

ИНСТРУКЦИЯ

Данная брошюра состоит из двух блоков: раздаточного материала (съёмный блок) и методического пособия.

1. Разогните скрепки в середине брошюры.
2. Выньте из брошюры блок РАЗДАТОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ (страницы, размеченные пунктиром около корешка).
3. Разрежьте вынутые листы по пунктирным линиям. Вы получите раздаточный материал для проведения пробного экзамена по двум вариантам.
4. Разделите листы по вариантам. Теперь их можно копировать и раздавать учащимся.
5. Согните скрепки в середине оставшейся части брошюры. Вы получите методическое пособие: разбор решений, указания по оцениванию и правильные ответы на все задания.

Уважаемые учителя!

Предлагаем вам провести в выпускных классах пробный экзамен по математике по вариантам, аналогичным используемым на Едином государственном экзамене. Для пробного экзамена предлагается комплект материалов, в который входят 2 варианта контрольных измерительных материалов. Каждый вариант включает:

- инструкцию по проведению экзамена;
- бланк регистрации;
- 2 бланка для ответов;
- лист-таймер для записи времени, затраченного на выполнение заданий;
- таблицу достижений ученика.

Варианты собраны в единый блок, который можно вынуть из брошюры и использовать как раздаточный материал.

Блок содержит также блоки ведомости для учителя. Издание рекомендуется использовать в образовательном учреждении при интенсивной подготовке выпускников к сдаче единого государственного экзамена по математике. Один комплект позволит протестировать двух учащихся.

По окончании экзамена можно предложить учащимся самим оценить свою подготовку, проверив выполненные ими работы. Брошюра содержит для контроля правильные ответы на все задания частей В и С (расположены до и после блока с вариантами).

Свои вопросы и комментарии вы также можете оставить на сайте методической службы издательства (<http://metodist.lbz.ru/communication/forum/group3/>).

Уважаемые выпускники!

С помощью данного комплекта материалов предлагаем вам принять участие в пробном экзамене по математике. Целью пробного экзамена является не только проверка вашей готовности по предмету, но и тренировка заполнения бланков, что в последующем поможет сэкономить время и силы.

Что необходимо знать о бланках ЕГЭ?

Информация, внесенная в бланки ЕГЭ (в бланк регистрации, бланк ответов № 1 и регистрационную часть бланка ответов № 2), сканируется и распознается компьютерной программой без участия человека. Бланки ЕГЭ в случае нарушения правил их оформления замене не подлежат, поэтому требуется внимательное отношение к их заполнению.

Для правильного распознавания символов в автоматическом режиме вам необходимо при заполнении бланков тщательно копировать образец символа из верхней части бланка с образцами написания символов.

Каждое поле в бланках заполняется, начиная с первой позиции. Если вы не знаете, что должно быть записано в поле, следует оставить его пустым, без прочерков.

Категорически запрещается:

- делать в полях бланков какие-либо записи и пометки, не относящиеся к содержанию полей бланков;
- делать какие-либо надписи и пометки вне полей бланков;
- делать какие-либо надписи и пометки в полях, заполненных типографским способом;
- оставлять в бланках ответов № 1 и № 2 пометки и записи, содержащие информацию о личности выпускника.

Бланк регистрации визуально разделен на три горизонтальные части.

Выпускник самостоятельно заполняет среднюю часть бланка. Вносится информация из паспорта: фамилия, имя, отчество, серия паспорта (без пробелов), номер и ставится метка в поле «пол».

Поля в верхней части бланка заполняются по указанию организатора в аудитории, кроме варианта теста и подписи. Это поля: код региона, код образовательного учреждения, класс, код пункта проведения ЕГЭ, номер аудитории, дата проведения ЕГЭ, код предмета, название предмета.

Нижнюю часть бланка регистрации заполнять необязательно.

В верхних частях бланков ответов № 1 и № 2 дублируется информация из полей: код региона, код предмета, название предмета, подпись (только в бланке № 1).

В части В краткий ответ даётся в виде числа. Каждая цифра, запятая или знак «минус» пишутся в отдельном окошке, строго по образцу в верхней части бланка. Записывать ответ в виде математического выражения или формулы запрещено. В области замены ошибочных ответов можно заменить до шести ошибочных ответов части В.

Бланк ответов № 2 предназначен для записи развёрнутых ответов на задания в свободной форме. При недостатке места для ответов на лицевой стороне бланка можно использовать оборотную сторону, сделав внизу отметку: «см. на обороте». В случае необходимости учащийся имеет право попросить дополнительный бланк № 2.

