

Решение
разноуровневых задач
на тему «Солнечная
система»

*Mars Approach
2020*

Ведущий программист ГАИШ МГУ,
Учитель астрономии МОУ Гимназии №1 и МОУ Лицея №14,
Руководитель астрономического кружка им Е.П. Левитана г.

Жуковского,

© Jonathan T. Grayson
ЦПМК ВСОШ по Астрономии

ЗАДАЧНИК (ГОТОВИТСЯ К ВЫПУСКУ)

Авторы:

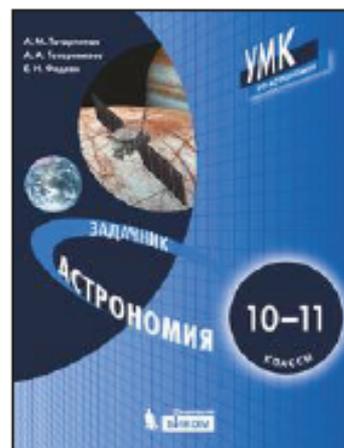
ТАТАРНИКОВ Андрей Михайлович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Государственного астрономического института им. П. К. Штернберга МГУ им. М. В. Ломоносова, автор более 60 научных статей.

Педагог дополнительного образования в Астрономической школе «Вега» г. Железнодорожного. Член ЦПМК Всероссийской олимпиады школьников по астрономии и ПМК Москвы и Московской области.

ТАТАРНИКОВА Анна Александровна, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Государственного астрономического института им. П. К. Штернберга МГУ им. М. В. Ломоносова, автор более 40 научных статей.

Руководитель кружка «Олимпиадная астрономия» в Москве.

ФАДЕЕВ Евгений Николаевич, младший научный сотрудник Астрокосмического центра Физического института им. П. Н. Лебедева РАН, 9 научных статей. В 2017—2019 гг. — главный тренер команды Москвы на Всероссийской олимпиаде школьников. Член ЦПМК Всероссийской олимпиады школьников по астрономии и ПМК Москвы.

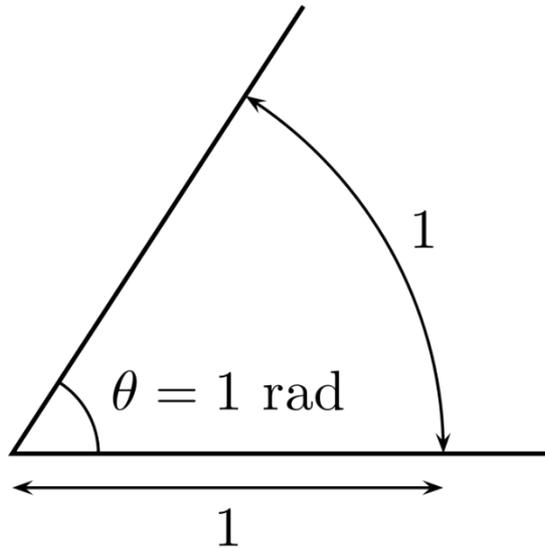


А. М. Татарников,
А. А. Татарникова,
Е. Н. Фадеев
Астрономия. 10—11 кл.
Задачник
(под ред. А. В. Засова,
В. Г. Сурдина)
Формат 70×90 1/16.
Обложка

В издании представлено более 500 задач по курсу астрономии для 10—11 классов, для большей части которых даны ответы. Задачник по содержанию и структуре соответствует учебнику А. В. Засова, В. Г. Сурдина «Астрономия. 10—11 классы». Каждая глава задачника состоит из небольшого теоретического введения, нескольких задач

с подробным решением и ответом и задач для самостоятельного решения, которые представлены на трёх уровнях сложности. Задачник можно использовать как для текущей работы на уроке астрономии, так и для подготовки к решению задачи 24 ЕГЭ по физике.

Угловые единицы измерения



- Углы

$$\alpha = \frac{R}{L} \Leftrightarrow \alpha'' = 206265'' \frac{R}{L}$$

- Малые углы

$$\sin \alpha \approx \frac{\alpha''}{206265''}$$

- Для $\alpha = \frac{\pi}{6}$

- $\sin \frac{\pi}{6} = 0.50$ и $\frac{30^\circ \cdot 3600''}{206265''} \approx 0.52$

- $2\pi - 360^\circ$

- 1 радиан = $\frac{360^\circ \cdot 60' \cdot 60''}{2\pi} \approx 206264,8'' \approx 206265''$

- Градусы

- От $0^\circ - 360^\circ$
- В $1^\circ = 60' = 3600''$
- В $1' = 60''$

- Часы

- От $0^h - 24^h$
- $24^h - 360^\circ$
- $1^h - 15^\circ$
- $4^m - 1^\circ$

- Радианы

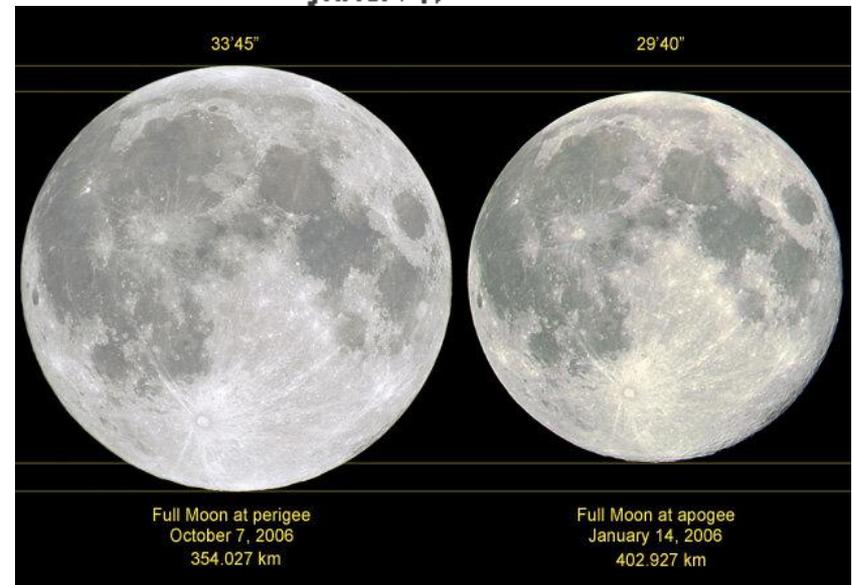
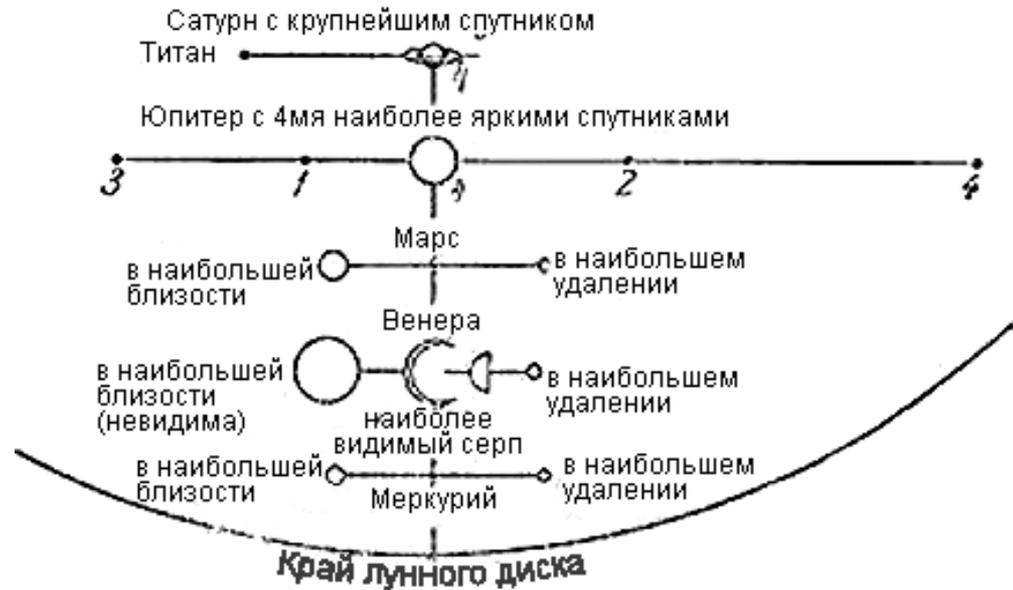
- От 0 до 2π
- $l = \alpha \cdot R$

- $2\pi - 360^\circ$

- 1 радиан = $\frac{360^\circ \cdot 60' \cdot 60''}{2\pi} \approx 57,3^\circ \approx 3437,7'' \approx 206264,8'' \approx 206265''$

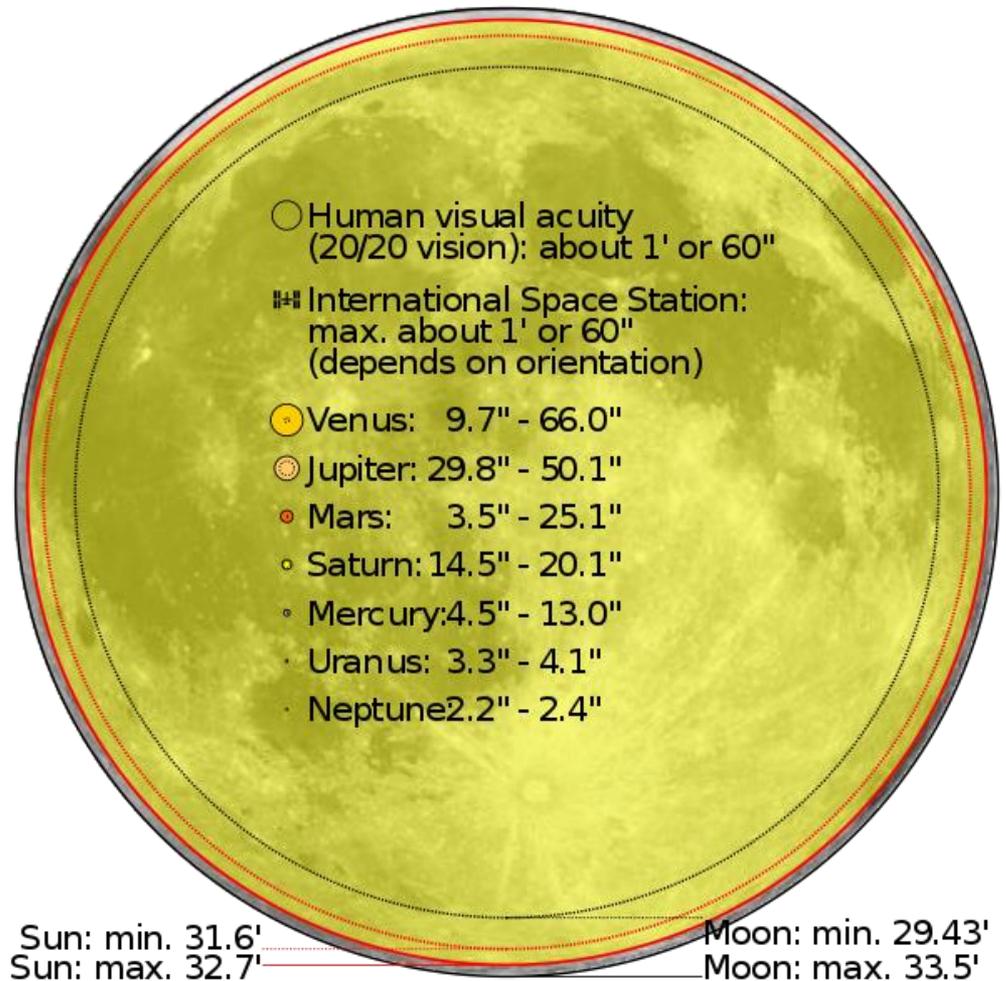
Угловой размер

- Угловой размер в радианах:
 - $\alpha = \frac{D}{L}$, где D – поперечник объекта, L – расстояние до него
- В угловых секундах:
 - $\alpha'' = 206265'' \frac{D}{L}$
- В угловых минутах:
 - $\alpha' = 3438' \frac{D}{L}$
- В градусах:
 - $\alpha^\circ = 57,3^\circ \frac{D}{L}$



