ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемый курс математики для начальной школы является частью единого непрерывного курса математики «Учусь учиться» для дошкольников, начальной школы и 5—9 классов основной школы, который создан с позиций реализации новых целей образования, установленных ФГОС, — достижение личностных, метапредметных и предметных результатов образования и готовности к саморазвитию на основе формирования у учащихся познавательной мотивации, универсальных учебных действий и умения учиться в целом. Он разработан на базе психолого-педагогических исследований, проведенных в 70—90-х годах в НИИ ОПП АПН СССР (В. В. Давыдов, Н. Я. Виленкин и др.), и достижений современной российской методологической школы (Г. П. Щедровицкий, О. С. Анисимов и др.).

В **программе курса математики «Учусь учиться» для 1—4 классов** начальной школы и научно-методической литературе по программе «Учусь учиться» приведены цели и задачи курса, его общая характеристика, технологическая и дидактическая основа — дидактическая система деятельностного метода Л. Г. Петерсон, уровни ее реализации, способ формирования универсальных учебных действий (УУД) на основе надпредметного курса «Мир деятельности», типология уроков, структура курса (содержательно-методические линии: числовая, алгебраическая, геометрическая, функциональная, логическая, линии анализа данных и текстовых задач), место курса в учебном плане и результаты его изучения (личностные, метапредметные и предметные), содержание курса для 1—4 классов.

Отметим основные методические особенности данного курса.

1. Ориентация на формирование личностных и метапредметных результатов образования, развитие духовного потенциала личности ребенка, его творческих способностей и интереса к предмету

Математические знания в курсе «Учусь учиться» рассматриваются не как самоцель, а как средство формирования определенных ФГОС личностных и метапредметных результатов образования, способов математической деятельности, средство развития мышления детей, их чувств и эмоций, творческих способностей и мотивов деятельности.

Поставленная цель реализуется посредством использования **дидактической системы деятельностного метода Л. Г. Петерсон**[1].

Технология деятельностного метода предполагает следующую структуру уроков введения нового знания:

1. Мотивация (самоопределение) к деятельности.
2. Актуализация знаний и фиксация затруднения в пробном учебном действии.
3. Выявление места и причины затруднения.
4. Построение проекта выхода из затруднения.
5. Реализация построенного проекта.
6. Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.
7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.
8. Включение в систему знаний и повторение.
9. Рефлексия деятельности (итог урока).

[1] *Л. Г. Петерсон*. Деятельностный метод обучения.

Аналогичную структуру имеют уроки других типов: рефлексии (то есть повторения и закрепления знаний, самоконтроля и коррекции своих ошибок), построения системы знаний, а также уроки контроля развивающего типа. Такое построение уроков позволяет не только сформировать у учащихся устойчивую систему математических знаний, но и вовлекает их в выполнение в ходе каждого урока всего комплекса универсальных учебных действий, предусмотренных ФГОС.

При работе над формированием универсальных учебных действий особое место занимает надпредметный курс «Мир деятельности». Данный курс прокладывает принципиально новый путь к надежному и устойчивому формированию универсальных учебных действий и умению учиться, а также позволяет придать процессу целостность и системность, повысить качество образования в соответствии с новыми целями и задачами, поставленными Федеральным государственным стандартом, на всех ступенях образования.

Комплекс педагогических условий, обеспечивающих реализацию технологии деятельностного метода, включает в себя следующие ***дидактические принципы***: *деятельности, непрерывности, целостного представления о мире, минимакса, психологической комфортности, вариативности, творчества*. Эти принципы сохраняют свое значение в системе воспитательной работы и управления поддержкой здоровья детей. Таким образом, образовательная система «Учусь учиться» Л. Г. Петерсон позволяет обеспечить единый учебно-воспитательный и здоровье-сберегающий процесс деятельностного типа.

2. Уровни реализации образовательной системы «Учусь учиться»

Образовательная система «Учусь учиться» может быть реализована на разных уровнях — *базовом*, *технологическом*, *системно-технологическом*.

Базовый уровень ТДМ включает в себя следующие 7 шагов:

Мотивация к учебной деятельности.

Актуализация знаний.

Проблемное объяснение нового знания.

Первичное закрепление во внешней речи.

Самостоятельная работа с самопроверкой.

Включение нового знания в систему знаний и повторение.

Итог урока.

При работе на базовом уровне ТДМ в системе дидактических принципов принцип деятельности трансформируется в принцип *активизации деятельности* традиционной системы обучения. При этом особое внимание следует обратить на принципы ***минимакса*** и ***психологической комфортности***, при правильном использовании которых **каждый ученик имеет возможность продвигаться вперед в собственном темпе** на своем «максимальном», но посильном для себя уровне трудности и, наоборот, игнорирование которых может привести к перегрузке учащихся.

Описанная структура урока систематизирует инновационный опыт российской школы, поэтому переход к ней – посильный для каждого учителя шаг, который дает достаточно быстрый результат – положительную динамику в уровне усвоения детьми знаний, развитии их мышления, речи, познавательного интереса. Базовый уровень ТДМ легко осваивает любой учитель уже при первичном знакомстве с образовательной системой «Учусь учиться» он становится стартовой площадкой для саморазвития учителя при освоении деятельностного метода в его полноте.

Технологический уровень реализации ТДМ — это уровень работы учителя, при котором реализуется переходная структура (8 шагов) и система дидактических принципов образовательной системы «Учусь учиться». В практику работы вклю-

чается понятие эталона, эталона для самопроверки, подробного образца, организуется мотивация к познавательной деятельности (на уровне «хочу», «могу»).

Технологический уровень реализации ТДМ позволяет:

1. Обеспечить все результаты базового уровня реализации ТДМ.
2. Создать условия для формирования общеучебных умений, в том числе и умения учиться.

Системно-технологический уровень реализации ТДМ — это уровень работы учителя, при которой реализуется целостная структура учебной деятельности (9 шагов) и система дидактических принципов образовательной системы «Учусь учиться». В практику работы включается понятие учебной деятельности и ее структура.

Системно-технологический уровень реализации ТДМ позволяет:

1. Обеспечить все результаты базового уровня реализации ТДМ.
2. Сформировать общеучебные умения, определенные в госстандартах.

3. Связь с практикой, реальными проблемами окружающего мира

Полноценное обучение математике невозможно без понимания детьми происхождения и значимости математических понятий, роли математики в системе наук. Поэтому одной из основных задач школьного курса является раскрытие перед учащимися всех трех этапов формирования математического знания.

Ими являются:

1) ***этап математизации***, то есть построение математической модели некоторого фрагмента реальной действительности;

2) ***этап изучения математической модели***, то есть построение математической теории, описывающей свойства построенной модели;

3) ***этап приложения полученных результатов к реальному миру***.

Например, натуральные числа не являются начальными абстракциями, поэтому их изучению предшествует знакомство с конечными совокупностями предметов. Точно так же изучение сложения и вычитания натуральных чисел начинается с рассмотрения конкретных операций объединения конечных совокупностей и удаления части совокупности, а в качестве основы изучения формальных операций сложения и вычитания двузначных чисел используются операции над символизированной записью этих чисел с помощью точек и фигур (в соответствии с историческим ходом развития этих операций).

4. Преемственность между дошкольной подготовкой, начальной и основной школой

Преемственность между дошкольной подготовкой, начальной и основной школой в курсе реализуется на уровне технологии, содержания и методик, что обеспечивает непрерывность образовательного процесса между всеми ступенями обучения.

Отбор содержания и последовательность изучения основных математических понятий осуществлялись на основе системного подхода. Построенная Н. Я. Виленкиным многоуровневая система начальных математических понятий позволила установить порядок введения фундаментальных понятий, обеспечивающий преемственные связи между ними и непрерывное развитие всех содержательно-методических линий курса математики с 1 по 9 класс.

Дошкольная подготовка по курсам «Игралочка» и «Раз — ступенька, два — ступенька...» образовательной системы «Учусь учиться» в рамках комплексной примерной образовательной программы дошкольной подготовки «Мир открытий» помогает развить у детей мышление и познавательную мотивацию, сформи-

ровать позитивный опыт общения и совместного решения задач на основе метода рефлексивной самоорганизации, то есть дает ту необходимую базу, которая обеспечивает быструю и успешную адаптацию к школьному обучению.

5. Формирование стиля мышления, необходимого для успешного использования средств ИКТ

Компьютеризация окружающего мира приводит к переоценке важности многих умений и навыков. Особое значение приобретает, например, умение составить и осуществить план действий, умение строго подчиняться заданным правилам и алгоритмам, оценивать правдоподобность полученного ответа, умение перебирать варианты решения, организовывать поиск информации, необходимой для решения поставленной задачи, и др.

Таким образом, в курсе математики «Учусь учиться» успешно решаются все задачи предметной области «Математика и информатика» ФГОС.

6. Разноуровневый характер учебника

Материал учебника предусматривает возможность работы по нему детей самого разного уровня подготовки **в школах и классах всех типов** — от классов коррекции до гимназических и лицейских классов — на основе принципов минимакса и психологической комфортности. ***Отбор детей для работы по учебнику не предполагается,*** значение имеет не уровень подготовки детей, а уровень подготовки учителя.

Обучение ведется на высоком уровне трудности (уровне «максимума»), то есть в «зоне ближайшего развития» наиболее подготовленных детей, но ***при обязательном учете их индивидуальных особенностей и возможностей, формировании у каждого ребенка веры в себя, в свои силы***.

Практически это означает, что в учебниках предложен достаточно высокий уровень заданий и темп их изучения. С самых первых уроков все дети помещаются в ситуацию, требующую от них интеллектуальных усилий, продуктивных действий. Но в обучающих заданиях и самостоятельных работах оценивается только успех ребенка и его движение вперед относительно себя. Ошибка же рассматривается как рабочая ситуация, требующая коррекции, выявления ее причины и исправления.

Текущий и итоговый контроль проводится на уровне более низком, чем шла работа в классе, что приводит практически к полному исчезновению двоек. Итоговые отметки выставляются в зависимости от количества «достижений» (которые оцениваются только четверками и пятерками) и отметок за контрольные работы. Тройки и двойки могут появляться очень редко — лишь тогда, когда ребенок проявил необязательность, не выполнил согласованное задание, которое однозначно посильно для него. При этом лучше, если отрицательную отметку он поставит себе сам в соответствии с принятыми в классе нормами.

Вместе с тем высокий уровень подачи материала рассматривается не как обязательное требование, а как предложение, возможность достижения успеха, предоставленная каждому ребенку и побуждающая его к действию. Поэтому учитель должен заметить и поддержать любой, пусть даже самый маленький успех ребенка — его активность, включенность в процесс поиска решения, его верное суждение или просто попытку выдвинуть собственную гипотезу. Неверный ответ ученика не должен вызывать негативной реакции учителя, раздражения, нравоучения. «Ничему меня не научит то, что тычет, талдычит, жучит», — писал Борис Слуцкий. Поэтому лучше, если коррекцию ответа сделает кто-то из ребят: «Ребята, а вы как думаете?» Дело же учителя в этой ситуации морально поддержать того, кто в этот раз ошибся: «Молодец! Ты нам помог разобраться!»; «Ты согласен? Разобрался теперь? Молодец!» и т.д.

Принцип минимакса является саморегулирующимся механизмом разноуровневого обучения, поэтому, как было отмечено выше, никакого специального отбора детей для работы по нему не предполагается. Более того, вовлечение в учебную деятельность, внутренняя активность, выработка привычки к осмыслению каждого своего шага особенно важны для детей с проблемами в развитии. Но работа на высоком уровне трудности обязательно должна сочетаться с созданием в классе атмосферы доверия, уважения, доброжелательности, позволяющей поверить в свои силы и по-настоящему «раскрыться» каждому ученику. «У тебя все получится!» — должен верить учитель в ученика, «У меня все получится!» — должен верить он сам, «У него все получится!» — должны верить все остальные ученики класса. В противном случае обучение потеряет для ребенка личностный смысл и школа не сможет выполнить своей главной миссии — помочь ему достигнуть своего индивидуального максимума.

Объем заданий в учебнике задает уровень индивидуальной образовательной траектории для наиболее подготовленных детей. В силу этого **не предполагается выполнения каждым ребенком всех заданий из учебника.** Обязательными для всех являются лишь 3—4 ключевых задания по новой теме и задачи на повторение, в которых отрабатываются обязательные результаты обучения (ФГОС). Для более подготовленных детей спектр задач может быть расширен. Однако ***нельзя допускать перегрузки детей***, в том числе и в домашней работе.

Отработка и закрепление знаний основных содержательно-методических линий курса (числовой, линии текстовых задач) ведется параллельно с исследованием новых математических идей дополнительных линий (геометрической, алгебраической, анализа данных и др.). Поэтому тренировочные упражнения не утомляют детей, тем более что им придается, как правило, игровая форма (кодирование и расшифровка, отгадывание загадок и т. д.). Каждый ребенок с невысоким уровнем подготовки имеет возможность «не спеша» отработать необходимый навык из обязательных результатов обучения, а более подготовленные дети постоянно получают «пищу для ума», что делает уроки математики привлекательными для всех детей — и «сильных», и менее подготовленных.

Принципиально важно, чтобы каждый ребенок на каждом уроке переживал радость открытия, чтобы у него формировались вера в свои силы и познавательный интерес. ***Интерес и успешность обучения*** — вот те основные параметры, которые определяют полноценное нравственное, интеллектуальное и физиологическое развитие ребенка, а значит, и качество работы с детьми.

7. Учебное время на работу по учебнику

Предложенный в учебниках «максимум», его ориентация на целенаправленное и системное формирование универсальных учебных действий и умения учиться делает целесообразным добавление в учебный план дополнительного часа за счет школьного компонента, то есть выделение на математику 5 ч в неделю. В этом случае обеспечивается более детальная и глубокая проработка материала учебника и повышается общий уровень достижения результатов ФГОС.

Помимо этого, содержание учебников предоставляет возможность для организации проектной и кружковой работы и углубленного изучения отдельных линий во второй половине дня (геометрической, логической, комбинаторной и др.).

