с положительными и отрицательными числами (круговая диаграмма для представления результатов наблюдений за температурой воздуха), схема, содержащая указания по изменению компонентов действий. Серьезное внимание уделено нахождению площадей фигур сложной формы разными способами, вычислению и использованию объемов пространственных фигур, решению практических задач с использованием масштаба.

Урок 100. **Натуральные и дробные числа**

Задачи урока:

– актуализировать понятия натурального и дробного чисел;

– выполнять действия с величинами и числами;

– вычислять площадь многоугольника и объем призмы с многоугольником в основании;

– решать задачу разными способами.

На первом уроке темы актуализируются знания об изученных числах. В пунктах 1 и 2 задания 411 предлагается классифицировать предложенные числа на натуральные и дробные и дополнить полученные группы. В пункте 3 обращается внимание на еще одно число, широко используемое учащимися и не относящееся ни к одной из названных групп, – число «нуль». В последнем пункте задания учащимся предстоит составить простые задачи, содержащие натуральные и дробные числа, например, такие:

1) В третьем классе ученики решили 272 задачи, это на 59 задач меньше, чем в четвертом классе. Сколько задач решили ученики в четвертом классе?

2) По наблюдениям метеорологов за три весенних месяца 3/4 дней были солнечными. Сколько дней были солнечными?

Для того чтобы выбрать разные способы решения задачи 412, целесообразно представить ее данные в виде таблицы или другой наглядной модели.

Грузоподъемность одной машины	**Количество машин**	**Количество рейсов**	**Масса вывезенной земли**
7 т	5	15	? } 1200 т
5 т	4	15	?

Решение:

<u>1 способ</u>

1) $7 \cdot 5 = 35$ (т) – земли вывезли за 1 рейс все 7-тонные машины.

2) $5 \cdot 4 = 20$ (т) – земли вывезли за 1 рейс все 5-тонные машины.

3) $35 \cdot 15 = 525$ (т) – земли вывезли 7-тонные машины.

4) $20 \cdot 15 = 300$ (т) – земли вывезли 5-тонные машины.

5) $525 + 300 = 825$ (т) – вывезено земли.

6) $825 < 1\,200$. Значит, работа по вывозу земли не закончена.

7) $1\,200 - 825 = 375$ (т) – осталось вывезти.

Ответ: 375 т земли осталось вывезти.

<u>2 способ</u>

Решим задачу, составляя числовое выражение. При этом учтем, что все машины сделали по 15 рейсов.

1) $(7 \cdot 5 + 5 \cdot 4) \cdot 15 = (35 + 20) \cdot 15 = 55 \cdot 15 = 825$ (т) – вывезено земли.

2) $1\,200 - 825 = 375$ (т) – осталось вывезти.

Ответ: 375 т земли осталось вывезти.

<u>3 способ</u>

1) $7 \cdot 15 = 105$ (т) – вывезла одна 7-тонная машина.

2) $105 \cdot 5 = 525$ (т) – вывезли все 7-тонные машины.

3) $5 \cdot 15 = 75$ (т) – вывезла одна 5-тонная машина.

4) $75 \cdot 4 = 300$ (т) – вывезли все 5-тонные машины.

5) $525 + 300 = 825$ (т) – вывезено земли.

6) $825 < 1200$. Значит, работа по вывозу земли не закончена.

7) $1200 - 825 = 375$ (т) – осталось вывезти.

Ответ: 375 т земли осталось вывезти.

К условию этой задачи можно задать другие вопросы, но все задачи будут с лишним данным (1200 т).

Примеры вопросов:

1) Сколько земли вывезено из котлована?

2) Какие машины вывезли больше земли и на сколько?

В задании 413 предстоит выполнить работу по сложению и вычитанию величин и делению величины на число. Затем учащимся предлагается изменить выражения так, чтобы их значениями стали не величины, а числа. Например, для первого выражения можно найти разные способы:

(53 км 256 м + 30 км 744 м) : 42 м = 84 км : 42 м = 2000

(53 км 256 м + 30 км 744 м) : 42 км = 84 км : 42 км = 2

Выполнить действия с числами предстоит и в задании 415. После того как дети найдут значения простых выражений, они смогут составить следующее сложное выражение: $(19\ 845 - 3\ 904) : 19 \cdot 63 + 1\,188$

Найти площадь фигуры сложной формы (шестиугольника) предлагается в задании 414. Для этого можно использовать все способы, перечисленные в пункте 2. Но самый рациональный – перестроение частей шестиугольника. В результате перестроения фигуры получится прямоугольник с размерами 2 см и 4 см.

Значит, $S_{осн.}$ = 8 кв. см, а V = 8 кв. см · 8 см 5 мм =
= 800 кв. мм · 85 мм = 68 000 куб. мм = 68 куб. см.

Для вычисления объема призмы использовалась формула $V = S_{осн.} \cdot h$, полученная в задании 344.

Урок 101. **Способы записи температуры воздуха**

Задачи урока:

– познакомиться с разными способами записи температуры воздуха;

– решать обратные задачи;

– находить значения простых выражений, составлять из них сложные;
– решать простые неравенства.

На данном уроке происходит первое знакомство с записью положительных и отрицательных чисел на примере положительных и отрицательных значений температуры воздуха. В задании 416 знакомые детям выражения «... градусов тепла» и «... градусов холода» записываются с помощью знаков «+» и «–». На шкале термометра рассматривается расположение относительно нуля положительных и отрицательных температур. В дальнейшем это поможет осознанию расположения положительных и отрицательных чисел на координатной прямой.

В заданиях 417–419 продолжается работа по решению задач, уравнений, неравенств, совершенствуются вычислительные навыки.

В задании 417 предлагается задача, обратная к задаче 412. Учитывая количество данных в задаче, можно утверждать, что можно составить еще 5 обратных задач, например, таких: *«Из котлована нужно вывезти 1200 т земли. Работают 5 семитонных и 4 пятитонных самосвала. После того, как машины совершили одинаковое количество рейсов, осталось вывезти 375 т земли. Сколько рейсов сделали машины?»*

В задании 418 предстоит выполнить умножение и деление многозначных чисел и найти значения выражений. Проверить правильность вычислений можно с помощью обратного действия.

Задание 419 напоминает о способе решения неравенств с помощью соответствующего уравнения. Поэтому рассуждения могут быть такими:

«Решим уравнение $27 - b = 10$, $b = 17$. Решения неравенств $27 - b < 10$ и $27 - b > 10$ будут находиться слева и справа от числа 17. Если значения b будут увеличиваться, то значения $27 - b$ будут уменьшаться. Поэтому числа, большие 17, являются решениями неравенства $27 - b < 10$. Если значения b будут уменьшаться, то значения $27 - b$ будут увеличиваться. Поэтому числа, меньшие 17, являются решениями неравенства $27 - b > 10$».

Как видим, на уроке создаются предпосылки для установления аналогии между шкалой термометра и координатной прямой, рассматриваются прямое и обратное действия (при вычислении значений выражений, решении и составлении задач), устанавливаются причинно-следственные связи при решении неравенств, т.е. развиваются *познавательные учебные действия*.

Урок 102. **Положительные и отрицательные числа**

Задачи урока:

– познакомиться с понятиями «положительные и отрицательные числа»;

– устанавливать отношение «взаимно обратные задачи»;

– решать уравнения, содержащие переменную в обеих частях;

– строить круговую диаграмму на основе данных наблюдений.

На уроке продолжается работа по рассмотрению показаний термометра и записи значений температуры воздуха (задание 420). Числа, в записи которых используются знаки «+» и «–», получают названия «положительных» и «отрицательных». Рассматриваются ситуации, в которых применяются положительные и отрицательные числа.

На основе деления значений температуры воздуха на положительные, отрицательные и нулевые построена круговая диаграмма в задании 422, по которой учащиеся определят, что 2/6 времени наблюдений температура была положительная, 3/6 – отрицательная, 1/6 – нулевая. Останется найти эти дроби от числа 24 (количество дней наблюдения за температурой воздуха).

Аналогичную работу учащимся предстоит выполнить самостоятельно. Для этого им необходимо понаблюдать за температурой воздуха в течение 6 или 8 дней (фиксировать ее значения в одно и то же время, например, в 12 часов дня), а затем, используя полученные данные, построить круговую диаграмму. Количество дней для наблюдений определено исходя из умений учащихся делить круг на 6 или 8 равных частей.

В задании 423 предложены для сравнения две задачи. Схематическая запись данных задач поможет выяснить, являются ли они обратными.

1 800 кирп., по 50 к., 750 к., одинак. время, ?
по 50 к., 750 к., одинак. время, по 70 к. ?

Как видно из записей, эти задачи, строго говоря, не обратные, так как искомое второй задачи не является данным в первой (хотя его нетрудно вычислить, пользуясь данными 1 800 кирпичей и 750 кирпичей). Это предположение подтвердится при решении.

А) *Решение:*

1) $750 : 50 = 15$ (ч) – работал первый каменщик.

2) $1\,800 - 750 = 1\,050$ (кирп.) – уложил второй каменщик.

3) $1\,050 : 15 = 70$ (кирп.) – укладывал в час второй каменщик.

Ответ: 70 кирпичей в час.

Б) *Решение:*

1) $750 : 50 = 15$ (ч) – работал первый каменщик.

2) $70 \cdot 15 = 1\,050$ (кирп.) – уложил второй каменщик.

Ответ: 1050 кирпичей.

Как видим, количество действий, необходимых для решения задач, различно.

В задании 421 предлагается определить по трем проекциям объемное тело (конус) и изобразить его. Задание 424 направлено на повторение навыков выполнения действий с разнообразными величинами. В задании 425 учащимся предстоит вспомнить распределительное свойство умножения и свойства равенств и использовать их при решении сложных уравнений.

Урок 103. **Координатная прямая**

Задачи урока:

– познакомиться с координатной прямой и расположением на ней положительных и отрицательных чисел;

– научиться находить и отмечать положительные и отрицательные числа на координатной прямой;

– решать задачи разными способами;

– восстанавливать и изменять «деформированные» числовые равенства.

На этом уроке учащиеся познакомятся с понятием «координатная прямая» (задание 426). В пунктах 1–3 задания рассматриваются известные детям числа (натуральные, дробные, число нуль) и их расположение на координатном луче. Для изображения всех вышеназванных чисел достаточно координатного луча. Затем выясняется, что на координатном луче можно изобразить только положительные числа и число нуль. Возникает вопрос: где же находятся отрицательные числа? На помощь приходит шкала термометра. В пункте 4 координатный луч продолжают за точку 0 влево и полученную таким образом модель называют координатной прямой. По аналогии с целыми положительными числами слева от нуля изображаются целые отрицательные числа (пункты 5 и 6).

В задании 429 положительные и отрицательные числа используются для характеристики географических объектов. В результате выполнения задания у детей появятся записи:

+228 м;   –28 м;   –400 м;   +220 м.

Задачу 427 предлагается решить двумя способами: алгебраическим и арифметическим. Перед тем, как приступить к решению, требуется выяснить, что буквой удобно обозначить самую меньшую величину – возраст сестры. Поэтому решение может выглядеть так:

Решение:

Пусть сестре x лет, тогда Пете $3x$ лет, а папе $(3x) \cdot 3$ лет. Значит, папе и сестре вместе $x + (3x) \cdot 3$ лет. Известно, что папе и сестре вместе 50 лет. Можно составить уравнение:

$x + (3x) \cdot 3 = 50$

$x + 9x = 50$

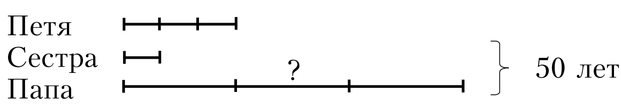
$10x = 50$

$x = 5$

2) $3 \cdot 5 \cdot 3 = 45$ (лет) – возраст отца.

Ответ: 45 лет отцу.

Для арифметического решения будет удобна схема.



Решение:

1) Возраст сестры и папы составляет 1 + 9 = 10 равных частей.

2) 50 : 10 = 5 (лет) – одна часть или возраст сестры.

3) 5 · 9 = 45 (лет) – возраст отца.

Ответ: 45 лет отцу.

В равенствах задания 428 во многих разрядах неизвестные числа находятся в двух компонентах (слагаемое и значение суммы, уменьшаемое или вычитаемое и значение разности). Поэтому могут получиться разные равенства, в том числе и такие:

$$\begin{array}{r}+\begin{array}{r}5173\\2915\\\hline 8088\end{array}\qquad +\begin{array}{r}4023\\1272\\\hline 5295\end{array}\qquad -\begin{array}{r}3730\\2586\\\hline 1144\end{array}\qquad -\begin{array}{r}8522\\4728\\\hline 3994\end{array}\end{array}$$

Как видим, на уроке продолжается развитие таких *познавательных УУД*, как сравнение и рассуждение по аналогии, моделирование и поиск разных способов решения и т.д., причем работа ведется как с графическими моделями (координатная прямая), так и с алгебраическими (уравнение).

Урок 104. **Положительные и отрицательные координаты точек**

Задачи урока:

– изображать на координатной прямой точки с положительными и отрицательными координатами;

– решать и составлять задачи на разные виды движения;

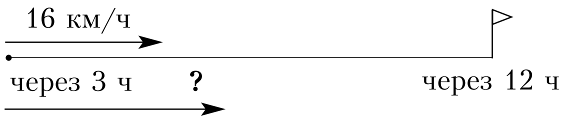
– прогнозировать изменение значения числового выражения в зависимости от изменения его компонентов (пользоваться схемой);

– решать практическую геометрическую задачу с применением масштаба.

Большое внимание на предстоящем уроке уделяется работе по изображению точек с указанными координатами на координатной прямой. В задании 430 перед учащимися поставлена задача отметить на координатной прямой точки с положительными, отрицательными и нулевой координатой (пункт 1). В пункте 2 предлагается обратная задача – определить координаты точек, отмеченных на прямой с заданным единичным отрезком. После этого будет легко ответить на вопрос о расположении и координатах точек, выделенных в пункте 3: *«Точки А и К находятся на одинаковом рассто-*

янии от 0, но по разные стороны от него. То же самое можно сказать о точках B и C. Поэтому координаты точек A и K, B и C отличаются знаком, но выражаются одинаковыми числами».

Решать и преобразовывать задачу 431 удобно, используя схематический чертеж.



Решение:

1) 3 + 12 = 15 (ч) – был в пути первый теплоход до встречи со вторым.

2) 16 · 15 = 240 (км) – прошел первый теплоход до встречи со вторым.

3) 240 : 12 = 20 (км/ч) – скорость второго теплохода.

Ответ: 20 км/ч скорость второго теплохода.

С этими же данными и тем же вопросом предстоит составить задачу на встречное движение, например, такую: *«От пристани отошел теплоход со скоростью 16 км/ч. Через 3 ч от другой пристани навстречу ему вышел другой теплоход. Через 12 ч после его выхода теплоходы встретились. С какой скоростью двигался второй теплоход?».* Анализ текста составленной задачи покажет, что решить ее невозможно, так как при известном времени движения второго теплохода неизвестно, какое расстояние он прошел за это время. В задаче на движение вдогонку (пункт 1) это расстояние можно было найти, используя величины, характеризующие движение первого теплохода. Поэтому условие задачи следует дополнить еще одним данным, например:

– *«теплоходы прошли до встречи одинаковое расстояние»;*

– *«второй теплоход прошел на 48 км больше» и т.д.*

В задании 432 в схематической форме предлагается проследить, как изменение множителей в произведении влияет на его значение. При этом возможное изменение компонентов действия дается в разной терминологии.

Задание 433 предлагает практическую задачу, в которой для ответа на вопрос нужно сделать чертеж. В результате учащиеся выяснят, что при разном расположении на листе картона может получиться 8 или 9 карточек. Так как вопрос задан о наибольшем количестве карточек, то следует выбрать второй вариант разрезания листа картона. В пункте 3 предлагается лист картона с измененными размерами, но такой же площадью. Утверждать, что площадь листа осталась такой же, можно, опираясь на результат предыдущего задания (один множитель увеличился в 2 раза, а другой – уменьшился в 2 раза, значит, площадь осталась неизменной). При новых размерах листа картона 72 см на 24 см может получиться 6 или 8 карточек. Значит, на вопрос пункта 3 следует ответить, что из листа картона 72 см на 24 см не может получиться 9 карточек.

Как видим, на этом уроке развиваются навыки работы с разными моделями: координатной прямой (модель числового множества), схематическим чертежом (в задачах на движение), блок-схемой (отображающей производимые действия).

Уроки 105–107. **Сравнение положительных и отрицательных чисел**

Задачи уроков:

– сравнивать положительные и отрицательные числа;

– решать задачи разными способами;

– выполнять действия с величинами, числами, находить значения буквенных выражений.

После изображения положительных и отрицательных чисел на координатной прямой предстоит работа по сравнению чисел с опорой на мысленное представление об их расположении (задание 434). В результате сравнения положительных чисел (пункт 1) учащиеся сделают вывод, что из двух чисел на координатной прямой большее расположено правее меньшего, а меньшее – левее большего, но все положительные числа располагаются справа от нуля (пункты 2 и 3). В следующих пунктах задания проводится сравнение отрицательных чисел и нуля, положительного и отрицательного чисел. От изображения чисел на координатной прямой переходим к мысленному представлению о расположении чисел, а затем – к сравнению на основе выведенного утверждения (пункт 5).

Работа с числами продолжается на следующем уроке (задание 440). При выполнении пункта 1, возможно, дети разделят все указанные числа на три группы: *положительные, отрицательные* и *нуль*. В этом случае следует предложить им разделить числа на четыре группы (пункт 2): *натуральные, дробные, отрицательные* и *нуль*. В терминологии курса математики средней школы это группы *целых положительных, целых отрицательных, положительных дробных чисел* и *нуля*. Дополняя выделенные группы числами, учащиеся подтвердят, что последнюю группу (число нуль) дополнить нельзя.

На заключительных уроках темы значительное внимание уделяется развитию навыка решения задач. В задании 435 предлагается решить задачу алгебраически. Вместо подробных рассуждений, предшествующих составлению уравнения, можно ввести переменную и выразить через нее другие величины, заполняя таблицу, тем самым проводя анализ текста задачи и составляя ее модель.

<table>
<tr><th>Количество мест в лодке</th><th>Количество лодок</th><th colspan="2">Количество туристов</th></tr>
<tr><td>6</td><td>x</td><td>$6x$ чел.</td><td rowspan="2">46 чел.</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$10 - x$</td><td>$4(10 - x)$ чел.</td></tr>
</table>

Решение:

1) $6x + 4(10 - x) = 46$

$6x + 40 - 4x = 46$

$2x = 6$

$x = 3$

2) $10 - 3 = 7$ – четырехместных лодок.

Ответ: 3 шестиместных лодки и 7 четырехместных.

В задании 441 предлагается задача на нахождение дроби от числа (арифметически).

Решение:

1) $540 : 18 \cdot 7 = 30 \cdot 7 = 210$ (гр.) – нашел 1-й грибник.

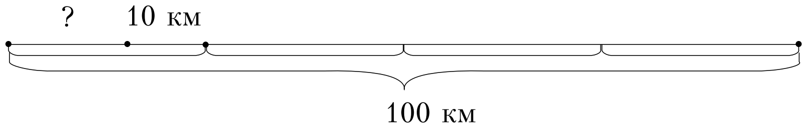
2) $210 : 3 \cdot 2 = 70 \cdot 2 = 140$ (гр.) – нашел 2-й грибник.

3) $210 + 140 = 350$ (гр.) – собрали два грибника.

4) $540 - 350 = 190$ (гр.) – собрал третий грибник.

Ответ: 190 грибов собрал третий грибник.

Решить задачу двумя способами и выбрать из них лучший предстоит в задании 446. Для решения задачи арифметическим способом удобно сделать схематический чертеж.



Решение:

1) Из условия задачи и по чертежу видно, что в задаче 4 равные части.

2) $100 : 4 = 25$ (км) – пройденное расстояние.

3) $25 - 10 = 15$ (км) – расстояние, пройденное до привала.

Ответ: на расстоянии 15 км от начала пути был сделан привал.

При решении алгебраическим способом за переменную удобно обозначить искомую величину. Получим уравнение:

$(x + 10) + 3\,(x + 10) = 100$

$4(x + 10) = 100$

$x + 10 = 25$

$x = 15$

Ответ: на расстоянии 15 км от начала пути был сделан привал.

Изменить условие задачи можно по-разному, например, так: *«Отправившись в поход, школьники через некоторое время сделали привал. Оказалось, что им осталось пройти в 3 раза больше, чем уже пройдено. На каком расстоянии от начала пути был сделан привал, если всего они пройдут 100 км?»*.

Работе с буквенными выражениями посвящены задания 436 и 442. В первом из них учащимся предстоит найти значения выражений с 2 или 3 буквами, подставив их значения и вычислив результаты. В этом же задании для этих же буквенных выражений требуется подобрать однозначные числа (значения букв) так, чтобы выражения имели смысл. Другую работу с буквенными выражениями предстоит выполнить в задании 442. В пункте 1 нужно упорядочить данные выражения, учитывая условия задания. Получим последовательность

$98 - a, \quad 94 - a, \quad 90 - a, \quad 86 - a, \quad 82 - a, \quad 78 - a.$

Дети сделают вывод, что значения выражений будут последовательно уменьшатся на 4 при любом значении a. Отвечая на вопрос пункта 3, получим, что $a < 78$, причем a – натуральное число.

Задания 437, 443 и 448 посвящены работе с величинами и единицами их измерения. Решение уравнений и развитие вычислительных навыков составляют содержание заданий 445, 447, 450.

Для выявления закономерностей и продолжения числовых рядов в задании 438 предстоит выполнять вычисления. В первом числовом ряду закономерность можно найти, выяснив, на сколько последующее число меньше предыдущего (на 11, 22, 33, 44). Поэтому, чтобы получить следующие числа ряда, нужно вычислить значения разностей $188 - 55 = 133$, $133 - 66 = 67$. Выполнить вычитание в выражении $67 - 77$ дети уже не смогут, поэтому первый ряд можно продолжить только на два числа. Закономерность во втором числовом ряду выявляется легко: каждое последующее число в 2 раза меньше предыдущего. Второй ряд можно продолжить на числа 40, 20, 10, 5. Каждое число третьего ряда, начиная с третьего, получено сложением двух предыдущих. Поэтому следующими числами ряда станут 44, 65, 109 и 174.

Задания 439 и 449 посвящены конструированию из деталей танграма. Найти площадь плоской фигуры разными способами предстоит в задании 444. Если пятиугольник, данный на чертеже, разделить на части, площади которых дети умеют находить (два квадрата и два прямоугольных треугольника), то получится следующее выражение:

$S = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + (1 \cdot 4) : 2 + (2 \cdot 2) : 2 = 9 + 4 + 2 + 2 = 17$ (кв. см).