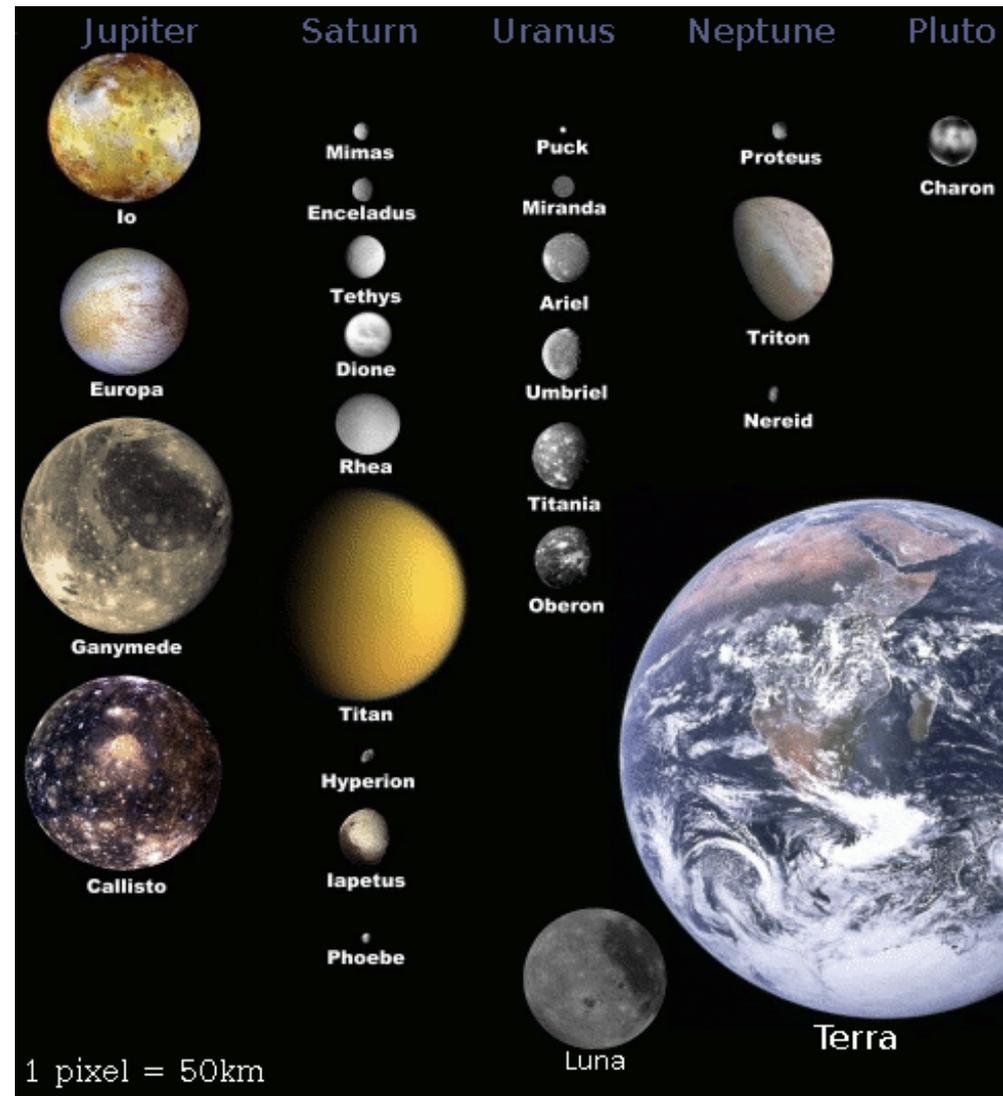
Задача 1

- **Задача.** Расставьте планеты Солнечной системы в порядке уменьшения относительного изменения угловых размеров при многолетних наблюдениях с Земли.
- **Ответ:** Венера —
Юпитер — Марс —
Сатурн —
Меркурий — Уран —
Нептун.



Задача 2

- **Задача.** Вычислите угловой размер крупнейшего спутника каждой из планет Солнечной системы для наблюдателя, находящегося на поверхности соответствующей планеты. Расположите спутники в порядке увеличения этого размера. Орбиты спутников считать круговыми. Для планет-гигантов считать, что наблюдатель находится на верхней границе облачного слоя.
- **Ответ:** Титания – Фобос – Титан – Ганимед – Тритон – Луна.



Размеры тел Солнечной системы

Размеры объектов Солнечной системы
(в масштабе)

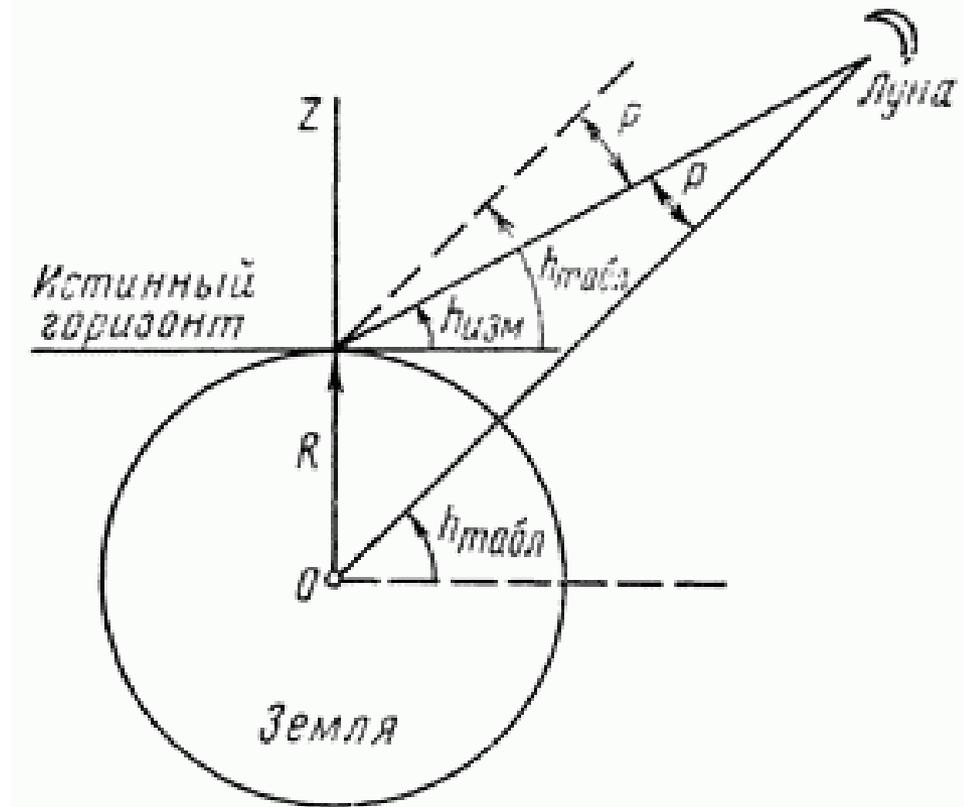


Размеры тел Солнечной системы



Задача 3

- **Задача.** Под каким углом из центра Солнца был бы виден экваториальный радиус Земли? Как называется эта величина?
- **Ответ:** 8,8"; суточный параллакс Солнца.



- Параллакс
$$\sin p_0 = \frac{R_0}{d} \Leftrightarrow d = 206265'' \frac{R_0}{p_0''}$$
- Расстояние до звезд
 - $R = \frac{1}{\pi''}$
- Малые углы
$$\sin \alpha \approx \frac{\alpha''}{206265''}$$



Задача

4

- **Задача.** У каких планет можно увидеть всю поверхность за одну ночь, проводя наблюдения с земного экватора? Длительность ночи считать равной 10 часам.
- **Ответ:** Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун.

Задача 5

№	Название кометы	Расстояние в перигелии, а.е.	Эксцентриситет
1	Комета Макнота	0.4050	1.000
2	Комета Чурюмова — Герасименко	1.2432	0.641
3	Комета Энке	0.3302	0.847
4	Комета Хейла — Боппа	0.9141	0.995
5	Комета Галлея	0.5860	0.967
6	Комета Хиакутакэ	0.2302	0.999
7	Комета Виртанена	1.0575	0.658
8	Комета Лавджоя	0.0056	0.9999
9	Комета Борисова	2.008	3



Задача. Разделите кометы на короткопериодические, долгопериодические и непериодические.

Ответ: короткопериодические 2, 3, 5, 7;
долгопериодические 4, 6, 8; непериодические 1, 9

Яркость относительно Веги

Видны невооружё нным глазом	Видимая величина	Яркость относитель но Веги	Число звёзд ярче этой видимой величины
Да	-1,0	250 %	1
	0,0	100 %	4
	1,0	40 %	15
	2,0	16 %	48
	3,0	6,3 %	171
	4,0	2,5 %	513
	5,0	1,0 %	1 602
	6,0	0,40 %	4 800
	6,5	0,25 %	9 096
Нет	7,0	0,16 %	14 000
	8,0	0,063 %	42 000
	9,0	0,025 %	121 000
	10,0	0,010 %	340 000

Формула Погсона

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{0.4(m_2 - m_1)} \Rightarrow m_1 - m_2 = -2.5 \lg \left(\frac{E_1}{E_2} \right)$$

В возрасте 18 лет вычислил орбиты 2 комет.

С 1850 по 1851 года - обсерватория Бишопа.

В 1851 - н. с. обсерватории Редклифф в Оксфорде, Англия.

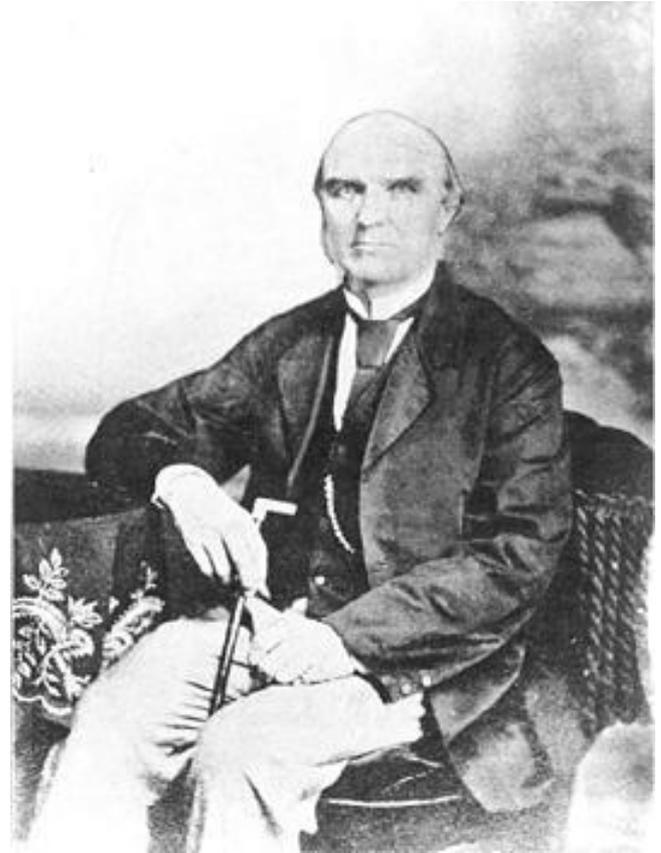
В 1860 переехал в Мадрас, Индия, где занял должность государственного астронома.