8. Творческие задания в системе работы по учебнику

Эффективным средством, позволяющим раскрыться каждому ребенку в классе и реализовать свой потенциал, является творческая работа детей. Творческие задания, в которых дети придумывают, составляют, изобретают, должны предлагаться систематически, до 2—3 раз в неделю. В них дети могут придумать

примеры на изученный вычислительный прием, составить задачу по данному выражению (например, $85 : 5 \cdot 9$ или $x \cdot 5 + y \cdot 8$), задачу заданного типа (на кратное сравнение, по сумме и разности и т.д.) или по заданному сюжету (о спорте, о животных, задачу-сказку и т.д.), нарисовать узоры или геометрические фигуры указанного свойства (например, луч *KM*, пересекающий прямую *AB* и не пересекающий отрезок *CD*), расшифровать или зашифровать название города, книги, кинофильма с помощью вычислительных примеров и т.д.

Творческие задания обычно предлагаются в домашней работе дополнительно к обязательной части и никогда не оцениваются плохой отметкой. Наиболее удачные творческие работы можно собрать в конце года в «Задачник», авторами которого станут сами учащиеся — авторы этих работ. Подобные задания, в которых дети выступают не как исполнители, а как творцы, самым положительным образом влияют на развитие личности детей, способствуют более глубокому и прочному усвоению ими знаний.

9. Объем и уровень трудности домашнего задания

Рекомендуется предлагать учащимся двухуровневые домашние задания, состоящие из *обязательной* и *необязательной* (дополнительной) части.

Обязательная часть должна быть *посильна для самостоятельного выполнения ребенком* и не может по объему превышать ***15—20 мин*** его самостоятельной работы.

При этом рекомендуется давать задания *по собственному выбору самих детей*, например: «Выбрать и выполнить из № 4—7 одно задание, которое понравится».

В ***необязательную часть***, которая выполняется ***по желанию***, могут войти дополнительные задания, отмеченные в учебнике светлым кружком, задания со звездочкой и т.д.

10. Форма учебника

В рамках курса математики «Учусь учиться» учебник используется в двух различных формах.

1. Комплект «Учебник + рабочая тетрадь».

Этот вариант допускает многоразовое использование учебника детьми в течение нескольких лет. Рабочая тетрадь сделана так, что ее можно эффективно использовать с учебником в твердом переплете. Она помогает организовать проблемные ситуации на уроке, исследование ситуаций, проектирование и реализацию построенного проекта, тренинг и самоконтроль, работу над ошибками. При этом существенно сокращается время выполнения заданий, что позволяет увеличить число задач, самостоятельно решенных детьми на уроке.

Вместе с тем предполагается параллельное использование в обучении тетрадей в клетку — детей надо приучать к аккуратному ведению тетрадей, вырабатывать у них красивый почерк, знакомить с правилами единого орфографического режима.

2. Комплект «Учебник на печатной основе + рабочая тетрадь».

Данная версия учебника расширяет количество заданий, которые дети могут выполнить на печатной основе. Тем самым экономия времени становится еще более существенной. Значение имеет и эмоциональный фактор индивидуального, личностного отношения к содержанию учебника. При этом задания рабочей тетради не повторяют заданий учебника и используются на уроке, как и в предыдущем случае, для организации построения детьми нового знания и коррекции своих ошибок. Но при этом увеличивается возможность выбора заданий для тренингов и, при необходимости, более глубокой отработки тех или иных вопросов курса.

Тетрадь в клетку сохраняется, записей в ней становится меньше, но достаточно для того, чтобы дети при переходе в основную школу уверенно владели правилами единого орфографического режима и аккуратно оформляли свои записи в тетради. Если запись задачи предусмотрена в тетради в клетку, то на печатной основе места для ее решения не оставляется.

11. Виды и формы работы на уроке

Виды и формы работы на уроке необходимо разнообразить. Урок должен включать коллективные, групповые и индивидуальные формы работы, устную работу и работу в тетрадях в клетку. Отработка вычислительных навыков должна быть на уроках системной и достаточно интенсивной, но не занимать более 3—4 минут. При этом вычислительным упражнениям целесообразно придавать развивающий характер, подбирая числа-ответы так, чтобы полученные ряды дети могли анализировать, классифицировать, выявлять в них закономерности. Это поможет не только закреплять навыки счета, но и готовить мышление детей к работе деятельностным методом.

При формировании понятий благодаря методикам, принятым в курсе, у учащихся подключаются все виды памяти — не только зрительная и слуховая, но и двигательная, образная, тактильная и др.

Работа в рабочей тетради не должна превышать, как правило, 10—12 минут. Она предполагает, в основном, ***самостоятельное*** выполнение учащимися заданий, подготовленных предварительно во фронтальной работе с аналогичными, но другими заданиями. Время самостоятельного выполнения задания обычно ограничивается (как правило, от одной до 3—4 минут). Затем задание проверяется, в зависимости от оснащенности класса, с помощью переносной доски, кодоскопа, медиапроектора, компьютера или Smart-доски. Дети сравнивают свое решение с эталоном для самопроверки и выставляют себе соответственно «+» или «−». В результате у ребенка целенаправленно формируется способность к самоконтролю.

Поскольку задания, выполненные самостоятельно, дети проверяют сами, то учитель при их проверке обращает внимание, прежде всего, на сформированность навыков самоконтроля и аккуратность ведения записей.

12. Система контроля знаний

В курсе предусмотрена многоуровневая система контроля знаний: самоконтроль — при введении нового материала; взаимоконтроль − в процессе его отработки; обучающий контроль — в системе обучающих самостоятельных работ; текущий контроль − при проведении контрольных работ в течение учебного года; итоговый контроль, включающий 2 этапа — переводную контрольную работу («минимум») и итоговую контрольную работу (контроль и самоконтроль уровня освоения программы).

Обучающие самостоятельные работы проводятся на высоком уровне трудности, поэтому оценивается только успех. А именно, если вся самостоятельная работа выполнена без ошибок (обычно это 3—5 детей в классе), то за нее выставляется 5. После каждой самостоятельной работы дети, допустившие ошибки, выполняют работу над ошибками.

Если работа над ошибками выполнена успешно и учитель видит, что ребенок разобрался в изучаемом материале, то за эту работу может быть выставлена отметка 4 или даже 5. Тройки и двойки в обучающих самостоятельных работах не выставляются: «отсутствие отметки» (не за что ставить, «не заработано») является для ребенка гораздо более значимым сигналом для активности и коррекции собственной деятельности, чем плохие отметки. Задача учителя — побудить каждого ребенка разобраться в своих ошибках и исправить их.

Уровень контрольных работ должен быть ниже уровня обучающих самостоятельных работ (но выше административного контроля), при этом оцениваются все дети. Задания для контрольных работ рекомендуется подбирать так, чтобы с ней могли справиться ***на 4 и 5 примерно три четверти класса.***

Варианты обучающего, текущего и итогового контроля знаний для 3 класса в двух вариантах предложены в пособии «Самостоятельные и контрольные работы». Пособие «Электронные приложения к учебникам математики Л. Г. Петерсон» поможет проанализировать уровень подготовки каждого учащегося и класса в целом в сравнении с возрастной группой, выявить причины затруднений и эффективно провести коррекцию.

В учебнике «Математика „Учусь учиться“, 3 класс», части 1—3, универсальные учебные действия (личностные, регулятивные, познавательные, коммуникативные) формируются в процессе изучения следующих основных вопросов: нумерация, сравнение, сложение и вычитание многозначных чисел, письменные приемы умножения и деления. Закрепляются и доводятся до уровня автоматизированного навыка приемы устных вычислений в пределах 1000.

Вводятся теоретико-множественные понятия, задачи на приведение к единице, составные задачи на все четыре арифметических действия. Особое внимание уделяется развитию способности к самостоятельному анализу текстовых задач, формированию у детей геометрических представлений, способностей к выявлению взаимосвязей и взаимозависимостей (тема «Формулы»), развитию познавательных процессов, логического и вариативного мышления.

Практически в каждый урок должны включаться достаточно интенсивные упражнения на отработку вычислительных навыков. Вычислительным упражнениям целесообразно придавать развивающий характер, подбирая числа-ответы так, чтобы полученные ряды дети могли анализировать, классифицировать, выявлять в них закономерности.

Литература

1. *Л. Г. Петерсон*. Деятельностный метод обучения. — М.: АПК и ППРО, УМЦ «Школа 2000...», 2007.
2. *Л. Г. Петерсон*. Программы по математике для 1—4 классов.
3. *Л. Г. Петерсон*. Математика, 3 класс:учебник в 3 ч. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний.
4. *Л. Г. Петерсон*. Математика, 3 класс: рабочая тетрадь в 3 ч. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний.
5. *Л. Г. Петерсон, Э. Р. Барзунова* и др. Самостоятельные и контрольные работы. Вып. 3/1 и 3/2. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний.
6. *В. А. Петерсон, М. А. Кубышева*. Электронные приложения к учебнику математики, 3 класс: мониторинг уровня математической подготовки по курсу «Учусь учиться». — .
7. *Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева*. Построй свою математику: блок-тетрадь эталонов, 3 класс. — М.: УМЦ «Школа 2000...», 2007.
8. Сценарии уроков к курсу математики «Учусь учиться», 3 класс (с презентациями, дидактическими и раздаточными материалами). DVD. — М.: Институт СДП, 2013.
9. *Л. Г. Петерсон, С. И. Сабельникова*. Радуга: тренировка вычислительных навыков. Учебное пособие, 1—4 классы. — М.: Институт СДП, 2012.
10. *Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева*. «Мир деятельности»: надпредметный курс по формированию УУД.

ПРОГРАММА

3 класс

4 ч в неделю, всего 136 ч / 5 ч в неделю, всего 170 ч

Числа и арифметические действия с ними (35/46 ч)

Счет тысячами. Разряды и классы: класс единиц, класс тысяч, класс миллионов и т.д. Нумерация, сравнение, сложение и вычитание многозначных чисел (*в пределах 1 000 000 000 000*). Представление натурального числа в виде суммы разрядных слагаемых.

Умножение и деление чисел на 10, 100, 1000 и т.д. Письменное умножение и деление (без остатка) круглых чисел.

Умножение многозначного числа на однозначное. Запись умножения в столбик.

Деление многозначного числа на однозначное. Запись деления углом.

Умножение на двузначное и трехзначное число. *Общий случай умножения многозначных чисел.*

Проверка правильности выполнения действий с многозначными числами: алгоритм, обратное действие, вычисление на калькуляторе.

Устное сложение, вычитание, умножение и деление многозначных чисел в случаях, сводимых к действиям в пределах 100.

Упрощение вычислений с многозначными числами на основе свойств арифметических действий.

Построение и использование алгоритмов изученных случаев устных и письменных действий с многозначными числами.

Работа с текстовыми задачами (40/50 ч)

Анализ задачи, построение графических моделей и таблиц, планирование и реализация решения. Поиск разных способов решения.

Составные задачи в 2—4 действия с натуральными числами на смысл действий сложения, вычитания, умножения и деления, разностное и кратное сравнение чисел.

Задачи, содержащие зависимость между величинами вида $a = b \cdot c$: путь — скорость — время (задачи на движение), объем выполненной работы — производительность труда — время (задачи на работу), стоимость — цена товара — количество товара (задачи на стоимость) и др.

Классификация простых задач изученных типов. Общий способ анализа и решения составной задачи.

Задачи на определение начала, конца и продолжительности события.

Задачи на нахождение чисел по их сумме и разности.

Задачи на вычисление площадей фигур, составленных из прямоугольников и квадратов.

Сложение и вычитание изученных величин при решении задач.

Геометрические фигуры и величины (11/14 ч)

Преобразование фигур на плоскости. Симметрия фигур относительно прямой. Фигуры, имеющие ось симметрии. Построение симметричных фигур на клетчатой бумаге.

Прямоугольный параллелепипед, куб, их вершины, ребра и грани. Построение развертки и модели куба и прямоугольного параллелепипеда.

Единицы длины: миллиметр, сантиметр, дециметр, метр, километр, соотношения между ними.

Преобразование геометрических величин, сравнение их значений, сложение, вычитание, умножение и деление на натуральное число.

Величины и зависимости между ними (14/18 ч)

Наблюдение зависимостей между величинами и их фиксирование с помощью таблиц.

Измерение времени. Единицы измерения времени: год, месяц, неделя, сутки, час, минута, секунда. Определение времени по часам. Название месяцев и дней недели. Календарь. Соотношение между единицами измерения времени.

Единицы массы: грамм, килограмм, центнер, тонна, соотношения между ними.

Преобразование, сравнение, сложение и вычитание однородных величин.

Переменная. Выражение с переменной. Значение выражения с переменной.

Формула. Формулы площади и периметра прямоугольника: $S = a \cdot b$, $P = (a + b) \cdot 2$. *Формулы площади и периметра квадрата:* $S = a \cdot a$, $P = 4 \cdot a$.

Формула объема прямоугольного параллелепипеда: $V = a \cdot b \cdot c$. *Формула объема куба:* $V = a \cdot a \cdot a$.

Формула пути $s = v \cdot t$ *и ее аналоги: формула стоимости* $C = a \cdot n$, *формула работы* $A = w \cdot t$ *и др., их обобщенная запись с помощью формулы* $a = b \cdot c$.

Наблюдение зависимостей между величинами, их фиксирование с помощью таблиц и формул.

Построение таблиц по формулам зависимостей и формул зависимостей по таблицам.

Алгебраические представления (10/12 ч)

Формула деления с остатком: $a = b \cdot c + r$, $r < b$.

Уравнение. Корень уравнения. Множество корней уравнения. Составные уравнения, сводящиеся к цепочке простых (вида $a + x = b$, $a - x = b$, $x - a = b$, $a \cdot x = b$, $a : x = b$, $x : a = b$*). Комментирование решения уравнений по компонентам действий.*

Математический язык и элементы логики (14/16 ч)

Знакомство с символической записью многозначных чисел, обозначением их разрядов и классов, с языком уравнений, множеств, переменных и формул, изображением пространственных фигур.

Высказывание. Верные и неверные высказывания. Определение истинности и ложности высказываний. Построение простейших высказываний с помощью логических связок и слов «верно/неверно, что...», «не», «если... то...», «каждый», «все», «найдется», «всегда», «иногда».

Множество. Элемент множества. Знаки $\in$ *и* $\notin$. *Задание множества перечислением его элементов и свойством.*

Пустое множество и его обозначение: $\varnothing$. *Равные множества. Диаграмма Эйлера–Венна.*

Подмножество. Знаки $\subset$ *и* $\not\subset$. *Пересечение множеств. Знак* $\cap$. *Свойства пересечения множеств. Объединение множеств. Знак* $\cup$. *Свойства объединения множеств.*

Переменная. Формула.

Работа с информацией и анализ данных (12/14 ч)

Использование таблиц для представления и систематизации данных. Интерпретация данных таблицы.