Если пятиугольник дополнить до прямоугольника двумя прямоугольными треугольниками, то площадь можно будет вычислить с помощью следующих действий:

$S = 7 \cdot 3 - (2 \cdot 2) : 2 - (1 \cdot 4) : 2 = 21 - 2 - 2 = 17$ (кв. см).

Таким образом, на заключительных уроках темы совершенствуются многие *познавательные действия*: использование различных моделей для решения задач, осуществление анализа и синтеза, проведение сериации и классификации по заданным критериям и т.д.

Уроки 108–109. **Систематизация и обобщение знаний по теме «Положительные и отрицательные числа»**

Задачи уроков:

– сравнивать и упорядочивать положительные и отрицательные числа, выполнять с ними действия на координатной прямой;

– решать задачи разными способами;

– выполнять действия с числами и величинами;

– решать уравнения и неравенства.

Для работы на этих уроках предназначены задания со с. 94–95. Рассмотрим некоторые из них.

Задание 2 актуализирует понятие единичного отрезка и предполагает выполнение действий на координатной прямой: *«Элли оказалась на числе 14, значит, она прошла 12 единичных отрезков, а Страшила – 6 единичных отрезков. Учитывая длину единичного отрезка, получим, что Страшила прошел 12 м. Так как Страшила двигался в противоположную сторону от Элли, он оказался на числе с отрицательной координатой (–4)»*.

Решать задачи из задания 8 лучше разными способами: первую – алгебраически, вторую – арифметически, при этом при решении первой задачи учащиеся составят следующее уравнение: $5x + x + 143 = 545$.

Урок 110. **Контрольная работа по теме «Положительные и отрицательные числа»**

Уроки 111–126
Числа класса миллионов

В этой теме происходит знакомство со следующим классом чисел – классом миллионов. Изучение новых чисел идет по известному алгоритму: образование новой единицы счета, запись и название нового числа; анализ записи и названия; счет новой единицей до 9, рассмотрение разных способов получения новой счетной единицы (в данном случае – миллиона) и т.д. Кроме класса миллионов, учащиеся познакомятся и с другим классом чисел – классом миллиардов. В ходе темы будет подчеркнуто, что выполнение действий с вновь изученными числами происходит по тем же алгоритмам, что и с ранее изученными.

Одновременно в процессе рассмотрения материала данной темы предусмотрено дальнейшее совершенствование полученных навыков и умений. Большое внимание уделяется решению задач, в основе которых лежат разные процессы (движение, работа и т.д.), причем довольно разнообразна методическая работа с задачами (схематизация и моделирование, поиск разных способов решения, преобразование, восстановление задачи по модели и составление обратных задач). Вычислительные навыки развиваются в процессе выполнения действий с числами и величинами; осознание выполняемых действий достигается при наблюдении за изменениями числовых или буквенных выражений, заданных не только словесно, но и в схематической форме.

В связи с расширением используемых чисел устанавливаются новые соотношения между единицами измерения разных величин. Кроме того, предусмотрено составление таблиц единиц измерения для основных величин и их сравнение.

Не остается без внимания и геометрический материал: учащимся предлагается найти разные способы вычисления площадей сложных плоских фигур, определить объемы прямых призм с разными основаниями, решить конструкторские задачи.

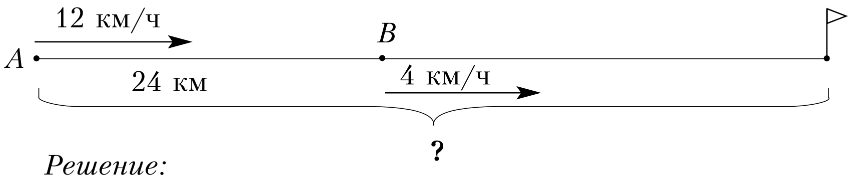
Урок 111. **Миллион**

Задачи урока:

- образовать новую разрядную единицу – миллион;
- решать текстовые задачи разных видов;
- выполнять действия с величинами;
- работать на координатном луче с дробными числами.

Знакомство с новой единицей счета – миллионом – начинается с образования этого числа с помощью сотен тысяч (задание 451). Выполнив сложение 900 000 и 100 000, учащиеся получат число с шестью нулями после единицы. Дети познакомятся с названием новой единицы счета и составят суммы, слагаемыми которых должны быть сотни тысяч, а значением – один миллион.

На уроке предусмотрено решение различных задач. В задании 452 предлагается задача на движение вдогонку. Особенность задачи в том, что объекты начинают движение из разных точек, но одновременно. Понять ситуацию и найти путь решения поможет схематический чертеж.



Решение:

1) 12 – 4 = 8 (км/ч) – скорость сближения всадника и пешехода.

2) 24 : 8 = 3 (ч) – время, через которое всадник догонит пешехода.

3) 4 · 3 = 12 (км) – пройдет пешеход до того момента, когда его догонит всадник.

Ответ: в 12 км от пункта В всадник догонит пешехода.

Условие другой задачи (задание 453) содержит множество данных, поэтому лучше понять зависимости, заложенные в ней, поможет таблица.

Теплицы	**Площадь теплицы**	**Собрали с 1 кв. м**	**Собрали во всей теплице**
1	36 кв. м	?	648 кг
2	24 кв. м	?, на 2 кг больше	? ?
3	?, в 2 раза меньше	?, на 2 кг больше	?

Решение:

1) 648 : 36 = 18 (кг) – собрали с 1 кв. м в первой теплице.

2) 18 + 2 = 20 (кг) – собрали с 1 кв. м во второй и третьей теплицах.

3) 36 : 2 = 18 (кв. м) – площадь третьей теплицы.

4) 20 · 24 = 480 (кг) – собрали во второй теплице.

5) 18 · 20 = 360 (кг) – собрали в третьей теплице.

6) 648 + 480 + 360 = 1 488 (кг) – собрали в трех теплицах.

Ответ: 1 488 кг собрали в трех теплицах.

Задание 454 предусматривает выполнение деления величины на величину и на число.

Задание 455 содержит две взаимно обратные задачи – определить координаты отмеченных на луче точек и отметить на координатном луче точки с заданными координатами. Но сначала необходимо определить величину единичного отрезка. Для этого можно выполнить следующие действия: 4 см : 4 · 10 = 10 см. Поэтому числу 1 будет соответствовать точка A.

Урок 112. **Образование миллиона с помощью разных единиц счета**

Задачи урока:

– рассмотреть разные способы получения числа миллион;

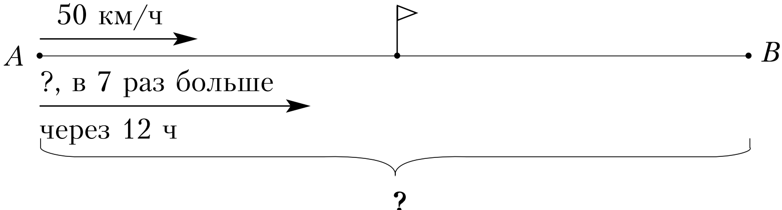
– решать и составлять задачи на разные виды движения;

– находить объем прямоугольной призмы разными способами;

– составлять сложные числовые выражения, наблюдать за изменением числовых выражений при изменении их компонентов.

На этом уроке учащимся предстоит рассмотреть варианты получения числа 1 000 000 с помощью разных чисел. В начале задания 456 рассматриваются способы получения миллиона как результата суммы чисел, оканчивающихся нулями, и счетных единиц (тысячи, десятки тысяч, сотни тысяч). Затем (пункт 3) учащимся предстоит получить 1 000 000 с помощью других разрядных единиц (единицы, десятка, сотни) и других круглых чисел (пункт 5).

Для решения задачи 459 полезно выполнить схематический чертеж. Он поможет и при составлении задачи на встречное движение.



Решение:

1) $50 \cdot 7 = 350$ (км/ч) – скорость вертолета.

2) $50 \cdot 12 = 600$ (км) – проехал поезд до того момента, как его догнал вертолет.

3) $350 - 50 = 300$ (км/ч) – скорость сближения поезда и вертолета.

4) $600 : 300 = 2$ (ч) – время, через которое вертолет догонит поезд.

5) $350 \cdot 2 = 700$ (км) – расстояние от города *A*, на котором вертолет догнал поезд.

6) $700 \cdot 2 = 1400$ (км) – расстояние между городами.

Ответ: 1 400 км расстояние между городами *A* и *B*.

В этом же задании предлагается составить и решить задачу на встречное движение, например, такую: *«Из города A в город B вышел поезд со скоростью 50 км/ч. Через 12 ч из города B навстречу поезду вылетел вертолет со скоростью в 7 раз больше скорости поезда. Поезд и вертолет встретились на середине пути между городами A и B. Найди расстояние между городами»*.

Решение:

1) Пусть вертолет летел x ч, тогда поезд был в пути $(x + 12)$ ч. Значит, вертолет пролетел $(50 \cdot 7)$ х км, а поезд проехал $50\ (x + 12)$ км. Известно, что поезд и вертолет встретились на середине пути. Значит, они проделали одинаковые расстояния. Можно составить уравнение:

$(50 \cdot 7)\ x = 50\ (x + 12)$

$350\,x = 50\,x + 600$

Вычтем из обеих частей $50\ x$.

$300\,x = 600$

$x = 600 : 300$

$x = 2$

Вертолет до встречи был в пути 2 часа.

2) $350 \cdot 2 = 700$ (км) – пролетел самолет до встречи.

3) $700 \cdot 2 = 1\,400$ (км) – расстояние между городами.

Ответ: 1400 км расстояние между городами *A* и *B*.

Так как составленная задача решается достаточно сложно, следует помочь детям, предложив обозначить буквой (переменной) время движения вертолета до встречи с поездом.

Задание 458 содержит две задачи на вычисление объема прямоугольной призмы. В ходе решения применяются обе формулы, выведенные ранее:

$V = a \cdot b \cdot c$ – для прямоугольной призмы и $V = S_{осн.} \cdot h$ – для произвольной призмы.

Задания 457 и 460 посвящены совершенствованию вычислительных навыков и осмыслению производимых при этом действий. В задании 457 в схематической форме показаны изменения компонентов действий и их результат. От учащихся требуется понять информацию, заключенную в схемах, и ответить на вопросы. Содержание первой схемы можно интерпретировать следующим образом: *«Первый множитель (a) увеличили в 2 раза, второй множитель (b) также изменили. В результате произведение увеличилось в 10 раз. Как изменили число b?»* Простым подбором найдем, что число b увеличили в 5 раз. Ответить на поставленный вопрос можно также, решив уравнение:

$(a \cdot 2) \cdot (b \cdot x) = (a \cdot b) \cdot 10$

$(a \cdot b) \cdot 2\,x = (a \cdot b) \cdot 10$

Разделим обе части уравнения на $(a \cdot b)$

$2\,x = 10$

$x = 5$

Рассуждая аналогичным образом, можно определить, что число a увеличили в 6 раз. Проверить справедливость данных утверждений можно, подставив конкретные значения чисел a и b.

Урок 113. **Счет миллионами**

Задачи урока:

- использовать миллион как счетную единицу;
- образовывать числа, содержащие миллионы;
- решать и преобразовывать задачу;
- работать с буквенными выражениями;
- решать задачу на деление величин.

На этом уроке предстоит выйти за пределы одного миллиона и рассмотреть числа до 10 000 000. В задании 461 учащимся предлагается просчитать до девяти в разрядах единиц, тысяч и миллионов; сравнить числа одинаковых разрядов, но разных классов; образовать числа класса миллионов со значащими цифрами в разных разрядах.

При решении задачи 462 необходимо выполнить деление величины на величину. При этом результат получится с остатком. Из четырех значений

4 280 : 215 = 19 (ост. 195)

4 280 : 212 = 20 (ост. 40)

4 380 : 212 = 20 (ост. 140)

4 380 : 215 = 20 (ост. 80)

следует выбрать те, где остатки меньше, т.е. из полос длиной 4 280 мм удобнее вырезать заготовки длиной 212 мм, а из полос длиной 4 380 мм – заготовки длиной 215 мм. Вопрос пункта 2 можно интерпретировать как вопрос о возможности выполнения деления без остатка. Поэтому ответ может быть таким: *«Чтобы производство заготовок длиной 212 мм и 215 мм было экономичным, следует завозить заготовки длиной 4 452 мм (4 452 : 212 = 21) и 4 415 мм (4 515 : 215 = 21)»*.

Для решения задачи 464 можно найти множество вариантов. Самым удобным, позволяющим ответить и на вопрос пункта 2, может быть такой:

Решение:

1) 120 + 52 = 172 (мешков) – привезли на мельницу.

2) 7 800 : 75 = 104 (мешков) – не смололи.

3) 172 – 104 = 68 (мешков) – зерна смололи.

Ответ: 68 мешков зерна смололи.

В задании 463 предлагается выполнить действия с многозначными числами, предварительно получив числовые выражения из буквенных.

Урок 114. **Соотношения между единицами измерения длины, площади, объема**

Задачи урока:

– составить таблицы соотношений между единицами измерения длины, площади, объема;

– решать задачи, уравнения, находить значения сложных выражений.

На данном уроке число 1 000 000 понадобится для установления соотношений между единицами измерения длины, площади и объема. В пункте 1 задания 465 в виде таблиц представлено большинство соотношений между единицами измерения длины и площади. Первую таблицу можно дополнить соотношением между километром и более мелкими единицами – метром, дециметром, сантиметром, миллиметром. Пункты 2–6 посвящены составлению аналогичной таблицы для единиц измерения объема.

В задании 467 предлагается решить интересную задачу «о наполнении бассейна». При внимательном прочтении учащиеся выявят сходство этой задачи с задачами на движение вдогонку. Поэтому решение может выглядеть так.

Решение:

1) $300 \cdot 60 = 18\,000$ (л) – вливается в бассейн за час.

2) $18\,000 - 8\,400 = 9\,600$ (л) – остается в бассейне каждый час.

3) $9\,600 \cdot 12 = 115\,200$ (л) – вмещает бассейн.

Ответ: 115 200 л вмещает бассейн.

Для ответа на вопрос пункта 2 можно выполнить действие, используя скорость наполнения бассейна в час:

$115\,200 : 18\,000 = 6$ (ост. 7 200) ч,

а можно – в минуту:

$115\,200 : 300 = 384$ мин = 6 ч 24 мин.

Ответить на вопросы пункта 3 можно так:

1) $115\,200 : 8\,400 = 13$ (ост. 60) ч или $115\,200 : 140 = 822$ (ост. 12) мин, т.е. если кран будет закрыт, вода из бассейна вытечет примерно за 14 часов.

2) Чтобы после наполнения бассейна вода оставалась проточной, необходимо, чтобы объем втекающей воды был равен объему вытекающей воды.

Задание 466 направлено на совершенствование навыка решения уравнений, содержащих переменную в обеих частях.

В задании 468 после выполнения действий можно составить следующее сложное выражение:

$(237 \cdot (273 + 263) - 24\,072) : 144$

Как видим, на этом уроке развиваются *познавательные действия* анализа и синтеза, сравнения и поиска аналогии. Большое внимание уделяется работе с таблицами. Учащиеся не только анализируют представленные в учебнике таблицы, но и сами составляют аналогичные на основе обобщения полученных знаний.

Урок 115. **Семизначные числа**

Задачи урока:

– работать с семизначными числами;

– решать текстовые и геометрические задачи;

– выполнять действия с числами и величинами, решать уравнения.

На уроке предстоит разнообразная работа по многим линиям курса математики. В задании 469 требуется прочитать и записать семизначные числа, а затем составить с ними числовые выражения и вычислить их значения.

Задачу 470 предлагается решить арифметически.

Решение:

1) 1 т 8 ц 56 кг : 4 = 1 856 кг : 4 = 464 (кг) – разложили в корзины по 16 кг.

2) 464 : 16 = 29 (шт.) – корзин по 16 кг.

3) 1 856 – 464 = 1 392 (кг) – разложили в корзины по 24 кг.

4) 1 392 : 24 = 58 (шт.) – корзин по 24 кг.

5) 29 + 58 = 87 (шт.) – корзин для упаковки всех яблок.

Ответ: 87 корзин для упаковки всех яблок.

Как видим, в ходе решения задачи необходимо выполнить преобразование массы из одних единиц измерения в другие.

Работа с величинами, а именно выполнение умножения, деления, вычитания величин, предполагается в задании 471.

Решение задачи 474 основывается на знании того, что такое ребро пирамиды и куба, и количестве ребер у этих фигур. Для того чтобы вычислить длину проволоки, необходимую для изготовления каркасов этих фигур, нужно найти значения следующих произведений:

10 см · 6 = 60 см – проволоки нужно для изготовления каркаса пирамиды.

10 см · 12 = 120 см – проволоки нужно для изготовления каркаса куба.

Уравнения задания 472 похожи тем, что обе части каждого из них содержат деление на одно и то же число. Упростить уравнения можно, умножив обе части на это же число.

Задание 473 в схематической форме содержит информацию об изменении значений произведений. Рассуждения, аналогичные проведенным в задании 457, позволят сделать вывод, что в первом случае число b увеличилось в 5 раз. Прийти к данному заключению поможет и ранее выполненное решение уравнений задания 472. Найти изменение числа a во втором случае можно, составив и решив уравнение:

$(a : x) \cdot (b \cdot 4) = (a \cdot b) : 8$

$(a \cdot b) : x \cdot 4 = (a \cdot b) : 8$

Умножим обе части на 8

$32\ (a \cdot b) : x = a \cdot b$

Разделим обе части на $(a \cdot b)$

$32 : x = 1$

$x = 32$

При выполнении задания 475 учащимся будут необходимы геометрические навыки.

Уроки 116–117. **Десятки миллионов. Восьмизначные числа**

Задачи уроков:

– получить десяток миллионов;

– читать, записывать, преобразовывать восьмизначные числа;

– выполнять действия с величинами и числами; предсказывать изменение результата в зависимости от изменения компонентов действия;

– решать уравнения, использовать их при решении задач;

– составить таблицу единиц времени, сравнить ее с уже составленными таблицами;

– работать со столбчатой диаграммой.

На этих уроках начинается работа с восьмизначными числами. Первое восьмизначное число – 10 000 000 – учащиеся получат в задании 476 при увеличении 1 000 000 в 10 раз. В результате выполнения действий дети запишут восьмизначные числа 10 010 010 (пункт 2) и 11 011 011 (пункт 3).

В задании 480 сравниваются пять восьмизначных чисел. Все числа записаны с помощью одних и тех же цифр (0, 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9), но расположенных в разном порядке. Затем для каждого из данных чисел требуется составить числа, большие и меньшие данных. Повторив на практике значение положения цифры в записи числа, дети смогут записать наибольшее и наименьшее восьмизначные числа, составленные из тех же цифр: 98 653 210 и 10 235 689.

Серьезная работа с величинами предусмотрена в задании 478. Учащимся предстоит выполнить не только действия с величинами, но и перевести величины из одних единиц в другие, а также округлить результат с заданной точностью, например:

8 км 136 м · 6 – 7 м 75 см · 18 + 6 дм 7 мм · 58 =
= 48 км 816 м + 139 м 50 см + 15 м 20 см 6 мм =
= 48 км 970 м 70 см 6 мм · 49 км

В задании 483 предлагается составить таблицу единиц измерения времени. Записав соотношения между всеми известными единицами, дети могут сравнить получившуюся таблицу с таблицей на форзаце учебника. В этом же задании нужно сравнить таблицу единиц времени с таблицами, составленными ранее (единиц длины, площади, объема, массы), и десятичной системой счисления. В результате учащиеся придут к выводу, что соотношения между единицами времени строятся в шестидесятеричной системе счисления.

В задании 477 предстоит работа по вычислению значений выражений и их изменению. В схематической форме задается вопрос об изменении значения частного при увеличении или уменьшении в несколько раз делимого или делителя. Свое мнение дети могут проверить на любом из предложенных в пункте 1 частных.

Большое внимание на уроках уделяется решению разнообразных уравнений и применению алгебраического способа при решении задач. В задании 482 предлагаются уравнения, содержащие переменную в обеих частях, а также уравнения, в которых переменная находится в одном из компонентов действия второй ступени. Задание 485 предлагает более сложные уравнения с переменной в обеих частях.

В задании 484 дана задача, которую можно решить алгебраически, используя в случае необходимости вопросы, данные в задании.

Решение:

Пусть мать будет втрое старше дочери через х лет. Тогда дочери будет $(8 + x)$ лет, а матери $(38 + x)$ лет. Составим уравнение:

$3 \cdot (8 + x) = 38 + x$

$24 + 3x = 38 + x$

Вычтем х из обеих частей

$24 + 2x = 38$

$2x = 14$

$x = 7$

Ответ: через 7 лет мать будет втрое старше дочери.

В задании 479 предлагается столбчатая диаграмма. В задаче «подводятся итоги» работы на уроках математики в течение учебного года. Для того чтобы найти, сколько каких заданий решено за год, нужно определить цену деления вертикальной шкалы. Так как семь клеток изображают 210 заданий, то одна клетка – 30 заданий. Владея этой информацией, дети смогут найти количество решенных уравнений, неравенств и т.д.

Найти объем призмы в задании 481 можно, воспользовавшись формулой $V = S_{осн} \cdot h$. Так как в начальной школе рассматриваются только прямые призмы, высота призмы равна длине ее бокового ребра. Для вычисления площади основания удобно разделить четырехугольник на прямоугольник и прямоугольный треугольник. Тогда

$S_{осн} = 1$ см $\cdot$ 3 см + (3 см $\cdot$ 3 см) : 2 =

= 3 кв. см + 4 кв. см 50 кв. мм = 7 кв. см 50 кв. мм.

Как видим, на этих уроках формируются и развиваются такие *познавательные действия*, как анализ и синтез, сравнение и обобщение; проводится работа с информацией, представленной в схематической и графической формах.

Уроки 118–119. **Сотни миллионов. Девятизначные числа**

Задачи уроков:

– образовать число «сто миллионов», считать сотнями миллионов до девяти;

– решать задачи разными способами, составлять к ним обратные;

– составлять сложные выражения;
– работать с величинами, буквенными выражениями.

На этих уроках учащимся предстоит работа с девятизначными числами. В задании 486 необходимо получить сотню миллионов (пункты 2–3), просчитать сотнями миллионов до девяти (пункты 4–5) и записать девятизначные числа, в которых в разрядах сотен миллионов, сотен тысяч и сотен единиц стоят одинаковые цифры, например, 123 145 167, 508 519 527 и т.д.