Предлагаемые вам варианты снабжены инструкциями по выполнению, аналогичными приведённым ниже, включают по 18 заданий в каждом и состоят из двух частей.

Часть 1 состоит из 12 заданий (В1–В12) с кратким ответом. К этим заданиям необходимо самостоятельно получить и записать ответ в бланк № 1.

Часть 2 состоит из 6 заданий (С1–С6) с развёрнутым ответом.

Задания части 2 направлены на проверку сформированности важнейших умений решать уравнения, неравенства, системы; исследовать свойства функций; строить и исследо-

вать простейшие математические модели; применять свойства геометрических фигур для решения поставленных проблем, решать задачи на измерение геометрических величин. Решения заданий второй части работы записываются в развёрнутой форме на бланке № 2. Поскольку эти задания самые сложные и трудоёмкие, то рекомендованное время их выполнения почти в два раза превосходит время, отводимое на выполнение первой части работы. Проверка этих заданий осуществляется без использования компьютерной техники.

Чтобы уложиться в отведённое для каждой части варианта время, советуем воспользоваться листом-таймером. Отмечайте в нем время, затраченное на каждую часть варианта.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны, но если задание не удаётся выполнить сразу, то для экономии времени переходите к следующему заданию. К пропущенному заданию можно будет вернуться, если останется время после выполнения всей работы.

После выполнения каждого из вариантов можно сравнить свои результаты с эталоном и самостоятельно определить, какие из тем вызвали затруднения и требуют дополнительного повторения.

Желаем удачи на экзамене!

**Инструкция по проверке и оценке работ экзаменуемых
по математике**

ЧАСТЬ 1

За правильный ответ на задания В1–В12 ставится 1 балл,
за неверный ответ или его отсутствие — 0 баллов.

№	Ответ	
	Вариант 1	Вариант 2
В1	10017	342
В2	6	4
В3	36	3
В4	0,2	4,5
В5	1824	322
В6	11	14
В7	117	325
В8	0,5	-0,5
В9	18	54
В10	2	20
В11	4	20
В12	10	2,5

ЧАСТЬ 2

За правильный ответ на задания С1–С2 ставится 2 балла,
на задания С3–С4 — 3 балла, на задания С5–С6 — 4 балла.

№	Ответ	
	Вариант 1	Вариант 2
С1	$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ y = 0,5; \\ x = 2\pi m, m \in \mathbb{Z}, \\ y = 1; \\ x = (2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}, \\ y = -1. \end{cases}$	$\begin{cases} x = \arccos \frac{1}{4} + (2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}, \\ y = -\frac{3\sqrt{15}}{4}; \\ x = -\arccos \frac{1}{4} + (2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}, \\ y = \frac{3\sqrt{15}}{4}; \\ x = -\arcsin \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ y = -\frac{2}{3}. \end{cases}$
С2	-0,1	18 : 1 : 3
С3	$x \in \left(\frac{5}{3}; \frac{13 - \sqrt{5}}{6}\right) \cup \left(\frac{8}{3}; +\infty\right)$	(3; 3,75)
С4	$9\sqrt{6}; 2\sqrt{6}$	1; 3
С5	$-72 < m < -8$	$m = -20, m = -128$
С6	-18; -2	-15; 1

ЧАСТЬ 2

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕШЕНИЙ
ЗАДАНИЙ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

Внимание! При выставлении баллов за выполнение задания в «Протокол проверки ответов на задания бланка № 2» следует иметь в виду, что если ответ отсутствует (нет никаких записей, свидетельствующих о том, что экзаменуемый приступал к выполнению задания), то в протокол проставляется «х», а не «0».

C1 Решите систему уравнений
$$\begin{cases} (2y^2 + 7y - 4)\sqrt[4]{-\sin x} = 0, \\ \cos x - y = 0. \end{cases}$$

Решение.

$$1) \begin{cases} (2y^2 + 7y - 4)\sqrt[4]{-\sin x} = 0, \\ \cos x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2\cos^2 x + 7\cos x - 4)\sqrt[4]{-\sin x} = 0, \\ y = \cos x \end{cases} \quad (1)$$

2) Решим первое уравнение полученной системы:

$$(2\cos^2 x + 7\cos x - 4)\sqrt[4]{-\sin x} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos^2 x + 7\cos x - 4 = 0, \\ \sin x \leq 0, \\ \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0,5, \\ \sin x \leq 0, \\ x = \pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ x = \pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$3) (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ y = \cos x, \\ x = \pi k, k \in \mathbb{Z}, \\ y = \cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ y = 0,5, \\ x = \pi k, k \in \mathbb{Z}, \\ y = 1, \\ x = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}, \\ y = -1. \end{cases}$$

Ответ:

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, \\ y = 0,5, \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2\pi m, m \in \mathbb{Z}, \\ y = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} x = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}, \\ y = -1. \end{cases}$$

Критерии оценивания выполнения задания C1	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Получен ответ, содержащий «посторонние» корни: в ходе решения не учтены ограничения на выражение, стоящее под корнем.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

C2 Высота правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ в три раза больше стороны основания. Диагональ $A_1 C$ служит ребром двугранного угла, грани которого проходят через вершины B и D . Найдите косинус этого угла.