Классификация элементов множества по свойству. Упорядочение и систематизация информации в справочной литературе.

Решение задач на упорядоченный перебор вариантов с помощью таблиц и дерева возможностей.

Выполнение проектных работ по темам: «Из истории натуральных чисел», «Из истории календаря». Планирование поиска и организации информации. Поиск информации в справочниках, энциклопедиях, интернет-ресурсах. Оформление и представление результатов выполнения проектных работ.

Творческие работы учащихся по теме: «Красота и симметрия в жизни».

Обобщение и систематизация знаний, изученных в 3 классе.

Портфолио ученика 3 класса.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

3 класс

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

У учащегося будут сформированы:

- представления об учебной и коррекционной деятельности, их сходстве и различии;
- представления об обобщенном характере математического знания, истории его развития и способах математического познания;
- проявление самостоятельности и личной ответственности за свой результат в исполнительской деятельности, собственный опыт творческой деятельности;
- умение выполнять самоконтроль по образцу, подробному образцу и эталону;
- опыт рефлексивной самооценки собственных учебных действий;
- умение исправлять ошибки на основе уточненного алгоритма исправления ошибок;
- умение применять правила сохранения и поддержки своего здоровья в учебной деятельности;
- проявление стремления внести максимальный личный вклад в совместную деятельность;
- умение применять при коммуникативном взаимодействии в паре и группе правила «автора», «понимающего», «критика»;
- мотивация к развитию речи как средству успешной коммуникации в учебной деятельности;
- активность, доброжелательность, честность, терпение в учебной деятельности;
- проявление целеустремленности в учебной деятельности на основе согласованных эталонов;
- проявление интереса к занятиям математикой и учебной деятельности в целом;
- представления о дружбе, вере в себя, самокритичности, принятие их как ценности, помогающей ученику получить хороший результат;
- уважительное, позитивное отношение к себе и другим, нацеленность на максимальный личный вклад в общий результат, стремление к общему успеху;
- опыт применения способов конструктивного поведения в ситуации затруднения, выхода из спорных ситуаций на основе рефлексивного метода;
- опыт самостоятельной успешной математической деятельности по программе 3 класса.

Учащийся получит возможность для формирования:

- *умения адекватно оценивать свой результат, относиться к отрицательному результату как к сигналу, побуждающему к исправлению ситуации;*
- *умения выстраивать дружеские отношения с одноклассниками и осуществлять самооценку этого умения на основе применения эталона;*
- *опыта использования приемов погашения негативных эмоций при работе в паре, в группе;*
- *опыта различения истинных и ложных ценностей;*
- *позитивного опыта созидательной, творческой деятельности.*

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Регулятивные

Учащийся научится:

- называть и фиксировать прохождение двух основных этапов и шагов учебной деятельности (12 шагов);

• фиксировать индивидуальное затруднение в учебной деятельности в различных типовых ситуациях;

• определять на основе применения эталона место и причину индивидуального затруднения в учебной деятельности;

• составлять план своей учебной деятельности при открытии нового знания на основе применения алгоритма;

• фиксировать результат своей учебной деятельности на уроке открытия нового знания в форме согласованного эталона;

• использовать эталон для обоснования правильности выполнения учебного задания;

• использовать правило закрепления нового знания;

• применять заданные критерии для оценивания своей работы;

• называть и фиксировать прохождение двух основных этапов и шагов коррекционной деятельности (12 шагов);

• использовать в своей учебной деятельности алгоритм исправления ошибок (уточненная версия);

• применять уточненный алгоритм выполнения домашнего задания;

• использовать математическую терминологию, изученную в 3 классе, для описания результатов своей учебной деятельности.

Учащийся получит возможность научиться:

• *выполнять под руководством взрослого проектную деятельность;*

• *проводить на основе применения эталона:*

— самооценку умения применять правила, формирующие веру в себя;

— самооценку умения называть и фиксировать прохождение двух основных этапов и шагов учебной деятельности (12 шагов);

— самооценку умения определять место и причину затруднения при построении нового способа действия;

— самооценку умения планировать свою учебную деятельность;

— самооценку умения фиксировать результат своей учебной деятельности в форме эталона;

— самооценку умения использовать эталон для обоснования правильности выполнения учебного задания;

— самооценку умения использовать правило закрепления нового знания;

— самооценку умения применять заданные критерии для оценивания своей работы;

— самооценку умения называть и фиксировать прохождение двух основных этапов и шагов коррекционной деятельности (12 шагов);

— самооценку умения определять место и причину своей ошибки;

— самооценку умения использовать в своей учебной деятельности алгоритм исправления ошибок (уточненную версию);

— самооценку умения применять уточненный алгоритм выполнения домашнего задания.

Познавательные

Учащийся научится:

• понимать и применять математическую терминологию для решения учебных задач по программе 3 класса;

• применять алгоритмы обобщения и классификации множества объектов по заданному свойству;

• применять простейшие приемы развития своей памяти;

• использовать в учебной деятельности в простейших случаях метод наблюдения как метод познания;

• определять виды моделей (предметные, графические, знаковые, блок-схемы алгоритмов и др.), использовать в учебной деятельности в простейших случаях метод моделирования как метод познания;

• различать понятия «знание» и «умение»;

• понимать и применять базовые межпредметные понятия в соответствии с программой 3 класса (множество, элемент множества, подмножество, объединение и пересечение множеств, диаграмма Эйлера–Венна, перебор вариантов, дерево возможностей и др.);

• составлять и решать собственные задачи, примеры и уравнения по программе 3 класса;

• понимать и применять знаки и символы, используемые в учебнике и рабочей тетради 3 класса, для организации учебной деятельности.

Учащийся получит возможность научиться:

• *проводить на основе применения эталона:*

— самооценку умения применять алгоритмы обобщения и классификации множества объектов по заданному свойству;

— самооценку знания этапов метода наблюдения в учебной деятельности;

— самооценку умения определять вид модели, знания этапов метода моделирования в учебной деятельности;

— самооценку умения применять простейшие приемы развития своей памяти;

• *использовать изученные методы и средства познания для решения учебных задач;*

• *обнаруживать и устранять ошибки арифметического (в ходе вычислений) и логического (в ходе решения текстовых задач и уравнений) характера;*

• *применять знания по программе 3 класса в измененных условиях;*

• *решать проблемы творческого и поискового характера в соответствии с программой 3 класса.*

Коммуникативные

Учащийся научится:

• распределять роли в коммуникативном взаимодействии, формулировать функции «автора», «понимающего» и «критика», применять правила работы в данных позициях;

• в совместной работе предлагать свои варианты решения поставленной задачи, оценивать различные варианты исходя из общей цели;

• в процессе ведения диалога применять простейшие приемы ораторского искусства, чтобы понятно для других выражать свою мысль;

• применять правила ведения диалога при работе в паре, в группе;

• применять простейшие приемы погашения негативных эмоций в совместной деятельности;

• осуществлять взаимоконтроль, при необходимости оказывать помощь и поддержку одноклассникам.

Учащийся получит возможность научиться:

• *проводить на основе применения эталона:*

— самооценку умения выполнять в коммуникации роль «критика»;

— самооценку умения понятно для других выражать свою мысль на основе изученных приемов ораторского искусства;

— самооценку умения применять правила ведения диалога при работе в паре, в группе;

— самооценку умения применять приемы погашения негативных эмоций в совместной работе;

— самооценку умения осуществлять взаимоконтроль;

• *проявлять дружелюбие при работе в паре, в группе.*

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Числа и арифметические действия с ними

Учащийся научится:

- считать тысячами, называть разряды и классы: класс единиц, класс тысяч, класс миллионов и т.д.;
- называть, сравнивать, складывать и вычитать многозначные числа (в пределах 1 000 000 000 000), представлять натуральное число в виде суммы разрядных слагаемых;
- умножать и делить числа на 10, 100, 1000 и т.д., умножать и делить (без остатка) круглые числа в случаях, сводимых к делению в пределах 100;
- умножать многозначные числа (все случаи), записывать умножение в столбик;
- делить многозначное число на однозначное, записывать деление углом;
- проверять правильность выполнения действий с многозначными числами, используя алгоритм, обратное действие, вычисление на калькуляторе;
- складывать, вычитать, умножать и делить устно многозначные числа в случаях, сводимых к действиям в пределах 100;
- выполнять частные случаи всех арифметических действий с 0 и 1 на множестве многозначных чисел;
- распространять изученные свойства арифметических действий на множество многозначных чисел;
- вычислять значения числовых выражений с изученными натуральными числами, содержащих 4—5 действий (со скобками и без скобок) на основе знания правил порядка выполнения действий;
- упрощать вычисления с многозначными числами на основе свойств арифметических действий.

Учащийся получит возможность научиться:

- *самостоятельно строить и использовать алгоритмы изученных случаев устных и письменных действий с многозначными числами;*
- *выражать многозначные числа в различных укрупненных единицах счета;*
- *видеть аналогию между десятичной системой записи натуральных чисел и десятичной системой мер.*

Работа с текстовыми задачами

Учащийся научится:

- решать задачи на равномерные процессы (то есть содержащие зависимость между величинами вида $a = b \cdot c$): путь — скорость — время (задачи на движение), объем выполненной работы — производительность труда — время (задачи на работу), стоимость — цена товара — количество товара (задачи на стоимость) и др.;
- решать задачи на определение начала, конца и продолжительности события;
- решать задачи на вычисление площадей фигур, составленных из прямоугольников и квадратов;
- решать задачи на нахождение чисел по их сумме и разности;
- анализировать текстовые задачи в 2—4 действия с многозначными числами всех изученных видов, строить графические модели и таблицы, планировать и реализовывать решения, пояснять ход решения, искать разные способы решения, соотносить полученный результат с условием задачи и оценивать его правдоподобие;
- решать задачи всех изученных типов с буквенными данными и наоборот, составлять текстовые задачи к заданным буквенным выражениям;

• видеть аналогию решения текстовых задач с внешне различными фабулами, но единым математическим способом решения;

• самостоятельно составлять собственные задачи изучаемых типов по заданной математической модели — числовому и буквенному выражению, схеме, таблице;

• при решении задач выполнять все арифметические действия с изученными величинами.

Учащийся получит возможность научиться:

• *самостоятельно строить и использовать алгоритмы изучаемых случаев решения текстовых задач;*

• *классифицировать простые задачи изученных типов по типу модели;*

• *применять общий способ анализа и решения составной задачи (аналитический, синтетический, аналитико-синтетический);*

• *анализировать, моделировать и решать текстовые задачи в 5—6 действий на все арифметические действия в пределах 1 000 000;*

• *решать нестандартные задачи по изучаемым темам.*

Геометрические фигуры и величины

Учащийся научится:

• выполнять на клетчатой бумаге перенос фигур на данное число клеток в данном направлении;

• определять симметрию точек и фигур относительно прямой, опираясь на существенные признаки симметрии;

• строить на клетчатой бумаге симметричные фигуры относительно прямой;

• определять и называть фигуры, имеющие ось симметрии;

• распознавать и называть прямоугольный параллелепипед, куб, их вершины, ребра и грани;

• находить по формулам объем прямоугольного параллелепипеда и объем куба;

• находить площади фигур, составленных из квадратов и прямоугольников;

• читать и записывать изученные геометрические величины, выполнять перевод из одних единиц длины в другие, сравнивать их значения, складывать, вычитать, умножать и делить на натуральное число.

Учащийся получит возможность научиться:

• *строить развертки и предметные модели куба и прямоугольного параллелепипеда;*

• *находить площади поверхностей прямоугольного параллелепипеда и куба;*

• *самостоятельно выводить изучаемые свойства геометрических фигур;*

• *использовать измерения для самостоятельного открытия свойств геометрических фигур.*

Величины и зависимости между ними

Учащийся научится:

• распознавать, сравнивать и упорядочивать величину «время»; использовать единицы измерения времени: 1 год, 1 месяц, 1 неделя, 1 сутки, 1 час, 1 минута, 1 секунда — для решения задач, преобразовывать их, сравнивать и выполнять арифметические действия с ними;

• определять время по часам, называть месяцы и дни недели, пользоваться календарем;

• пользоваться в ряду изученных единиц новыми единицами массы — 1 г, 1 кг, 1 ц, 1 т; преобразовывать их, сравнивать и выполнять арифметические действия с ними;

• наблюдать зависимости между величинами с помощью таблиц и моделей движения на координатном луче, фиксировать зависимости в речи и с помощью формул (формула пути $s = v \cdot t$ и ее аналоги: формула стоимости $C = a \cdot n$, формула работы $A = w \cdot t$ и др.; формулы периметра и площади прямоугольника: $P = (a + b) \cdot 2$ и $S = a \cdot b$; периметра и площади квадрата: $P = 4 \cdot a$ и $S = a \cdot a$; объема прямоугольного параллелепипеда: $V = a \cdot b \cdot c$; объема куба: $V = a \cdot a \cdot a$ и др.);

• строить обобщенную формулу произведения $a = b \cdot c$, описывающую равномерные процессы;

• строить модели движения объектов на числовом отрезке, наблюдать зависимости между величинами, описывающими движение, строить формулы этих зависимостей;

• составлять и сравнивать несложные выражения с переменной, находить в простейших случаях их значения при заданных значениях переменной;

• применять зависимости между компонентами и результатами арифметических действий для сравнения выражений.

Учащийся получит возможность научиться:

• *создавать и представлять свой проект по истории развития представлений об измерении времени, об истории календаря, об особенностях юлианского и григорианского календарей и др.;*

• *наблюдать зависимости между переменными величинами с помощью таблиц, числового луча, выражать их в несложных случаях с помощью формул;*

• *самостоятельно строить шкалу с заданной ценой деления, координатный луч, строить формулу расстояния между точками координатного луча, формулу зависимости координаты движущейся точки от времени движения и др.;*

• *определять параметры движения (точка выхода, направление, скорость) по формулам вида $x = a + bt$, $x = a - bt$, выражающим зависимость координаты x движущейся точки от времени движения t.*

Алгебраические представления

Учащийся научится:

• записывать в буквенном виде свойства арифметических действий на множестве многозначных чисел;

• решать простые уравнения вида $a + x = b$, $a - x = b$, $x \cdot a = b$, $a \cdot x = b$, $a : x = b$, $x : a = b$ с комментированием по компонентам действий;

• решать составные уравнения, сводящиеся к цепочке простых (2 шага), и комментировать ход решения по компонентам действий;

• применять формулу деления с остатком $a = b \cdot c + r$, $r < b$ для проверки правильности выполнения данного действия на множестве многозначных чисел.