В задании 493 предлагается поработать с девятизначными числами. В пункте 1 даны числа, у которых в каждом классе (миллионов, тысяч и единиц) находится одно и то же число. Выявив эту особенность, дети без труда составят подобные числа. Восьмизначные числа, обладающие таким же свойством (пункт 3), будут обязательно иметь число нуль в разрядах сотен тысяч и сотен единиц, например, 76 076 076. Чтобы выяснить, сколько всего таких чисел существует (пункт 4), нужно установить, сколько двузначных чисел может стоять в классе миллионов. Это числа от 10 до 99 включительно, то есть девяносто чисел. Семизначных чисел с таким же свойством будет всего девять, так как в разряде единиц миллионов может стоять девять чисел: 1 001 001, 2 002 002, 3 003 003, 4 004 004 и т.д.

Таким образом, на этих уроках ведется активная работа с понятиями разряда и класса и всеми изученными числами, что создает хорошую основу для обобщения знаний о числах, запланированного на следующий урок.

Предусмотрена обширная и разнообразная работа с задачами (задания 487, 491, 492, 496). Многие из задач демонстрируют удобство алгебраического способа решения. Так, например, в задаче 487 (олимпиадного характера) можно легко составить уравнение, следуя тексту.

Решение:

Пусть любителю головоломок x лет. Через 3 года ему будет $(x + 3)$ лет, а 3 года назад было – $(x - 3)$ лет. Составим уравнение:

$3\,(x + 3) - 3\,(x - 3) = x$

$3x + 9 - 3x + 9 = x$

$18 = x$

Ответ: 18 лет любителю головоломок.

Задачу 491 предлагается решить двумя способами.

1 способ

Решение:

1) Пусть детский билет в зоопарк стоит x рублей, тогда взрослый билет стоит $3x$ рублей. Значит, за детские билеты заплатили $(78x)$ рублей, а за взрослые $(16 \cdot 3x)$ рублей. Всего за билеты заплатили $(78x + 48x)$ рублей. Известно, что за все билеты заплатили 1 260 рублей. Можно составить уравнение.

$78x + 48x = 1\,260$

$126x = 1\,260$

$x = 10$

2) $10 \cdot 3 = 30$ (руб.) – стоимость взрослого билета.

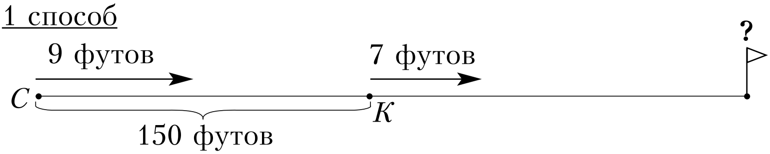
Ответ: 10 руб. и 30 руб. стоимость детского и взрослого билетов соответственно.

2 способ

Арифметическое решение может быть основано на понятии «часть». Зависимость между стоимостью билетов выражается в величинах «одна часть» и «три части». Дальнейшее решение покажет, что стоимость детских билетов составит 78 частей, а взрослых – 48 частей, т.е. ход решения практически совпадает с рассуждениями при алгебраическом способе.

Задачу 492 также можно решить двумя способами.

1 способ



Решение:

1) $9 - 7 = 2$ (фута) – скорость сближения.

2) $150 : 2 = 75$ (прыжков) – должна сделать собака.

Ответ: 75 прыжков должна сделать собака.

2 способ

Пусть собака и кролик сделают по x прыжков. Тогда собака проделает путь в $9x$ футов, а кролик – $7x$ футов. Разность этих величин равна 150 футов. Можно составить уравнение:

$9x - 7x = 150$

$2x = 150$

$x = 75$

Ответ: 75 прыжков должна сделать собака.

В пункте 3 задания требуется составить обратную задачу с определенным искомым, например, такую: «*Собака погналась за кроликом и догнала его, сделав 75 прыжков. Какое расстояние было между собакой и кроликом вначале, если длина прыжка собаки – 9 футов, а длина прыжка кролика – 7 футов, причем кролик сделал столько же прыжков?*» Так как в задаче еще два данных (9 футов и 7 футов), то можно составить две обратные задачи.

В задании 496 предлагаются задачи разной степени сложности, которые нужно решить разными способами.

Решение:

1) Пусть теплоход находился в пути x ч, тогда буксир с баржами был в пути $(x + 9 + 15)$ ч. За это время теплоход прошел $24\,x$ км, а буксир – $8\,(x + 24)$ км. Известно, что теплоход и буксир прошли один и тот же путь.

Составим уравнение:

$24\,x = 8\,(x + 24)$

$24\,x = 8\,x + 192$

Вычтем из обеих частей $8\,x$.

$16\,x = 192$

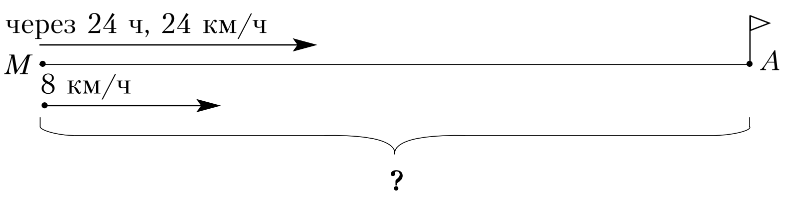
$x = 12$

12 ч был в пути теплоход.

2) $24 \cdot 12 = 288$ (км) – расстояние между пристанями.

Ответ: 288 км расстояние между пристанями.

Задачу пункта 2 предлагается решить арифметически. В этом поможет чертеж, отражающий ситуацию, описанную в задаче.



Решение:

1) $24 \cdot 8 = 192$ (км) – прошел буксир до выхода теплохода.

2) $24 - 8 = 16$ (км/ч) – скорость сближения.

3) $192 : 16 = 12$ (ч) – был в пути теплоход.

4) $24 \cdot 12 = 288$ (км) – расстояние между пристанями.

Ответ: 288 км расстояние между пристанями.

Решение второй задачи поможет решить первую задачу также арифметически. Так как буксир вышел из Марьино на 9 ч раньше теплохода и прибыл в Алешино на 15 ч позже, можно считать, что буксир вышел на 24 ч раньше, и решение задачи будет таким же, как у второй задачи.

Кроме знакомства с девятизначными числами и решения задач, на этих уроках предусмотрена работа по развитию вычислительных навыков (задания 488, 490, 494, 497). Задание 494 интересно тем, что найти значения буквенных выражений можно разными способами: непосредственной подстановкой значений букв в данное выражение и дальнейшим вычислением или преобразованием буквенных выражений с последующей подстановкой и вычислениями. В задании 497 предлагается выполнить действия с величинами, а затем округлить результаты с заданной точностью, выясняется, можно ли округлить с заданной точностью сначала компоненты действия, изменится ли от этого результат, например:

<u>1 способ</u>

3 ч 9 мин · 6 – 8 мин 7 с · 7 = 18 ч 54 мин – 56 мин 49 с =
= 18 ч – 2 мин 49 с = 17 ч 57 мин 11 с ≈ 17 ч 57 мин.

<u>2 способ</u>

3 ч 9 мин · 6 – 8 мин 7 с · 7 ≈ 3 ч 9 мин · 6 – 8 мин · 7 =
= 18 ч 54 мин – 56 мин = 17 ч 58 мин.

На этом примере видим, что при предварительном округлении величин получается другой результат, поэтому округление производится после выполнения всех действий.

Урок 120. **Таблица разрядов и классов**

Задачи урока:

– рассмотреть расширенную таблицу разрядов и классов; работать с разрядным составом многозначных чисел;

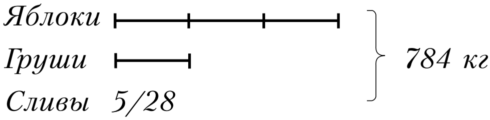
– решать задачи с дробными числами и практическую задачу на определение объема;

– найти закономерность при выполнении действия.

На уроке предстоит расширить таблицу разрядов и классов, включив в нее разряды единиц, десятков и сотен класса миллионов. В задании 498 такая таблица приведена (пункт 1). С ее помощью необходимо проанализировать состав данных восьми- и девятизначных чисел (пункты 2–4) и составить многозначные числа по их составу (пункт 5) или данной закономерности (пункты 6–7).

Работа по составлению семи- и восьмизначных чисел в соответствии с заданными условиями предстоит в задании 502.

В задании 499 предлагается решить арифметически задачу, содержащую дробные числа. При этом удобно составить схему ее условия.



Сколько денег выручили за яблоки, если 1 кг стоит 27 руб.?

Решение:

1) $784 : 28 \cdot 5 = 28 \cdot 5 = 140$ (кг) – продано слив.

2) $784 - 140 = 644$ (кг) – продано яблок и груш.

3) В задаче 4 равные части фруктов (яблок и груш).

$644 : 4 = 161$ (кг) – продано груш.

4) $161 \cdot 3 = 483$ (кг) – продано яблок.

5) $483 \cdot 27 = 13\,041$ (руб.) – выручено за проданные яблоки.

Ответ: 13 041 руб. выручено за проданные яблоки.

Ответить на вопросы пунктов 2 и 3 не составит труда, так как решениями задач с этими вопросами являются действия уже решенной задачи.

Задание 500 содержит практическую задачу на вычисление объема комнаты и квартиры. Измерения достаточно производить в метрах, чтобы избежать чрезмерно громоздких вычислений. Кроме того, это именно тот случай, когда округление целесообразно провести на стадии измерения.

Решение математического фокуса в задании 501 можно показать следующим образом:

x	
$3 \cdot x$	$\cdot 3$
$3 \cdot x + 2$	$+ 2$
$3 \cdot (3 \cdot x + 2) = 9 \cdot x + 6$	$\cdot 3$
$9 \cdot x + 6 + x = 10 \cdot x + 6$	$+ x$
6	$- 10 \cdot x$
8	$+ 2$
2	$: 4$
21	$+ 19$

Урок 121. **Умножение и деление чисел в пределах класса миллионов**

Задачи урока:

– умножать и делить числа в пределах класса миллионов;

– решать текстовую задачу разными способами, находить площадь фигуры разными способами;

– решать уравнения, сравнивать числа.

На этом уроке учащимся предстоит распространить навыки умножения и деления на числа класса миллионов. В задании 503 подчеркивается общность алгоритмов умножения и деления для чисел независимо от количества знаков в них.

Задачу 505 предлагается решить разными способами – подбором, а затем с помощью уравнения.

Решение:

1 способ

Решим задачу, подбирая количество скамеек. При этом будем контролировать количество учеников по двум данным в задаче условиям.

Количество скамеек (n)	**Количество учеников ($n \cdot 2 + 7$ или $(n - 5) \cdot 3$)**
6	$6 \cdot 2 + 7 \neq 1 \cdot 3$
7	$7 \cdot 2 + 7 \neq 2 \cdot 3$
8	$8 \cdot 2 + 7 \neq 3 \cdot 3$
9	$9 \cdot 2 + 7 \neq 4 \cdot 3$

Мы видим, что разница между значениями в левой и правой частях неравенства уменьшается медленно (на каждом шаге на 1), поэтому можно пропустить несколько шагов и продолжить подбор.

Количество скамеек	**Количество учеников**
20	$20 \cdot 2 + 7 \neq 15 \cdot 3$
21	$21 \cdot 2 + 7 \neq 16 \cdot 3$
22	$22 \cdot 2 + 7 = 17 \cdot 3$

Итак, подбором мы нашли, что в зале 22 скамейки и 51 ученик.

2 способ

Пусть в зале x скамеек, тогда количество учеников равно $2x + 7$ или $(x - 5) \cdot 3$. Составим уравнение:

$2x + 7 = (x - 5) \cdot 3$

$2x + 7 = 3x - 15$

Вычтем из обеих частей $2x$.

$7 = x - 15$

$x - 15 = 7$

$x = 22$

$22 \cdot 2 + 7 = 44 + 7 = 51$ (уч.) – находится в зале.

Ответ: 22 скамейки и 51 ученик.

Найти площадь фигуры в задании 504 можно также разными способами: разбить фигуру на части (прямоугольник, квадрат и три прямоугольных треугольника) или дополнить фигуру до прямоугольника тремя прямоугольными треугольниками и прямоугольником.

В заданиях 506 и 507 повторяются навыки решения сложных уравнений, содержащих переменную в обеих частях, и сравнения положительных и отрицательных чисел.

Уроки 122–123. **Класс миллиардов**

Задачи уроков:

- познакомиться с классом миллиардов;
- решать и составлять текстовые задачи;
- выполнять действия с числами и величинами;
- решать уравнения.

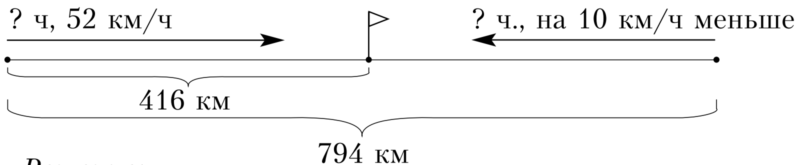
На последних уроках темы продолжается знакомство с большими числами. В задании 508 число 1 000 000 000 получается в результате прибавления 1 к наибольшему из известных детям чисел – к числу 999 999 999. Знакомство с классом миллиардов происходит при большой доле самостоятельной работы учащихся. В задании рассматривается не только структура построения класса миллиардов, но и все способы получения числа 1 000 000 000 с помощью разных единиц счета.

В задании 513 приводятся статистические данные о населении Земли и самых многонаселенных стран. При этом используются вновь изученные числа класса миллиардов.

Задача 510 по своей структуре напоминает задачу 499, но для ее решения требуется меньшее количество действий. Решить задачу можно арифметически, используя понятие «часть». Для того чтобы выполнить задание пункта 4 и преобразовать задачу, нужно заменить некоторые данные промежуточными искомыми, например, количество гусей (143 птицы) данным «1/5 всех птиц». Соответственно потребуются изменения других числовых данных.

Решение задачи 511 предполагает выполнение геометрической конструкторской работы и сводится к размещению на большом прямоугольнике малых прямоугольников определенных размеров. При рациональном использовании лист стекла с размерами 160 см на 128 см можно разрезать так, что получится по 8 кусков стекла с размерами 30 см на 32 см и 50 см на 32 см. Это нужно показать на чертеже, выполненном в масштабе, например, 1 : 10.

В задании 514 предлагается рассмотреть новую ситуацию при движении двух объектов – разновременное начало движения, причем в задаче необходимо как раз ответить на вопрос, какое движение началось раньше и на сколько?



Решение:

1) 794 – 416 = 378 (км) – прошел до встречи второй поезд.
2) 52 – 10 = 42 (км) – скорость второго поезда.
3) 378 : 42 = 9 (ч) – был в пути второй поезд.
4) 416 : 52 = 8 (ч) – был в пути первый поезд.
5) 9 – 8 = 1 (ч) – на столько раньше вышел второй поезд.

Ответ: на 1 ч раньше вышел второй поезд, чем первый.

В задании 516 предстоит составить задачу на движение. При анализе данных таблицы выяснится, что объекты находились в пути разное время, но прошли одинаковое расстояние. Исходя из значения скорости первого объекта и того, что второй объект находился в пути меньше времени, но прошел такое же расстояние, а значит, его скорость была больше, можно предположить, что вторым объектом был, например, самолет. Поэтому текст задачи может быть таким:

«Из города А в город В вылетел самолет со скоростью 750 км/ч. Через час следом за ним из города А в город В вылетел второй самолет. С какой скоростью летел второй самолет, если самолеты прилетели в город В одновременно и первый самолет был в пути 6 ч?»

Также на уроке продолжается совершенствование навыков выполнения действий с величинами (задание 509), решения уравнений, содержащих переменную в обеих частях (задание 517), развиваются вычислительные навыки (задания 512 и 515).

Уроки 124–125. **Систематизация и обобщение математических знаний, полученных в 4 классе**

З а д а ч а у р о к о в: решать комплексные задания по основным темам 4 класса.

Задание 1 актуализирует знания о классах чисел и их применении.

Задание 2 содержит задачу на процесс работы и предусматривает поиск разных способов ее решения.

При выполнении задания 3 необходимо установление соотношения 1 куб. м = 1 000 000 куб. см и умение мысленно построить фигуру.

В задании 4 предстоит работа с числами класса миллионов. Числа, данные в таблице, необходимо округлить до миллионов и показать на линейной диаграмме.

Задание 5 предусматривает работу со столбчатой диаграммой, на которой даны как положительные, так и отрицательные числа.

Задание 6 содержит задачи на движение: а) движение двух объектов вдогонку друг другу; б) нахождение целого по его части.

В задании 7 предлагается задача, аналогичная задаче 501.

В задании 8 предстоит выполнить вычисления и упорядочить результаты в соответствии с заданием.

Урок 126. **Контрольная работа по теме «Числа класса миллионов»**

Уроки 127–136. **Резерв**

Методический комментарий к электронной форме учебника

Характеристика электронной формы учебника как средства обучения

В методических рекомендациях к учебникам предыдущих классов мы подробно останавливались на характеристике электронной формы учебников (далее – ЭФУ) по курсу «Математика» в системе Л. В. Занкова. Были отмечены общие для всех учебников 1–4 классов моменты, представлен интерфейс ЭФУ, разобраны основные принципы работы с мультимедийными и интерактивными ресурсами. Надеемся, что те учителя, которые уже используют в своей работе ЭФУ, оценили ее достоинства, сделали своим надежным помощником, разнообразили с ее помощью педагогическую деятельность.

Еще раз подчеркнем, что ЭФУ благодаря целому комплексу образовательных ресурсов, поясняющих основные математические понятия, дополняющих текст познавательным материалом, предлагающих задания по теме курса в интерактивной форме, значительно расширяет методические возможности печатной формы учебника. Использование видеороликов, анимационных рисунков, аудиозаписей математических диктантов, представленных в ЭФУ по математике, значительно оживляет процесс обучения, делает его более наглядным, интересным и содержательным, а материал – более доступным для усвоения.

С помощью персонального или планшетного компьютера, ноутбука дома или в месте доступа к школьному Интернету учащиеся могут работать с ЭФУ самостоятельно, используя предоставленные мультимедийные и интерактивные ресурсы, материалы сайтов, рекомендованных школьникам. Это способствует расширению их информационного поля, формированию предметных и метапредметных умений, развитию самоконтроля и самооценки, создает условия для выполнения исследовательских и творческих работ.

Соединяя традиционные методы обучения с использованием мультимедийных ресурсов, учитель может более эффективно работать на достижение запланированных результатов. Созданное на уроке единое информационное пространство за счет взаимодействия персональных мобильных устройств обучающихся, компьютера преподавателя и других средств обучения на базе ИКТ (интерактивной доски, проектора, лабораторного оборудования и т.д.) дополняет арсенал методических приемов учителя как при коллективной, так и индивидуальной работе. У педагога появляются дополнительные возможности для применения разноуровневых по сложности заданий, учета степени подготовленности и интересов учащихся, выбора для каждого индивидуальной образовательной траектории. Задания могут быть предложены учащимся не только для освоения на уроке, но и для выполнения дома.

В 4 классе учащимся доступны все виды учебой деятельности, о которых мы говорили в методических пособиях для предыдущих классов. Это и самостоятельная работа с ресурсами, прикрепленными к страницам учебника, и наблюдение за демонстрациями, мультимедийными учебными объектами ЭФУ, и развитие умений работать с текстом с помощью ИКТ-инструментов, и объяснение и интерпретация наблюдаемых явлений, представленных в видеоматериалах ЭФУ, и поиск и отбор информации в электронных справочных изданиях, образовательных ресурсах сети Интернет, и подготовка выступлений с использованием разнообразных материалов, предложенных в электронной форме учебника, и использование функций контроля и самоконтроля, заложенных в ЭФУ.

Таким образом, ЭФУ предоставляет заметные преимущества всем участникам образовательного процесса: помогает активнее включаться в интеллектуальную и творческую деятельность, оптимизирует процесс обучения, дает возможность представить программный материал в современных форматах, а также выстраивать систему оперативной «обратной связи» по итогам освоения обучающимися учебного материала.

Интерфейс ЭФУ для 4 класса

Для педагогов, которые в 4 классе начнут работать с ЭФУ, коротко остановимся на том, как происходит «общение» с учебником. Более подробную информацию можно найти в Инструкции по установке, настройке и использованию электронной формы учебника, которая прилагается к ЭФУ.

Мы уже отмечали, что структура, содержание и художественное оформление печатной и электронной форм учебника полностью соответствуют друг другу, что выражено визуально: после открытия ЭФУ обучающийся видит отдельные страницы знакомого ему учебника, на которые нанесена интерактивная «разметка» *(рис. 1)*.

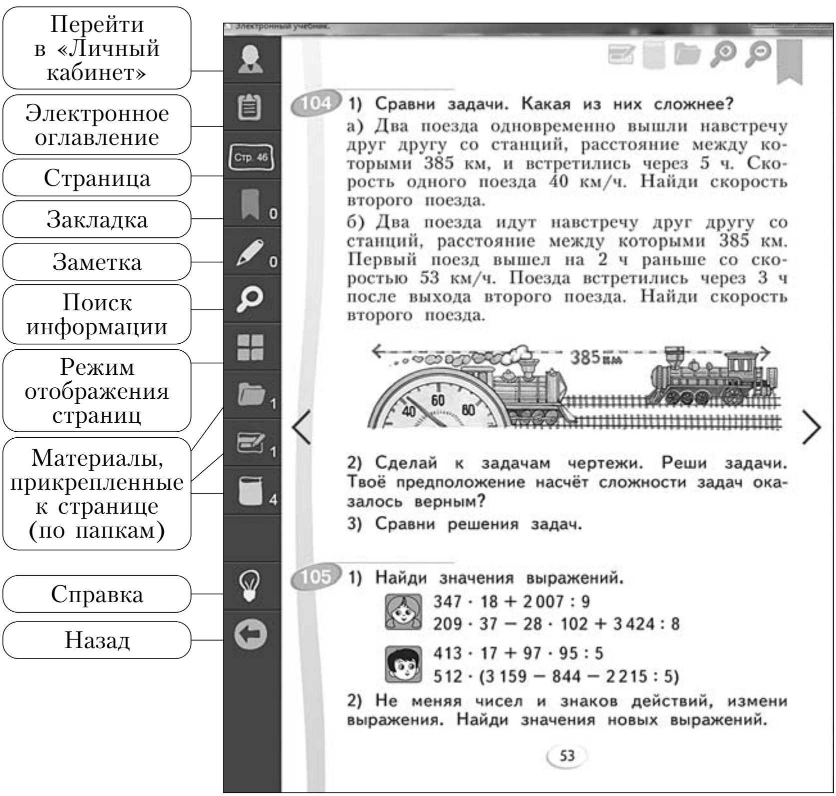


Рис. 1

Для удобства просмотра в ЭФУ предусмотрены два режима представления: одностраничный и в виде эскизов. Одностраничный режим – основной, он удобен для чтения и работы с ресурсами. Режим эскизов позволяет быстро ориентироваться в содержании учебника, находить нужную страницу и переходить к ней.