В Мадрасской обсерватории издал каталог 11015 звёзд.

Также открыл там 5 астероидов и 6 переменных звёзд.

Особенно отмечен за своё наблюдение о том, что в системе видимых звёздных величин, введённой греческим астрономом Гиппархом, звёзды первой величины примерно в сто раз ярче, чем звёзды шестой величины.

В 1856 году он предложил взять такое положение за стандарт, чтобы каждое уменьшение звёздной величины представляло уменьшение в яркости равное корню пятой степени из 100



Норман Роберт Погсон
23.03.1829 - 23.06.1891

Шпаргалка

Отношение	Разница в m
2,512	1
6,25	2
16	3
40	4
100	5

$$x^{6-1} = 100$$

$$x^5 = 100$$

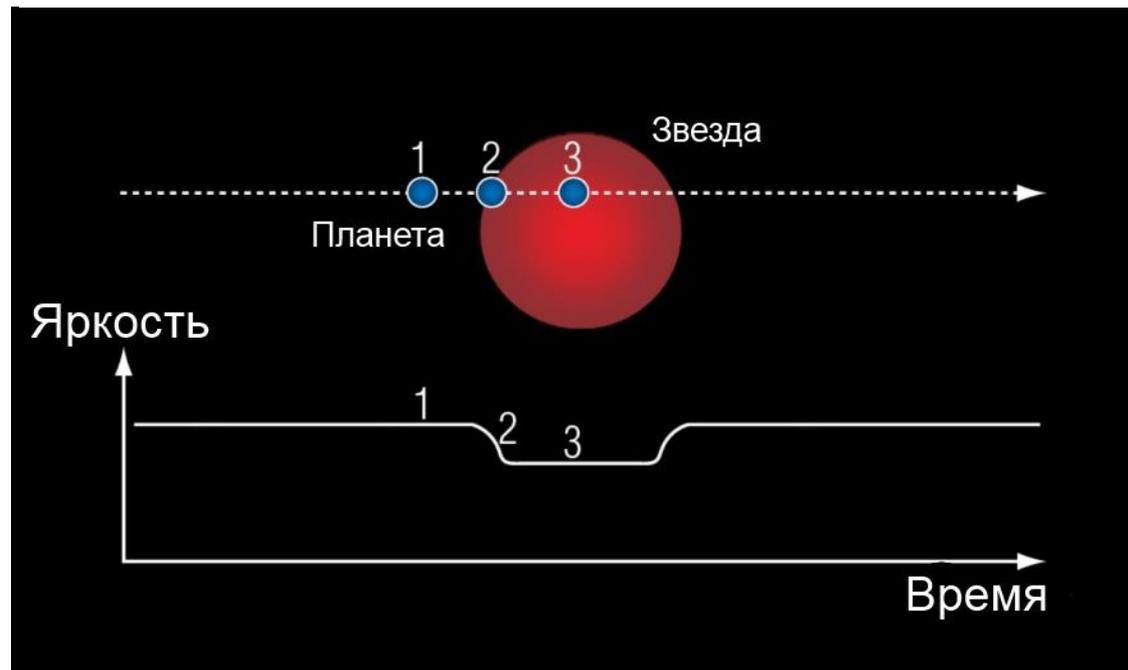
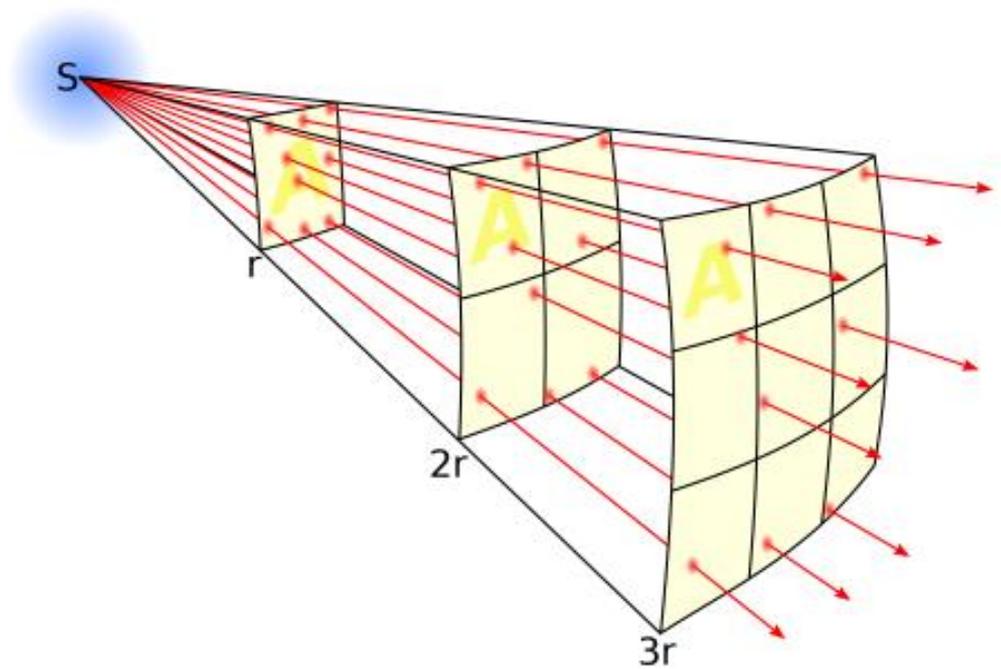
$$x = 10^{\frac{2}{5}} = 10^{0,4} = 2,512$$

Объект	Яркость m_V
Солнце	-26.7
Полная Луна	-12.7
Венера	-4.6
Юпитер	-2.9
Марс	-2.5
Меркурий	-2.4
Сириус	-1.47
Канопус	-0.72
Толиман	-0.3
Сатурн	-0.2
Арктур	-0.04
Вега	0.03
Капелла	0.08
Ригель	0.12

Фотометрия

- Величины:
- L – Светимость – полная мощность излучения во всех направлениях
- E – освещенность – приходящая энергия на данном расстоянии, через единичную площадь
- F – поток, приходящая мощность на данном расстоянии, через единичную площадь в единицу времени
- Точечный источник

$$E = Ft = \frac{L}{4\pi R^2} \quad E \sim \frac{1}{R^2}$$



Задача 6



- **Задача.** Видимая звёздная величина Солнца при наблюдениях с Земли – $26,7^m$. Найдите его блеск при наблюдениях с Марса, Плутона и из области, близкой к Толиману (α Кентавра).
- **Ответ:** для Марса $-25,8^m$; для Плутона от $-19,4^m$ до $-18,3^m$; для Толимана $+0,4^m$.

• Решение

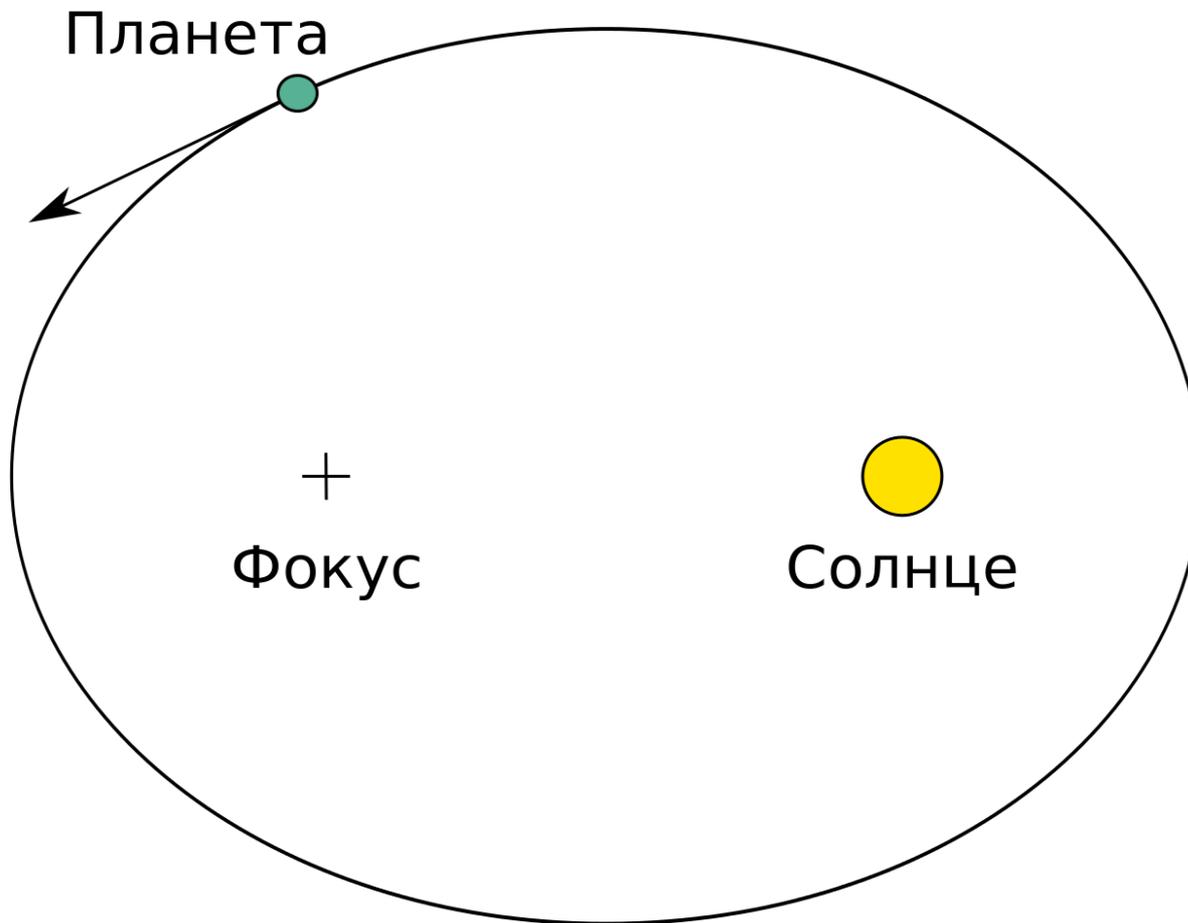
$$\begin{aligned}\frac{E_{\odot\oplus}}{E_{\odot\Pi}} &= 10^{0.4(m_{\odot\Pi} - m_{\odot\oplus})} \\ &\Rightarrow \frac{L_{\odot}/4\pi a_{\oplus}^2}{L_{\odot}/4\pi a_{\Pi}^2} \\ &= 10^{0.4(m_{\odot\Pi} - m_{\odot\oplus})}\end{aligned}$$

$$\frac{a_{\oplus}^2}{a_{\Pi}^2} = 10^{0.4(m_{\odot\Pi} - m_{\odot\oplus})} \Rightarrow$$

$$m_{\odot\Pi} = m_{\odot\oplus} + 5 \lg \left(\frac{a_{\Pi}}{a_{\oplus}} \right)$$

Первый закон Кеплера

- Каждая планета Солнечной системы обращается по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.