Учащийся получит возможность научиться:

• *читать и записывать выражения, содержащие 2—3 арифметических действия, начиная с названия последнего действия;*

• *самостоятельно выявлять и записывать в буквенном виде формулу деления с остатком $a = b \cdot c + r$, $r < b$;*

• *на основе общих свойств арифметических действий в несложных случаях:*

— определять множество корней нестандартных уравнений;

— упрощать буквенные выражения.

Математический язык и элементы логики

Учащийся научится:

• применять символическую запись многозначных чисел, обозначать их разряды и классы, изображать пространственные фигуры;

• распознавать, читать и применять новые символы математического языка: обозначение множества и его элементов, знаки $\in$, $\notin$, $\subset$, $\not\subset$, $\varnothing$, $\cup$, $\cap$.

• задавать множества свойством и перечислением их элементов;

• устанавливать принадлежность множеству его элементов, равенство и неравенство множеств, определять, является ли одно из множеств подмножеством другого множества;

• находить пустое множество, объединение и пересечение множеств;

• изображать с помощью диаграммы Эйлера–Венна отношения между множествами и их элементами, операции над множествами;

• различать высказывания и предложения, не являющиеся высказываниями;

• определять в простейших случаях истинность и ложность высказываний; строить простейшие высказывания с помощью логических связок и слов «верно/неверно, что...», «не», «если... то...», «каждый», «все», «найдется», «всегда», «иногда».

Учащийся получит возможность научиться:

• *обосновывать свои суждения, используя изученные в 3 классе правила и свойства, делать логические выводы;*

• *обосновывать в несложных случаях высказывания общего вида и высказывания о существовании, основываясь на здравом смысле;*

• *исследовать переместительное и сочетательное свойства объединения и пересечения множеств, записывать их с помощью математических символов и устанавливать аналогию этих свойств с переместительным и сочетательным свойствами сложения и умножения;*

• *решать логические задачи с использованием диаграмм Эйлера–Венна;*

• *строить (под руководством взрослого и самостоятельно) и осваивать приемы решения задач логического характера в соответствии с программой 3 класса.*

Работа с информацией и анализ данных

Учащийся научится:

• использовать таблицы для анализа, представления и систематизации данных; интерпретировать данные таблиц;

• классифицировать элементы множества по свойству;

• находить информацию по заданной теме в разных источниках (учебнике, справочнике, энциклопедии, контролируемом пространстве Интернета и др.);

• выполнять проектные работы по темам: «Из истории натуральных чисел», «Из истории календаря»; планировать поиск информации в справочниках, энциклопедиях, контролируемом пространстве Интернета; оформлять и представлять результаты выполнения проектных работ;

• выполнять творческие работы по теме: «Красота и симметрия в жизни»;

• работать в материальной и информационной среде начального общего образования (в том числе с учебными моделями) в соответствии с содержанием учебного предмета «Математика, 3 класс».

Учащийся получит возможность научиться:

• *выполнять под руководством взрослого внеклассные проектные работы, собирать информацию в литературе, справочниках, энциклопедиях, контролируемых интернет-источниках, представлять информацию, используя имеющиеся технические средства;*

• *пользуясь информацией, найденной в различных источниках, составлять свои собственные задачи по программе 3 класса, стать соавтором «Задачника 3 класса», в который включаются лучшие задачи, придуманные учащимися; составлять портфолио ученика 3 класса.*

Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение

Наименование объектов и средств материально-технического обеспечения	Примечания
Книгопечатная продукция	
Программа Л. Г. Петерсон. **Математика: программа начальной школы 1—4** «Учусь учиться» по образовательной системе деятельностного метода обучения.	В программе определены цели начального обучения математике, методологические основания их реализации с позиций непрерывности образовательного процесса между всеми ступенями обучения и способы достижения результатов образования, установленных ФГОС НОО. Рассмотрены структура содержания курса, технология и дидактические условия организации деятельности учащихся, основное содержание, тематическое и поурочное планирование с характеристикой основных видов деятельности учащихся, описано материально-техническое обеспечение.
Учебники Л. Г. Петерсон. **Математика «Учусь учиться». Учебник: 3 класс.** В 3 частях.	В учебниках представлена система учебных задач, направленных на формирование у учащихся универсальных учебных действий, определенных ФГОС НОО, и умения учиться в целом, развитие логического, алгоритмического и эвристического мышления, пространственного воображения и речи, воспитание интереса к учению, ответственности, самостоятельности и личностных качеств созидателя, творца.
Самостоятельные и контрольные работы Л. Г. Петерсон и др. **Самостоятельные и контрольные работы для начальной школы: 3 класс.** В 2 частях.	Пособия содержат тексты самостоятельных и контрольных работ для каждого года обучения, имеют 2 варианта. Самостоятельные работы носят обучающий характер, предназначены для выявления учащимися и коррекции своих индивидуальных затруднений при освоении учебного содержания курса. В них оценивается только индивидуальный успех. Контрольные работы позволяют выявить реальный уровень подготовки каждого учащегося по всем изучаемым разделам курса в сравнении с возрастной группой и определить наиболее эффективную индивидуальную траекторию его саморазвития.
Блок-тетради эталонов Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева. **Построй свою математику:** Блок-тетрадь эталонов для **3 класса.**	Пособие предназначено для организации самостоятельной учебной деятельности учащихся, работающих по курсу математики «Учусь учиться». Ориентировано на формирование универсальных учебных действий, развитие мышления, речи, самостоятельности, познавательного интереса, творческих способностей. Структурирует учебное содержание курса, способствует более глубокому и прочному его усвоению. Имеет форму печатной основы. Может использоваться в коллективной и индивидуальной работе с детьми. Последовательность расположения эталонов в пособии соответствует содержанию учебника.

Продолжение таблицы

Наименование объектов и средств материально-технического обеспечения	Примечания
Методологические основы курса 1. Л. Г. Петерсон. **Деятельностный метод обучения: образовательная система «Учусь учиться».**	В монографии описаны теоретические основы реализации системно-деятельностного подхода. Приведена технология деятельностного метода обучения (ТДМ), типология уроков и структура уроков всех основных типов, система дидактических принципов, обеспечивающая создание здоровьесберегающей информационно-образовательной среды при организации учебно-воспитательного процесса по ТДМ. Раскрыты подходы к диагностике результатов обучения и имеющиеся возможности качественного освоения учителями деятельностного метода обучения.
Методические пособия для учителя. Л. Г. Петерсон. **Математика: 3 класс. Методические рекомендации.**	В пособиях подробно описана система работы учителя по курсу математики «Учусь учиться»: психолого-педагогические основания организации образовательного процесса, обеспечивающего реализацию ФГОС НОО, структура содержания курса, цели и методики изучения всех разделов, поурочное планирование каждого раздела с указанием типов уроков по дидактической системе деятельностного метода обучения, приведены ответы и решения ко всем заданиям курса. Обеспечены вариантами сценариев всех уроков курса по ТДМ, демонстрационными и раздаточными материалами, презентациями в Power Point.
Сценарии уроков по технологии деятельностного метода 1. **Математика: 3 класс.** Сценарии уроков по технологии деятельностного метода. Под ред. Л. Г. Петерсон. 2. **Реализация деятельностного метода обучения на уроках по разным учебным предметам.** Под ред. Л. Г. Петерсон.	В пособиях представлен опыт работы учителей-экспериментаторов по реализации ТДМ на уроках по математике и другим учебным предметам. В сценариях подробно описан ход уроков по разным темам, приведены приемы включения детей в учебную деятельность, их ожидаемые ответы на вопросы, поставленные учителем, демонстрационные и раздаточные материалы к каждому уроку. Сценарии апробированы на экспериментальных площадках Института СДП. Могут быть полезны учителям-практикам, реализующим ТДМ, а также методистам и преподавателям педколледжей и педвузов при подготовке студентов к реализации ФГОС НОО.
Дополнительный надпредметный курс «Мир деятельности». Учебное пособие с наклейками и разрезными материалами Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева и др. **«Мир деятельности»:** 1—3 классы.	Надпредметный курс направлен на формирование у учащихся общих способов выполнения регулятивных, коммуникативных, познавательных и личностных УУД, определенных ФГОС. Курс апробирован в рамках экспериментальной деятельности Института СДП в Москве и регионах России. Может быть реализован в рамках учебного плана школы за счет школьного компонента, во второй половине дня (в школах полного дня) или в системе классных часов.

Продолжение таблицы

Наименование объектов и средств материально-технического обеспечения	Примечания
Программа надпредметного курса Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева. **Программа надпредметного курса «Мир деятельности»** по формированию общеучебных организационно-рефлексивных умений и связанных с ними способностей и личностных качеств у учащихся в общеобразовательной начальной школе 1—4.	В программе раскрыта целесообразность введения надпредметного курса для повышения эффективности формирования УУД, определенных ФГОС, приведены структура курса и проект его содержания для 1—4 классов общеобразовательной школы. Программа разработана для апробации на экспериментальных площадках Института СДП.
Методическое пособие для учителя Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева и др. **«Мир деятельности»:** **1—3 классы.** Методические рекомендации.	В методическом пособии описана система работы учителя по надпредметному курсу «Мир деятельности», психолого-педагогические основания организации образовательного процесса, структура содержания курса, цели и методики изучения всех разделов, поурочное планирование, приведены варианты сценариев проведения всех уроков курса, система диагностики УУД. Пособие обеспечено демонстрационными материалами, электронными дисками с материалами для распечатки, презентациями в Power Point, электронной системой обработки результатов диагностики УУД.
Компьютерные и информационно-коммуникативные средства	
Демонстрационные таблицы Л. Г. Петерсон. **Математика. Комплект таблиц для начальной школы: 3 класс** (В печати.)	Комплект включает в себя эталоны по всем разделам курса математики «Учусь учиться», соответствующие эталонам пособия «Построй свою математику». Раскрывает смысл всех арифметических действий, приемы вычислений, структуры текстовых задач, изучаемые правила, способы действий и алгоритмы. Позволяет создать наглядную опору для организации учебной деятельности детей в классе.
Компьютерные и информационно-коммуникативные средства	
CD-диски «Электронное приложение». В. А. Петерсон, М. А. Кубышева. **Электронное приложение к учебникам математики Л. Г. Петерсон. 3 класс.**	Компьютерная программа-эксперт, дающая объективные, статистически достоверные сведения об уровне усвоения каждым учащимся и классом в целом всех разделов курса математики «Учусь учиться», а также по динамике изменения уровня успешности каждого учащегося и класса в сравнении с возрастной группой. Соответствует системе контроля знаний по учебным пособиям «Самостоятельные и контрольные работы для начальной школы» автора Л. Г. Петерсон. Позволяет оптимальным образом построить индивидуальную траекторию развития каждого учащегося и всего класса.

Окончание таблицы

Наименование объектов и средств материально-технического обеспечения	Примечания
Сценарии уроков к учебникам математики для начальной школы по программе «Учусь учиться»: 3 класс. Под ред. Л. Г. Петерсон.	Сценарии уроков подробно описывают варианты организации учебной деятельности учащихся на каждом уроке по курсу математики «Учусь учиться». Содержат описание целей уроков, приемов организации самостоятельного открытии детьми нового знания, коррекции собственных ошибок, рефлексии деятельности на уроке. В сценарии включены демонстрационные и раздаточные материалы к каждому уроку, презентации в Power Point.
Технические средства обучения	
1. Классная доска с набором приспособлений для крепления таблиц. 2. Магнитная доска. 3. Экспозиционный экран. 4. Персональный компьютер. 5. Мультимедийный проектор. 6. Ксерокс. 7. Цифровая фотокамера. 8. Цифровая видеокамера со штативом.	Размер не менее 150 × 150 см.
Учебно-практическое и учебно-лабораторное оборудование	
1. Наборы счетных палочек. 2. Наборы муляжей овощей и фруктов. 3. Набор предметных картинок. 4. Наборное полотно. 5. Набор, содержащий геометрические тела: куб, шар, конус, прямоугольный параллелепипед, пирамиду, цилиндр. 6. Демонстрационная оцифрованная линейка. 7. Демонстрационный чертежный угольник. 8. Демонстрационный циркуль. 9. Палетка.	

Примерное поурочное планирование
3 класс

4 ч в неделю, всего 136 ч[2]

№ уроков по плану	№ уроков по учебнику	Тема	Тип урока
I четверть (36 часов)			
«Математика–3, часть I»			
1—2	2 класс	Повторение.	Р
3	1	Множество и его элементы.	ОНЗ
4	2	Способы задания множеств.	ОНЗ
5	3	Равные множества. Пустое множество.	ОНЗ
6	4	Решение задач.	Р
7	5	Диаграмма Эйлера–Венна. Знаки $\in$ и $\notin$.	ОНЗ
8	6	Решение задач.	Р
9	7	Подмножество. Знаки $\subset$ и $\not\subset$.	ОНЗ
10	8	Задачи на приведение к единице.	ОНЗ
11	9	Решение задач.	Р
12	10	Пересечение множеств. Знак $\cap$.	ОНЗ
13	12	Решение задач.	Р
14	13	Обратные задачи на приведение к единице.	ОНЗ
15	14	Объединение множеств. Знак $\cup$.	ОНЗ
16	15	Решение задач.	Р
17	16	Умножение чисел в столбик: $24 \cdot 8$.	ОНЗ
18	19	Решение задач.	Р
19—20	***1–19***	***Контрольная работа № 1***	***РК***
21–22	20–21	Выполнение проектных работ по теме: «Из истории натуральных чисел».	ОНЗ
23	22	Многозначные числа.	ОНЗ
24	23	Сравнение натуральных чисел.	ОНЗ
25	24	Решение задач.	Р
26	25	Сумма разрядных слагаемых.	ОНЗ
27	26	Сложение и вычитание многозначных чисел.	ОНЗ
28	27	Решение задач.	Р
29	28	Преобразование единиц счета.	ОНЗ
30	29	Решение задач.	Р
31	30	Свойства действий с многозначными числами.	ОНЗ
32	31	Решение задач.	Р
33	32	Решение задач.	Р
34—35	***20–32***	***Контрольная работа № 2***	***РК***
36	33	Умножение чисел на 10, 100, 1000...	ОНЗ
II четверть (26 часов)			
37	34	Умножение круглых чисел.	ОНЗ

[2] При 5 ч в неделю дополнительные уроки используются для уроков рефлексии, организации творческой, исследовательской и проектной работы учащихся.