Решение.

Пусть $BC = a$, тогда $A_1 B = a\sqrt{10}$, $CC_1 = 3a$, $A_1 C_1 = BD = a\sqrt{2}$ и $A_1 C = a\sqrt{11}$.
 $AC = \text{пр } A_1 C$, $AC \perp BD$, следовательно, по теореме о трех перпендикулярах $A_1 C \perp BD$.

Проведем $BM \perp A_1C$ ($M \in A_1C$), тогда по признаку перпендикулярности прямой и плоскости $A_1C \perp BDM$, следовательно $A_1C \perp BDM$, $A_1C \perp DM$, т. е. угол BMD — линейный угол искомого двугранного угла BA_1CD .

$BC \perp DM$ и $BC \perp BB_1$, следовательно, $BC \perp ABB_1$, а потому $BC \perp A_1B$.

В прямоугольном треугольнике A_1BC $BM = A_1B \cdot \sin A_1 = a \sqrt{\frac{10}{11}}$.

В треугольнике BMD по теореме косинусов $(\sqrt{2})^2 = 2 \left(\sqrt{\frac{10}{11}} \right)^2 (1 - \cos M)$. Отсюда получаем $\cos M = -0,1$.

Ответ: $-0,1$.

Критерии оценивания выполнения задания С2	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	2
Способ нахождения искомого угла правильный, но получен неверный ответ или выполнены необходимые дополнительные построения и вычислены некоторые величины, но решение не закончено.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

С3 Решите неравенство $\log_{\log_2 x} (9x^2 - 39x + 41) > 0$.

Решение.

Допустимые значения переменной задаются системой

$$\begin{cases} x > 0, \\ \log_2 x > 0, \\ \log_2 x \neq 1, \\ 9x^2 - 39x + 41 > 0. \end{cases}$$

Решение первых трех неравенств системы есть $x > 1$, где $x \neq 2$, поэтому корни трехчлена из второго неравенства системы $x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{5}}{6}$ надо сравнить с числами 1 и 2.

Поскольку $13 + \sqrt{5} > 12$, то $\frac{13 + \sqrt{5}}{6} > 2$. Далее, $\sqrt{5} > 1$, поэтому $13 - \sqrt{5} < 12$ и $\frac{13 - \sqrt{5}}{6} < 2$. Кроме того, $\sqrt{5} < 3$, так что $\frac{13 - \sqrt{5}}{6} > \frac{10}{6} > 1$.

Окончательно ОДЗ задается условием $x \in \left(1; \frac{13 - \sqrt{5}}{6} \right) \cup \left(\frac{13 + \sqrt{5}}{6}; +\infty \right)$.

Перейдем теперь к решению неравенства. Оно равносильно совокупности из двух систем. Первая из систем имеет вид $\begin{cases} \log_2 x > 1, \\ 9x^2 - 39x + 41 > 0, \end{cases}$ корни трехчлена из

второго неравенства системы суть $x_1 = \frac{5}{3}$, $x_2 = \frac{8}{3}$, так что решение системы имеет вид $x \in \left(\frac{8}{3}; +\infty \right)$. Чтобы

найти общую часть этого промежутка и ОДЗ, надо сравнить числа $\frac{13 + \sqrt{5}}{6}$ и $\frac{8}{3} = \frac{16}{6}$. Но $\sqrt{5} < 3$, так что

$\frac{13 + \sqrt{5}}{6} < \frac{8}{3}$ и решение первой системы $x \in \left(\frac{8}{3}; +\infty \right)$ входит в ОДЗ.

Вторая система $\begin{cases} \log_2 x < 1, \\ 9x^2 - 39x + 41 < 0 \end{cases}$ имеет решение

$x \in \left(\frac{5}{3}; 2 \right)$ и для пересечения с ОДЗ надо сравнить числа $\frac{13 - \sqrt{5}}{6}$ и $\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$. Так как $\sqrt{5} < 3$, то $\frac{13 - \sqrt{5}}{6} > \frac{5}{3}$. В итоге