Эллипс

- Свойства эллипса

$$F_1X + F_2X = 2a \quad S = \pi ab$$

- Фокальное расстояние

$$c = ea$$

- Большая полуось

$$a = \frac{Q + q}{2}$$

- Малая полуось

$$b = a\sqrt{1 - e^2}$$

- Эксцентриситет

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \frac{Q - q}{Q + q}$$

- Фокальный параметр

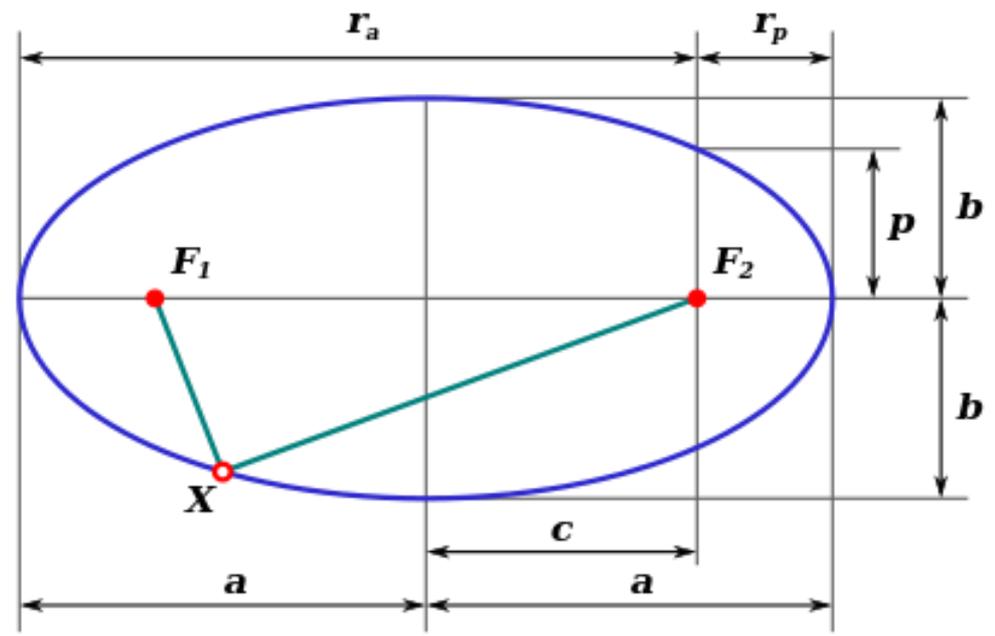
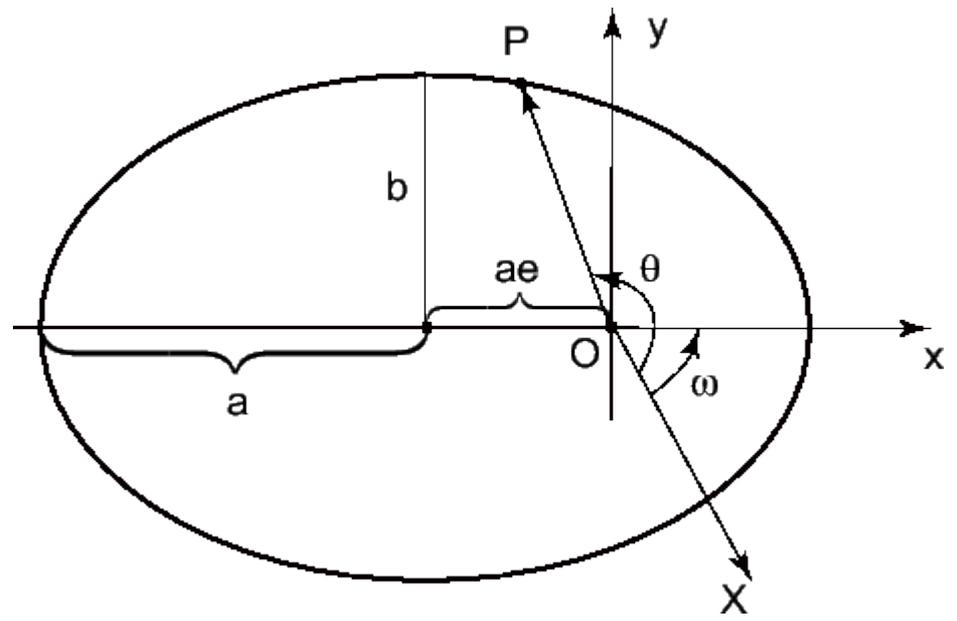
$$p = \frac{b^2}{a} = a(1 - e^2)$$

- Перигей (периастр)

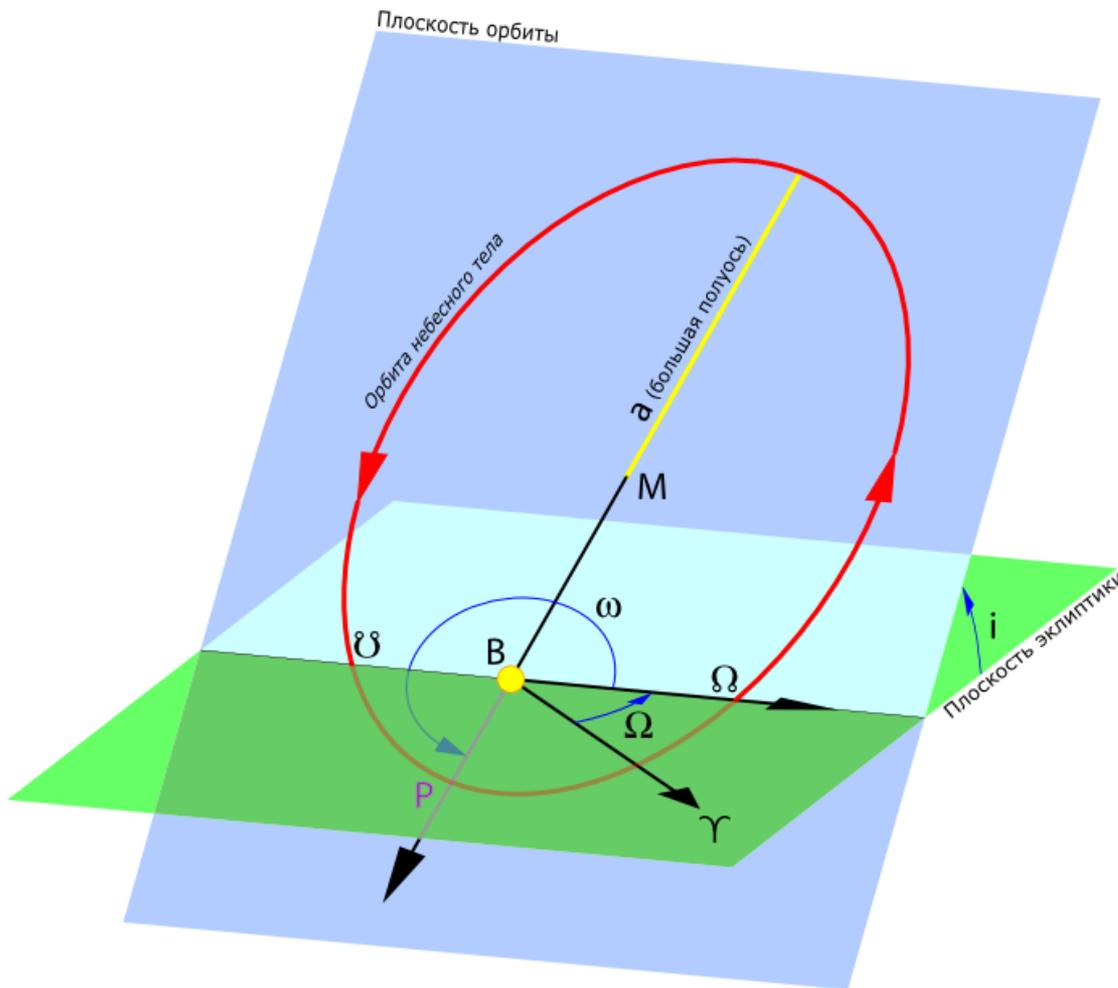
$$q = a - c = a(1 - e)$$

- Апогей (Апоастр)

$$Q = a + c = a(1 + e)$$



Орбита и ее элементы

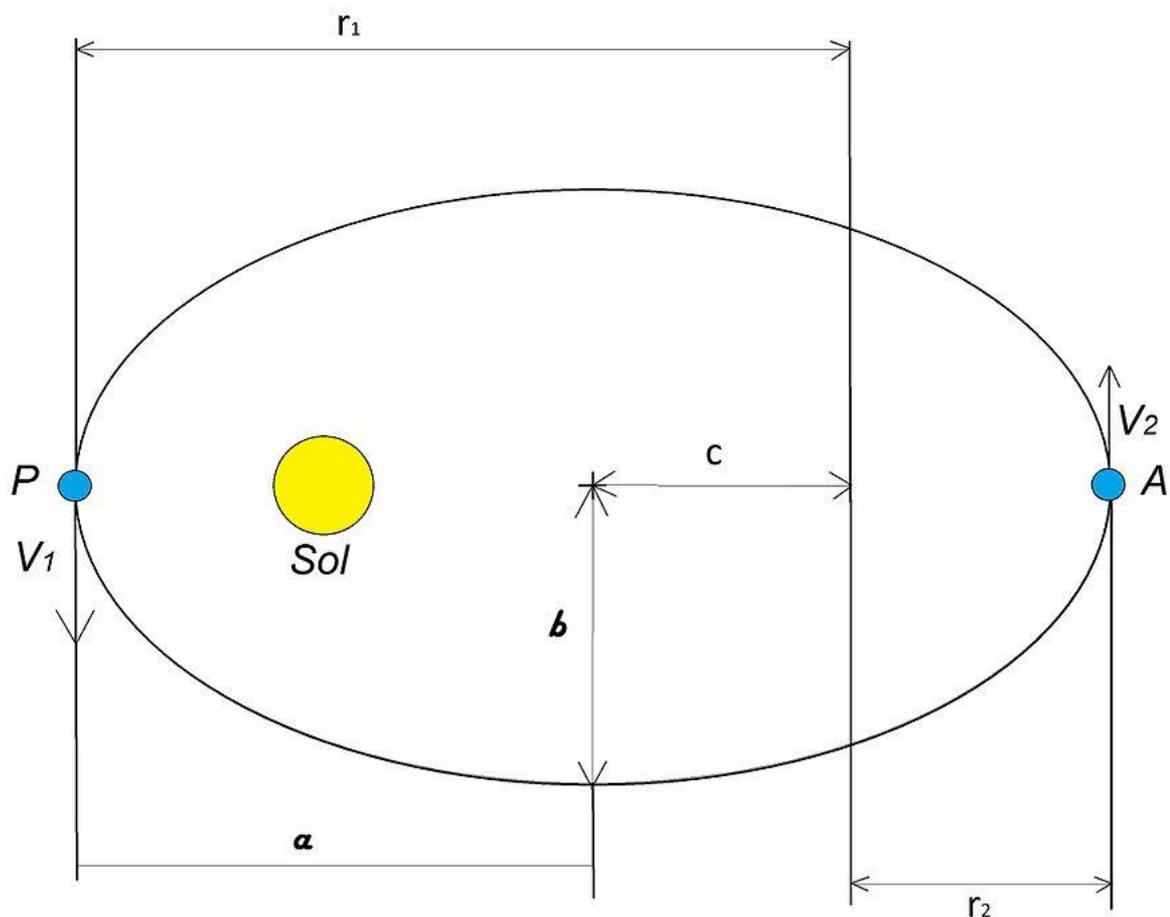


- Большая полуось – a в [а.е.]
- Эксцентриситет – e от $[0,1)$
- Наклонение орбиты – i в $[^\circ]$
- Долгота восходящего узла – Ω в $[^\circ]$
- Аргумент перигентра – ω в $[^\circ]$
- Период – T в [годы, дни]