Продолжение таблицы

№ уроков по плану	№ уроков по учебнику	Тема	Тип урока
38	35	Решение задач.	Р
39	36	Деление чисел на 10, 100, 1000...	ОНЗ
40	37	Деление круглых чисел.	ОНЗ
41	38	Решение задач.	Р
42	39	Единицы длины.	ОНЗ
43	40	Решение задач.	Р
44	41	Единицы массы.	ОНЗ
45	42	Решение задач.	Р
46	43	Решение задач.	Р
47—48	***33—43***	***Контрольная работа № 3***	***РК***
«Математика—3, часть II»			
49	1	Умножение на однозначное число.	ОНЗ
50	2	Умножение круглых чисел в столбик.	ОНЗ
51	3	Решение задач.	Р
52	4	Нахождение чисел по их сумме и разности.	ОНЗ
53	5	Решение задач.	Р
54	6	Деление на однозначное число углом.	ОНЗ
55	7	Решение задач.	Р
56	8	Деление на однозначное число углом: 312 : 3	ОНЗ
57	9	Деление на однозначное число углом: 460 : 2.	ОНЗ
58	10	Решение задач.	Р
59	11	Деление круглых чисел углом (без остатка).	ОНЗ
60	12	Решение задач.	Р
61	13	Деление круглых чисел (с остатком).	ОНЗ
62	1—13	Решение задач.	Р
III четверть (46 часов)			
63	14	Решение задач.	Р
64—65	***1—14***	***Контрольная работа № 4***	***РК***
66	15	Перемещение фигур на плоскости.	ОНЗ
67	16	Симметрия относительной прямой.	ОНЗ
68	17	Построение симметричных фигур.	ОНЗ
69	18	Симметрия фигуры.	ОНЗ
70	19	Решение задач.	Р
71	20	Решение задач.	Р
72	21	Меры времени. Календарь.	ОНЗ
73	22	Таблица мер времени.	ОНЗ
74	23	Решение задач.	Р
75	24	Меры времени: час, минута, секунда.	ОНЗ
76	25	Часы.	ОНЗ
77	26	Решение задач.	Р

Продолжение таблицы

№ уроков по плану	№ уроков по учебнику	Тема	Тип урока
78	27	Преобразование единиц времени.	ОНЗ
79	28	Решение задач.	Р
80	29	Переменная.	ОНЗ
81	30	Выражение с переменной.	ОНЗ
82	31	Верно и неверно. Высказывания.	ОНЗ
83	32	Равенство и неравенство.	ОНЗ
84	33	Решение задач.	Р
85	34	Уравнения.	ОНЗ
86	35	Упрощение записи уравнений.	ОНЗ
87	36	Составные уравнения.	ОНЗ
88	37	Решение задач.	Р
89—90	***15—37***	***Контрольная работа № 5***	***РК***
91	38	Формулы.	ОНЗ
92	39	Формулы объема прямоугольного параллелепипеда.	ОНЗ
93	40	Решение задач.	Р
94	41	Формула деления с остатком.	ОНЗ
95	42	Решение задач.	Р
«Математика—3, часть III»			
96	1	Скорость, время, расстояние.	ОНЗ
97	2	Формула пути.	ОНЗ
98	3	Решение задач.	Р
99	4	Формулы зависимостей между величинами.	ОНЗ
100	5	Формулы зависимостей между величинами.	ОНЗ
101	6	Решение задач.	Р
102	7	Задачи на движение.	ОНЗ
103	8	Задачи на движение.	Р
104	9	Решение задач.	Р
105	10	Решение задач.	Р
106	11	Решение задач.	Р
107—108	***38—42, 1—11***	***Контрольная работа № 6***	***К***
109	12	Умножение на двузначное число.	ОНЗ
IV четверть (28 часов)			
110	13	Формула стоимости.	ОНЗ
111	14	Решение задач.	Р
112	15	Умножение круглых многозначных чисел.	ОНЗ
113	16	Задачи на стоимость.	ОНЗ
114	17	Решение задач.	Р
115	18	Умножение на трехзначное число.	ОНЗ
116	19	Умножение на трехзначное число: $312 \cdot 201$.	ОНЗ

Окончание таблицы

№ уроков по плану	№ уроков по учебнику	Тема	Тип урока
117	20	Решение задач.	Р
118	21	Формула работы.	ОНЗ
119	22	Задачи на работу.	ОНЗ
120	23	Решение задач.	Р
121—122	***12—23***	***Контрольная работа № 7***	***РК***
123	24	Формула произведения.	ОНЗ
124	25	Решение задач.	Р
125	26	Способы решения составных задач.	ОНЗ
126	27	Решение задач.	Р
127	28	Умножение многозначных чисел.	ОНЗ
128—129	***24—28***	***Контрольная работа № 8***	***РК***
130—136	***Задачи на повторение***	Повторение ***Переводная и итоговая контрольные работы***	Р ***К***

Примерное поурочное планирование
3 класс

5 ч в неделю, всего 170 ч

№ уроков по плану	№ уроков по учебнику	Тема	Тип урока
I четверть (36 часов)			
«Математика—3, часть I»			
1—4	2 класс	Повторение.	Р
5	1	Множество и его элементы.	ОНЗ
6	2	Способы задания множеств.	ОНЗ
7	3	Равные множества. Пустое множество.	ОНЗ
8	4	Решение задач.	Р
9	5	Диаграмма Эйлера—Венна. Знаки $\in$ и $\notin$.	ОНЗ
10	6	Решение задач.	Р
11	7	Подмножество. Знаки $\subset$ и $\not\subset$.	ОНЗ
12	8	Задачи на приведение к единице.	ОНЗ
13	9	Решение задач.	Р
14	10	Пересечение множеств. Знак $\cap$.	ОНЗ
15	11	Свойства пересечения множеств*.	ОНЗ
16	12	Решение задач.	Р
17	13	Обратные задачи на приведение к единице.	ОНЗ
18	14	Объединение множеств. Знак $\cup$.	ОНЗ
19	15	Решение задач.	Р
20	16	Умножение чисел в столбик: $24 \cdot 8$.	ОНЗ
21	17	Свойства объединения множеств*.	ОНЗ
22	18	Разбиение множеств на части*.	ОНЗ

Продолжение таблицы

№ уроков по плану	№ уроков по учебнику	Тема	Тип урока
23	19	Решение задач.	Р
24—25	***1—19***	***Контрольная работа № 1***	***РК***
26—27	20—21	Выполнение проектных работ по теме: «Из истории натуральных чисел».	ОНЗ
28	22	Многозначные числа.	ОНЗ
29	23	Сравнение натуральных чисел.	ОНЗ
30	24	Решение задач.	Р
31	25	Сумма разрядных слагаемых.	ОНЗ
32	26	Сложение и вычитание многозначных чисел.	ОНЗ
33	27	Решение задач.	Р
34	28	Преобразование единиц счета.	ОНЗ
35	29	Решение задач.	Р
36—42		Резерв.	
II четверть (36 часов)			
43	30	Свойства действий с многозначными числами.	ОНЗ
44	31	Решение задач.	Р
45	32	Решение задач.	Р
46—47	***20—32***	***Контрольная работа № 2***	***РК***
48	33	Умножение чисел на 10, 100, 1000...	ОНЗ
49	34	Умножение круглых чисел.	ОНЗ
50	35	Решение задач.	Р
51	36	Деление чисел на 10, 100, 1000...	ОНЗ
52	37	Деление круглых чисел.	ОНЗ
53	38	Решение задач.	Р
54	39	Единицы длины.	ОНЗ
55	40	Решение задач.	ОНЗ
56	41	Единицы массы.	ОНЗ
57	42	Решение задач.	Р
58	43	Решение задач.	Р
59—60	***33—43***	***Контрольная работа № 3***	***РК***
«Математика−3, часть 2»			
61	1	Умножение на однозначное число.	ОНЗ
62	2	Умножение круглых чисел в столбик.	ОНЗ
63	3	Решение задач.	Р
64	4	Нахождение чисел по их сумме и разности.	ОНЗ
65	5	Решение задач.	Р
66	6	Деление на однозначное число углом.	ОНЗ
67	7	Решение задач.	Р
68	8	Деление на однозначное число углом: 312 : 3.	ОНЗ
69	9	Деление на однозначное число углом: 460 : 2.	ОНЗ

Продолжение таблицы

№ уроков по плану	№ уроков по учебнику	Тема	Тип урока
70	10	Решение задач.	Р
71	11	Деление круглых чисел углом.	ОНЗ
72	12	Решение задач.	Р
73—78		Резерв.	
III четверть (52 часа)			
79	13	Деление круглых чисел с остатком.	ОНЗ
80	14	Решение задач.	Р
81—82	***1—14***	***Контрольная работа № 4***	***РК***
83	15	Преобразование фигур.	ОНЗ
84	16	Симметрия относительно прямой.	ОНЗ
85	17	Построение симметричных фигур.	ОНЗ
86	18	Симметрия фигуры.	ОНЗ
87	19	Решение задач.	Р
88	20	Решение задач.	Р
89	21	Меры времени. Календарь.	ОНЗ
90	22	Таблица мер времени.	ОНЗ
91	23	Решение задач.	Р
92	24	Меры времени: час, минута, секунда.	ОНЗ
93	25	Часы.	ОНЗ
94	26	Решение задач.	Р
95	27	Преобразование единиц времени.	ОНЗ
96	28	Решение задач.	Р
97	29	Переменная.	ОНЗ
98	30	Выражение с переменной.	ОНЗ
99	31	Верно и неверно. Высказывания.	ОНЗ
100	32	Равенство и неравенство.	ОНЗ
101	33	Решение задач.	Р
102	34	Уравнения.	ОНЗ
103	35	Упрощение записи уравнений.	ОНЗ
104	36	Составные уравнения.	ОНЗ
105	37	Решение задач.	Р
106—107	***15—37***	***Контрольная работа № 5***	***РК***
108	38	Формулы.	ОНЗ
109	39	Формулы объема прямоугольного параллелепипеда.	ОНЗ
110	40	Решение задач.	Р
111	41	Формула деления с остатком.	ОНЗ
112	42	Решение задач.	Р
«Математика−3, часть 3»			
113	1	Скорость, время, расстояние.	ОНЗ

Окончание таблицы

№ уроков по плану	№ уроков по учебнику	Тема	Тип урока
114	2	Формула пути.	ОНЗ
115	3	Решение задач.	Р
116	4	Формулы зависимостей между величинами.	ОНЗ
117	5	Формулы зависимостей между величинами.	ОНЗ
118	6	Решение задач.	Р
119	7	Задачи на движение.	ОНЗ
120	8	Задачи на движение.	Р
121—130		Резерв.	
131	9	Решение задач.	Р
132	10	Решение задач.	Р
133	11	Решение задач.	Р
134—135	***38–42, 1—11***	***Контрольная работа № 6***	***РК***
136	12	Умножение на двузначное число.	ОНЗ
137	13	Формула стоимости.	ОНЗ
138	14	Решение задач.	Р
139	15	Умножение круглых многозначных чисел.	ОНЗ
140	16	Задачи на стоимость.	ОНЗ
141	17	Решение задач.	Р
142	18	Умножение на трехзначное число.	ОНЗ
143	19	Умножение на трехзначное число: $312 \cdot 201$.	ОНЗ
144	20	Решение задач.	Р
145	21	Формула работы.	ОНЗ
146	22	Задачи на работу.	ОНЗ
147	23	Решение задач.	Р
148—149	***12–23***	***Контрольная работа № 7***	***РК***
150	24	Формула произведения.	ОНЗ
151	25	Решение задач.	Р
152	26	Способы решения составных задач.	ОНЗ
153	27	Решение задач.	Р
154	28	Умножение многозначных чисел.	ОНЗ
155—156	***24–28***	***Контрольная работа № 8***	***РК***
157–170	***Задачи на повторение***	Повторение ***Переводная и итоговая контрольные работы***	Р ***К***

МАТЕМАТИКА–3, часть 1

К началу 3 класса учащиеся освоили нумерацию трехзначных чисел, сложение и вычитание в пределах 1000, выучили таблицу умножения, научились решать примеры на порядок действий, простейшие уравнения всех видов ($a + x = b$, $a - x = b$, $x - a = b$, $a \cdot x = b$, $a : x = b$, $x : a = b$), простые задачи на все 4 арифметических действия, задачи на разностное и кратное сравнение и некоторые виды составных задач (с числовыми и буквенными данными). Были рассмотрены деление с остатком, внетабличное умножение и деление в пределах 100, а также сводящиеся к нему случаи умножения и деления в пределах 1000.

Важнейшей задачей освоения математического содержания становится теперь отработка и доведение до уровня автоматизированного навыка изученных приемов устных и письменных вычислений. Параллельно с этим дети знакомятся с понятиями множества и его элементов, рассматривают операции объединения и пересечения множеств и их свойства, знакомятся с теоретико-множественной символикой. Серьезное внимание уделяется раскрытию аналогии между действиями с множествами и действиями с числами, которая помогает осмыслить процесс исторического развития понятия числа, связать происхождение чисел и действий с ними с жизненно важными практическими задачами сложения и вычитания множеств объектов.

Вопросы исторического развития различных систем счета и записи чисел достаточно подробно рассматриваются не только во внеклассной работе, но и на уроках. Эти уроки призваны способствовать формированию у учащихся представлений о математическом методе исследования реального мира, развитию у них познавательного интереса. Здесь же мотивируется дальнейшее изучение нумерации многозначных чисел и действий с ними, которое непосредственно следует за изучением множеств.

Знания, умения и навыки учащихся по учебнику «Математика, 3 класс», часть 1

Уметь на автоматизированном уровне складывать и вычитать числа в пределах 20, выполнять табличное умножение и деление.

Уметь на уровне навыка складывать, вычитать, умножать и делить числа в пределах 100 и в случаях, сводящихся к ним (сложение и вычитание по частям и по разрядам; внетабличное умножение и деление; деление с остатком; умножение и деление на 10 и на 100).

Уметь читать, записывать и сравнивать многозначные числа, знать их десятичный состав и порядок следования в натуральном ряду.

Уметь применять правило порядка действий в выражениях, содержащих 3—4 действия (со скобками и без них).

Уметь использовать переместительное, сочетательное и распределительное свойства сложения и умножения для упрощения вычислений.

Знать названия компонентов действий.