Интерфейс учебника предоставляет возможность пользоваться электронным оглавлением, быстро переходить на определенную страницу, осуществлять поиск по тексту, просматривать предлагаемые на странице материалы, прикреплять свои собственные ресурсы и делать закладки.

Центральной частью интерфейса ЭФУ является панель инструментов (на рис. 1 слева), на которой размещены управляющие кнопки следующих групп:

– кнопки навигации по учебнику («Перейти в Личный кабинет», «Страница», «Назад», «Режим отображения страниц», «Электронное оглавление», «Поиск информации»);

– кнопки ресурсов, прикрепляемых пользователем («Заметки», «Закладки»);

– кнопка «Справка», с помощью которой можно просмотреть инструкцию пользователя, не закрывая страницу;

– папки материалов, прикрепленных к странице.

Все мультимедийные и интерактивные ресурсы ЭФУ распределены по их методической функции на четыре раздела (папки):

Это важно – ресурсы, подкрепляющие основной учебный материал.

Потренируйся – практические вариативные и разноуровневые задания.

Узнай больше – дополнительный разноуровневый материал.

Проверь себя – материалы для самоконтроля и контроля.

ЭФУ для 4 класса содержит педагогически целесообразное количество мультимедийных и интерактивных ресурсов, направленных на эффективное усвоение учебного материала: *анимационные ролики, интерактивные задания, аудиодиктанты, практические и тестовые задания, ссылки на внешние электронные образовательные ресурсы.*

Предлагаемые материалы могут быть как базового, так и повышенного уровня трудности. Задания повышенного уровня маркированы значком восклицательный знак (!) перед названием ресурса. Они выполняются учащимися по желанию.

Таким образом, интерфейс ЭФУ прост и интуитивно понятен и позволяет четверокласснику пользоваться им самостоятельно.

Характеристика ресурсов ЭФУ для 4 класса

Все представленные в ЭФУ мультимедийные и интерактивные ресурсы рекомендованы для младших школьников. При их разработке и подборе учитывались возрастные, интеллектуальные и эмоциональные особенности четвероклассников, а также направленность на формирование личностных, предметных и метапредметных УУД и достижение планируемых результатов ФГОС НОО.

Как мы уже говорили, все ресурсы разделены на четыре основных содержательных раздела: «Это важно», «Потренируйся», «Узнай больше» и «Проверь себя».

Раздел «Это важно» содержит мультимедийные и интерактивные материалы, позволяющие раскрыть основные математические закономерности, усвоить ключевые понятия курса.

В электронной форме учебника для 4 класса для достижения этих целей предлагаются обучающие *анимационные ролики*, которые разработаны специально к данному учебнику. Основой ресурса является теоретический материал печатной формы учебника: правила, определения, формулы, знание которых необходимо для формирования предметных умений и навыков.

В большей части видеоматериалов учащимся предлагаются не готовые математические положения, а предоставляется возможность самим их сформулировать, а затем проверить верность полученных выводов.

Так, например, после выполнения задания на с. 92 (ч. 1) печатной формы учебника и наблюдения за изменением значений частей верных равенств при увеличении/уменьшении их на одно и то же число учитель предлагает обучающимся сформулировать вывод из установленной закономерности. При этом на интерактивную доску может быть выведен анимационный ролик, в котором появляется лишь первая часть первого свойства числовых равенств. Формат видеозаписи предоставляет учителю возможность остановить воспроизведение, выслушать мнения учащихся, обсудить предлагаемые формулировки, а затем продолжить демонстрацию ролика и проверить полученный вывод. Данная работа стимулирует учащихся к активной деятельности, повышает мотивацию учения, развивает умение четко формулировать мысли и делать обобщения.

Подобные анимации предлагаются также при установлении зависимости скорости и времени движения от пройденного пути (с. 14, ч. 1); формулировании правила умножения чисел на разрядную единицу (с. 38, ч. 1), второго свойства равенств (с. 110, ч. 1), вычислении объема прямоугольной призмы (с. 26, ч. 2), делении величины на величину (с. 63, ч. 2) и т.д.

Эффективно использовать анимационные ролики можно не только для организации фронтальной работы при знакомстве с новыми понятиями, но и на этапах повторения и закрепления изученного. При определенных технических возможностях (наличии персональных компьютеров и планшетов) каждый учащийся может просматривать данные материалы во время самостоятельной работы как в классе, так и дома при подготовке домашних заданий.

Известно, что способ действия усваивается намного легче и лучше, если его можно наблюдать. Поэтому часть разработанных и прикрепленных к страницам ЭФУ для 4 класса анимационных видеороликов предоставляет обучающимся возможность многократно воспроизводить наиболее сложные алгоритмы изучаемых действий. При этом визуализация учебного материала помогает педагогу более наглядно и образно раскрыть его содержание, а учащимся – усвоить последовательность выполнения важнейших математических операций.

В качестве примера можно привести анимационный ролик на с. 60 (ч. 1), в котором представлен алгоритм умножения на двузначное число столбиком *(рис. 2)*.

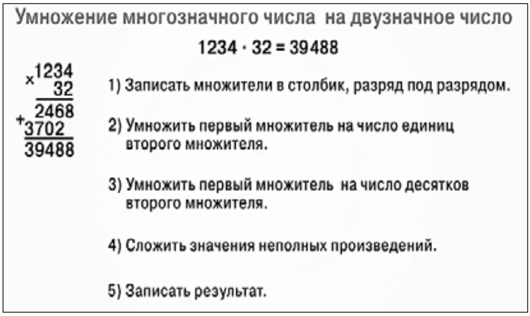


Рис. 2

В зависимости от целей и задач, которые ставит на уроке педагог, уровня подготовки учащихся видеоматериал может быть выведен на интерактивную доску и включен или в объяснение учителя, или предложен учащимся для формулирования последовательности действий. Второй вариант более предпочтителен, т.к. активизирует деятельность учащихся, позволяет с опорой на ранее изученный материал (умножение на однозначное число) и предлагаемые в видеофрагменте «подсказки» формулировать новые положения. Учитель при этом может в любой момент остановить анимационный ролик, попросить учащихся продолжить предложенный способ действия или объяснить его, а затем возобновить демонстрацию, предоставив возможность убедиться в правильности полученных выводов. Такая работа с опорой на визуализацию предъявляемого материала способствует его лучшему осмыслению и глубокому усвоению.

Подобный методический прием может быть использован и при работе с анимационным роликом на составление алгоритма действий при делении многозначного числа на двузначное (с. 132, ч. 1).

Следует еще раз подчеркнуть, что подобные видеоролики можно использовать не только при изучении нового материала, к ним рекомендуется вернуться на этапе его повторения и закрепления, подготовки к тестовым и проверочным работам.

Учащиеся могут самостоятельно многократно просматривать анимационные материалы для лучшего овладения показанных в них способов действия в случае пропуска по каким-либо причинам урока, а также перед выполнением практических заданий и при подготовке домашней работы.

Кроме того, для удобства работы с ресурсом четвероклассники могут воспользоваться такой функцией ЭФУ, как создание закладок. Эта опция обеспечивает представленность основных правил, положений, изученных способов действий в одном месте, оперативность их нахождения при самостоятельной работе и подготовке к выполнению заданий текущего, промежуточного и итогового контроля. Если обучаемые уже пользовались созданием закладок в ЭФУ, учителю важно нацелить их на это, если нет – подсказать, почему важен такой подход.

Раздел «Потренируйся» самый значительный по количеству предлагаемых интерактивных ресурсов, т.к. только путем выработки практических навыков и умений происходит усвоение теоретического программного материала.

В этом разделе в ЭФУ для 4 класса представлены:

– *интерактивные задания тестового типа с возможностью самоконтроля;*

– *практические задания* в виде увеличенных изображений, которые можно вывести на интерактивную доску для организации фронтальной, групповой (парной) или самостоятельной работы;

– *анимационные ролики*, основой которых являются задания печатной формы учебника;

– *аудиозаписи математических диктантов*.

Основную часть прикрепленных *интерактивных заданий с возможностью самоконтроля* составляют задания «Детской энциклопедии Кирилла и Мефодия», которые выполняются на компьютере и проверяются автоматически. Все ресурсы данного типа разработаны с учетом возрастных особенностей младших школьников, проиллюстрированы яркими рисунками, схемами, озвучены, тематически близки и понятны детям. Они могут использоваться на всех этапах изучения учебного материала: актуализации имеющихся знаний, первичном применении полученных навыков в изменившихся условиях, нестандартных ситуациях.

Задания данного типа основываются на различных мыслительных операциях (анализ, сравнение, поиск закономерностей, группировка, обобщение) и направлены на формирование таких предметных учебных действий, как нахождение значений произведений многозначных чисел (с. 32, ч. 1); определение разрядов и классов (с. 35, ч. 1); решение уравнений (с. 75, ч. 1); вычисление значения частных (с. 128, 132, 134, ч. 1), установление соотношений между единицами измерения времени (с. 139, ч. 1) и длины (с. 142, ч. 1).

Приемы работы с интерактивными заданиями различны. Учитель может использовать их для организации дифференцированной работы с классом. Так, например, некоторым учащимся, которые быстрее других успешно справились с заданием № 6 (с. 75, ч. 1) печатной формы учебника на составление и решение уравнений, можно предложить выполнить прикрепленные с этой странице ЭФУ интерактивные задания № 6, 8, требующие применения тех же навыков, но в другой учебной ситуации *(рис. 3)*. Это позволит таким ученикам работать активно весь урок, а учителю реализовать принцип «обучать всех в соответствии с уровнем подготовленности». Выполнение интерактивных заданий может быть оценено отметкой, которая всегда должна выставляться в пользу учащегося: если он полностью справился с заданием, пока другие выполняли основную работу, то можно выставить высший балл, если же задание не закончено или выполнено не совсем верно, то отметка не ставится.

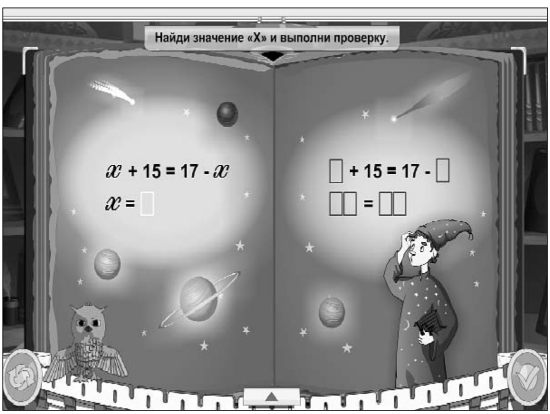


Рис. 3

Работу с интерактивными заданиями можно организовать и для всего класса на этапе совершенствования усвоенных способов действия для осуществления обратной связи. Так, после знакомства с правилом умножения чисел на разрядную единицу и выполнения основного задания печатной формы учебника (с. 38, ч. 1) целесообразно предложить учащимся самостоятельную работу с интерактивными заданиями на данной странице ЭФУ. Учитель при этом внимательно наблюдает за работой класса и предлагает нажать кнопку проверки тем учащимся, которые справились с заданием. Если задание выполнено верно, звучит соответствующая оценочная реплика «Молодец!», «Все правильно», «Отлично!», что дает возможность педагогу мгновенно оценить степень усвоения нового способа действия. В данном случае можно также организовать и взаимопроверку в парах.

Третий вариант использования интерактивных заданий – организация дифференцированной домашней работы. Например, задания № 1–4 на с. 128 (ч. 1) на нахождение значений частных трехзначных чисел можно использовать как дополнительные тренировочные упражнения для детей, затрудняющихся в выполнении таких действий, а задание № 6 повышенного уровня сложности может стать необязательной частью домашнего задания для тех учащихся, которые интересуются математикой.

При этом немаловажную роль при выполнении интерактивных заданий играет тот факт, что дети сразу могут оценить уровень своих достижений, проверить результат и, если он неверный, найти ошибку и выполнить задание еще раз.

В интерактивный режим в ЭФУ для 4 класса переведены также некоторые задания печатной формы учебника и тетрадей. Это обусловлено такими преимуществами ЭФУ, как возможность многократного повторения действий, проведения исследований и получения верного результата методом проб и ошибок, что значительно экономит время на уроке, повышает мотивацию учащихся и позволяет лучше овладеть предметными навыками при включении самоконтроля.

Так, например, в интерактивном режиме предлагается выполнить задание № 13 (с. 8, ч. 1), в котором нужно разделить объемные фигуры на группы.

Используя интерактивные возможности ЭФУ, обучаемые практическим путем классифицируют объемные тела по нескольким основаниям: высоте, форме, расположению на плоскости. Наглядность производимых действий, возможность экспериментировать значительно повышают эффективность выполнения задания, расширяют представления детей об объемных телах. При этом каждый учащийся может работать в своем темпе, в случае ошибки повторить «эксперимент», убедиться в верности полученных выводов.

Подобная работа предусмотрена и при выполнении задания на с. 41 (ч. 1), в котором предлагается разделить объемные фигуры сначала на призмы и пирамиды, а затем найти признак деления внутри каждой группы; задания на с. 3 (ч. 2), в котором необходимо провести классификацию фигур на плоские и объемные.

На формирование умений анализировать, строить логические заключения, находить закономерности направлено задание на с. 140 (ч. 1), в котором нужно, не производя вычислений, расположить произведения в порядке возрастания их значений *(рис. 4)*.

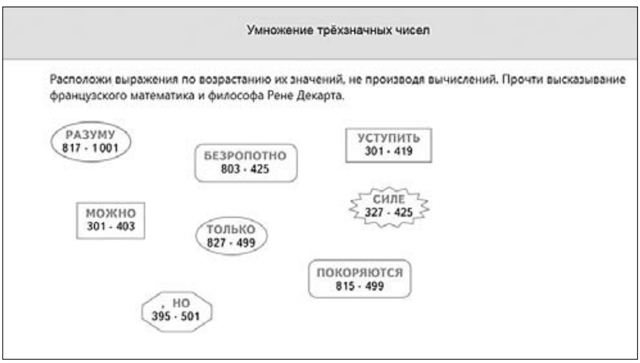


Рис. 4

Учащимся не придется несколько раз переписывать выражения. Работая компьютерной «мышкой», они могут передвигать карточки со словами и выражениями в поиске верной закономерности и затем прочитать высказывание французского математика и философа Рене Декарта.

Учитывая технические возможности и подготовленность учащихся класса, учитель может организовать выполнение таких заданий в группе, паре с последующей взаимопроверкой, или индивидуально, предоставив возможность каждому почувствовать себя исследователем, создав ситуацию успеха даже для слабоуспевающих учащихся. При этом можно провести самопроверку и обсуждение полученных результатов.

Практические задания в виде увеличенных изображений чаще всего выводятся на интерактивную доску для устного фронтального обсуждения или письменного выполнения в тетради учащимися самостоятельно или в группе (паре) с обязательным последующим объяснением и комментированием способа действий.

К ресурсам подобного типа можно отнести такие задания, как «Найди и запиши площадь прямоугольника, используя данные таблицы» (с. 15, ч. 1), «Найди и запиши в тетради площадь квадрата, если его периметр равен...» (с. 30, ч. 1), «Найди и запиши в тетради, чему равен объем прямоугольной призмы, если длины ее ребер равны... (с. 31, ч. 2) и т.д. После выполнения работы может быть организована самопроверка (учащиеся сравнивают выполнение задания в тетради и на доске) или взаимопроверка в паре. На усмотрение педагога подобные задания могут быть предложены для дифференцированной работы дома с проверкой на следующем уроке.

Как и в предыдущих классах, в некоторых случаях при выведении практических заданий на интерактивную доску необходимо отметить правильный ответ, соединить стрелками рисунки, вписать пропущенные числа и т.д.: например, «Обведи основания объемных фигур» (с. 24, ч. 1), «Отметь фигуры, изображенные верно» (с. 122, ч. 1), «Назови и отметь верные равенства» (с. 41, ч. 2), «Поставь знаки сравнений, не вычисляя значений выражений» (с. 105, ч. 2) и т.д.

Подобные задания можно использовать в качестве экспресс-диагностики уровня сформированности способов действий. Так, например, после рассмотрения в печатной форме учебника оснований объемных тел, учащимся предлагается выполнить практическое задание на с. 73 (ч. 1), в котором необходимо отметить, какие основания могут быть у прямоугольной призмы. Задание лучше вывести на интерактивную доску для организации самостоятельной работы учащихся с последующей самопроверкой (дети сравнивают свои ответы с результатами на доске).

Интересным представляется задание на с. 90 (ч. 2). Учащимся нужно записать температуру, которую показывает каждый термометр. Задание предполагает актуализацию знаний о положительных и отрицательных числах, умении их записывать, а также учитывает практический опыт детей.

Практические задания позволяют активизировать деятельность учащихся по отработке навыков, инициировать их творческую самостоятельность. По усмотрению учителя и желанию учащихся они могут использоваться также и для организации дифференцированной домашней работы.

Еще раз обратим внимание на то, что подобные задания по различным темам учитель по своему усмотрению может подготовить в тестовом формате самостоятельно и прикрепить к учебнику (получаются традиционные карточки, только в электронном виде).

В разделе «Потренируйся» ЭФУ для 4 класса представлены также *анимационные ролики*, в которых наглядно демонстрируются и предлагаются учащимся для анализа и осмысления различные способы действия. Основой для данного ресурса являются задания печатной формы учебника.

Так, например, в задании № 100 (с. 51, ч. 1) предлагается найти площадь четырехугольника разными способами. В случае затруднения учащиеся могут воспользоваться прикрепленным к странице ЭФУ видеороликом, где наглядно показаны три варианта деления фигуры для удобства вычисления ее площади. В данном случае визуальное представление значительно облегчает восприятие каждого способа решения и выполнение задания.

Использование анимационных роликов на с. 90 (ч. 1) позволяет обучающимся в динамике увидеть, как меняется изображение круга и параллелограмма в зависимости от угла между плоскостью фигуры и плоскостью проекции. Наблюдая данный процесс и анализируя его, учащиеся смогут легко выполнить задание № 177 печатной формы учебника и начертить изображения цилиндра и призмы.

В видеоматериале на с. 14 (ч. 2) предлагается проследить за процессом заполнения коробки сначала большими кубиками, а затем – малыми и вычислить ее размеры и объем *(рис. 5)*. Анимация в данном случае не только облегчает выполнение задания, но и позволяет глубже понять и осмыслить такое понятие, как объем фигуры.

Рис. 5

По усмотрению учителя данные анимационные ролики могут быть предложены как для обсуждения в классе, так и для самостоятельной работы, в частности, при выполнении других аналогичных заданий учебника.

Как и в предыдущих классах, для формирования предметных и универсальных учебных действий в ЭФУ для 4 класса представлены аудиозаписи математических диктантов. Надеемся, что учителя, которые уже работали с ЭФУ, смогли оценить преимущества данного ресурса.

Диктанты можно использовать для диагностики уровня сформированности вычислительных умений, а также для актуализации знаний обучающихся при изучении нового материала. Достоинства этого ресурса в том, что целенаправленно формируются такие регулятивные умения, как способность к осознанному восприятию информации, гибкость мышления, произвольность внимания, память, умение принимать и сохранять учебную задачу.

В ЭФУ для 4 класса подготовлено 9 аудиодиктантов, которые равномерно распределены по всем изучаемым темам курса. Наряду с традиционными диктантами на устное выполнение арифметических действий и запись полученных результатов, предлагаются диктанты повышенного уровня трудности, с «многоходовыми» заданиями.

По усмотрению учителя аудиозаписи диктантов могут быть предложены учащимся как в начале урока перед объяснением нового материала, так и на этапе закрепления изученного. Выполненные работы педагог может проверить сам, организовать самопроверку (когда учащиеся сравнивают свои ответы с записями на доске) или взаимопроверку в группах (парах). Аудиодиктанты также могут быть частью домашнего задания с возможностью проверки или взаимопроверки на следующем уроке. Диктанты повышенного уровня трудности выполняются по желанию и могут быть дополнительной, необязательной частью домашнего задания для детей, которые интересуются математикой.

Таким образом, ресурсы рубрики «Потренируйся» обеспечивают многоаспектную работу учащихся и помогают выработке необходимых умений и навыков, дополняя возможности практических заданий печатной формы учебника.

Раздел «Узнай больше» содержит дополнительный материал, который расширяет представления учащихся об изучаемых математических процессах.

Так, на с. 13 (ч. 2) прикреплена ссылка на программу «Служба спасения домашнего задания» онлайн-канала RUTV, а именно на фрагмент, посвященный вычислению площади треугольника из квадрата. Перейдя по ссылке, учащиеся встретятся с «агентами» Службы спасения ДЗ – школьниками Ромой, Кузьмой, Родионом и Настей, которые быстро и увлекательно объяснят, что такое диагональ, квадрат и как найти площадь треугольника, зная сторону квадрата *(рис. 6)*. Нестандартный подход к объяснению програм-

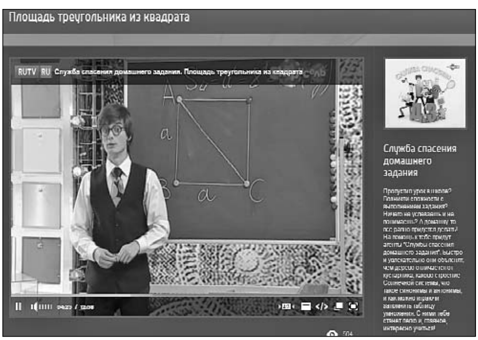


Рис. 6

много материала позволит учащимся не только лучше усвоить его, но и узнать много новой полезной информации из мира математики.

Не менее познавательными являются видеофрагменты, в которых эксперты Службы спасения ДЗ отвечают на вопросы о том, как выполняются действия с величинами (с. 53, ч. 2), рассказывают о значении слов метр, сантиметр и миллиметр и о системе мер длины на Руси (с. 71, ч. 2), объясняют, какие бывают числа (с. 81, ч. 2). Занимательный формат программы наверняка привлечет четвероклассников, расширит их информационное пространство, повысит интерес к математике и обучению.

Раздел «Проверь себя» включает тестовые задания базового уровня с возможностью самоконтроля. Предложенные тесты обобщают материал всех содержательных линий курса математики 4 класса и могут выполнять не только контролирующую, но и обучающую функции.

Все тестовые задания представлены с автоматизированной проверкой правильности ответов, что способствует развитию самоконтроля и самооценки учащихся. Тесты дают возможность каждому четверокласснику не только закрепить пройденный материал, но прежде всего оценить уровень своих достижений, найти собственные ошибки. Важно и другое: побудить ученика в случае затруднений повторно обратиться к тому материалу, который оказался для него сложным или не был достаточно хорошо усвоен. Каждый ребенок при этом имеет возможность работать в своем темпе, чувствовать себя уверенно и спокойно, не боясь получить плохую отметку, а в случае неудачи повторить выполнение задания.