Третий закон Кеплера

- Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей орбит планет.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

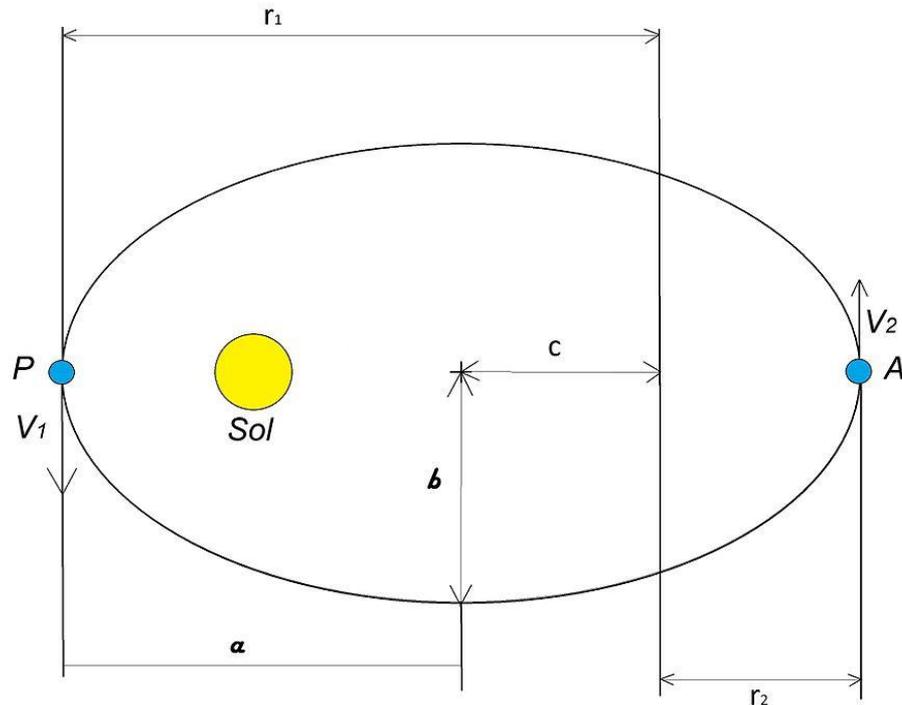


Уточненный третий закон Кеплера

- Произведение суммы масс систем и квадраты периодов обращений планет пропорциональны кубам больших полуосей их эллиптических орбит.

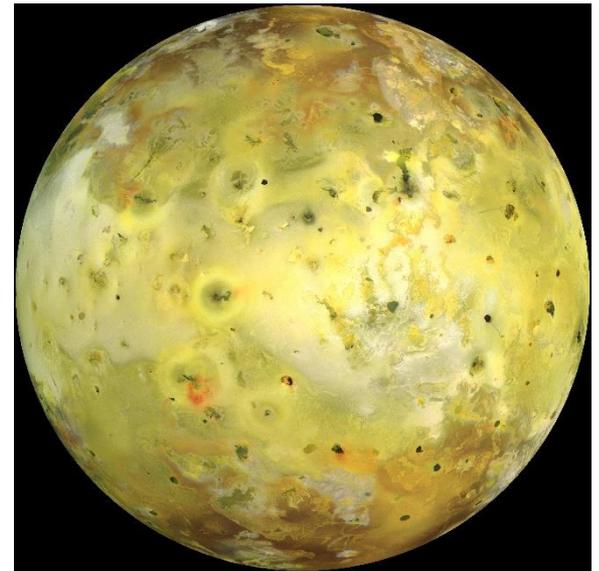
$$\frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_2^2(M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$$\frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{a_1^3} = \frac{4\pi^2}{G}$$



Задача на уточненный третий закон Кеплера

- Найдите массу планеты Юпитер в массах Земли, если спутник Юпитера Ио делает один оборот вокруг Юпитера 1,77 дня на расстоянии 422 тысячи км от Юпитера. Период обращения Луны вокруг Земли 27,3 дня, расстояние – 384 тысячи км. Считать орбиты Луны и Ио круговыми.



$$\frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_2^2(M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$$\frac{T_{\text{Ио}}^2(M_{\text{Ю}} + m_{\text{Ио}})}{T_{\text{Луны}}^2(M_{\text{З}} + m_{\text{Луны}})} = \frac{a_{\text{Ио}}^3}{a_{\text{Луны}}^3}$$

$$\frac{T_{\text{Ио}}^2}{T_{\text{Луны}}^2} = \frac{a_{\text{Ио}}^3(M_{\text{З}} + m_{\text{Луны}})}{a_{\text{Луны}}^3(M_{\text{Ю}} + m_{\text{Ио}})}$$

$$\frac{M_{\text{Ю}}}{M_{\text{З}}} = \frac{T_{\text{Луны}}^2 a_{\text{Ио}}^3}{T_{\text{Ио}}^2 a_{\text{Луны}}^3} = \frac{27,3^2 422000^2}{1,77^2 38400^2} \approx 330$$

Первая космическая скорость

- Центробежное ускорение

$$a_{ц} = \frac{v^2}{R_{\oplus} + h}$$

- Ускорение свободного падения

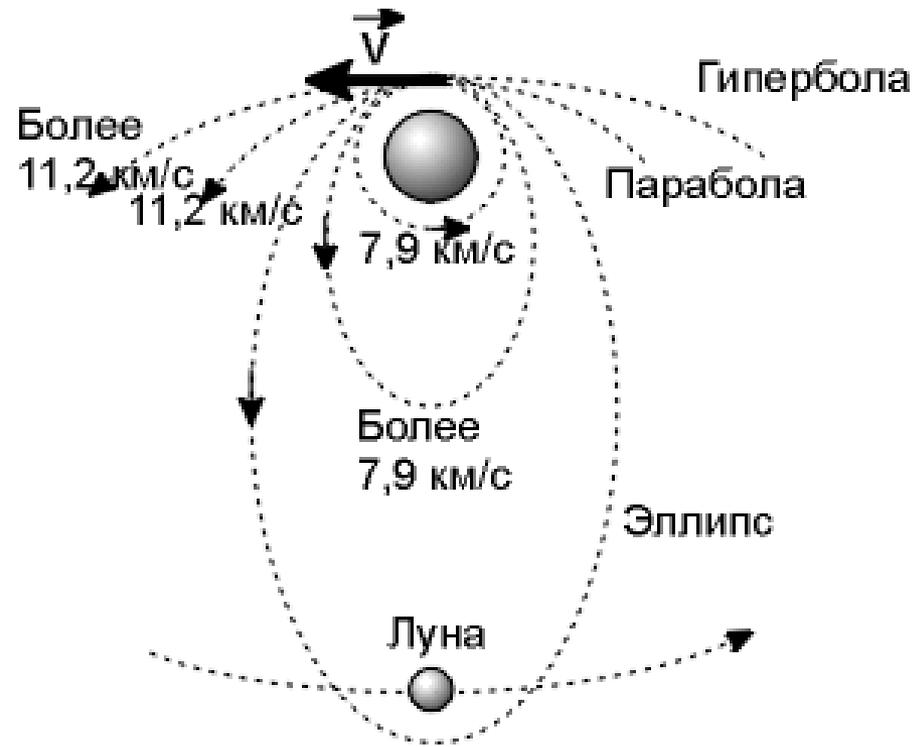
$$g_{\oplus} = \frac{GM_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h)^2}$$

- Равенство

$$a_{ц} = g_{\oplus} \Rightarrow \frac{GM_{\oplus}}{(R_{\oplus} + h)^2} = \frac{V^2}{R_{\oplus} + h} \Rightarrow V_I = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus} + h}}$$

- Частный случай - $R_{\oplus} \gg h$

$$V_I = \frac{2\pi(R_{\oplus} + h)}{T} = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus} + h}} = \sqrt{\frac{G \frac{4}{3} \pi R_{\oplus}^3 \rho_{\oplus}}{R_{\oplus} + h}} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{3\pi R_{\oplus}^3 \left(1 + \frac{h}{R_{\oplus}}\right)^3}{G \rho_{\oplus} R_{\oplus}^3}} \approx \sqrt{\frac{3\pi}{G \rho_{\oplus}}}$$



Задача на первую космическую скорость

- На какой высоте от Земли первая космическая скорость в двое меньше чем вблизи поверхности Земли? Как изменится период обращения спутника?

- Решение

$$V_I = \sqrt{\frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus} + h}}$$

Значит отношение скоростей будет равно

$$\frac{V_{I,0}}{V_{I,1}} = \sqrt{\frac{R_{\oplus} + h}{R_{\oplus}}} = 2 \Rightarrow h = 3R_{\oplus} = 3 \cdot 6400 = 19200 \text{ км}$$

Значит отношение периодов обращения будет равно

$$\frac{T_0}{T_1} = \frac{\frac{2\pi R_{\oplus}}{V_{I,0}}}{\frac{2\pi(R_{\oplus} + h)}{V_{I,1}}} = \frac{V_{I,1}}{V_{I,0}} \cdot \frac{R_{\oplus}}{R_{\oplus} + h} = \frac{1}{8}$$