Знать изученные единицы измерения длины, площади, объема и массы. Уметь выполнять перевод из одних единиц измерения в другие, действия с именованными числами.

Уметь решать задачи с пропорциональными величинами, основываясь на смысле умножения и деления.

Уметь решать простые уравнения на сложение и вычитание ($a + x = b$, $a - x = b$, $x - a = b$) с комментированием по компонентам действий.

Уметь решать простые уравнения на умножение и деление ($a \cdot x = b$, $a : x = b$, $x : a = b$) с комментированием по компонентам действий.

Уметь задавать множества перечислением и свойством, устанавливать принадлежность множеству его элементов, включение множеств. Уметь обозначать элементы множеств на диаграмме Эйлера–Венна, находить объединение и пересечение множеств, использовать для краткой записи предложений теоретико-множественную символику (знаки $\in$, $\notin$, $\subset$, $\not\subset$, $\cap$, $\cup$).

Уметь чертить с помощью циркуля и линейки отрезок, прямую, луч, окружность, находить их пересечение.

Уметь измерять длину отрезка и строить отрезок по его длине. Уметь находить периметр многоугольника по заданным длинам его сторон и с помощью измерений.

Уметь строить на клетчатой бумаге квадрат и прямоугольник, вычислять площадь прямоугольника и площадь фигур, составленных из прямоугольников.

Параллельно с изучением множеств повторяется и закрепляется материал, изученный ранее: приемы устных и письменных вычислений, решение текстовых задач, уравнений, решение примеров на порядок действий, свойства арифметических действий, геометрический материал и т.д. Соответствующие примеры включаются **в каждый урок** на этапах актуализации знаний (если задания на повторение вписываются в подготовку детей к этапу «открытия» нового знания), первичного закрепления, повторения. Формы работы могут быть самыми разнообразными: коллективный диалог, математический диктант, работа в парах, группах, игра, соревнование и т.д. Одновременно идет подготовка детей к изучению нового материала на последующих уроках.

Результаты обучения (РО)
(Математика–3, часть 1)

1) Продолжи ряд: а) 4867; 4868; 4869, ... б) 25796, 25797, 25798, ... в) 0, 14, 28, 42, ...

2) Назови 2 элемента множества рыб. Принадлежит ли этому множеству стрекоза?

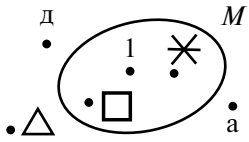
3) Запиши с помощью фигурных скобок множество двузначных чисел, оканчивающихся цифрой 4.

4) Верно ли записано равенство?

{а; б; в} = {в; а; б} да, нет
{а; б; в} = {в; б; д} да, нет
{а; б; в} = {а; б; в; д} да, нет

5) Используя диаграмму множества M, запиши с помощью знаков $\in$ и $\notin$, какие элементы принадлежат множеству M, а какие ему не принадлежат.

1 ... M д ... M △ ... M
□ ... M ✳ ... M а ... M



6) A = {1; 2; 3; 4; 5}, B = {2; 4}. Нарисуй диаграмму множеств A и B и отметь на ней элементы этих множеств. Какое из множеств является подмножеством другого? Сделай запись, используя знак $\subset$.

7) C = {3; ◯; △; е}, D = {2; △; д; е}. Запиши с помощью фигурных скобок пересечение этих множеств. Построй диаграмму множеств С и D и обведи на ней цветным карандашом множество С $\cap$ D.

8) E = {а; с; ☆; 4}, F = {с; 4; △}. Запиши с помощью фигурных скобок объединение этих множеств. Построй диаграмму множеств E и F и обведи на ней цветным карандашом множество $E \cup F$.

9) Прочитай числа: 7604, 7460, 7046, 34 800, 45 080, 426 937, 300 408. Что обозначает цифра 4 в их записи?

10) Запиши цифрами числа:

4 тыс. 315 ед.	329 тыс.	56 тыс. 6 ед.
18 тыс. 746 ед.	7 тыс. 82 ед.	207 тыс. 300 ед.

11) Назови «соседей» числа: 3624; 40 299; 287 900.

12) Сравни:

8319 ☐ 40 000	100 000 ☐ 9999	32 716 ☐ 32 760

13) Представь число в виде суммы разрядных слагаемых: а) 3207; б) 20 540.

14) Вычисли:

2731 + 5 046	364 920 + 23 216	218 + 4904 + 566
8278 − 3 526	538 940 − 12 005	7325 − (87 + 2836)

15) Вычисли:

32 · 1000	900 · 7	150 · 50
730 · 100	60 · 8000	20 · 39
9200 : 10	3600 : 6	540 : 20
36 000 : 1000	28 000 : 7000	7600 : 3800

16) Составь программу действий и вычисли:

а) 36 : (9 : 1) + (18 − 7 · 0) : 6

б) 7 · (6 + 0 : 2) − (45 : 9) · 8

17) Составь все возможные равенства из чисел: а) 25, 15, 40; б) 12, 5, 60.

18) Реши уравнения:

$24 \cdot x = 72$	$84 : x = 7$	$x - 207 = 5320$
$360 + x = 2964$	$8368 - x = 4017$	$x : 320 = 10$

19) Вырази:

а) в сантиметрах: 8 дм 6 см, 5 м 63 см, 7 м 9 дм, 4 м 3 дм 7 см, 8 м, 7 м 9 см;

б) в сантиметрах и миллиметрах: 92 мм, 306 мм, 514 мм;

в) в километрах и метрах: 5893 м, 6070 м, 9004 м, 38 200 м;

г) в граммах: 6 кг, 3 кг 425 г, 1 кг 5 г, 128 кг, 25 кг 300 г, 2 кг 20 г;

д) в килограммах: 4 ц, 36 ц 9 кг, 5 т 12 кг, 2 ц 37 кг, 8 т 260 кг, 42 000 г;

е) в тоннах: 8000 кг, 300 ц, 94 000 кг.

20) Сравни:

$98 + a$ ☐ $89 + a$	$x \cdot 7 - x$ ☐ $x \cdot 6$	25 кг ☐ 8 ц
$75 : b$ ☐ $72 : b$	$(a + b) \cdot 3$ ☐ $a + b \cdot 3$	4 кг 6 г ☐ 408 г
$c - 36$ ☐ $c - 34$	$(m + n) + k$ ☐ $m + (n + k)$	1 км ☐ 916 м

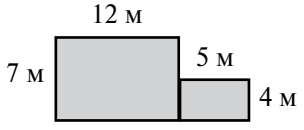
21) Выполни действия: а) 3 дм 8 мм − 6 см 4 мм; б) 2 т 36 кг + 7 ц 19 кг.

22) Начерти отрезок *AB* и отметь на нем точку *C*. Измерь отрезки *AB* и *AC*.

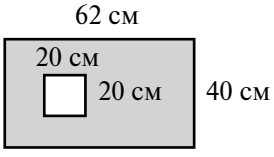
23) Начерти отрезок *MT* = 2 см 8 мм и отметь на нем точки *K* и *B* так, чтобы точка *B* лежала между точками *M* и *K*.

24) Найди площадь фигуры:

а)



б)



25) Площадь прямоугольника 120 дм^2, а его длина 12 дм. На сколько дециметров ширина прямоугольника меньше длины?

26) а) За 5 шариков заплатили 45 руб. Сколько рублей надо заплатить за 8 таких шариков?

б) В 4 одинаковых банках 12 л молока. Сколько таких банок понадобится, чтобы разлить в них 27 л молока?

27) С первого поля собрали 36 т капусты, со второго поля — в 2 раза больше, чем с первого, а с третьего поля — на 14 т больше, чем с первого. Сколько тонн капусты собрали с этих трех полей?

28) Составь выражения:

а) В одном классе *a* учеников, а в другом на 3 ученика больше. Сколько учеников в этих двух классах?

б) В одном классе *b* учеников, а в другом *c* учеников. В этих классах всего *n* девочек. Сколько мальчиков в этих классах?

в) В первом кинотеатре *x* мест, а во втором в 2 раза меньше. На сколько мест в первом кинотеатре больше, чем во втором?

г) В первом автобусе *y* пассажиров, а во втором на 12 пассажиров меньше. Во сколько раз во втором автобусе меньше пассажиров, чем в первом?

Множество и его элементы

Основные цели:

1) Познакомить учащихся с понятиями «множество» и «элемент множества».

2) Повторить решение простых уравнений на сложение и вычитание, правило порядка действий, решение текстовых задач.

Знакомство с множествами и операциями над ними имеет важное значение для дальнейшего изучения многих вопросов школьной программы по математике и вместе с тем способствует интенсивному развитию мыслительных операций и речи учащихся: дети постоянно должны сравнивать объекты, выявлять в них сходство и различие, классифицировать, строить обобщения, выражать в речи и обосновывать наблюдаемые свойства и отношения.

Изучение множеств подготовлено изучением в 1 классе свойств совокупностей предметов и действий с ними. Этот материал здесь как бы повторяется на новом, более высоком уровне. Однако следует иметь в виду, что множества и рассмотренные ранее «мешки» (мультимножества) имеют некоторое отличие, о котором будет сказано ниже. Заострять внимание детей на этом вопросе не стоит. Задания в учебнике подобраны так, что вопрос этот не встает. Однако, если дети все же обратят на него внимание, можно им пояснить это различие на конкретном примере.

Итак, что же такое «множество»? В науке и повседневной жизни часто приходится рассматривать совокупности некоторых объектов как единое целое: армия, флот, бригада, класс, род и вид животных, коллекция и т.д. Для математического описания таких совокупностей и было введено понятие **множества**. Можно говорить о множестве книг в библиотеке, множестве зрителей в кинотеатре, множестве точек прямой, множестве кругов на плоскости, множестве решений уравнения, множестве хищных животных, множестве парнокопытных, ластоногих и т.д. Таким образом, термин «множество», в отличие от всех других слов, выражающих идею объединения объектов (сервиз, табун, эскадра, стая, команда, батальон и т.д.), может применяться к объектам любой природы. Объекты, собранные в множество, называют **элементами** множества.

Раскрывая смысл термина «множество», один из создателей теории множеств, немецкий ученый Георг Кантор (1845—1918) писал: «Множество есть многое, мыслимое нами как единое».

Однако эти слова не могут рассматриваться как строгое математическое определение множества. Такого определения вообще не существует, поскольку понятия «множество» и «элемент» считаются основными математическими понятиями (как в геометрии понятия точки, прямой, плоскости) и не сводятся к другим понятиям путем формального определения. Они лишь поясняются на примерах так, чтобы их можно было однозначно применять (***№* 1—9**, ***стр.* 3—4**).

Рассматривая взаимосвязи множества и его элементов, надо обратить внимание детей на то, что составные части элементов, вообще говоря, не являются элементами рассматриваемого множества. Например, нос ученика не является элементом множества учеников, корни деревьев не являются элементами множества деревьев и т.д.

В отличие от «мешков» (мультимножеств) равные (совпадающие, тождественные) элементы в множествах не повторяются (один предмет в одном множестве является элементом только один раз, даже если он повторяется несколько раз). Например, в слове МАТЕМАТИКА пять гласных: А, Е, А, И, А. Но в то же время гласный звук А тождествен другому гласному звуку А. Поэтому говорят, что множество гласных в слове МАТЕМАТИКА состоит из 3 элементов: А, Е, И. Точно так же множество букв в слове МАМА состоит из двух элементов: М, А.

Работу по изучению нового материала на уроке можно организовать так.

В ***№ 1, стр. 3*** учащиеся подбирают названия для различных объединений объектов: коллекция марок, набор карандашей, стая птиц, чайный сервиз, букет цветов, стадо коров. Учитель спрашивает, можно ли эти названия использовать для других объединений предметов, т. е. сказать, например: букет карандашей, сервиз коров и т.д. Выясняется, что нет. Тогда перед детьми ставится *проблема*: подобрать слово, которым можно обозначить объединение любых предметов. Дети предлагают свои варианты. В завершение обсуждения учитель знакомит их с общепринятым в математике термином «множество», выражающим идею объединения предметов в «*единое целое*». Можно сказать: множество марок, множество карандашей, множество птиц и т.д.

Определенную трудность при введении понятия множества представляет то, что этот термин ассоциируется у детей со словом «много», в то время как «*множество*» должно мыслиться как синоним слова «*вместе*». Поэтому очень важно с самого начала сопоставить эти два слова: «***множество***» — «***вместе***», подчеркнув тем самым существенный признак множеств — объединение в единое целое.

В ***№ 2***, ***стр. 3*** учащиеся подбирают общепринятые названия различных множеств: *отара* овец, *табун* лошадей, *рой* пчел, *команда* футболистов, *эскадра* кораблей.

В ***№ 3***, ***стр. 4*** решается обратная задача: обозначить объединение различных объектов с помощью термина «множество»:

Хор — множество людей, поющих *вместе*.

Оркестр — множество людей, играющих *вместе* на различных музыкальных инструментах.

Бригада — множество людей, работающих *вместе*.

Класс — множество детей, которые *вместе* учатся.

Коллекция — множество предметов, собранных *вместе* по некоторому признаку.

Библиотека — множество книг, собранных *вместе*.

В заданиях ***№ 4—9***, ***стр. 4*** закрепляется и отрабатывается понятие множества и его элементов. Приведем примеры возможных ответов учеников к некоторым из этих заданий.

№ 4, стр. 4.

— Васильева Оля и Петров Антон являются элементами множества учеников класса. Их портфели этому множеству не принадлежат.

№ 5, стр. 4.

— Моя семья состоит из папы, мамы, брата Олега и меня. Я принадлежу множеству членов моей семьи, а мой друг — нет.

№ 6, стр. 4.

Учащиеся должны обвести замкнутой линией множество детей и множество взрослых, назвать элементы этих множеств и ответить на поставленные вопросы: объяснить, почему Петю, когда он вырастет, будут звать Петром Ивановичем, а Аню — Анной Ивановной и т.д.

№ 8, стр. 4.

Роза, фиалка, гвоздика, василек, тюльпан — это *цветы*. Ромашка тоже принадлежит множеству цветов, а сосна, баран, шипы от розы этому множеству не принадлежат.

Аналогичные рассуждения проводятся в ***№ 7, стр. 4*** для множества деревьев и в ***№ 9, стр. 4*** для множества плодов.

В ***№ 10, стр. 5*** понятие множества связывается с решением текстовых задач. Дети повторяют смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение. При этом они устанавливают, что ласточка, стриж и пингвины — это элементы множества птиц, сосна и ель — элементы множества деревьев, а скалярии — элементы множества рыб.