Контроль со стороны педагога и родителей, как и в предыдущих классах, может осуществляться через «Личный кабинет» учащегося в ЭФУ. Просмотр данных позволяет понять, какие задания выбирает учащийся, что для него является интересным и приоритетным, как он усваивает программный материал, сколько тестов им пройдено, каких успехов он достиг. Используя полученную информацию, педагог получает возможность вносить коррективы в свою работу и выстраивать индивидуальную образовательную траекторию развития каждого ребенка.

Пояснения и ответы к заданиям тетрадей*

Тетрадь № 1

Задание 1. Сюжет: кошка с собакой. Есть три лишние точки: 500, 599, 1996. У концов коричневой линии числа 1997 и 25 401.

Задание направлено на формирование умения проводить сериацию, принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять контроль, а также такого предметного умения, как определение количества разрядных единиц в многозначном числе.

Задание 2. Задание имеет два решения: по точке в противоположных углах прямоугольника (по одному стулу у каждой стены); две точки внутри прямоугольника (0 стульев у каждой стены).

Задание способствует развитию пространственного мышления, умения находить разные способы решения учебной задачи.

Задание 3. Задание направлено на формирование регулятивного действия контроля.

Задание 4. Зашифровано слово ПЛОЩАДЬ.

Практико-ориентированное задание. Направлено на формирование умения находить площади прямоугольников на основе проведенных измерений.

Задание 5. Чтобы обязательно попалось натуральное число, потребуется достать 5 карточек, дробь – 6 карточек, число, большее единицы, – 4, меньше единицы – 6, больше 18 – 6, решение $0 < x < 1$ – все 7 карточек. Возможные по уровню знаний выражения: $570 + 0$; $0 + 570$; $570 \cdot 0$; $0 \cdot 570$; $0 : 570$; $570 - 0$.

---

* Раздел написан Е.П. Бененсон.

Задание направлено на формирование вариативности мышления, регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, проводить контроль, предметных умений распознавать понятия «натуральное число», «дробь», устанавливать родовидовые отношения, отношения соподчинения между понятиями.

Задание 6. При выполнении задания предполагается не только решение уравнений, но и проведение анализа материала. У учащихся формируются умения принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять пошаговый контроль по результату (*регулятивные УУД*).

Задание 7. Формируется умение ориентироваться на клетчатой бумаге (пространственное мышление).

Задание 8. В общих звеньях цифры 7 и 3. Задание имеет два решения: при одном в левую цепочку записывается значение первого частного, в правую – второго; при втором – наоборот.

Задание 9. Возможные решения:

$93 + 98 = 191, \quad 94 + 97 = 191, \quad 95 + 96 = 191.$

Здесь цифрами десятков слагаемых могут быть только цифры 9, а цифры единиц в сумме должны составлять 11 (цифра сотен в сумме может быть только 1, она совпадает с цифрой единиц). Однако, поскольку цифры единиц и цифры десятков в каждом слагаемом различаются, цифрой единиц 9 быть не может. Поэтому исключается случай, когда цифры единиц в слагаемых равны 9 и 2.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачную ситуацию, переводить мысль на «обратный ход», устанавливать причинно-следственные отношения.

Задание 11. На пересечении строк и столбцов таблицы должны стоять значения сумм. Порядок заполнения таблицы: найти верхнее слагаемое, затем слагаемые слева, а затем значения сумм (дети могут использовать и другой порядок).

Задание направлено на формирование умения анализировать задачную ситуацию, устанавливать существенные отношения (находить закономерности).

Задание 13. В цепочки можно вписать значения выражений *а* и *б* (в общих звеньях цифры 8 и 7), а также *б* и *в* (в общих звеньях 5 и 1).

Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу.

Задание 14. Сюжет: белочка.

Задание 15. Ближе была лодка, т.к. расстояние, которое она проплывет до встречи, меньше, чем у катера. Задание направлено на формирование умения проводить сериацию, строить цепочки суждений.

Задание 16. Заметят ли дети, что наименьшее возможное количество единиц первого класса 0, а второго – 1, и как они это объяснят. Совершенствуются умения записывать многозначные числа.

Задание 17. Одна точка ставится в вершине прямоугольника, две остальные по одной на двух сторонах, не образующих этот угол. Получится по одному стулу у каждой стены.

Задание направлено на формирование пространственного мышления, вариативности мышления.

Задание 20. Задуманное Железным Дровосеком число должно быть наибольшим шестизначным, делящимся на 5, и это число 999 995. Выполнив все указанные действия в цепочке Железного Дровосека, получаем общий результат. Остается выполнить действия, обратные указанным, в цепочках Элли и Страшилы. Элли задумала число 900 000, Страшила – 480 000. На 5 или 6 делятся все задуманные числа, а на 5 и 6 – числа Элли и Страшилы.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачную ситуацию, переводить мысль на «обратный ход», устанавливать причинно-следственные отношения.

Задание 21. Формируется умение ориентироваться на клетчатой бумаге (пространственное мышление).

Задание 23. На пересечении строк и столбцов таблицы должны стоять значения разностей.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачную ситуацию, устанавливать существенные отношения (находить закономерности).

Задание 24. Очевидные решения: наименьшее число сторон многоугольника, остальных по 2; число действий первой ступени, остальные связаны с геометрическими фигурами.

Задание направлено на формирование умения строить эмпирические обобщения на основе сравнения.

Задание 25. Могли быть задуманы числа 9 998, 9 999, 10 000, 10 001 или 99 998, 99 999, 100 000, 100 001.

Решение двойного неравенства показывает, что числа Портоса и Арамиса не должны быть больше 4 000 и меньше 100 000. Значит, первый найденный отрезок натурального ряда не годится, т.к. в нем все числа меньше 100 000 и больше 4 000.

Так как числа Атоса и Арамиса не делятся на 2 и число Арамиса больше или равно 100 000, он задумал число 100 001. Тогда Атос задумал 99 999. Число Портоса не может быть меньше 100 000, значит, он задумал 100 000, а Д'Артаньян последнее оставшееся число 99 998.

При выполнении следующей части задания важно установить, кто из детей как действует – выполняет деление каждого числа на все натуральные решения двойного неравенства или использует рассуждения. Для тех, кто выполняет деление, важно установить, понимают ли они, что достаточно дойти до первого делителя, на которое делится данное число. Например, 99 998 достаточно разделить на 2, и это сразу говорит, что у него есть делитель среди решений двойного неравенства.

Рассуждения же сводят к минимуму выполнение деления, т.к. сразу исключают четные числа, практически исключают число 99 999, ведь каждый разряд делится на 3. Остается число 100 001, которое не делится на 2, 4, 6, 8 как нечетное, и на 5, т.к. заканчивается неподходящей цифрой. Остались делители 3, 7, 9, из которых достаточно опробовать первые два. Выполнение деления на них показывает, что это число не делится ни на одно из решений двойного неравенства и раскрасить нужно Арамиса.

Задание 26. Ближе к дубу все время была Света, т.к. ее скорость меньше скорости Коли.

На одном расстоянии от дуба дети окажутся дважды: в момент встречи; через 24 минуты после встречи, т.к. Коля к этому времени уже будет дома, а Света и дом в это время будут на одинаковом расстоянии от дуба.

Задание направлено на формирование гибкости мышления, умения строить цепочки рассуждений.

Задание 27. Закономерность: числа в ряду – делимые, делители уменьшаются на 1, значения частных – на 10 000. Пропуски по порядку: 420 000, 300 000, 120 000, 20 000.

Выполнение задания способствует развитию умения строить эмпирические обобщения на основе сравнения.

Задание 28. Сочетательное свойство умножения. Слово ПРАВИЛЬНО.

Задание 29. Задание имеет два решения: в 5 ч 45 мин самолет передвигается на свободную полку. Поэтому в 5 ч 50 мин сверху вниз – машинка, ракета, самолет, пустая полка. В 5 ч 55 мин положение не меняется. В 6 ч ракета передвигается на свободную полку и в 6 ч 05 мин будет машинка, пустая полка, самолет, ракета. В 6 ч 15 мин самолет передвигается на пустую полку и получается конечное положение, которое сохраняется в 6 ч 20 мин. В 5 ч 45 мин передвигается ракета, в 6 ч – самолет, в 6 ч 15 мин опять передвигается ракета и получается конечное положение.

Задание формирует гибкость мышления, умение строить цепочки суждений.

Задание 30. Задание способствует формированию регулятивного действия контроля.

Задание 31. Два решения: по одной точке на каждой стороне прямоугольника, но не в углах – получается по одной кукле у каждой стенки; по одной точке в углах прямоугольника – у каждой стенки оказывается по 2 куклы.

Выяснить, понимают ли ученики, что математическая модель не зависит от размещения каких-то конкретных предметов – стульев, кукол или еще чего-нибудь.

Задание 32. В точках пересечения оранжевой и желтой линий числа, оканчивающиеся 0, желтая и синяя линии не пересекаются, синяя и оранжевая пересекаются в точках, соответствующих числам, в разряде сотен которых 7, а в разряде единиц 5.

При выполнении задания формируются умения проводить сериацию объектов, принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять пошаговый контроль по результату действий.

Задание 33. Вероятнее всего, ученики будут искать решения ребусов подбором, а не рассуждением. После того, как решения будут найдены, нужно обсудить способ их поиска рассуждением.

Для первого ребуса: т.к. количество единиц в разрядах одинаково, перенос в каждый разряд один и тот же и равен В. Так как Л · 2 < 18, а 18 + В < 30, то В может быть или 1, или 2.

Если В = 2, получаем Л · 2 + 2 = 20 + Л (Л ≠ 0), но даже при Л = 9 будет Л · 2 + 2 < 21. Значит, В не может быть равно 2.

При В = 1 получаем Л · 2 + 2 = 10 + Л. Если Л = 9, получаем Л · 2 +1 = 19. Ответ: 99 · 2 + 1 = 199.

Аналогичное рассуждение приведет во втором ребусе к отсутствию решений.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачную ситуацию, переводить мысль на «обратный ход», устанавливать причинно-следственные отношения.

При столкновении с подобными ребусами в дальнейшем необходимо все больше использовать рассуждения и все меньше способ подбора, оставляя, тем не менее, за детьми право использовать тот способ выполнения, который каждому ближе и понятнее.

Задание 36. Так как правые части каждой пары уравнений равны, получаем $q < p$, $x = y$, $z > v$.

Желательно установить, есть ли в классе дети, которые догадались, во сколько раз p больше q. Если таких учеников нет, подсказывать не следует, но попытаться направить поиск в этом направлении можно.

Задание позволяет устанавливать взаимосвязи между пропорциональными величинами, формирует умение анализировать предложенную учебную ситуацию.

Задание 37. Площадь основания левой верхней призмы 9 см^2, и ее верно начертила первая слева девочка, правой верхней – 20 см^2, и определить, кто ее начертил, нельзя, левой нижней – 8 см^2, и ее верно начертил первый слева мальчик. Остальные чертежи выполнены неверно: на среднем внизу невидимые ребра изображены как видимые, на последнем – углы не равны 45°. Квадрат является основанием левой верхней призмы.

Задание 38. Очевидные решения: 4 626, остальные делятся на 5; 54 750, остальные четырехзначные; 3 470, у остальных в двух разрядах есть одинаковые цифры; 4 855, остальные четные.

Требуемые изменения: а) 547 500; б) 67 700 – пятизначное число перестает быть лишним; в) 46 260 – все числа делятся на 5 и пятизначных чисел становится 2, или 34 700 – во всех числах появляются две одинаковые цифры и пятизначных два, или 48 550 – все числа стали четными и 2 пятизначных.

Задание способствует развитию умения проводить сравнение по нескольким основаниям, устанавливать существенные отношения между понятиями, выполнять эмпирическое обобщение на основе анализа.

Задание 39. Так как последнее действие в цепочке – умножение на 2, Незнайка получил четное число. Наибольшее шестизначное четное число 999 998. Является ли оно ответом на вопрос задания, покажет заполнение цепочки с помощью выполнения обратных действий. Если число не подойдет, нужно пробовать предыдущее по величине четное число 999 996 и т.д.

Задание 40. Равнобедренный прямоугольный треугольник или прямоугольный равнобедренный треугольник.

Задание 41. Нельзя поставить знаки сравнения в первой и второй записях верхней строки, а также во второй и четвертой записях нижней строки. Проверка самостоятельно выполненного задания должна сопровождаться обоснованием поставленного знака или невозможности его постановки. В первом случае нужно показать, что при всех натуральных числах, отвечающих условию задания, сохраняется поставленный знак, во втором – привести примеры получения разных знаков. Например, $a \cdot 0 = b \cdot 0$, т.к. при умножении любого числа на 0 получается 0; $42b \neq 60$, т.к. при $b = 1$ левая часть записи меньше правой, а при любом другом натуральном числе – больше.

Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, прогнозировать, обосновывать выдвинутые гипотезы (рассуждать дедуктивно).

Задание 42. В общих звеньях 0, 0. При этом в одном решении в левой цепочке вверху 5, в правой – вверху 6, в другом – в левой цепочке вверху 0, в правой вверху 6.

Для заполнения таблицы ученики могут перебрать все возможные варианты получения нужных чисел и выбрать из них то, которое нужно, но значительно рациональнее опираться на рассуждение. Например, нужно найти наибольшее шестизначное число. Оно, очевидно, должно начинаться с цифры, обозначающей наибольшее возможное число единиц старшего разряда. Среди цифр, записанных в цепочке чисел, такой цифрой является 7. Далее выбираем из двух рядом стоящих цифр наибольшую цифру следующего разряда – это 4. Выбор этой цифры подсказывает, в каком направлении нужно прочитать искомое число. Это будет 740 063. Так как число нечетное, оно будет записано в графу «наибольшего нечетного шестизначного числа».

При выборе чисел с меньшим числом знаков можно отбрасывать только идущие подряд первые или последние цифры шестизначных чисел. Так, наибольшее четное пятизначное число получится, если от 740 063 отбросить последнюю цифру.

Задание формирует умение анализировать, подводить объекты под понятие, представлять данные в виде таблицы.

Задание 44. Решения первого ребуса: В = 0 и В = 1.

Второй ребус имеет 8 решений, в которых В = 1, а А – любая цифра от 2 до 9.

Третий ребус не имеет решений, т.к. при умножении четырехзначного числа на однозначное не может получиться шестизначное число.

Задание способствует развитию гибкости мышления, умению устанавливать причинно-следственные отношения между объектами.

Задание 46. Учитывая, что промежуток между точками 6 и 11 равен 5 единичным отрезкам, достаточно циркулем отложить влево от точки 6 отрезок такой же длины. Возможны и другие способы восстановления единичного отрезка, но этот наиболее рациональный. После того, как ученики самостоятельно выполнят задание, необходимо сравнить использованные ими способы и выбрать наилучший. Если описанного способа учащиеся не нашли, следует побудить их к поиску.

Затем решается логическая задача о взаимном расположении точек A, B, C и D. Так как A правее B, но левее C, а D между A и B, то наибольшая координата у C, левее нее A, затем D и левее всех B. Найдя значения выражений, получим $C(14)$, $A(10)$, $D(5)$, $B(0)$.

Задание направлено на формирование рациональности мышления, умение анализировать учебную ситуацию.

Задание 48. В таблице по строкам сверху вниз:
1) 0 и 7; 2) нет варианта; 3) нет варианта;
4) 7 и 0; 5) 7 и 0; 6) нет варианта;
7) нет варианта; 8) 0 и 7.

Задание 51. Начав поиск наибольшего четного четырехзначного числа, делящегося на 7, ученики, очевидно, попытаются разделить на 7 число 9 998 и установят, что получается остаток. Дальше большая часть детей будет делить 9 996, но, может быть, кто-то догадается по остатку при первом делении, что это число делится на 7. После выполнения задания этот вопрос необходимо обсудить.

Затем с помощью таблицы решается логическая задача, в результате чего получается, что Буратино загадал число 399 840, а кто задумал какое из остальных чисел, установить нельзя, т.к. слова Базилио не используются.

Для получения ответа на вопрос, кто загадал наименьшее число, можно, например, к ответу Базилио добавить «а у Алисы меньше, чем $500 \cdot 20$». Тогда Алиса загадала 10 036, а Базилио – 9 996 (наименьшее число). Возможны и другие варианты дополнения данных ответов, которые могут предложить ученики. При этом возможны варианты, при которых наименьшее число будет у Алисы.

Задание направлено на формирование умения устанавливать причинно-следственные отношения между рассматриваемыми объектами.

Задание 52. $222 \cdot 100 = 22\,200$ – наименьшее значение; $999 \cdot 100 = 99\,900$ – наибольшее значение.

Задание 53. Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять самоконтроль.

Задание 54. Три точки нужно поставить в вершинах прямоугольника, остальные 2 на сторонах, в общем конце которых нет точки. На каждой стороне получилось 2 точки.

Задание развивает пространственное воображение, вариативность мышления.

Задание 55. Так как отрезок между точками 8 и 12 равен четырем единичным отрезкам, то если влево от точки 8 отложить его 2 раза, то получится начальная точка луча. От нее вправо отложим отрезок, равный отрезку между точками 12 и 13, получим единичный отрезок.

Задачу на размещение точек на луче нужно решать непосредственно на луче, назвав, например, точку с координатой 8 буквой *P*. Чтобы легко определить координаты точек, желательно ставить буквы не произвольно, а используя единичный отрезок.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачную ситуацию.

Задание 56. Обсудить, почему в формулировке задания сказано о натуральных числах.

Задание 58. Весы в рамке нарисованы неверно, крокодил тяжелее медвежонка, и его нужно раскрасить.

На чашу с медвежонком нужно поставить гирю 200 г, а с крокодилом – 10 г.

Задание направлено на формирование умения строить цепочку рассуждений.

Задание 59. Расшифровка: РЕНЕ ДЕКАРТ.

Задание 60. Прямоугольный треугольник.

Совершенствуется умение строить чертежи треугольников по данным сторонам, развивается вариативность мышления.

Задание 61. Пример двойного неравенства: $50 < \text{Р} < 105$.

Задание 62. Учащиеся прочтут пословицу: ОДНА ГОЛОВА ХОРОШО, А ДВЕ ЕЩЕ ЛУЧШЕ.

Требование в первой части задания не находить значения выражений не исключает возможности выполнения некоторых устных вычислений.

Задание направлено на формирование умения прогнозировать результат и проверять предложенные гипотезы.

Задание 63. Закономерности: числа, начиная с первого слева числа, через одно число увеличиваются на 5; числа, следующие за каждым из указанных чисел, являются значениями произведений предыдущего числа на множитель, возрастающий в каждом следующем произведении на 100.

Пропущенные числа (слева направо и сверху вниз): 4 500; 25; 30; 18 000; 35; 24 500; 40; 32 000; 45; 40 500; 50 000.

Формируется умение находить закономерности (строить эмпирические обобщения).

Задание 64. Сюжет: слоненок среди пальм.

Задание 65. Конус и цилиндр соединяются с кругом, самая левая и самая правая призмы и пирамида соединяются с левым квадратом. Для средней призмы нужно начертить основание.

При выполнении задания формируется пространственное мышление.

Задание 66. $99\,999 \cdot 2 + 1 = 199\,999$. Данное задание по сути продолжает задание 33, ничем от него не отличается, но учащиеся должны сами это понять.

Задание 68. Чередуются прямоугольники и прямоугольные треугольники. Числа под фигурами – их площадь в квадратных миллиметрах.

Задание направлено на формирование умения анализировать задачную ситуацию, выявлять взаимосвязь между объектами.

Задание 69. Чтобы восстановить единичный отрезок, достаточно вправо от большей из данных на нем дробей отложить отрезок, равный отрезку между данными дробями.

Выполняя задание, учащиеся овладевают умением анализировать задачную ситуацию.

Задание 71. Нужно провести две диагонали из левой нижней вершины многоугольника. Задание развивает пространственное мышление.

Задание 73. По горизонтали: 3) распределительный; 6) четыреста; 7) частное; 10) сутки; 11) два; 12) слагаемое; 13) месяц; 14) восемьсот; 15) треть; 16) ноль; 18) пятьсот; 20) тонна; 21) триста.

П о в е р т и к а л и: 1) четырнадцать; 2) переместительный; 3) разряд; 4) сочетательный; 5) луч; 8) остаток; 9) диагональ; 10) семьсот; 17) литр; 18) пять; 19) сотни.

П р и м е ч а н и е. В кроссворде использованы слова «распределительный», «переместительный», «сочетательный». Имеются в виду законы. Сегодня в математике используется сочетание этих слов со словом «свойство» – переместительное свойство, сочетательное, распределительное.

Что я знаю, что я умею

Задание 7. Винни Пух живет в 10 раз ближе к месту встречи, чем Кенга (ответ не требует вычислений).

Задание 12. Отложив влево отрезок, равный расстоянию между точками 4 и 8, получим начало координатного луча.

Отложив от точки 8 отрезок, равный расстоянию между точками 8 и 15, получим конец единичного отрезка.

Задание 74. Сравнив левые и правые весы, легко заметить, что с первых из них сняли с левой чаши обезьянку, а с правой 500 г, и весы остались в равновесии. Значит, масса обезьянки 500 г. После этого найти массу ежа можно без всяких затруднений. Она равна 800 г.

Учащиеся могут выполнить задание и другими способами, которые необходимо обсудить и выбрать из них лучший.

Целесообразно также после выполнения задания проверить полученные результаты. Способы проверки должны предложить ученики, но наиболее точный из них – подставить массы игрушек на каждые весы и проверить, верны ли будут равенства.

Задание формирует умения анализировать учебную ситуацию, осуществлять действия контроля, а также развивает гибкость мышления.

Задание 75. Поиск решений основан на определении общих цифр в каждой паре чисел, которые помещаются в общее звено цепочек. Это положение характерно для всех заданий подобного типа.

Задание имеет четыре решения: в левой цепочке 9 435, в средней – 8 460, в правой – 9 087 (в общих звеньях 4 и 0);

числа в средней и правой цепочках меняются местами (в общих звеньях 9 и 8); в левой – 8 460, в средней – 9 087, в правой – 9 435 (в общих звеньях 8 и 9); числа в левой и средней цепочках меняются местами (в общих звеньях 0 и 4).

При заполнении последних двух строк таблицы «лишние» знаки получаются за счет повторного чтения цифр.

Задание направлено на формирование умения представлять данные в виде таблицы.

Задание 76. Вправо от точки 4 отложить отрезок, равный отрезку между точками 2 и 4. Получаем точку с координатой 6. От нее влево отложим отрезок, равный отрезку между точками 6 и 11. Получаем конец единичного отрезка.