Вторая космическая скорость

- Типы орбит – Эллипс

$$\frac{mV^2}{2} - G \frac{Mm}{a} < 0$$

- Типы орбит – Парабола

$$\frac{mV^2}{2} - G \frac{Mm}{a} = 0$$

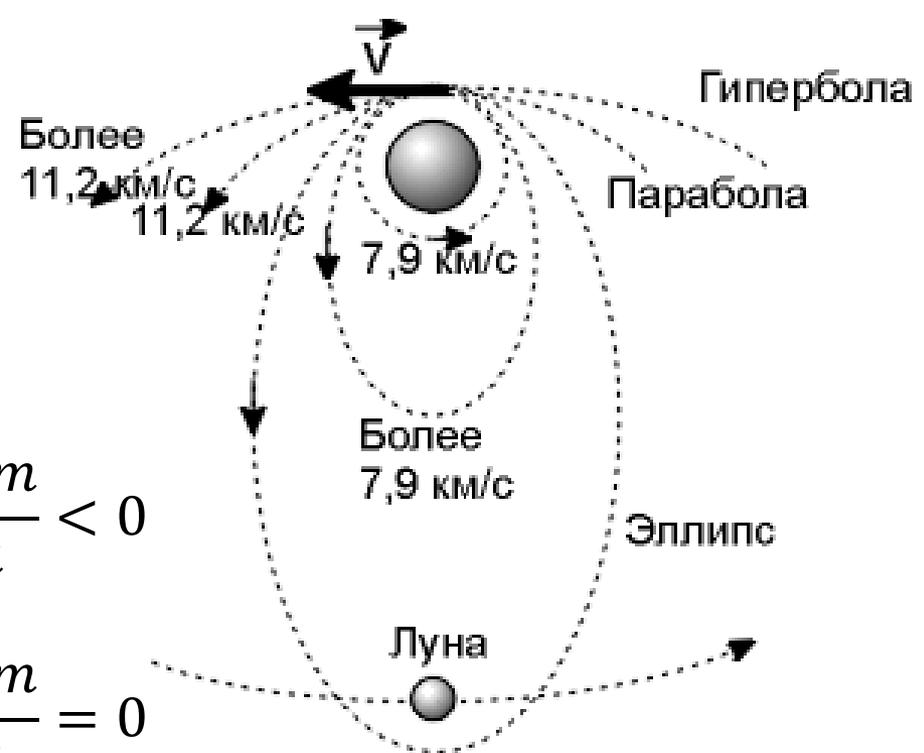
- Типы орбит – Гипербола

$$\frac{mV^2}{2} - G \frac{Mm}{a} > 0$$

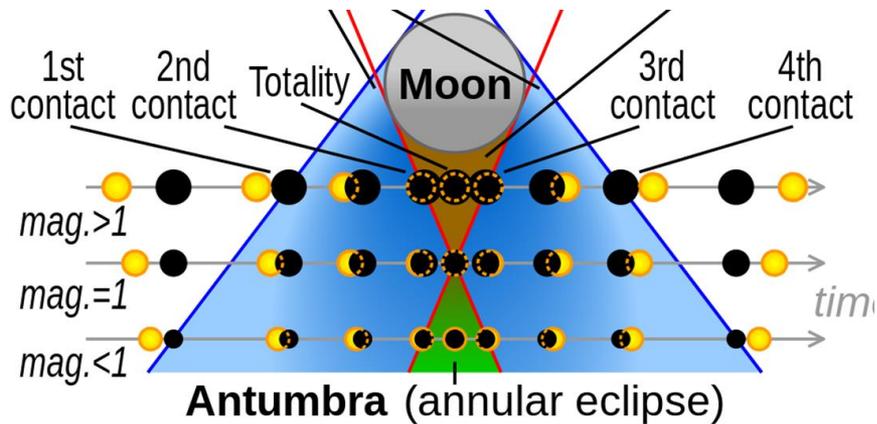
- Кинетическая и потенциальная энергии

$$\frac{mV^2}{2} - G \frac{Mm}{a} = 0 \Rightarrow V_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{a}} \Rightarrow \frac{V_{II}}{V_I} = \sqrt{2}$$

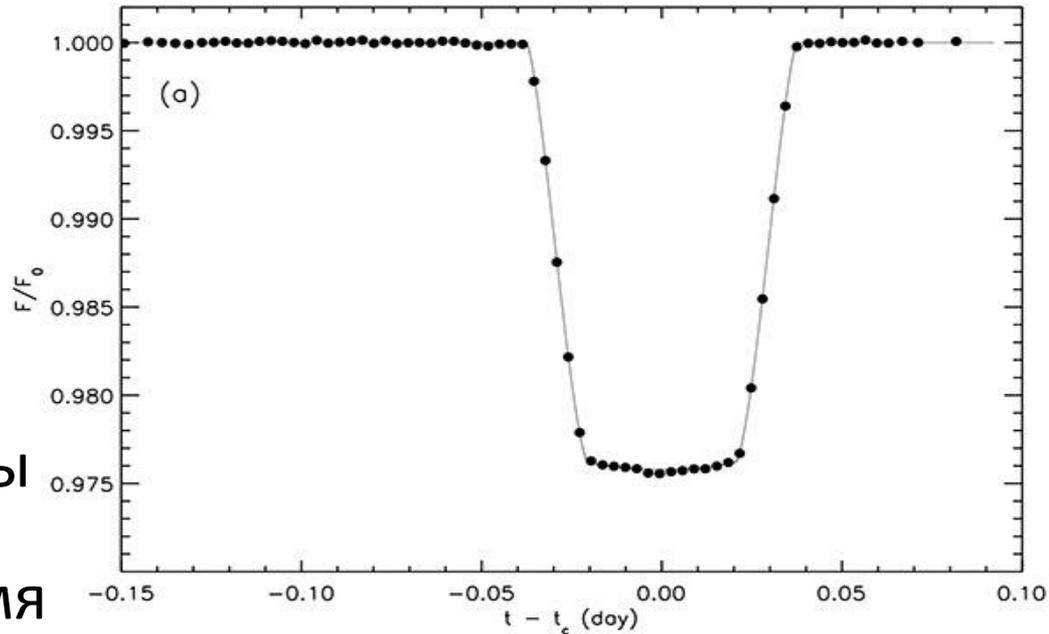
- Вывод второй космической скорости



Задача 7



- **Задача.** На рисунке представлен график изменения яркости звезды (красного карлика радиусом $0,25 R_{\odot}$) во время транзита экзопланеты. Определите радиус планеты. С какой планетой Солнечной системы её можно сравнить?



- **Решение**

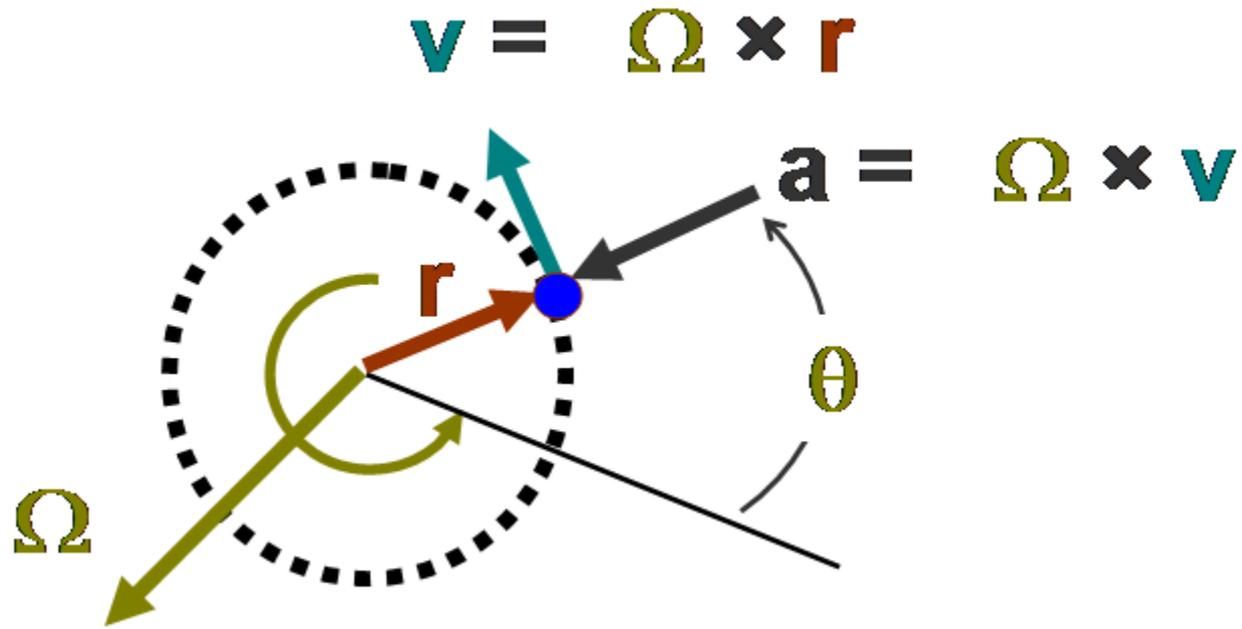
$$\begin{aligned}
 R + r &= V \cdot 0.038 \\
 R - r &= V \cdot 0.025
 \end{aligned}
 \rightarrow
 \begin{aligned}
 V &= \frac{2R}{0.038 + 0.025} \\
 r &= \frac{0.038 - 0.025}{0.038 + 0.025} R
 \end{aligned}$$

Далее найдем что радиус планеты составляет

$$r = \frac{0.038 - 0.025}{0.038 + 0.025} 0.25 R_{\odot} = 36100 \text{ км}$$

- **Ответ:** 36100 км; с Ураном.

Круговое движение



- Угловая скорость Ω

- $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{V}{R}$

- Связь линейной и угловой скорости

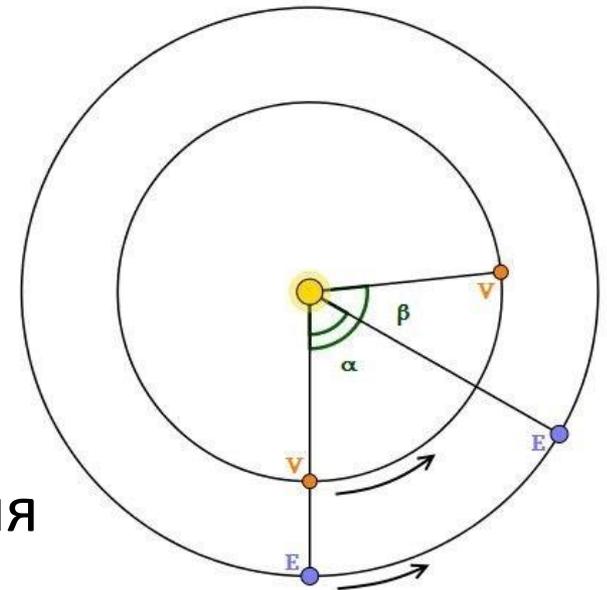
- $V = \omega \cdot R$

- Случай сонаправленного движения

- $\omega_{\Sigma} = \omega_1 - \omega_2$

- Случай разнонаправленного движения

- $\omega_{\Sigma} = \omega_1 + \omega_2$



Синодический и сидерический периоды

- **Сидерический период** обращения – период обращения планеты относительно направления на далекие звезды
- **Синодический период обращения** – период обращения относительно направления планета наблюдения – Солнце или период повторения относительного положения трех тел Солнца, планеты с которой мы наблюдаем и наблюдаемой планеты
- **Случай внутренней планеты**

$$\begin{aligned} \frac{\omega_{\text{синодического периода}}}{2\pi} &= \frac{\omega_{\text{планеты}}}{2\pi} - \frac{\omega_{\oplus}}{2\pi} \\ \frac{T_{\text{синодического периода}}}{1} &= \frac{T_{\text{планеты}}}{1} - \frac{T_{\oplus}}{1} \\ \Rightarrow \frac{1}{S} &= \frac{1}{T_{\text{п}}} - \frac{1}{T_{\oplus}} \Rightarrow T_{\text{синодического периода}} = \frac{T_{\oplus} \cdot T_{\text{планеты}}}{T_{\oplus} - T_{\text{планеты}}} \end{aligned}$$