№ 11, стр. 5.

Описание методики: в этом задании нужно подметить закономерность (первое слагаемое постоянное, второе — увеличивается на 10), значит, значение суммы также будет изменяться на 10 в сторону увеличения. Достаточно вычислить значение первого выражения (32 + 8 = 40), все остальные значения получаются по принципу увеличения предыдущего значения на 10.

В ***№ 12, стр. 5*** дети вспоминают решение задач на взаимосвязь между частью и целым. Как обычно, их внимание обращается на анализ задачи:

900

шапка	правый карман	левый карман	правая ладонь	левая ладонь	осталось
186	215	74	125	68	?

— Известно, что... Надо найти...

Чтобы ответить на вопрос задачи, можно из всех монет вычесть те монеты, которые пирату удалось унести. (Ищем часть.) Число всех монет известно — 900. *Чтобы узнать, сколько монет пират унес, надо сложить все деньги, которые он положил в шапку, карманы, взял в руки, а затем вычесть полученное число из* 900.

$$1)\quad \begin{array}{r} {\scriptstyle 2\ 2} \\ 1\,8\,6 \\ 2\,1\,5 \\ +\ \ 7\,4 \\ 1\,2\,5 \\ 6\,8 \\ \hline 6\,6\,8 \end{array}\ \text{(м.) — унес пират}$$

$$2)\quad \begin{array}{r} \bullet\ {\scriptstyle 9\ 10} \\ -\ 9\,0\,0 \\ 6\,6\,8 \\ \hline 2\,3\,2 \end{array}\ \text{(м.) — осталось}$$

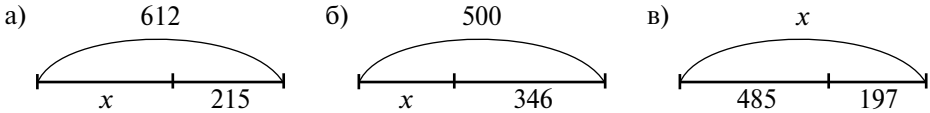
Ответ: осталось 232 монеты.

В процессе вычисления суммы в первом столбике надо обратить внимание детей на приемы рациональных вычислений. Число единиц и десятков удобно подсчитывать так:

$$(\underbrace{6 + 4}_{10}) + (\underbrace{5 + 5}_{10}) + 8 = 28, \quad (\underbrace{2 + 8}_{10}) + (\underbrace{1 + 7 + 2}_{10}) + 6 = 26.$$

В ***№ 13, стр. 5*** повторяется решение уравнений вида $a \pm x = b$, $x \pm a = b$. С целью развития математической речи детей комментирование целесообразно проводить ***по компонентам действий*** — т. е. с проговариванием того, какие дей-

ствия и над какими компонентами выполняются. В случае необходимости решение можно проиллюстрировать с помощью схем-отрезков на основе взаимосвязи «часть — целое».



Здесь же повторяется алгоритм сложения и вычитания трехзначных чисел.

№ 14, стр. 5.

Задание выполняется в тетрадях. Вначале по общему правилу определяется порядок действий. Затем на основании перестановочности операций выделяются блоки. В завершение подсчитываются значения выражений в блоках и находится ответ. Запись прежняя:

а) $\boxed{21 \overset{2}{:} 3 \overset{3}{\cdot} 6} \overset{5}{-} \boxed{(18 \overset{1}{+} 14) \overset{4}{:} 8} = 42 - 4 = 38$

7 42 32 4

б) $\boxed{63 \overset{4}{:} (3 \overset{1}{\cdot} 3)} \overset{6}{+} \boxed{(8 \overset{2}{\cdot} 7 \overset{3}{-} 2) \overset{5}{:} 6} = 7 + 9 = 16$

7 9 56 54 9

Если позволит время, можно, как и на предыдущих этапах обучения, предложить детям работу со схемами, составление плана действий. Особое внимание следует уделить самостоятельному проговариванию детьми выполняемых алгоритмов действий.

№ 15, стр. 5.

Дима мог найти те же 20 рублей, либо вообще ничего не найти, либо найти *n* рублей, которые не заметили они с Мишей. Т. е. ответ не определен.

№ 16*, стр. 5.

Количество чисел, которые содержат в своей записи цифру 7, подсчитывается так: общее число двузначных чисел — 90, или 9 десятков. В каждом десятке, кроме восьмого, по 1 числу, в записи которого есть цифра 7, — итого 8 чисел. В восьмом десятке еще 10 чисел (от 70 до 79). Таким образом, общее число чисел, отвечающих заданным условиям (двузначное, в записи есть цифра 7), равно 18. Можно решить эту задачу и методом перебора, записав все числа по заданным условиям.

Урок 2

Способы задания множеств

Основные цели:

1) Сформировать умение задавать множества перечислением и общим свойством его элементов; познакомить с обозначением множеств.

2) Повторить приемы устных и письменных вычислений, решение простых уравнений на умножение и деление, решение текстовых задач, соотношения между единицами длины и действия с именованными числами.

Множество считается известным (множество задано), если известны его элементы, т. е. о любом объекте можно однозначно сказать, является он элементом данного множества или нет.

Множество можно задать либо ***перечислением*** его элементов (например, множество учеников в классе задается их списком), либо указав ***свойство***, которым обладают все элементы данного множества, но не обладают никакие элементы, не принадлежащие этому множеству (например, множество букв русского алфавита, множество жителей Москвы, множество двузначных чисел и т.д.).

Для обозначения множеств обычно применяют заглавные латинские буквы. Если элемент x принадлежит множеству A, то пишут: $x \in A$, в противном случае пишут: $x \notin A$.

Для записи множеств часто применяют также фигурные скобки, внутри которых заключаются элементы множества. Например, если множество A состоит из элементов a, b и c, то пишут: $A = \{a; b; c\}$.

Множества, состоящие из конечного числа элементов, называются ***конечными***, а остальные множества — ***бесконечными***. Учащиеся работают в основном с конечными множествами, но встречаются также и с некоторыми примерами бесконечных множеств: множеством натуральных чисел, множеством точек прямой и т.д.

Материал на уроке рассматривается в следующей последовательности. Сначала в ***№ 1***, ***стр. 6*** учащиеся повторяют известные им свойства предметов: форма, цвет, материал, из которого сделаны предметы, назначение предметов и т.д. Для этого они ищут общие свойства предметов, изображенных на каждом рисунке:

а) Предметы имеют форму прямоугольного параллелепипеда.

б) Предметы одинакового цвета.

в) Инструменты.

г) Одежда.

Рассматривая эти примеры, учитель ставит вопросы:

— Назовите другие предметы, имеющие форму параллелепипеда.

— Принадлежит ли множеству параллелепипедов мяч? Какую форму имеет мяч? (Форму шара.) И т.д.

В ***№ 2***, ***стр. 6*** рассматриваются множества, заданные общим свойством их элементов (ягоды, грибы и т.д.). В итоге выполнения задания учитель обращает внимание детей на то, что если известно общее свойство элементов множества, то о любом предмете можно определенно сказать, принадлежит он этому множеству или нет. Для этого достаточно определить, обладает ли данный предмет указанным свойством.

Однако бывает так, что вместе объединяются предметы, не имеющие общего свойства (***№ 3—4***, ***стр. 6***). Общее у элементов таких множеств только то, что они собраны вместе. В таком случае множество можно задать, перечислив все его элементы. Обычно элементы множества записываются в фигурных скобках.

Таким образом, множество можно задать двумя способами: ***перечислением*** и ***общим свойством*** его элементов. Некоторые множества, такие как в ***№ 3—4***, ***стр. 6***, можно задать только перечислением. Если число элементов множества велико, то его задают общим свойством его элементов. А иногда множество можно задать как одним, так и другим способом. В задачах ***№ 7—8***, ***стр. 7*** надо сопоставить эти 2 способа задания множеств.

№ 5, стр. 7.

Методика: при выполнении задания у учащихся формируется представление о том, что общее свойство «суп вкусный» или «рисунок красивый» не является характеристикой множества, поскольку это характеристика субъективная, зависит от мнения человека.

№ 7, стр. 7.

а) множество однозначных чисел (или множество цифр);

б) множество однозначных четных чисел;

в) множество букв русского алфавита, обозначающих гласные звуки.

№ 8, стр. 7.

а) {л; и; с; а};

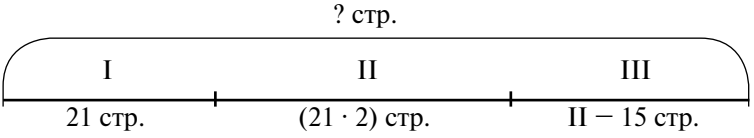
б) {0; 1; 2; 3; 4};

в) {10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90};

г) {604; 605; 606; 607}.

Задания ***№ 9—12, стр. 8*** посвящены повторению. В ***№ 9, стр. 8*** дети вспоминают приемы сложения и вычитания двузначных чисел (общее правило, переход через разряд). В случае необходимости соответствующие приемы вычислений можно проиллюстрировать с помощью графических моделей.

В ***№ 10, стр. 8*** учащимся предлагается составная задача на взаимосвязь «часть — целое», разностное и кратное сравнение. Дети сами составляют схему в тетради в клетку и определяют, что обозначает на ней целый отрезок (общее число страниц) и его части (число страниц, прочитанных в I, II и III дни):



Анализ задачи:

— Известно, что... Надо найти...

Для ответа на вопрос задачи можно сложить число страниц, прочитанных Ирой в I, II *и* III *дни. Известно, что в* I *день она прочитала* 21 *страницу. Чтобы узнать, сколько страниц прочитала Ира во* II *день, надо число* 21 *увеличить в* 2 *раза. Затем уменьшим полученное число на* 15 *— узнаем, сколько страниц прочитано за* III *день. После этого можно ответить на вопрос задачи.*

1) 21 · 2 = 42 (стр.) — прочитала Ира во II день.

2) 42 − 15 = 27 (стр.) — прочитала в III день.

3) 21 + 42 + 27 = 90 (стр.).

Ответ: Ира прочитала за 3 дня 90 страниц.

№ 11, стр. 8.

При выполнении этого задания ученики повторяют известные единицы длины — 1 см, 1 дм, 1 м и зависимость между меркой (единицей длины) и числом, которое получается в результате измерения: чем больше мерка, тем меньше число этих мерок.

Перед выполнением ***№ 12, стр. 8*** целесообразно повторить различные способы записи трехзначных чисел и их графические модели, а также аналогию между десятичной системой записи чисел и десятичной системой мер.

2 с 4 д 5 е = 24 д 5 е = 2 с 54 е = 254 е

2 м 4 дм 5 см = 24 дм 5 см = 2 м 54 см = 254 см

Для решения данных примеров длины сначала надо выразить в сантиметрах, а потом выполнить действия с трехзначными числами:

7 м 4 см − 32 дм 6 см = 704 см − 326 см = 378 см

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle \bullet\ 9\ 10} \\ 7\,0\,4 \\ -\ 3\,2\,6 \\ \hline 3\,7\,8 \end{array}$$

Примеры решаются с комментированием.

В завершение можно предложить учащимся выразить ответ в тех или иных единицах: в метрах, дециметрах и сантиметрах; в метрах и сантиметрах; в дециметрах и сантиметрах.

В задании ***№ 13, стр. 8*** нужно вычислить значение одной стороны треугольника по известному периметру и длинам двух других сторон.

В ***№ 15*, стр. 8*** учащиеся должны применить изученные ранее приемы внетабличного умножения и деления:

1) $20 \cdot 9 = (2 \cdot 9) \cdot 10 = 180$;
2) $34 \cdot 5 = (30 + 4) \cdot 5 = 30 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 150 + 20 = 170$;
3) $360 : 4 = 36$ д. $: 4 = 9$ д. $= 90$;
4) $480 : 60 = 48$ д. $: 6$ д. $= 8$;
5) $52 : 4 = (40 + 12) : 4 = 40 : 4 + 12 : 4 = 10 + 3 = 13$;
6) $86 : 43 = 2$, так как $43 \cdot 2 = 86$.

Если все примеры будут решены верно, то, соединив последовательно точки $180 \rightarrow 170 \rightarrow 90 \rightarrow 8 \rightarrow 13 \rightarrow 2$, они получат фигуру: ⅀ (пять).

№ 16*, стр. 8.

Выполнение ***№ 16*** требует от учащихся знания позиционного принципа записи трехзначных чисел — значение цифры зависит от ее места в записи числа.

333; 336; 363; 366.
666; 633; 663; 636.

Урок 3

Равные множества. Пустое множество

Основные цели:

1) Сформировать умение устанавливать равенство множеств.
2) Познакомить с понятием пустого множества и его обозначением.
3) Повторить таблицу умножения и деления, разностное и кратное сравнение, составление буквенных выражений к текстовым задачам.

Понятие равенства конечных множеств ничем не отличается от понятия равенства «мешков», с которым учащиеся встречались в первом классе. ***Равными*** называются конечные множества, состоящие из одних и тех же элементов. Очевидно, равные множества могут отличаться лишь порядком их элементов, например:

$$\{a; b; c\} = \{c; a; b\}$$

Смысл этого понятия раскрывается в ***№ 1—7, стр. 9—10***. Важно, чтобы, выполняя их, учащиеся обосновывали свои утверждения, а не просто называли ответ. Например, в ***№ 4, стр. 10*** первое равенство верно, так как оба множества состоят из одних и тех же элементов, но записанных в разном порядке.

№ 2, стр. 9.

Различных вариантов записи множества D может быть всего 6.

№ 3, стр. 9.

Дети делают записи в тетради и устно дают пояснения:

$A = B$	Множества A и B равны, так как они состоят из одних и тех же элементов: 0, 1 и 2.
$A \neq C$	Множества A и C не равны, так как в множестве A есть элемент 2, а в множестве C его нет.
$A \neq D$	Множества A и D не равны, так как в множестве A нет элемента 3, а в множестве D он есть.

№ 5, стр. 10.

а) {○, △}, {△, ○}

б) Следует обратить внимание на *упорядоченный* перебор вариантов:

{*а, б, в*}	{*б, а, в*}	{*в, а, б*}
{*а, в, б*}	{*б, в, а*}	{*в, б, а*}

На первом месте последовательно записываются сначала *а*, потом *б*, потом *в*, и в каждом случае два остальных элемента переставляются.