Задание развивает гибкость мышления.

Задание 77. Проще всего записать во второе звено цепочки наименьшее натуральное число и дальше проверять, получатся ли во всех звеньях натуральные числа. Если да, цепочка заполнена, если нет, внести коррективы, учитывая те «ошибки», которые возникли.

Задание 78.

а) Два решения: по точке в противоположных вершинах и по точке на сторонах вне вершин; по точке в двух соседних вершинах, по точке на двух сторонах, у которых один конец вершина с точкой, и 2 точки на стороне без точек в вершинах. Оба решения дают по 2 точки на каждой стороне.

б) Одна точка ставится в вершине, остальные вне вершин. По одной точке на сторонах, выходящих из вершины с точкой, и по 2 точки на остальных сторонах. Получается по 2 точки на каждой стороне.

в) Два решения: по 2 точки на каждую сторону вне вершин; по точке в каждую вершину и по точке на каждой стороне вне вершин. В первом случае получается по 2 точки, во втором – по 3.

г) По точке в трех вершинах, по одной точке на двух сторонах, в обоих концах которых стоят точки, и по 2 точки на остальных сторонах. На каждой стороне по 3 точки.

д) Два решения, аналогичных решениям пункта а), но с добавлением одной точки на каждую сторону. На каждой стороне получается 3 точки.

Обсуждая, целесообразно выяснить, обратили ли ученики внимание, что разные решения с разным числом точек на стороне получаются там, где количество точек делится на число сторон.

Задание 79. Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять контроль.

Задание 80. Первый ребус имеет 2 решения:

$2 \cdot 2 = 4$, $3 \cdot 3 = 9$;

второй – 9 решений:

$0 \cdot 1 = 0 \cdot 2 = 0 \cdot 3 = 0 \cdot 4 = 0 \cdot 5 = 0 \cdot 6 = 0 \cdot 7 = 0 \cdot 8 = 0 \cdot 9 = 0$;

третий не имеет решений, т.к. при умножении четырехзначного числа на однозначное не может получиться трехзначное число;

четвертый – одно решение $10 \cdot 10 = 100$.

Задание формирует умения анализировать учебную ситуацию, осуществлять контроль (прикидку ответа).

Задание 82. В основе кода – номера букв в рамке и выделение этих номеров в значениях выражений, записанных подряд. В результате получается МИХАИЛ ВАСИЛЬЕВИЧ ЛОМОНОСОВ.

Слова ученого: МАТЕМАТИКУ УЖЕ ЗАТЕМ УЧИТЬ НАДО, ЧТО ОНА УМ В ПОРЯДОК ПРИВОДИТ.

Задание 83. Задание можно выполнить различными способами, но наиболее рационально поступить так: сначала простым карандашом провести маршрут через лабиринт и рассматривать только выражения, через которые он прошел. Установить цвет, которым нужно раскрасить участки маршрута, можно и производя вычисления, и строя цепочку рассуждений. Соотношение между использованием каждого из этих способов зависит от уровня развития и знаний конкретного ребенка.

Выражения $240 \cdot 28 \cdot 45$, $20 \cdot 10$, $256 \cdot 350$, $842 \cdot 730$ делятся и на 5, и на 4, т.к. в них есть множители, делящиеся на эти числа, или 2 четных множителя, каждый из которых делится на 2.

Выражения $288 \cdot 12$, $22 \cdot 66$, $76 \cdot 96$ не делятся на 5, т.к. ни один множитель не делится на него, но делится на 4, т.к. оба множителя – четные числа.

Выражения $49 \cdot 165$, $1\,525 \cdot 75$ делятся на 5, т.к. в каждом есть множитель, делящийся на это число, и не делится на 4, т.к. все множители – нечетные числа.

Выражения $841 \cdot 27$, $31 \cdot 93$, $961 \cdot 89$ не делятся ни на 5, ни на 4, т.к. ни один множитель не делится на 5, и все они нечетные числа.

Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять контроль.

Задание 85. Сюжет: клоун.

При выполнении задания также можно выполнять вычисления, а можно во многих случаях рассуждать, опираясь на результаты следующих наблюдений и знаний:

1) если в произведении есть множитель, который делится на интересующее нас число, то значение произведения делится на это число;

2) если в сумме двух слагаемых одно из них делится на число, то остаток от деления значения суммы равен остатку от деления другого слагаемого;

3) если есть возможность, использовать сочетательное и переместительное свойства умножения, а также распределительное свойство умножения относительно сложения и вычитания для облегчения поиска остатков. Например,

$375 \cdot 401 = 375 \cdot (400 + 1) = 375 \cdot 400 + 375 \cdot 1 =$
$= 375 \cdot 400 + 375.$

Чтобы найти остаток, достаточно разделить на 8 число 375.

Задание 86. Задание имеет два решения. В одном случае сначала перегибаем в любом порядке по горизонтальной и вертикальной границам внутренних клеток квадрата, во втором сначала по диагонали из левого верхнего в правый нижний угол, а затем по любой из границ внутренних клеток. Задание направлено на формирование гибкости мышления.

Задание 88. $9\,999 \cdot 3 + 2 = 29\,999.$

При умножении одинакового количества разрядных единиц во всех разрядах в следующий разряд переходит одно и то же число, и оно равно Р. Так как $Т \cdot 3$ меньше или равно 27, то $Т \cdot 3 + *$ меньше или равно 36. Значит, Р может быть равно 1 или 2, или 3. Дальше проверяются эти 3 числа и выясняется, что Р = 2. Получаем единственное решение, приведенное выше.

Задание 89. Чтобы поменять местами угольники, выполняя все условия, нужно 3 ящика и три раза доставать угольники.

Задание развивает умение строить цепочки рассуждений, выполнять учебные действия по алгоритму.

Задание 90. Код основан на том, что буквы названий предметов отвечают соответствующей по порядку цифре в значении выражения. Получаем соотношения: Р – 4; А – 6; К – 5, Е – 0; Т – 9; Л – 8; О – 1; С – 7; Ь – 2; И – 3.

Слово ЛИСА зашифровывается набором цифр 8 376, после чего можно найти вычитаемое.

Число 518 971 зашифровывает КОЛЕСО, 4 056 – РЕКА, 7 092 – СЕТЬ.

Задание направлено на формирование умения кодировать и перекодировать информацию (операции моделирования).

Задание 91. После выполнения задания необходимо выяснить, почему каждый учащийся принял то или иное решение.

Задание 92. В таблице четыре решения, слева направо записи: 5, 2, 4; 5, 4, 2; 4, 2, 5; 4, 5, 2.

Задание 93. Решение находится «проверкой» каждого разрядного слагаемого данного числа на соответствие условию задания. Например, $4:4 = 1$ получилось натуральное число, но $1:3$ не дает натурального результата, значит, это разрядное слагаемое не подходит.

Возможно, кто-нибудь из учащихся сообразит сразу, что задуманное число должно делиться и на 4, и на 3. Это заслуживает похвалы.

Буратино задумал число 600, а Мальвине сообщил число 152 192.

Задание 94. 2 058, 2 508, 5 028, 5 082, 5 208, 5 802, 8 052, 8 502.

При выполнении последней части задания не следует подсказывать ученикам, что умножать все числа на заданное число для получения нового двойного неравенства не нужно, но необходимо отмечать, кто об этом догадался сам, и увеличивается ли количество таких догадливых учащихся.

Желательно время от времени возвращаться к заданию (или предлагать аналогичные с другими числами), рассматривая случаи увеличения и уменьшения нескольких чисел в одинаковое число раз и на одно и то же число.

Задание направлено на формирование гибкости (вариативности) мышления, умения формулировать гипотезы (прогнозировать) и проверять их.

Задание 95. Р = 1, Д – любая цифра от 2 до 9. Так как записывать нужно только решения с нечетными делителями, Д может быть равно 3, 5, 7 и 9.

Задание 96. Масса шоколадки 20 г, конфеты – 15 г.

Наиболее понятным для учеников, очевидно, будет следующий способ: убрать с левой чаши правых весов шоколадку и две конфеты, а с правой чаши гирю 50 г. На левой чаше останется 5 шоколадок, на правой – гиря 100 г, и весы останутся в равновесии. Значит, масса шоколадки 100 : 5 = 20 г. После этого по любым весам, которые находятся в равновесии, определяется масса конфеты.

Чтобы уравновесить нижние весы, на левой чаше нужно дорисовать 2 шоколадки.

Задание способствует развитию умения составлять алгоритм действий.

Задание 97. Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять самоконтроль.

Задание 98.

а) Точка в одной вершине, по одной точке на сторонах с отмеченной вершиной и 2 точки на третьей стороне – на каждой стороне по 2 точки.

б) Смотри решение задания 54. Следует обратить внимание, заметят ли дети, что форма четырехугольника не имеет значения при расстановке точек.

в) Два решения: все точки поставить в вершинах пятиугольника – по 2 точки на каждой стороне; все точки поставить на сторонах вне вершин – по одной точке на каждой стороне.

г) Одну точку в вершину шестиугольника, остальные по одной на тех сторонах, которым эта вершина не принадлежит – по одной точке на каждой стороне.

д) Две точки в не соседние вершины семиугольника, остальные три на сторонах, которым не принадлежат отмеченные вершины – по одной точке на каждой стороне.

Необходимо обсудить с учащимися, в чем особенность задания по сравнению с предыдущими и какие закономерности они заметили при его выполнении (если число сторон меньше числа точек, на каждой стороне получается по 2 точки, если равно – получается два решения, если больше – на каждой стороне получается по одной точке). Если этого не произошло, подсказывать выводы не следует, они естественно возникнут в дальнейшем при выполнении аналогичных заданий.

Задание развивает пространственное мышление.

Задание 99. Направлено на формирование коммуникативных умений: коммуникацию как интериоризацию (анализ информации с целью ее «присвоения», организация информации в виде таблицы).

Задание 100. Неверно изображены конус, призма и цилиндр слева.

Задание 101. Зашифрованы такие высказывания: «РАЗУМ – ЭТО ЗАЖИГАТЕЛЬНОЕ СТЕКЛО, КОТОРОЕ, ВОСПЛАМЕНЯЯ, САМО ОСТАЕТСЯ ХОЛОДНЫМ», «МОЖНО УСТУПИТЬ СИЛЕ, НО БЕЗРОПОТНО ПОКОРЯЮТСЯ ТОЛЬКО РАЗУМУ».

Возможные рассуждения при выполнении задания:

– если хотя бы один множитель – четное число, то значение произведения тоже четное число;

– если хотя бы один множитель увеличивается, то и значение произведения увеличивается.

Возможно, отдельные ученики воспользуются и другими подмеченными закономерностями.

Задание 102. Дата рождения 1596 г., дата смерти 1650 г.

Задание направлено на формирование алгоритмической грамотности (умения выполнять линейный алгоритм), а также гибкости мышления (умения направить мысль на «обратный ход»).

Задание 107. При выполнении задания необходимо вернуться к обсуждению закономерностей, связывающих число сторон многоугольника, число точек и число решений (см. задание 98).

Задание 109. На пересечении строк и столбцов таблицы – значения частных. Сначала нужно найти недостающие делимые, затем – делитель, потом значения частных.

Задание 113. Первый ребус имеет два решения: $5 \cdot 5 = 25$, $6 \cdot 6 = 36$; второй – четыре решения: $4 \cdot 4 = 16$, $7 \cdot 7 = 49$, $8 \cdot 8 = 64$, $9 \cdot 9 = 81$; третий – 11 решений: 0 умножить на любое однозначное число (десять решений) и $1 \cdot 1 = 1$.

Задание 115. Как и во многих других случаях, выполнение этого задания можно значительно облегчить, если вычисления или их часть заменить рассуждениями, основанными на следующих положениях:

– если самые правые значащие цифры в каждом множителе нечетные, то количество нулей в конце значения произведения равно сумме количества нулей в конце обоих множителей;

– если самая правая значащая цифра одного множителя 5, а другого – четная, общее количество нулей в значении произведения увеличивается для четных цифр 2 и 6 всегда на один ноль, для цифр 4 и 8, если правые значащие цифры второго множителя образуют числа 25, 75 – на два нуля и для четырех, и для восьми, если 125, 625, 375, 875 – на три нуля для восьми.

Задание направлено на формирование умения анализировать учебную ситуацию с целью выявления рационального способа действия, умения рассуждать дедуктивно.

Тетрадь № 2

Задание 1. Задание направлено на формирование пространственного мышления.

Задание 2. Требование не находить значения выражений не исключает права учеников на выполнение отдельных вычислений.

Задание способствует развитию умения анализировать учебную ситуацию, прогнозировать результаты действий.

Задание 5. Формирует умение выполнять эмпирическое обобщение.

Задание 8. В цепочки вписываются числа 137 900 и 597 310.

В таблице слева направо: 7, 9, 3, 3; 9, 7, 0, 5; 1, 3, 0, 0; 3, 1, 7, 7; 0, 1, 5, 0; 1, 0, 3, 3; 3, 7, 1, 1; 7, 3, 9, 9.

Задание 10. ЕСЛИ ТРУД – УДОВОЛЬСТВИЕ, ТО ЖИЗНЬ – РАДОСТЬ.

Задание 11. После нахождения корней уравнений решается логическая задача при помощи таблицы так же, как и предыдущие аналогичные задания.

Корень уравнения Лисы – 6, Петуха – 7, Кролика – 2, Волка – 9.

Задание 12. Первоначально можно найти два решения: третье частное слева, у остальных делители и делимые нечетные числа; четвертое частное, у остальных делители можно представить произведением двух однозначных чисел.

После определения значений выражений добавляется еще одно решение: первое слева, значения остальных частных 9.

Чтобы задание не имело ни одного решения, достаточно добавить, например, равенство $114 : 38 = 3$, в котором трехзначное четное делимое, двузначный четный делитель, который нельзя представить произведением двух однозначных чисел, и однозначное значение частного, не равное 9.

Задание направлено на формирование умения выполнять эмпирическое обобщение.

Задание 14. Зайчик.

Задание 15. $К \neq 0$ и $Р \neq 0$, т.к. с них начинаются трехзначные числа. $К + Р = Р + К = А$ – однозначное число, большее 2. $А + А = Г$, значит, $А < 5$. Получаем $А = 3$ или $А = 4$.

Если $А = 3$, то $Г = 6$, а $Р = 2$ и $К = 1$ или $Р = 1$ и $К = 2$. Получаем $132 + 231 = 363$ или $231 + 132 = 363$.

Если $А = 4$, получаем $Г = 8$, а $Р = 1$, $К = 3$ или $Р = 3$, $К = 1$. Получаем $143 + 341 = 484$ или $341 + 143 = 484$.

Задание формирует умение проводить анализ, строить цепочку логических рассуждений.

Задание 17. Задание имеет три решения: первое решение (перекладывание по порядку) – вилка, ложка, нож, вилка;

второе решение – нож, вилка, ложка, нож; третье решение – ложка, нож, вилка, ложка.

При выполнении задания учащиеся овладевают умением действовать по алгоритму, развивается гибкость мышления.

Задание 19. Задание направлено на формирование регулятивных умений принимать и удерживать учебную задачу, осуществлять контроль.

Задание 20. Выполняется по тому же принципу, что и предыдущие аналогичные задания.

Задание 21. Зашифрованы пословицы:
МУДРОСТЬ В ГОЛОВЕ, А НЕ В БОРОДЕ;
ВИДИТ ОКО ДАЛЕКО, А УМ ЕЩЕ ДАЛЬШЕ.

Решить задание позволяет только разбиение частных по признаку, что делимые оканчиваются значащими цифрами или нулями.

Задание направлено на формирование умения классифицировать, выделять основание классификации.

Задание 22. Задание направлено на формирование регулятивного действия контроля.

Задание 24. Ребус имеет 8 решений:
$22 : 11 = 2$, $33 : 11 = 3$ и т.д.

Задание 26. Задание является продолжением расшифровки ребусов, и принцип его выполнения аналогичен, но этот ребус имеет не одно, а три решения: $3\,333 \cdot 4 + 1 = 13\,333$, $6\,666 \cdot 4 + 2 = 26\,666$, $9\,999 \cdot 4 + 3 = 39\,999$.

Задание 29. Задание направлено на формирование умения анализировать учебную ситуацию, проводить сравнение по нескольким основаниям.

Задание 30. К верхнему рисунку подходят оба вопроса. Света и Миша сблизятся до 4 км 20 м через

$(8\,400 - 4\,200) : (210 + 210) = 10$ (мин),

а после встречи окажутся на таком же расстоянии через

$(8\,400 + 4\,200) : (210 + 210) = 30$ (мин)

от начала движения. Удалятся друг от друга на 16 км 800 м через $(16800 + 8400) : (210 + 210) = 60$ (мин) от начала движения.

К левому рисунку в середине подходит только второй вопрос. Света будет все больше удаляться от Игоря, и они окажутся на нужном расстоянии друг от друга через

(16 800 – 8 400) : (210 – 70) = 60 (мин).

К правому рисунку в середине подходят оба вопроса. Миша приблизится к Игорю через

(8 400 – 4 200) : (210 – 70) = 30 (мин)

и снова удалится от него на то же расстояние через

(8 400 + 4 200) : (210 – 70) = 90 (мин) после начала пути, а затем через (16 800 + 8 400) : (210 – 70) = 180 (мин) после начала пути.

К нижнему рисунку не подходит ни один из вопросов. Скорость детей одинакова, и расстояние между ними не будет меняться.

К левому рисунку на с. 17 подходят оба вопроса.

Миша и Игорь сблизятся на нужное расстояние через (8 400 – 4 200) : (210 + 70) = 15 (мин) и разойдутся после встречи через (8 400 + 4 200) : (210 + 70) = 45 (мин) после начала движения. Разойдутся еще дальше через

(16 800 + 8 400) : (210+ 70) = 90 (мин)

после начала движения.

К последнему рисунку подходит только второй вопрос. Света и Игорь удалятся друг от друга на нужное расстояние через (16 800 – 8 400) : (210 + 70) = 30 (мин).

Больше, чем на других рисунках, расстояние меняется на верхнем рисунке с. 16, меньше всего – на нижнем.

Задание способствует формированию умения анализировать задачную ситуацию.

Задание 32. Имя величайшего ученого – АРХИМЕД. Родина его – СИЦИЛИЯ. Как и во многих других заданиях, вычисления могут быть заменены рассуждениями, и их соотношение покажет уровень владения материалом.

Использованные отдельными учениками рассуждения обязательно нужно обсудить всем классом.

Задание 33. Задание имеет два решения:

30 + 16 + 27 = 73 (см^3) и 18 + 12 + 16 +27=73 (см^3).

После самостоятельного выполнения задания целесообразно выяснить, поняли ли ученики, что последнюю деталь нужно использовать обязательно и почему это так (это единственная деталь, объем которой нечетное число).

Задание 34. По горизонтали: 5) периметр; 7) четыре; 8) шестьдесят; 9) пять; 10) пирамида; 11) остаток; 13) объем; 15) круг; 17) знаменатель; 19) квадрат; 20) миллиметр; 21) сбоку; 23) скорость; 25) девяносто.

По вертикали: 1) градус; 2) триста; 3) тысяча; 4) семь; 5) площадь; 6) масса; 7) четное; 11) отрезок; 12) числитель; 14) метр; 16) грамм; 18) ноль; 19) куб; 22) сорок; 24) сто.

Задание 35. Не имеет решения нижнее уравнение левого столбика, т.к. оба множителя не равны нулю при любых значениях неизвестного.

Проще всего найти корни уравнений, подставив письменно данные числа вместо неизвестных и выполнив указанные действия, но дети могут использовать и другие способы, в том числе и рассуждения. Например, число 0 не может быть корнем верхнего уравнения, т.к. слева тогда получится 0, а справа число 240.

Уравнения, которые имеют больше одного корня, – третье слева, второе и третье справа. Первые два из них имеют по два корня из данных чисел, третье имеет бесконечно много корней, т.к. ими являются все числа, не равные нулю.

Задание направлено на формирование умений анализировать учебную ситуацию, строить дедуктивные рассуждения.

Задание 36. Первое число – 52, последнее – 62.

Задание 37. Решить задачу можно с помощью правого верхнего уравнения. Найденный корень в этом случае будет обозначать число поросят. Чтобы завершить решение задачи, нужно еще узнать число петухов.

После выполнения задания нужно обсудить, нельзя ли получить такое уравнение, чтобы его решение давало ответ на вопрос задачи. Таким уравнением является следующее: $2x + 4 \cdot (4 - x) = 10$.

Задание направлено на формирование умений строить математические модели задачи – уравнения, соотносить модель (уравнение) и текст.

Задание 39. В каждой рамке количество воды в чашке равно дроби, числитель которой – количество бутылок, знаменатель – количество чашек.

Задание 40. Так как слева направо числа возрастают, то очевидно, что действием может быть сложение или умножение.

Попробовав по очереди каждое из этих действий, устанавливаем, что подходит только умножение на 15.

Это соотношение находится делением 4 050 на 270. Получаются числа: 18, 270, 4 050, 60 750, 911 250. Целесообразно проверить правильность полученного соотношения, умножив предпоследнее число 60 750 на 15.

Задание развивает умения анализировать, сравнивать, формулировать предположительные выводы и проверять их.

Задание 42. Масса совы 300 г, скворца – 75 г.

Задание 43. Первое решение: перемещаем последовательно пятиугольник, круг, треугольник, квадрат, пятиугольник.

Второе решение: круг, треугольник, квадрат, пятиугольник, круг.

Задание направлено на формирование умения планировать свои действия.

Задание 44. Если возникли затруднения при выполнении задания, целесообразно предложить учащимся поэкспериментировать с конкретными суммами.

Задание направлено на формирование умения рассуждать дедуктивно.

Задание 45. Вид спереди – 4 фигура, сверху – 5, сбоку – 2. При переносе конуса: спереди и сбоку – 2 фигура, сверху – последняя.

Задание способствует развитию пространственного мышления.

Задание 46. Самое главное – соединяются не просто отвлеченные числа, а числа, обозначающие величины, т.е. должны учитываться наименования. Сюжет: ракета.

Задание 48. $666 : 222 = 3$ и $666 : 333 = 2$.

Задание 49. Очевидные решения: первое слева вверху, в остальных есть умножение; второе вверху, остальные – верные равенства; левое нижнее, в остальных есть деление; последнее внизу, в остальных есть действия двух ступеней. Задание формирует умение выполнять эмпирическое обобщение.

Задание 50. Наиболее просто восстановить начало луча и единичный отрезок можно так: влево от точки 9 три раза отложить отрезок, равный расстоянию между точками 9 и 12. Получим точку с координатой 0. От точки 9 два раза отложить отрезок, равный расстоянию между точками 12 и 16. Получим точку 1.