- **Случай внешней планеты**

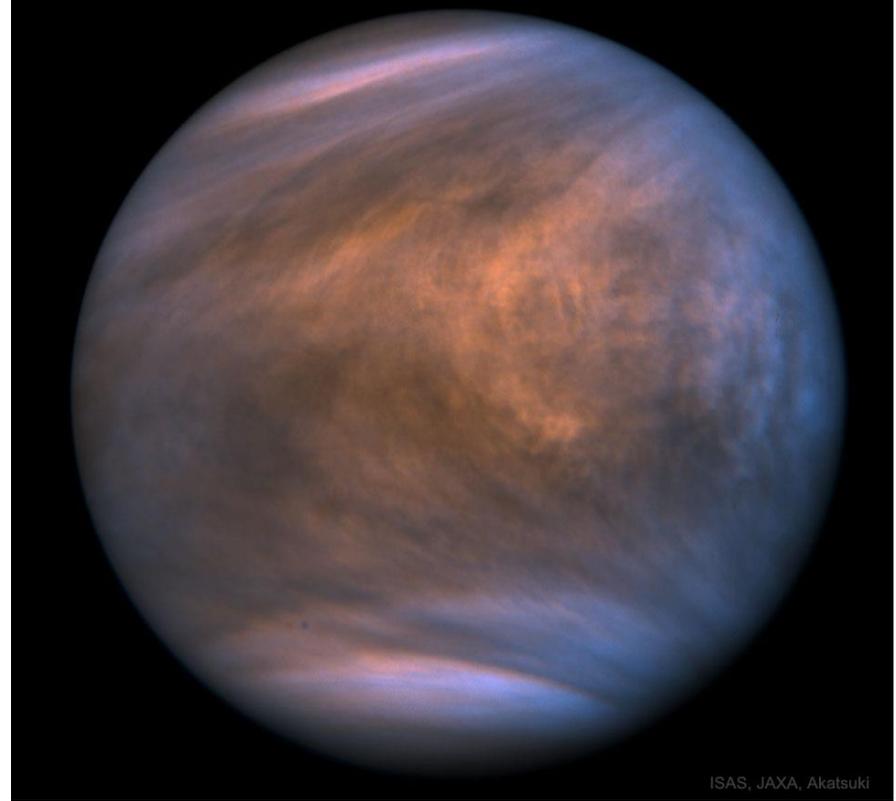
$$\begin{aligned} \frac{\omega_{\text{синодического периода}}}{2\pi} &= \frac{\omega_{\oplus}}{2\pi} - \frac{\omega_{\text{планеты}}}{2\pi} \\ \frac{T_{\text{синодического периода}}}{1} &= \frac{T_{\oplus}}{1} - \frac{T_{\text{планеты}}}{1} \\ \Rightarrow \frac{1}{S} &= \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_{\text{п}}} \Rightarrow T_{\text{синодического периода}} = \frac{T_{\oplus} \cdot T_{\text{планеты}}}{T_{\text{планеты}} - T_{\oplus}} \end{aligned}$$

Задача 8

• Решение

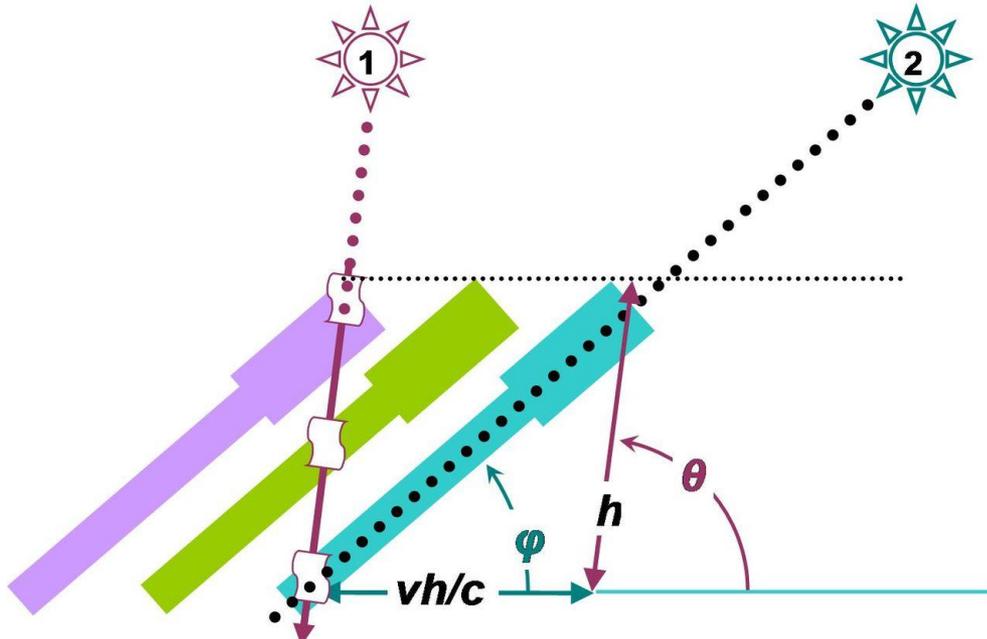
Из-за обратного осевого вращения угловые скорости Венеры вокруг Солнца и Вокруг Своей оси будут складываться следовательно:

- $\omega_{С.С.В} = \omega_{Ос.В} + \omega_{Ор.В}$
- $\frac{2\pi}{T_{С.С.В}} = \frac{2\pi}{T_{Ос.В}} + \frac{2\pi}{T_{Ор.В}}$
- $T_{С.С.В.} = \frac{T_{Ос.В} \cdot T_{Ор.В}}{T_{Ор.В} + T_{Ос.В}} = \frac{243.0 \cdot 224.7}{224.7 + 243.0} = 116.7$ дня



- **Задача.** Как известно, Венера имеет обратное осевое вращение. Вычислите, чему равны солнечные сутки на Венере?
- **Ответ:** примерно 116,7 земных суток.

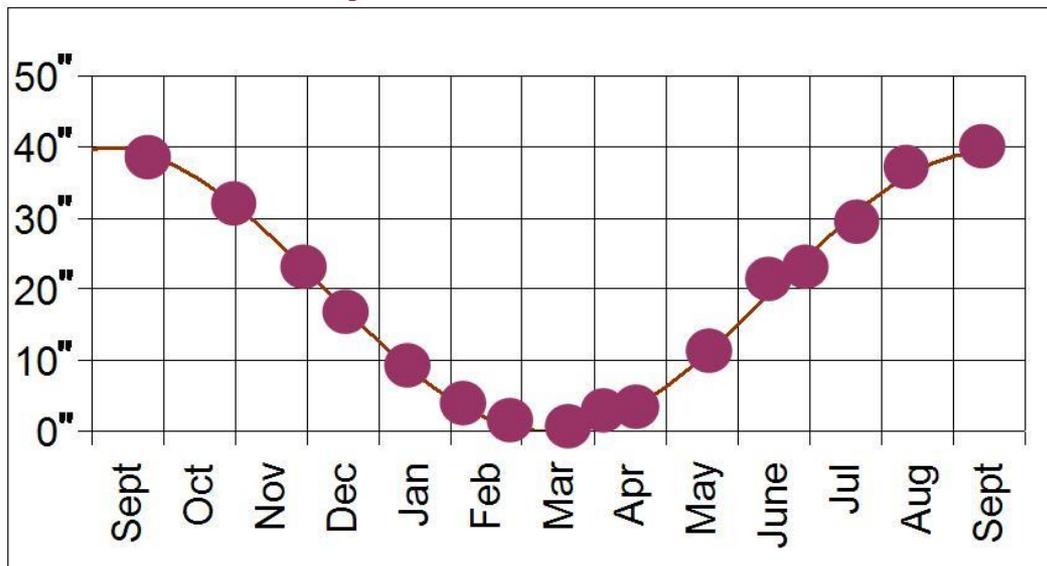
Аберрация света



- Малая скорость по сравнению со скоростью света

$$\alpha \approx \frac{v}{c} \sin \theta$$

- θ - угол между направлением распространения света и скоростью v



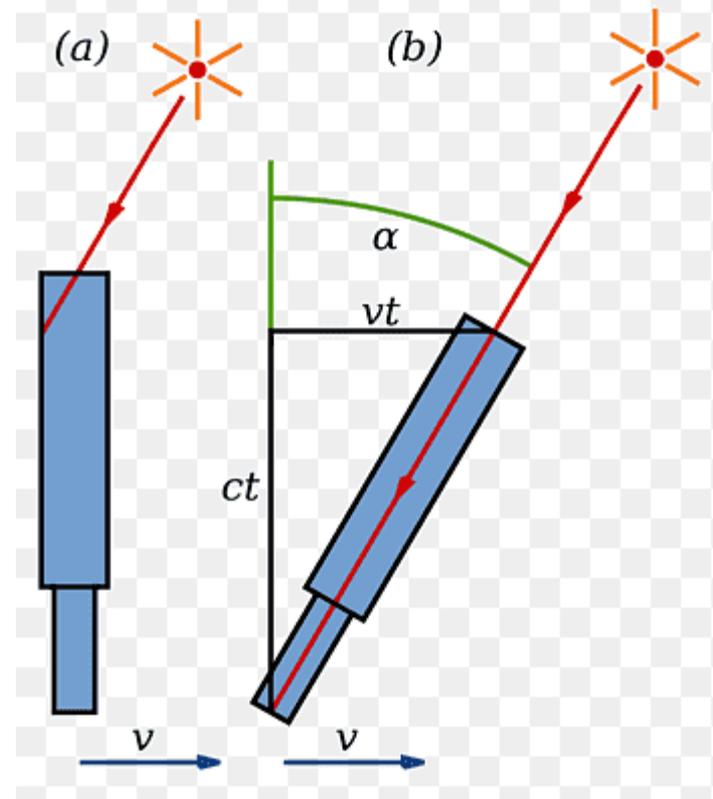
Задача 9

Решение

Для подсчета максимального смещения необходимо взять случай когда направление падения лучей перпендикулярно скорости Земли и вспомнить, что орбитальная скорость движения Земли составляет 30 км/с

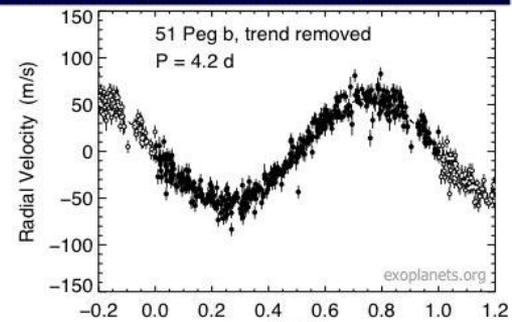
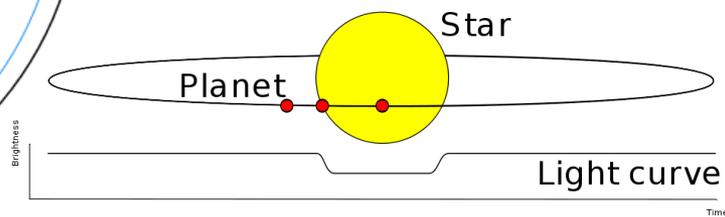
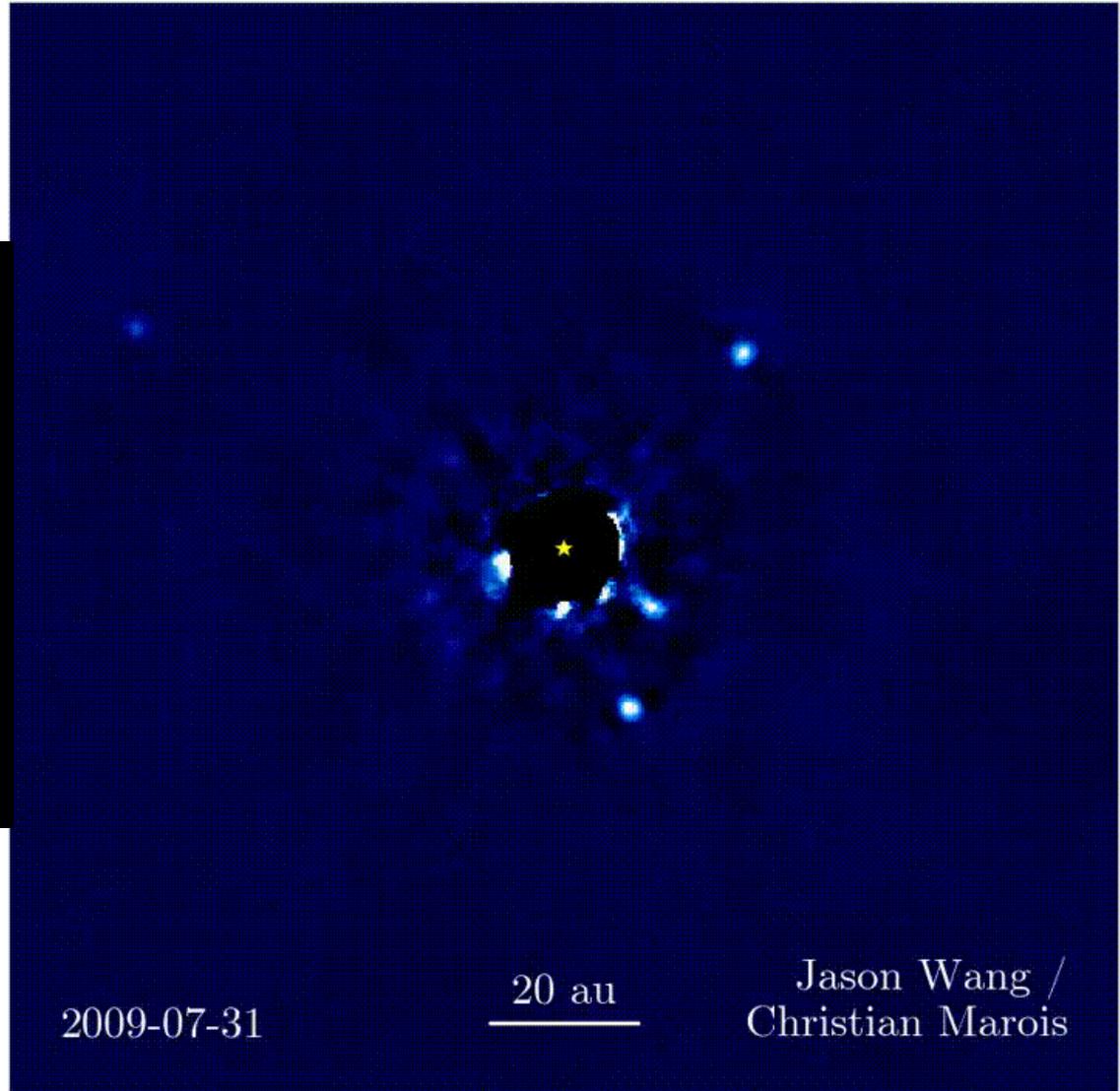
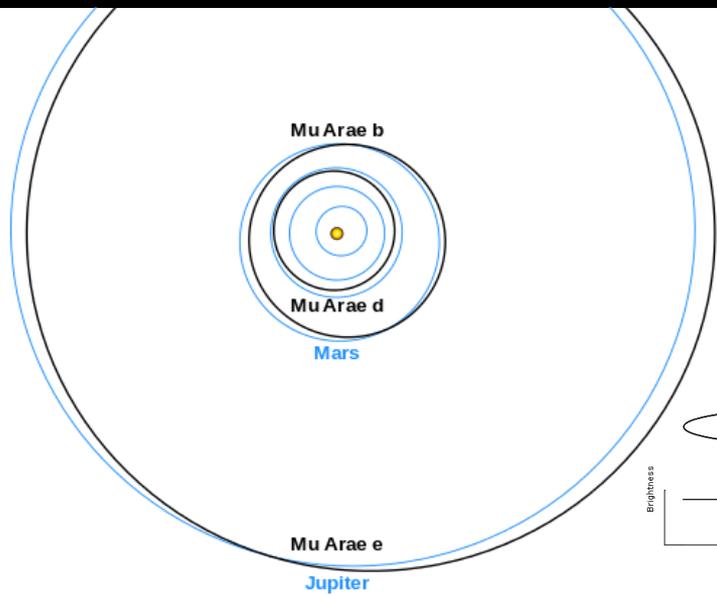
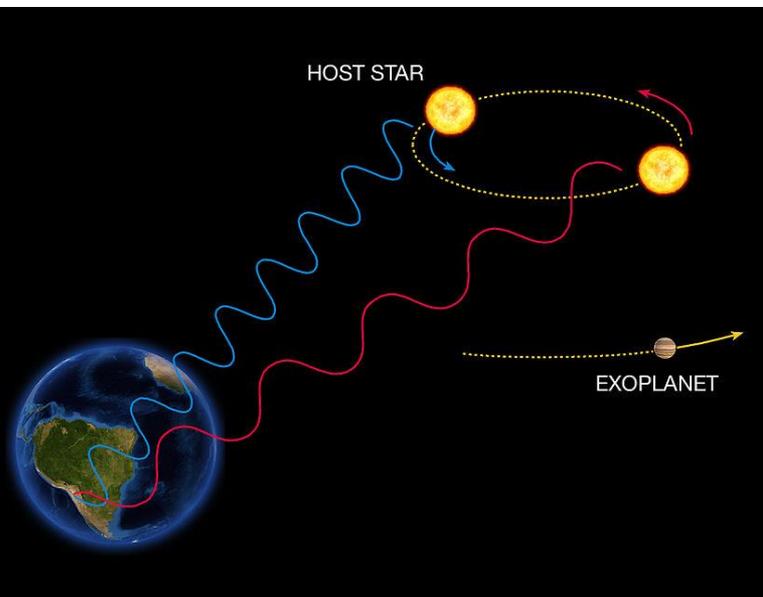
$$\alpha \approx \frac{V}{c} \sin \theta$$

$$\alpha \approx 206265'' \frac{30}{300000} \approx 20.6''$$

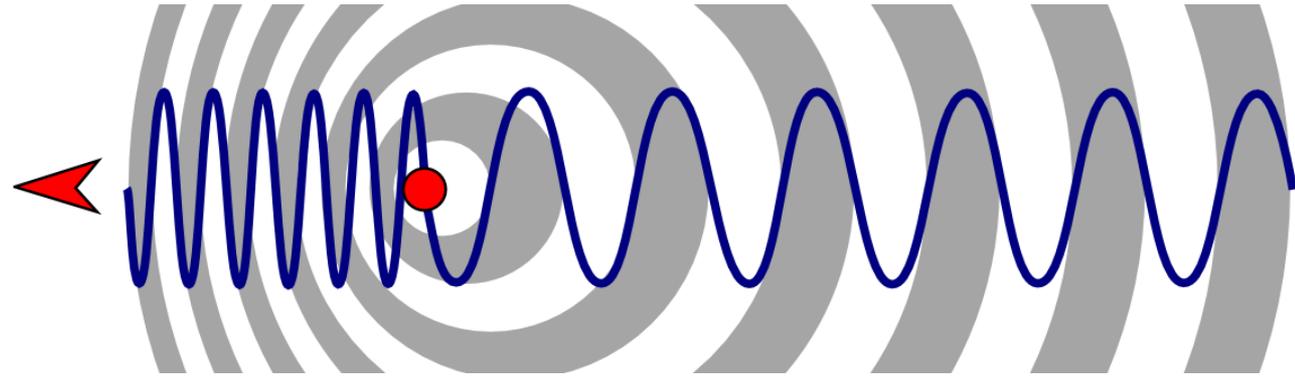


- **Задача.** Чему равно максимальное смещение объектов за счёт аберрации света для земного наблюдателя? Где находятся объекты, постоянно испытывающие такое смещение?
- **Ответ:** примерно 20,5''.

Экзопланеты



Задача 10



- **Задача.** Какая должна быть достигнута точность измерения лучевой скорости, чтобы можно было доплеровским методом открыть Землю у Солнца?
- **Ответ:** примерно 10 см/с.

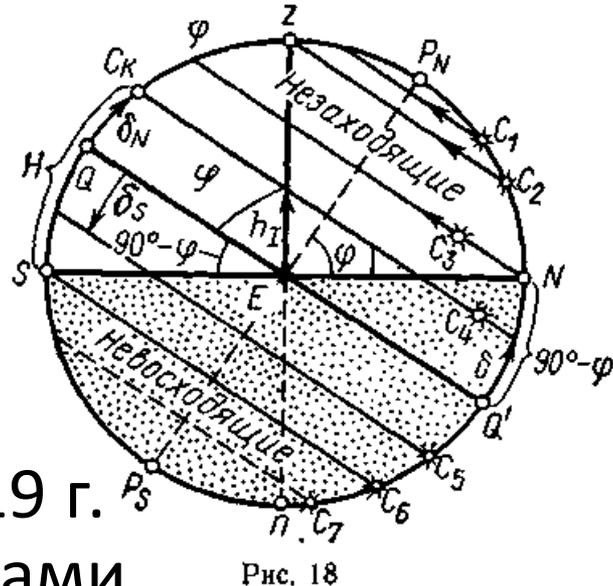
Решение

Для нахождения этой величины вспомним, что орбитальная скорость движения Земли 30 км/с, и предположим, что Земля и Солнце вращаются по круговым орбитам вокруг общего центра масс тогда радиусы обращений будут относиться:

$$\frac{R}{r} = \frac{m}{M}$$
$$\frac{V_{\oplus}}{V_{\odot}} = \sqrt{\frac{m R}{M r}} = \frac{m}{M} \approx 330000$$

$$V_{\odot} \approx \frac{V_{\oplus}}{330000} \approx 10 \text{ см/с}$$

Задача 11



- **Задача.** 20 марта 2019 г. в пункте с координатами $\varphi = 56^\circ$ с.ш., $\lambda = 35^\circ$ в.д. Солнце вошло в 6ч35м по местному времени. Во сколько наблюдался бы восход Солнца в отсутствии атмосферной рефракции?

Решение

Атмосферная рефракция у горизонта составляет 0.5° . Значит суммарно с двух сторон горизонта - 1° .

Следовательно на такую высоту должно погрузиться Солнце суммарно. Угол захода зависит от широты места наблюдений следовательно:

$$\begin{aligned} \omega_{\text{захода}} &= \omega_{\text{дв.}} \cdot \sin(90^\circ - \varphi) = \omega_{\text{дв.}} \cdot \cos \varphi \\ \Delta t &= \frac{2 \cdot d_{\text{рефракции}}}{\omega_{\text{движения}} \cdot \cos \varphi} \approx 4 \text{ мин} \end{aligned}$$

- **Ответ:** примерно в 6 ч 39 мин.

NGC 5643

Спасибо за внимание!

ССЫЛКИ

- Группа задач Астрономических олимпиад в контакте в документах есть задачи олимпиад разных уровней с решениями в разделе Ресурсы - <https://vk.com/astroolympiads>
- Сайт ВсОШ по Астрономии с архивами задач и результатами – <http://www.astroolymp.ru/>
- Сайт Московской Астрономической олимпиады <http://mosastro.olimpiada.ru>
- Сайт Санкт-Петербургской астрономической олимпиады <http://school.astro.spbu.ru/?q=olymp>
- Фотоальбом НАСА - <https://photojournal.jpl.nasa.gov/>
- Проект карта Вселенной на разных масштабах - <http://www.atlasoftheuniverse.com/>
- Виртуальный планетарий- <https://celestiaproject.net/ru/>
- Виртуальный планетарий - <http://www.stellarium.org/>
- Задачи и Упражнения по Общей Астрономии - <http://www.astronet.ru/db/msg/1175352/node1.html>