Наиболее рациональный способ позволяет сделать всего 3 шага: 1) от точки 12 влево отложить отрезок, равный расстоянию между точками 12 и 16, и получаем точку 8; 2) от точки 8 отложить отрезок, равный расстоянию между точками 9 и 16, и получаем точку 1; 3) от точки 1 влево отложить отрезок, равный расстоянию между точками 8 и 9, и получаем точку 0.

Задание направлено на формирование умений проводить анализ, сравнение, формулировать предположительные выводы и проверять их.

Задание 52. Проще всего от точки 8 влево 4 раза отложить отрезок, равный расстоянию между точками 17 и 19. Получим начало координатного луча. От точки 8 влево отложить отрезок, равный расстоянию между точками 8 и 17, а затем вправо от точки 0 отложить отрезок, равный расстоянию от 0 до левого конца последнего отложенного отрезка. Получим единичный отрезок. Координаты точек: H(7), L(18), K(9), M(3), N(0).

Задание 54. Выполнение первой части задания основано на сравнении компонентов указанных действий, и количество установленных на этом этапе отношений характеризует глубину овладения материалом. Остальные отношения учащиеся установят, выполнив вычисления.

Задание направлено на формирование умения анализировать, сравнивать, формулировать предположительные выводы и проверять их.

Задание 55. Верхний ребус имеет 8 решений, в каждом из которых делителем является число 100, а делимые – десятки тысяч, начиная с 20 000 и заканчивая 90 000.

У нижних ребусов: а) 8; б) 0; в) 1 (1000 : 10 = 100); г) 8 решений.

Задание 56. Существует 8 вариантов последовательности выполнения действий, удовлетворяющих условию задания:

1) сложение, умножение, вычитание, деление;
2) вычитание, умножение, сложение, деление;
3) сложение, деление, вычитание, умножение;
4) вычитание, деление, сложение, умножение;
5) умножение, сложение, деление, вычитание;
6) умножение, вычитание, деление, сложение;
7) деление, сложение, умножение, вычитание;
8) деление, вычитание, умножение, сложение.

Необходимо учитывать, что использование скобок может привести к получению совершенно разных выражений с одинаковым порядком выполнения действий.

При правильном получении выражения учащиеся могут затрудняться в определении его значения, т.к. оно может оказаться числом, большим шестизначного, или ненатуральным. Поэтому в этой части задания добавлены слова «где сможешь».

Задание направлено на формирование умения проводить синтез (конструировать новые математические объекты по заданным условиям).

Задание 57. Выполняется аналогично подобным заданиям: на левых весах с левой чаши убрать яблоко и грушу, с правой – гирю 100 г, но добавить гирю 10 г. Масса двух половинок яблока 60 г, значит, одна половинка 30 г.

Задание развивает умение планировать свои действия.

Задание 58. Отличие этого задания от предыдущих, например задания 90 тетради № 1, в том, что по одной букве в каждом слове закодировано не однозначным, а двузначным числом. Это значительно усложняет расшифровку.

Целесообразно начать работу со слова ОЗЕРО, которое начинается и заканчивается одной и той же буквой. Получаем О – 1. Пока больше ничего в нем нельзя расшифровать.

Буква О есть еще в слове НОТА. Так как она скрывается за цифрой 1, то А – 91, Н – 9, Т – 5.

Рассматриваем все слова с буквой А. Получаем М – 7, К – 2, Ц – 4, Ы – 6.

Из слова МИР устанавливаем, что Р – 94 (т.к. 4 это Ц). Значит, И – 3.

Вернувшись к слову ОЗЕРО, находим З – 0, Е – 8.

Слово, с которого начинается четверостишие, ТЕРЕК, название поэмы – МЦЫРИ.

Задание направлено на формирование умения кодировать информацию.

Задание 60. Без выполнения действий могут быть найдены следующие решения: среднее слева, в остальных масса; верхнее справа, в остальных действия второй ступени; среднее справа, у остальных первый компонент содержит две единицы измерения величины; последний справа, в остальных значения выражений – величины.

После выполнения вычислений появляется еще одно решение: нижнее слева, у остальных в значениях есть цифра 4.

Задание развивает умения строить эмпирические обобщения на основе сравнения.

Задание 62. Имеет три решения:
сверху 6 798, слева 3 462, справа 7 512;
сверху 3 462, слева 6 798, справа 7 512;
сверху 7 512, слева 3 462, справа 6 798.

Задание 63. Последнее задание на равномерное распределение заданного числа точек по сторонам многоугольника.

Важно выяснить, могут ли к этому времени дети ответить на вопросы задания, исходя из обобщенных наблюдений за вариантами решений при разном соотношении числа точек и сторон многоугольника. Так, учащиеся должны заметить, что два решения получаются, если число точек кратно числу сторон многоугольника.

Задание 65. Анализ ребуса позволяет сразу заключить, что М = 1, а А = 0.

2К = 10 или 2К + 1 = 10. Решение первого уравнения дает К = 5, второе не имеет натурального корня.

Р + М = К или Р + М = 10 + К. Подставим значения найденных букв и получим Р + 1 = 5 или Р + 1 =15. Так как корень второго уравнения двузначное число, подходит только Р = 4.

Так как 2К = 10 и Р + М – однозначное число, то 2У = Р. Получаем, 2У = 4, У = 2. Решение: 5 240 + 5 210 = 10 450.

Задание направлено на формирование умения анализировать учебную ситуацию, устанавливать причинно-следственные отношения.

Задание 66. Даты рождения и смерти Л. Эйлера нужно выбирать на основе здравого смысла, опираясь на реальные сроки жизни человека. Возможен только один вариант: дата рождения 1707 г., смерти 1783 г.

Что я знаю, что я умею

Задания 1, 2, 4. Направлены на формирование регулятивного действия контроля.

Задание 3. Формирует умения анализировать, сравнивать, делать предположительные выводы и проверять их.

Задание 69. Направлено на развитие умения рассуждать дедуктивно.

Задание 70. Сюжет: самолет.

Задание 71. Два корня имеют три уравнения: нижнее слева, нижнее справа и верхнее в середине.

Не имеют решений два уравнения: нижнее в середине и верхнее справа.

Задание 72. Проще всего в третье звено цепочки вписать число 1 и проверить, получатся ли во всех звеньях натуральные числа. В последнем звене число миллион. Задуманное число 20 000.

Задание 73. Невозможно сравнить пары: последнюю вверху, первую и среднюю внизу.

Задание направлено на формирование умения анализировать, строить дедуктивные рассуждения.

Задание 74. От точки 2 отложить отрезок, равный расстоянию между точками 2 и 4. Получим точку 0. От нее вправо отложить отрезок, равный расстоянию от 0 до –1.

Задание 75. Задание направлено на формирование умения действовать в соответствии с заданным алгоритмом (алгоритмическая грамотность).

Задание 76. Опыт работы с заданиями на распределение точек по сторонам многоугольников, очевидно, подскажет многим учащимся, что выбор наименьшего числа точек связан с их размещением в вершинах многоугольников, т.к. в этом случае одна точка обеспечивает наличие точки сразу на двух сторонах. Для получения на каждой стороне одной точки в этом случае достаточно поместить точки в вершинах многоугольника через одну, если вершин четное количество. Получим: для четырехугольника потребуется 2 точки, для шестиугольника – 3, для восьмиугольника – 4 и т.д.

Работу с заданием можно предварить или, наоборот, завершить установлением сходства всех рассматриваемых в нем многоугольников, а также попытаться получить от учащихся обобщенный ответ на вопрос, какое наименьшее число точек нужно для получения одной точки на каждой стороне многоугольника, если их у него четное число n.

Задание 78. Задание выполняется аналогично подобным предыдущим заданиям: с левой чаши левых весов убираем медвежонка и уточку, на правой чаше гирю 1 кг заменяем на гирю 500 г и добавляем гири 50 г и 20 г.

Выбор минимального количества гирь для уравновешивания весов необходимо получить в результате сравнения тех реальных решений, которые предложат ученики при самостоятельном выполнении этой части задания.

Задание 79. Проще всего вправо от точки –6 отложить 2 раза отрезок, равный расстоянию между точками –9 и –6. Получим нулевую точку. Влево от точки –6 отложить отрезок, равный расстоянию между точками –2 и –6. От нулевой точки вправо отложить отрезок, равный расстоянию от левого конца последнего отложенного отрезка до точки –9. Получим единичный отрезок.

Задание формирует умения анализировать учебную ситуацию, прогнозировать результаты действий.

Задание 81. Из начатого изображения ортогональной проекции вытекает, что нижнее боковое ребро равно 20 мм. Значит, видом сбоку может быть только предпоследний прямоугольник, по которому определяется высота призмы.

Задание 82. Прежде всего, нужно найти, какое число подойдет для нижней средней цепочки. В нем должно быть 3 цифры, которые встречаются в остальных числах. Такое число одно – 8526. В нижнее звено этой цепочки нужно записать цифру 8, которая отсутствует в остальных числах. Записываем все число по часовой стрелке. Слева окажется 1500, как единственное из оставшихся чисел с цифрой 5, справа – 6927, вверху – 3924.

Задание направлено на формирование умений анализировать учебную ситуацию, строить цепочки суждений.

Задание 84. Ребус имеет четыре решения:

$2\,222 : 11 = 202$, $4\,444 : 11 = 404$,

$6\,666 : 11 = 606$, $8\,888 : 11 = 808$.

Задание способствует развитию гибкости мышления.

Задание 85. Закономерности: левое верхнее число в каждом следующем многоугольнике увеличивается на значение произведения числа 30 и номера предыдущего прямоугольника; правое число в 3 раза больше левого; нижнее равно значению произведения двух верхних чисел.

Задание направлено на формирование умения выполнять эмпирическое обобщение.

Задание 90. В отличие от задания 76 здесь рассматривается та же задача для многоугольников с нечетным числом сторон. Работу с ним нужно построить так же, как с заданием 76: сначала установить практически нужное наименьшее количество точек для каждого конкретного данного многоугольника, сформулировать общий подход и на его основе установить количество точек для перечисленных многоугольников, а затем установить принцип их размещения и попытаться записать закономерность в общем виде.

Если у многоугольника n сторон и n нечетное число, то наименьшее количество точек для получения на каждой стороне по одной точке равно $(n + 1) : 2$, из которых все, кроме одной, размещаются в вершинах многоугольника через одну, а одна точка помещается на стороне, в концах которой нет точек.

Задание 91. Смотри пояснения к заданию 40. В результате оказывается, что подходит один вариант – со сложением и делением.

Задание 94. Задание направлено на формирование умения рассуждать дедуктивно.

Задание 96. ШВЕЙЦАРИЯ. РОССИЯ.

Задание направлено на формирование умения анализировать данные, организованные в виде таблицы, конкретизировать обобщенные модели (подставлять значения букв в буквенные выражения и находить их значения).

Задание 97. Наименьшее число точек при распределении по 2 точки на каждой стороне получается, если точки помещать во всех вершинах многоугольника. Следовательно, число точек равно числу углов многоугольника.

Задание 98. Начать выполнение задания лучше всего с выбора числа, которое нужно вписать в цепочку в середине. Цифры этого числа все должны повторяться в остальных числах хотя бы по одной. Такое число 7 248. Далее задание не представляет трудности и решается как аналогичные.

Задание 101. В овалах, к которым идет по 2 стрелки, поставить знаки + и –, т.к. это и знаки действий, и знаки, входящие в запись положительных и отрицательных чисел.

Задание 105. *По горизонтали*: 3) диагональ; 4) сложение; 5) положительное; 6) миллион; 9) противоположные; 12) семьсот; 14) отрицательное; 16) шестнадцать; 19) числитель.

По вертикали: 1) угол; 2) множитель; 4) сто; 7) окружность; 8) миллиард; 10) отрезок; 11) плюс; 13) шестьсот; 15) тонна; 16) шар; 17) сотни; 18) дробь.

Задание направлено на формирование умения подводить анализируемые объекты под понятие на основе выделения существенных признаков.

Задание 106.

$4 + 4 - 4 - 4 = (4 - 4):(4 + 4) = (4 - 4):4:4 =$ и т.д. $= 0$;

$(4 + 4):(4 + 4) = (4 \cdot 4):(4 \cdot 4) = (4:4):(4:4) = 1$;

$4:4 + 4:4 = 4 \cdot 4:(4 + 4) = 2$;

$(4 \cdot 4 - 4):4 = (4+ 4 + 4):4 = 3$;

$4 + (4 - 4) \cdot 4 = 4 - (4 - 4) \cdot 4 = 4 + (4 - 4):4 =$

$= 4 - (4 - 4):4 = 4$;

$(4 \cdot 4 + 4):4 = (4 + 4 \cdot 4):4 = 5$;

$(4 + 4):4 + 4 = 4 + (4 + 4):4 = 6$;

$4 + 4 - 4:4 = 7$;

$4 - 4 + 4 + 4 = (4 + 4):(4:4) = (4 + 4) \cdot (4:4) = 8$;

$4 + 4 + 4:4 = 9$;

$4 \cdot 4 - 4:4 = 15$;

$4 + 4 + 4 + 4 = 4 \cdot 4 \cdot (4:4) = 4 \cdot 4:(4:4) = 16$;

$4 \cdot 4 + 4:4 = 17$;

$4 \cdot 4 + 4 + 4 = 24$;
$4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 32$;
$(4 + 4) \cdot 4 + 4 = 36$;
$4 \cdot 4 \cdot 4 - 4 = 60$;
$(4 + 4) \cdot (4 + 4) = 64$;
$4 \cdot 4 \cdot 4 + 4 = 68$;
$(4 + 4) \cdot 4 \cdot 4 = 128$; $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$.

При проверке необходимо учесть, что во многих случаях можно получить другие варианты решений, основанные на использовании переместительных законов сложения и умножения, а также на свойствах вычитания.

Задание способствует развитию гибкости мышления.

Что я знаю, что я умею

Задание 6. Нельзя сравнить числа в верхней правой и последней нижней парах.

Задания 7, 8, 9, 10. Задания направлены на формирование действий контроля и самооценки.

Задание 12. Направлено на формирование умения проводить синтез: конструировать математические объекты в заданных условиях.

Задание 108. Числа, соответствующие словам, показывают, что количество цифр в них больше, чем букв в словах. Это значит, что многие буквы зашифрованы не однозначными числами, и это гораздо сложнее всех предыдущих аналогичных заданий.

Проще всего начать расшифровку со слова ПАРТА, поскольку в нем 2 раза встречается буква А, из них один раз в конце слова. Получаем А – 8, П – 3.

Сравним слова ЛОДКА и ДЯТЕЛ. Букве Л в первом из них может соответствовать или 9, или 91. Так как во втором слове Л на конце слова и оно кончается 9, а не 91, то Л – 9.

Вернемся к слову ПАРТА. На буквы РТ приходится набор цифр 9358. Так как значения цифр 8 и 9 мы уже знаем, то Р – 93 и Т – 58.

Если в слове разгаданы две буквы, между которыми есть неразгаданная, ее код сразу становится ясен. В слове ДЯТЕЛ известен код букв Т и Л, значит, Е – 30.

В слове ВЕСЛО известна вторая буква (Е – 30), значит, первая В – 5. Предпоследняя буква этого слова тоже известна (Л – 9), значит, О – 1. Между буквами Е и Л одна буква, значит, С – 38.

Слово УМ состоит из двух букв и закодировано тремя цифрами. Может быть, У – 74, М – 5 или У – 7, М – 45. Так как В – 5, то годится второй вариант: У – 7, М – 45.

Из слова СМЕХ узнаем, что Х – 4.

Из слова ЛОДКА, зная коды букв Л, О, А, получаем Д – 20, К – 2, а из слова ДЯТЕЛ получаем Я – 71.

Зашифрованный текст: УСПЕХОВ В ПЯТОМ КЛАССЕ!

Задание направлено на формирование умения кодировать и перекодировать информацию, строить цепочки суждений.

Задание 109. Сюжет: конь на траве.

Разработки уроков математики в 4 классе*

На уроках математики ученики задают вопросы и сами ищут на них ответы, а учитель, направляя их в поисках истины, исподволь показывает, как тесно математика связана с реальной жизнью.

Е.В. ВОРОНИЦЫНА,
учитель начальных классов МОУ СОШ № 12,
г. Щелково-3, Московская обл.

Тема урока «Точные и приближенные значения чисел»

Цель урока: дать первое представление о точных и приближенных значениях чисел.

Оборудование: учебник «Математика», 4 класс, ч. 1 (авторы И.И. Аргинская, Е.И. Ивановская, С.Н. Кормишина), карточки с изображением отрезков, энциклопедия для детей «Математика», издательство «Аванта +», документ-камера, WEB-проектор, экран.

ХОД УРОКА

I. Введение в тему урока

Учитель: Ребята, посмотрите на доску. Что записано?

Запись на доске:

128, 4, 233, 56, 354, 32, 121

Дети: На доске записаны числа.
– Хочу уточнить – натуральные числа.
– Многозначные и однозначное число.
– Целые числа.
– Четные и нечетные числа (называют).
– Не круглые числа.

---

* Использованы материалы журнала «Практика образования».

Учитель: Какое задание вы могли бы предложить?

Дети: Составить выражение и найти значение.

– А можно не просто составить выражение, а найти среднее арифметическое этих чисел.

В классе удивление.

Учитель: Интересно.

Дети: Ян, а что значит среднее арифметическое?

Ян: Для этого мы должны сложить все числа, а потом разделить на количество сложенных чисел.

– Здесь есть числа, связанные между собой.

Учитель: Какие верные равенства вы можете записать?

Дети работают самостоятельно.

Проверка.

К доске выходят ученики, у которых записаны разные равенства.

$128 : 4 = 32$ $\qquad$ $354 - 121 = 233$

Учитель: Вы точно можете сказать, что значение равно 32 и 233?

Дети: Конечно. Я сначала 120 поделил на 4, получил 30, а потом 8 поделил на 4, получил 2 и полученные результаты сложил: $30 + 2 = 32$.

– А можно проверить: когда находим корень уравнения, то выполняем проверку, и здесь можно проверить. Умножение можно проверить делением, а вычитание – сложением.

Учитель: Выполните проверку.

Дети выполняют в тетрадях.

Дети: $32 \cdot 4 = 128$ $233 + 121 = 354$.

Учитель: Хорошо, убедили. Теперь и я знаю, что значения этих выражений точные. Потому что вы проверили или пересчитали.

Учитель записывает рядом со значениями выражений:

$128 : 4 = 32$ – точные

$354 - 121 = 233$ – точные

II. Открытие нового материала

Учитель: Ребята, на партах у вас лежат листочки. Что на них начерчено?

Дети: Отрезки.

– Отрезки *AB*, *OE*, *MK*.

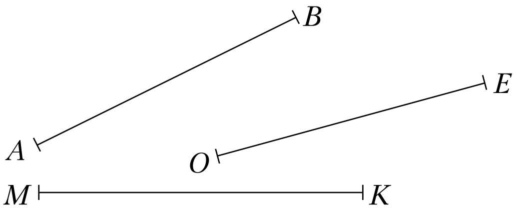
– Отрезок $AB > OE$, $AB < MK$, $MK > OE$.

Учитель: Какое задание вы можете предложить выполнить?

Дети: Измерить длину каждого отрезка.

Учитель: Давайте выполним задание.

На доске начерчены такие же отрезки в масштабе 10 : 1.



Дети выходят к доске и записывают длину отрезков.

Дети: У меня длина отрезка AB = 7 см 6 мм.

– А у меня 7 см 5 мм.

– Длина отрезка OE = 7 см.

– Нет, 7 см 1 мм.

– Длина отрезка MK = 8 см 3 мм.

– А у меня длина отрезка MK = 8 см 4 мм.

Учитель: Мы можем проверить, кто прав?

Дети: Нет, ведь у каждого из нас линейки разные. Вернее, могут быть не совсем точные миллиметровые деления.

– Когда измеряли, то концы отрезка могли находиться между 3 мм и 4 мм, а это незаметно.

– Мы здесь пользуемся измерительным инструментом, а он не всегда точен.

Учитель: Эти числа можем назвать точными?

Дети: Нет, потому что получились разные числа.

Учитель: Как вы думаете, как в математике называют эти числа?

Дети: Неточные.

– Примерные.

– Спорные.

Учитель: Математики договорились называть их приближенными.

Запись темы урока (на доске и в тетрадях).

Учитель: Как вы думаете, почему этим числам дали такое название?

Дети: Наверное, они близки к какому-то числу.

– Приближены к точному числу.

Учитель: К какому числу приближена длина отрезка *AB*? *(Определяют по линейкам.)*

Дети: Длина отрезка *AB* приближена к числу 8 см, это видно по линейке.

Учитель: Тогда что вы скажете о длине отрезка *MK*?

Дети: Длина этого отрезка приближена к 8 см.

Учитель: В древности люди не различали точных и приближенных значений чисел. Скажите, пожалуйста, где в жизни мы сейчас встречаемся с приближенными числами?

Дети: В магазине на ценнике написано 10 руб. 17 коп., а мы отдаем 10 руб. 50 коп. или 10 руб. 20 коп.

– Когда на пакете с молоком записано, сколько процентов жирности, например 3,2%, но это не точно, ведь использовали прибор.

– Например, взвесили курицу, ее вес 1 кг 352 г, но продавец скажет: вес курицы 1 кг 360 г. Он округлил.

– А что значит округлить?

– Я думаю, что это значит назвать такое число, в котором последняя цифра нуль.

Учитель: Об округлении будем говорить с вами на следующих уроках.

Дети: Я думаю, что лучше сказать, что вес курицы 1 кг 350 г, потому что это число ближе к числу 1 кг 352 г.

– На даче измеряют участок, получают приближенное число, потому что используют инструмент.

Учитель: Замечательно. Мы знаем, что математика – точная наука, но при решении практических задач часто приходится делать приближенные вычисления. Сейчас начертите отрезок, приближенно равный 6 см.

Дети называют длину начерченных отрезков: 6 см 4 мм, 6 см 2 мм, 5 см 9 мм, 5 см 7 мм.

III. Использование нового материала при решении задачи

Учитель: Откройте учебники и прочитайте № 149.

1) Сделай к задаче чертеж и реши ее.

Из Москвы и Саратова вышли одновременно навстречу друг другу два поезда. Скорость одного поезда 62 км/ч, а другого 74 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут находиться поезда через 5 часов после начала движения, если от Москвы до Саратова 892 км?

2) Реши задачу, заменив 5 часов на 9 часов, и сделай новый чертеж.

3) Сравни чертежи. В чем разница?

4) Чем похожи решения? В чем их главное различие?

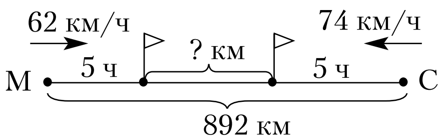
Учитель: Выполните чертеж к этой задаче.

Учитель проходит между рядами и наблюдает за выполнением работы, к доске выходят два ученика, у которых разные чертежи.

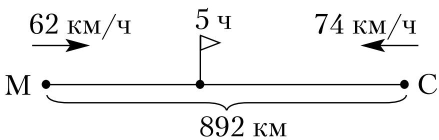
Учитель: Сравните два чертежа.

Дети сравнивают чертежи.

Дети: У мальчиков чертежи очень похожи, но у Пети два флажка, а у Игоря один.



чертеж Пети



чертеж Игоря

Игорь объясняет свой чертеж.

Игорь: В задаче сказано, что расстояние от Москвы до Саратова 892 км, поэтому я начертил отрезок примерно 9 см. Поезда шли навстречу, и через пять часов они встретились, место встречи я обозначил флажком.

Петя: Игорь, я с тобой не согласен, в тексте задачи не сказано, что поезда встретились. В задаче спрашивается: на каком расстоянии будут находиться поезда? Значит, между ними должно быть расстояние. Каждым флажком я обозначил то место, до которого доехали поезда за 5 часов.

Дети: Игорь, по твоему чертежу не понятно, что надо находить.

– Нет главного вопроса задачи.

– Вопрос можно поставить, но он не будет соответствовать условию задачи.

Далее дети решают задачу. Возникают два способа решения задачи.

Учащиеся объясняют ход решения задачи своим способом.

Диана (1 способ):

1) $62 + 74 = 136$ (км/ч) – скорость сближения.

2) $136 \cdot 5 = 680$ (км) – расстояние, которое проехали два поезда за 5 ч.

3) $892 - 680 = 212$ (км)

Ответ: через 5 часов поезда будут находиться друг от друга на расстоянии 212 км.

Вова (2 способ):

1) $62 \cdot 5 = 310$ (км) – расстояние, которое проехал первый поезд за 5 часов.

2) $74 \cdot 5 = 370$ (км) – расстояние, которое проехал второй поезд за 5 часов.

3) $310 + 370 = 680$ (км) – проехали два поезда за 5 часов.

4) $892 - 680 = 212$ (км)

Ответ: через 5 часов поезда будут находиться друг от друга на расстоянии 212 км.

Дети: Мне кажется, что способ, которым решала Диана, рациональнее, быстрее можно решить задачу.

– А для меня более понятен способ, которым решал Вова.

Учитель: Конечно, каждый может выбрать тот способ решения, который понятен для вас лично. Этот способ и будет рациональным. Ребята, а числа, которые получились в задаче, – это точные или приближенные?

Дети: Числа, которые получали при вычислении, – это точные числа, потому что можем проверить.

– А вот если говорить о единицах измерения расстояния, то это приближенное число.

IV. Домашнее задание

Учитель: Дома вы выполните задание № 149(2).

V. Подведение итогов урока

Учитель: Предлагаю вам рассмотреть картинку.

На экран с помощью документ-камеры проецируется картинка из энциклопедии для детей «Математика», изд-во «Аванта+», с. 605.

Учитель: Сколько птиц на картинке?

Дети: Три.

Учитель: Который час показывают часы на башне?

Дети: 6 ч 58 мин, 6 ч 59 мин.

На доске учитель записывает ответы детей.

Учитель: Что вы можете сказать об этих значениях?

Дети: 3 – точное число, так как мы можем проверить, пересчитать.

– 6 ч 58 мин – приближенное число, так как здесь используется прибор для измерения.

Учитель: О каких еще приближенных значениях вы можете сказать?

Дети: Количество лучей у Солнца.

– Количество ступеней на башне.

– Скорость лодки.

– Скорость течения реки.

Учитель: Спасибо. На следующем уроке мы продолжим знакомство с приближенными числами. На этом наш урок окончен.

Тема урока
«Уравнение с неизвестными в обеих частях»

Цели урока:

– продолжить работу по формированию понятия об уравнении;

– развивать умение решать уравнения, требующие тождественных преобразований, на основе взаимосвязи между компонентами действий и использования основных свойств равенств;

– развивать умения анализировать задачи и записывать решение алгебраическим способом; формировать вычислительные навыки.

Оборудование: учебник «Математика», 4 класс, ч. 2 (авторы И.И. Аргинская, Е.И. Ивановская, С.Н. Кормишина), карточки с разноуровневыми заданиями, текстом задачи, карточки с шифром слова, со словами «упростить», «алгебраический способ»; индивидуальная доска; портрет И. Кеплера; плакат с алгоритмом решения уравнений.

ХОД УРОКА

I. Оргмомент

II. Постановка темы и целей

Учитель: Сегодня мы познакомимся с новым видом уравнений и будем учиться их решать. Чтобы это сделать, нам придется правильно и быстро считать, сравнивать, выдвигать гипотезы, проверять их, делать вывод, проверять правильность работы, помогать друг другу. Урок позволит нам заглянуть в астрономию и расширить знания о планетах.

III. Подготовка к основному этапу урока

Учитель: Нам нужно расшифровать фамилию немецкого математика и астронома, который первым открыл законы движения планет вокруг Солнца. Для этого устно найдите корни данных уравнений, соотнесите число с буквой.

На доске:

$5x = 3500$	п
$1600 : x = 4$	е
$400 - x = 75$	е
$x - 72 = 180$	л
$x + 24 = 200$	р
$x : 17 = 20$	к

340	400	700	252	325	176

Дети работают самостоятельно.

Учитель: Сравните в паре свои записи и оцените себя. У вас получилось слово?

Дети: Кеплер.

Учитель вывешивает на доску портрет и коротко сообщает о Кеплере.

Учитель: Иоганн Кеплер, немецкий астроном, сделавший свои открытия в начале XVII века. Точные математические расчеты позволили ему установить связь между периодами вращения планет и их удаленностью от Солнца. О достижениях этого ученого вы подробнее узнаете в старших классах на уроках астрономии. А наши точные расчеты и исследования тоже приведут к открытиям. На что вы опирались при решении уравнений?

Дети: На зависимость между числами при выполнении действий.

Учитель: А как иначе можно найти корень уравнения?

Дети: Используя свойства равенств.

Учитель: А почему этого не делали сейчас?

Дети: Нерационально, неудобно, долго.

IV. Усвоение новых знаний и способов действий

Учитель: Что вы можете сказать об этих уравнениях?

На доске открывается запись:

$$7a + 28 = 84$$
$$4c + 5 = 25 + 2c$$
$$8 - (x + 1) = 72$$

Дети: Они сложные, требуется выполнение нескольких действий.

– При их решении сначала нужно выполнить преобразования (упростить).

Учитель: Какое уравнение будет главным на уроке? Почему? Чем оно отличается от остальных? Прочитайте тему урока.

Учитель открывает запись на доске:

Уравнения с неизвестными в обеих частях

Учитель: Мы должны научиться их решать. Как это сделать? Опираясь на алгоритм, попробуем выдвинуть гипотезы.

На доске:

Алгоритм решения уравнений

1. Определи вид уравнения.
2. Простое ➛ реши.
3. Сложное ➛ преобразуй ➛ реши

используя:

подбор — зависимость между числами — свойства равенств

Учитель: Можно ли подобрать корни уравнений?

– Можно ли использовать зависимость между числами?

– Можно ли использовать свойства равенств? Докажите.

– Какое свойство будем использовать?

– Обсудите в группах, как это сделать, и решите. Один ученик будет выполнять это на отдельной доске.

Если детям трудно, работаем фронтально: один ученик у доски, класс – в тетрадях.

Учитель: Сравните свои записи с записями на доске и посигнальте, согласны ли вы. Оцените свою работу.

Дети оценивают.

Учитель: Сами того не подозревая, мы сейчас сделали открытие, исследуя новое уравнение. Какое?

Дети проверяют гипотезу и приходят к выводу.

Дети: При решении уравнения с неизвестными в обеих частях пользовались свойствами равенств: вычитали неизвестное число.

Приведем один из вариантов того, как можно было бы построить этот этап урока.

На доске записаны уравнения:

$4c + 5 = 25$ и $4c + 5 = 25 + 2c$

Учитель: Сравните данные уравнения.

Дети: Эти уравнения сложные, потому что надо выполнить преобразования.

– Чтобы найти корень первого уравнения, надо выполнить два действия, а второго я не знаю, может быть, четыре, а может быть, пять.

Учитель: Ребята, а почему вы не знаете, сколько нужно выполнить действий?

Дети: Мы таких уравнений еще не решали, у них неизвестное есть и в левой, и в правой частях.

– Мне кажется, что сегодня мы будем учиться решать уравнения с неизвестными в левой и в правой части.

Учитель: Вы правильно определили тему урока. Попробуйте обсудить, какие знания помогут решить второе уравнение.

Дети: В этом уравнении корень будет равен корню первого уравнения, ведь левые части у них одинаковые.

– А я не согласен, потому что во втором уравнении есть еще неизвестное и в правой части.

– Вадик правильно говорит, и мне кажется, что это уравнение нельзя решить при помощи взаимосвязи между компонентами действий. Вот посмотрите, слева стоит сумма и в ней неизвестное слагаемое, тогда справа – значение суммы, которое тоже неизвестно. Если из трех компонентов сложения известен только один, ничего нельзя узнать выполнением действий. Можно попробовать решить уравнение подбором, но это очень долго.

– А еще можно, наверно, использовать свойства равенств.

Учитель: Молодцы, вы вспомнили разные способы решения уравнений! А теперь попробуйте самостоятельно решить новое уравнение.

Четвероклассники работают над уравнениями самостоятельно, если возникают затруднения, учитель наводящими вопросами подводит к решению уравнения. (Вопросы могут быть на карточках: «Может ли помочь взаимосвязь между компонентами действий?», «Может ли помочь свойство равенств?»). Потом следует проверка.

Учитель: Постарайтесь рассказать, как вы решали уравнение.

Дети: Мы умеем решать уравнения с неизвестным в одной части, значит, надо использовать свойство равенств. Уменьшить обе части на одно и то же число – 2с.

Запись на доске:

$$4c + 5 = 25 + 2c$$
$$4c + 5 - 2c = 25 + 2c - 2c$$
$$2c + 5 = 25$$

Дети: Такое уравнение решить мы можем, используя взаимосвязь между компонентами действий.

Учитель: А теперь отдохнем, поиграем.

V. Динамическая пауза

Игра «Дотянись до звезды» расслабляет и позволяет набраться оптимизма, укрепляет уверенность детей в том, что они способны достичь цели.

Учитель: Встаньте поудобнее и закройте глаза. Сделайте три глубоких вдоха и выдоха.

– Представь себе, что над тобой ночное небо, усыпанное звездами. Посмотри на какую-нибудь звезду, которая ассоциируется с мечтой: желанием что-либо иметь или кем-то стать.

– Теперь открой глаза и протяни руки к небу, чтобы дотянуться до своей звезды. Старайся изо всех сил! И ты обязательно сможешь достать рукой свою звезду. Сними ее с неба и бережно положи перед собой в красивую просторную корзину.

– Опусти руки и закрой глаза. Выбери прямо у себя над головой другую сверкающую звездочку, которая напоминает тебе о другой твоей мечте.

– Теперь открой глаза, потянись обеими руками как можно выше и достань до неба. Сорви эту звездочку с неба и положи в корзину к первой звезде.

– Сорви еще несколько звездочек. Дыши так: глубокий вдох, когда тянешься за звездой, выдох, когда достаешь и кладешь в корзину.

VI. Работа по учебнику

Учитель: Откройте страницу 30 учебника и найдите № 330(6), первое уравнение.

Кто может самостоятельно выполнить задание? Выполняйте.

Тем учащимся, у которых возникают затруднения, можно дать карточку: уменьшите обе части уравнения на одно и то же число. Ученики работают самостоятельно, затем идет взаимопроверка.

VII. Домашнее задание

Учитель: Дома решите оставшееся уравнение и подумайте, можно ли решить его другим способом.

VIII. Решение задачи

Учитель: Сейчас мы попробуем решить задачу алгебраическим способом, но прежде заглянем в астрономию: год на Марсе длится 687 суток, то есть около двух земных лет. А оборот вокруг своей оси эта планета совершает за 24 часа, как и Земля.

– Прочитайте задачу. Что заметили?

У каждого ученика карточка с текстом задачи.

> Скорость движения Земли на 6 км/с больше скорости движения Марса. С какой скоростью движется каждая планета?

Дети: Это задача на движение.

– Но в этой задаче не хватает данных.

– Эта задача неполная.

Учитель: Почему вы решили, что не хватает данных?

Дети: В задаче на движение должно говориться о скорости, времени и расстоянии. А в этой задаче о расстоянии ничего не сказано.

Учитель: Добавьте в условие недостающие данные, чтобы задачу можно было решить.

Дети работают самостоятельно. Тем учащимся, которые затрудняются, учитель предлагает карточки с недостающими данными:

1) если Земля в 2 раза больше Марса по диаметру;
2) если за 1 с вместе они пробегают 54 км;
3) если Марс имеет 2 спутника.

Учитель: Прочитайте получившуюся задачу.

Дети: Земля и Марс пробегают за 1 секунду 54 км. Скорость движения Земли на 6 км/с больше скорости движения Марса. С какой скоростью движется каждая планета?

– А у меня за 1 секунду они пробегают 106 км.

Учитель: Хорошо, а изменится ли тогда решение задачи?

Дети: Нет, решение будет такое же, а вот ответ будет другой.

Дети решают задачу.

Учитель: Подумайте, как проверить себя. Встаньте, кто, проверив, убедился в правильности решения. Оцените себя. Точные расчеты позволили вам определить скорости движения Земли и Марса. Может быть, став взрослыми, вы на марсоходе продолжите изучение этой планеты.

IX. Подведение итогов

Учитель: Чему был посвящен урок?

Какое открытие мы с вами сделали?

Какие знания и умения помогли?

Встаньте, пожалуйста, те, кто сегодня на уроке почувствовал себя ученым, добившимся успеха.

Ребята, спасибо вам за работу. Без помощи и поддержки друг друга вы не смогли бы достичь цели. Молодцы!!!

Тема урока «Умножение многозначных чисел»

И.А. РЯБОВА,
учитель начальных классов МОСШ № 5,
г. Нижневартовск

Цели урока:

– рассмотреть алгоритмы умножения чисел, содержащих нули в конце чисел, в середине чисел;

– развитие навыков наблюдения, сравнения, обобщения.

Оборудование: учебник «Математика», 4 класс, ч. 1 (авторы И.И. Аргинская, Е.И. Ивановская, С.Н. Кормишина), рабочие тетради в 2 частях (авторы Е.П. Бененсон, Л.С. Итина).

ХОД УРОКА

На доске записаны числа

3000, 60, 4800, 80, 70, 5600, 50.

Учитель: Ребята, что вы можете сказать об этих числах?

Дети: Здесь записаны двузначные и четырехзначные числа.

– Все они заканчиваются нулями.

– Из этих чисел можно составить равенства.

Учитель: Поработайте в парах и попробуйте составить все возможные равенства.

Работа в парах.

Учитель: Сколько равенств у вас получилось? Какие именно?

Ребята называют, учитель записывает. На доске постепенно появляются записи:

$60 \cdot 80 = 4800$	$4800 : 60 = 60$	$4800 : 80 = 60$
$70 \cdot 80 = 5600$	$5600 : 70 = 60$	$5600 : 80 = 70$
$60 \cdot 50 = 3000$	$3000 : 60 = 50$	$3000 : 50 = 60$
		$50 + 80 = 60 + 70$

Ребята сравнивают свои равенства и все собранные на доске.

Учитель: А теперь попробуйте записать равенства первого столбика в общем виде:

$$a0 \cdot b0 = cd00$$

Учитель: Как сформулировать правило?

Дети: Чтобы перемножить два числа, оканчивающиеся нулями, нужно перемножить числа и приписать в результате столько нулей, сколько их содержится в сомножителях.

Учитель: Пользуясь этим правилом, перемножьте числа:

1 ряд	2 ряд	3 ряд
$640 \cdot 23$	$423 \cdot 70$	$510 \cdot 20$

$$\begin{array}{r} \times\ 640 \\ 23 \\ \hline 192\ \\ +\ 128\ \ \\ \hline 14720 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 423\ \ \\ 70 \\ \hline 29610 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 510\ \\ 20 \\ \hline 10200 \end{array}$$

Дети выполняют задание.

Учитель: Что общего и какие различия вы заметили?

Дети: Общее то, что умножали числа с нулями.

– Все результаты – пятизначные числа; оканчиваются нулями.

– Общее то, что умножение во всех случаях выполнялось по одному и тому же правилу.

Различия такие:

– В первом произведении первый множитель заканчивается нулем.

– Во втором произведении второй множитель заканчивается нулем.

– А в третьем произведении оба множителя заканчиваются нулями.

Учитель: А теперь рассмотрите схему умножения:

$$\begin{array}{r@{\;}r} & *\,*\,* \\ \times & *\,0\,* \\ \hline & *\,*\,* \\ + & *\,*\,* \\ \hline & *\,*\,*\,*\,* \end{array}$$

Какие числа здесь перемножены?

Дети: Здесь перемножены два трехзначных числа, одно из них содержит нуль посередине.

Учитель: Составьте подобное произведение.

Ребята называют – учитель записывает:

$$\times\begin{array}{r} 421 \\ 503 \\ \hline \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 272 \\ 301 \\ \hline \end{array} \qquad \times\begin{array}{r} 163 \\ 204 \\ \hline \end{array}$$

Учитель: Выполните умножение.

Умножение выполняется, ответы проверяются.

Учитель: А теперь проверим работу ребят из № 156 ч. 1.

Устно выполняется проверка выражений, записанных в п. 1 № 156, делаются исправления.

Учитель: Рассмотрите произведения п. 2.

Сможете ли вы выполнить эти случаи умножения? Найдите значения произведений 1-го столбика.

В тетрадях появляются записи:

$$\begin{array}{r@{\;}r} & 650 \\ \times & 780 \\ \hline & 520 \\ + & 455 \\ \hline & 507000 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r@{\;}r} & 7036 \\ \times & 25 \\ \hline & 35180 \\ + & 14072 \\ \hline & 175900 \end{array}$$

Учитель: Что вы скажете об умножении этих чисел?

Дети: Второй случай труднее, так как четырехзначное число с нулем посередине умножается на двузначное.

– Я думаю, что первый случай тоже нелегкий, т.к. важно правильно записать числа для умножения столбиком, а затем выполнить умножение и приписать в конце нули.

Учитель: Дома вы закончите выполнять задание № 156(2) и составите свои произведения, содержащие нули в разных частях чисел.

Тема урока «Преобразование единиц измерения величин»

Е.И. КАСЬЯНОВА,
учитель гимназии № 148 им. Сервантеса,
г. Санкт-Петербург

Цели и задачи урока:

– совершенствовать умение преобразовывать величины с использованием других единиц измерения;

– актуализировать знания о числах и величинах;

– совершенствовать умение самостоятельно делать выводы на основе имеющихся знаний;

– формировать умение работать в группах;

– повышать уровень самоконтроля учащихся;

– формировать положительную самооценку учащихся.

Оборудование: учебник «Математика», 4 класс, ч. 2 (авторы И.И. Аргинская, Е.И. Ивановская, С.Н. Кормишина).

Предварительно ребята разделились на 5 групп по 6 человек в каждой.

ХОД УРОКА

I. Актуализация знаний

Учитель: Ребята, у вас на партах лежат карточки, возьмите их, расположите числа в порядке возрастания.

Детям раздаются в группы карточки:

1 группа	
4789	4789 г
4792	4792 кг
4804	4804 т
4795	4795 ц

2 группа	
2645	2645 мм
2651	2651 дм
2655	2655 м
2658	2658 км

3 группа	
30989	30989 мм
31012	31012 км
31007	31007 м
30996	30996 см
31003	31003 дм

4 группа	
2649	2649 см
2651	2651 дм
2645	2645 мм
2655	2655 м
2658	2658 км

5 группа	
27898	27898 мин
27915	27915 нед
27909	27909 сут
27896	27896 сек
27901	27901 час

Учитель: Чем схожи и чем различаются числа на ваших карточках?

Дети: Числа на карточках одни и те же, но часть из них – обычные числа, а другие – именованные.

Учитель: Что значит именованные?

Дети: Именованные – это числа, которые выражают какую-либо величину.

Учитель: У вас в каждой группе на партах лежат большие листы бумаги, сверху листа напишите название той величины, которую выражают числа на ваших карточках.

У детей получается 5 названий величин: длина, время, объем, масса, площадь.

Учитель: Запишите единицы измерения величин в порядке возрастания.

Результаты на листах вывешиваются на доску.

II. Постановка проблемы

На доске написаны пары величин:

2 м 4 дм ... 240 см

6 дм 7 мм ... 602 км

3 м 2 см ... 30 000 см
8 ч 21 мин ... 8 ч 65 сек
7 ц 97 кг ... 7 054 г

Учитель: Запишите в тетрадь величины. Сравните их.

– Какие выражения сравнить нельзя?

– Кто смог сравнить остальные пары величин?

– С какой проблемой при сравнении величин столкнулись?

Дети: Прежде чем сравнить величины, нужно было представить их в одних единицах измерения, причем в наименьшую из используемых в записи.

Учитель: Молодцы! Вы сами пришли к выводу, который дан в задании № 356 учебника (с. 46). Откройте учебники, прочитайте пункт 4, сравните два вывода. Какой из них совпадает с вашим? Какие слова в Витином выводе являются наиболее важным? Выделите их.

III. Работа по теме урока

Учитель: Чему нужно научиться, чтобы сравнивать величины было легко?

Дети: Преобразовывать величины.

Учитель: Как можно сформулировать тему нашего урока?

Дети: Преобразование величин, выраженных разными единицами измерения.

Учитель: Начнем с № 356. Прочитайте задание под пунктом 5. Чем похожи все числа?

Дети: Величины выражены разными единицами измерения.

Дети выполняют задание учебника.

IV. Рефлексия и самооценка

Учитель: В конце нашего урока я предлагаю вам самостоятельно проверить и оценить свою работу, на ваш выбор предлагаются карточки с различным уровнем сложности: розовые – самые сложные, голубые – среднего уровня и оранжевые – самые простые.

Проверьте работы по образцу.

Простые
8 м 5 см = ... см
9 м 2 дм = ... дм
4 т 9 ц = ... ц

Средние
12856 дм = ... м ... дм
1735 дм = ... м ... дм
245 см = ... дм ... см

Сложные
58 дм 73 мм = ... м ... дм ... см ... мм
307523 г = ... ц ... кг ... г

V. Итог урока

Учитель: Давайте вспомним тему урока.

Как вы думаете, научились ли вы преобразовывать величины?

Каким правилом пользовались на уроке?

Содержание