В ***№ 6, стр. 10*** ставится вопрос о числе элементов множества. Выясняется, что есть множества, содержащие всего лишь 1 элемент (множество хвостов у Мурки, множество носов у Пети) и даже не содержащие ни одного элемента (множество лошадей, пасущихся на Луне). В последнем случае множество называют пустым и обозначают символом: ∅.

В ***№ 7—8, стр. 10*** отрабатывается понятие пустого множества. Дети должны обратить внимание на правильный наклон черты в его записи и на то, что это множество записывается без скобок (множество {∅} не является пустым, оно содержит 1 элемент). Таким образом, правильное обозначение пустого множества в ***№ 8, стр. 10*** лишь второе: ∅. Дома можно предложить учащимся придумать примеры равных и неравных множеств, пример пустого множества.

№ 9, стр. 10 — на повторение взаимосвязи между площадью прямоугольника и длинами его сторон. При его решении необходимо проговорить правила нахождения неизвестного компонента: чтобы найти ширину, нужно значение площади разделить на длину; чтобы найти площадь, нужно длину умножить на ширину. Важно обратить внимание на то, что применение этих правил возможно, если все измерения выражены в одинаковых единицах.

№ 10, стр. 10 — на повторение правил для вычисления площади и периметра прямоугольника.

№ 11, стр. 11.

При выполнении этого задания учащиеся применяют правила, актуализированные в предыдущих номерах (правила нахождения длины, ширины и площади) для решения уравнений. Задание выполняется в тетрадях в клетку.

№ 12, стр. 11.

Повторяется таблица умножения. Решив примеры, надо последовательно соединить точки, соответствующие ответам примеров: 63 ⟶ 48 ⟶ 81 ⟶ 28 ⟶ ⟶ 5 ⟶ 8 ⟶ 2 ⟶ 56 ⟶ 25 ⟶ 32 ⟶ 42 ⟶ 15 ⟶ 4 ⟶ 3 ⟶ 18 ⟶ 54 ⟶ 63. Должна получиться фигура собачки.

№ 13, стр. 11.

По тексту задачи ученики составляют буквенное выражение и вычисляют его значение, подставляя вместо букв конкретные значения: $a + (a + b) + (a - c)$. Важно обратить внимание учащихся, что скобки показывают, какое действие выполняли сначала, а какое потом (сначала вычислили количество кустов на 2-й грядке, затем на 3-й, а затем нашли целое — общее число кустов на трех грядках). Полезным будет обратить внимание учащихся на то, что буквы *a*, *b* и *c* могут принимать различные значения, только значение буквы *c* не должно превышать значение буквы *a*. Для осознания этого можно предложить учащимся еще одну тройку чисел, где выполнить указанные в выражении действия невозможно (например: $a = 16$, $b = 4$, $c = 20$).

№ 14*, стр. 11.

Это задание на развитие у учащихся пространственных представлений. Верные ответы: В, Е. Если ученики затрудняются в выполнении задания, нужно вырезать из клетчатой бумаги фигуру в рамке и найти верный ответ способом наложения.

Урок 4

Решение задач

Основные цели:

1) Повторить способы задания множеств.

2) Повторить табличное и внетабличное умножение и деление, сравнение чисел, сложение (устные и письменные приемы).

3) Тренировать умение решать задачи на кратное и разностное сравнение, вычисление площади квадрата.

На этом уроке ученики тренируются в выполнении заданий на повторение.

№ 1, стр. 12 — на закрепление способов задания множеств. В ***№ 1 (а), стр. 12*** множество задано общим свойством, необходимо перечислить все его элементы. При этом важно помнить, что в множестве элементы повторяться не могут. В ***№ 1 (б), стр. 12*** множество задано перечислением, нужно сформулировать общее свойство (двузначные числа, сумма цифр в которых равна 3; числа шестого десятка).

Математические выражения в ***№ 2, стр. 12*** сгруппированы в столбики по общности вычислительного приема — умножение по правилу умножения суммы на число (распределительного свойства умножения); деление по правилу деления суммы на число; деление методом подбора (на основе взаимосвязи между умножением и делением) и т. д. Можно предложить ученикам составить по одному примеру к каждому столбику и решить их.

№ 3, стр. 12 посвящен повторению смысла отношений «больше/меньше на...», «больше/меньше в...», что подготавливает учащихся к решению задач ***№ 4, стр. 12*** и блицтурнира (***№ 12, стр. 13***).

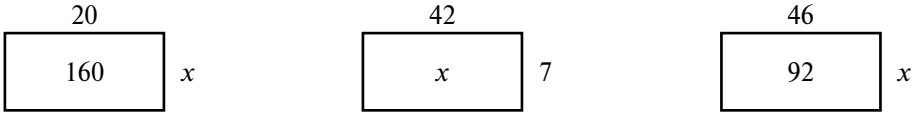
Решая ***№ 5—7, стр. 12***, ученики повторяют алгоритм сравнения трехзначных чисел и алгоритмы действия сложения и вычитания трехзначных чисел.

Примеры ***№ 8, стр. 12*** сгруппированы в столбики по общности вычислительного приема — на это важно обратить внимание учащихся. В первом столбике 2 выражения (например, на сложение с переходом через десяток и вычитание с переходом через десяток).

№ 9, стр. 13 актуализирует взаимосвязь между сложением/вычитанием и умножением/делением (целым и частью и площадью прямоугольника и длинами его сторон), что является основой для решения уравнений (***№ 11, стр. 13***).

При выполнении ***№ 10, стр. 13*** ученики вспоминают способы проверки вычислений на основе взаимосвязи между компонентами и результатом действия вычитания: $731 - 296 = a$; $a + 296 = 731$; $731 - a = 296$. Можно также для проверки воспользоваться калькулятором.

В ***№ 11, стр. 13*** учащиеся повторяют решение уравнений вида $x \cdot a = b$, $x : a = b$, $a : x = b$ с комментированием по компонентам действий. Здесь также можно использовать для иллюстрации графические модели — прямоугольники:



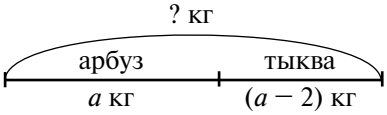
№ 12, стр. 13.

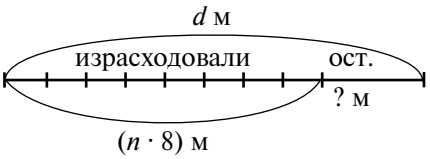
а) $a + (a - 2)$ или $a + a - 2$; б) $b + b \cdot 9$; в) $c - c : 7$; г) $d - n \cdot 8$.

При составлении выражений следует обратить внимание детей на грамотное использование скобок. Так, например, в выражении б) скобки не нужны, так как запись в скобках произведения $(b \cdot 9)$ не изменит порядка действий. Напротив, в

первом выражении отсутствие скобок изменяет ход решения задачи: запись $a + (a - 2)$ означает, что вначале ищется масса тыквы, а затем она складывается с массой арбуза, а запись $a + a - 2$ — что удвоенная масса арбуза уменьшается на 2 кг.

К задачам, которые могут вызвать затруднение у учащихся, целесообразно заранее заготовить графические схемы и в случае необходимости разобрать решение по этим схемам, например:





Задание **№ 13*, *стр.* 13** связано с повторением правил (формул) периметра и площади квадрата. Зная значение периметра квадрата, легко найти длину его стороны, разделив значение периметра на 4, затем вычислить площадь. Можно провести дополнительную работу над этой задачей, заменив квадрат на прямоугольник, — тогда задача будет предполагать многовариантность исходных данных: заданное значение периметра (36 м имеет прямоугольник с суммарным значением длин сторон 18 — это 17 и 1, 16 и 2, 15 и 3, 14 и 4 и т.п.). Для каждого случая нужно вычислить значение площади. Решение такой задачи удобно оформить в таблице. Ее анализ позволит ученикам сделать важный вывод: прямоугольники с одинаковым периметром имеют разное значение площади, причем большую площадь имеет прямоугольник с равными сторонами (квадрат).

Длина, м	Ширина, м	Площадь, кв.м
17	1	17
16	2	32
15	3	45
14	4	56
13	5	65
12	6	72
11	7	77
10	8	80
9	9	81

Задание **№ 14*, *стр.* 13**. Чисел, удовлетворяющих условию, только три: 102, 120 и 210.

Урок 5

Диаграмма Эйлера—Венна. Знаки ∈ и ∉

Основные цели:

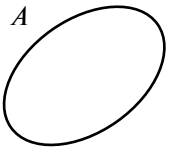
1) Познакомить учащихся с графическим изображением множества — диаграммой Эйлера—Венна.

2) Сформировать умение использовать знаки ∈ и ∉ для обозначения принадлежности элемента множеству.

3) Повторить приемы внетабличного умножения и деления, правило порядка действий в выражениях, решение текстовых задач.

Графически любое множество A можно изобразить замкнутой линией, условно считая, что все элементы множества A расположены внутри этой линии, а

все элементы, не принадлежащие множеству A, — снаружи. Такие схемы называют *диаграммами Эйлера–Венна*[3].



Диаграммы Эйлера–Венна являются незаменимым наглядным средством обучения, позволяющим детям лучше понять свойства множеств и отношения между ними, ввести в обучение целый класс интересных для учащихся логических задач.

В начале урока в **№ 1, *стр.* 14** учащиеся устанавливают принадлежность элементов множеству B и записывают вывод словами:

— Число 2 принадлежит множеству B.

— Буква a не принадлежит множеству B.

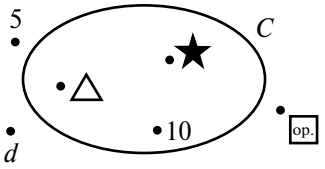
Эта явно неудобная запись мотивирует введение символа для обозначения принадлежности элемента множеству.

Вначале учитель предлагает детям пофантазировать и предложить свои варианты, а затем знакомит с общепринятым обозначением: вместо слова «принадлежит» используют знак $\in$, а вместо слов «не принадлежит» – знак $\notin$. Затем он показывает графическое изображение множества с помощью диаграммы Эйлера–Венна. Этот материал отрабатывается в **№ 2—6, *стр.* 14—15** из учебника и **№ 1—3, *стр.* 13** из рабочей тетради.

№ 2, *стр.* 14.

$b \in A$	$e \notin A$	$\notin A$
$8 \in A$	$4 \notin A$	$\in A$

№ 3, *стр.* 14.

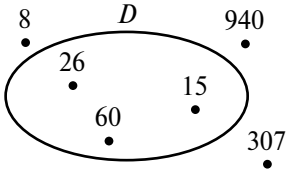


№ 4, *стр.* 14.

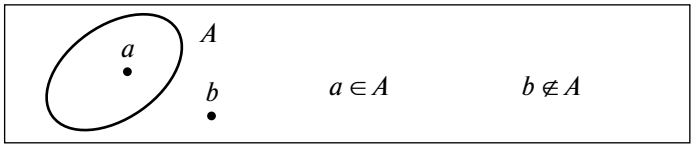
$a \in M$	$\notin M$	$c \in M$
$\notin M$	$\notin M$	$3 \notin M$

№ 5, *стр.* 15.

а) $26 \in D$	$8 \notin D$	$15 \in D$
$307 \notin D$	$940 \notin D$	$60 \in D$
в) $10 \in D$	$99 \in D$	



В завершение изучения новой темы в качестве опорного конспекта можно предложить учащимся следующую запись:



[3] Леонард Эйлер (1707—1783) — известный математик, долгое время жил и работал в России; Джон Венн (1834—1934) — английский логик.

№ 6, стр. 15.

Повторяется задание множеств перечислением и свойством и запись множеств с помощью фигурных скобок.

Множество трехзначных чисел, у которых все три цифры одинаковые, содержит 9 элементов: {111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999}.

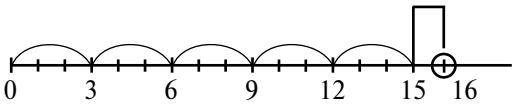
В задачах на повторение ***№ 8—12, стр. 15—16*** отрабатываются приемы внетабличного умножения и деления, правило порядка действий в выражениях, решение текстовых задач.

№ 7, стр. 15.

Это задание готовит детей к изучению операции пересечения множеств.

№ 9, стр. 15.

Вначале деление моделируется на числовом луче. Учащиеся проговаривают алгоритм деления с остатком и дописывают соответствующие равенства:



16 : 3 = 5 (ост. 1)

Проверка: 3 · 5 + 1 = 16 (устно)

Затем деление выполняется уже без наглядной опоры, на основе алгоритма. Запись в тетради в клетку можно ограничить фиксацией результата и его проверкой, например:

14 : 5 = 2 (ост. 4)	20 : 6 = 3 (ост. 2)
5 · 2 + 4 = 14	6 · 3 + 2 = 20

В ***№ 8—10, стр. 15*** повторяются способы фиксации решения примеров на деление с остатком — с помощью числового луча, записи в виде равенств и названия компонентов и результата действия деления с остатком. Важно, чтобы ученики проговорили вслух шаги алгоритма этого действия.

1. Найти наибольшее кратное делителя, не превосходящее делимое.
2. Разделить найденное кратное на делитель (в ответе — частное).
3. Вычесть кратное из делимого (в ответе — остаток).
4. Проверить, что остаток меньше делителя.

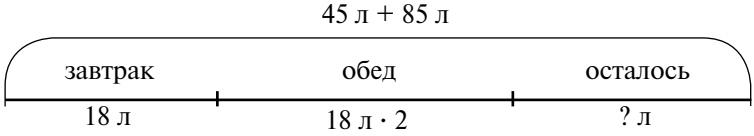
Шаги алгоритма дети могут выразить своими словами либо конкретизировать для заданных чисел, например:

1. Ищем наибольшее кратное 8, не превосходящее 35. Это число 32.
2. Делим 32 на 8, получаем частное 4.
3. Вычитаем 32 из 35, получаем остаток 3.
4. Делитель — 8, остаток — 3, $3 < 8$.

№ 11, стр. 16.

В этом задании продолжается работа по обучению детей анализу и решению текстовых задач.

Вначале учащиеся на схеме отмечают известные и неизвестные величины, объясняют, что обозначает весь отрезок (объем всего заготовленного сока) и его части (объем сока, израсходованного за завтраком, за обедом, и объем оставшегося сока).



Затем кто-либо из учеников дает обоснование решения. В случае необходимости учитель задает наводящие вопросы, подключает к обсуждению решения весь класс.

— Известно... Надо найти...

Чтобы узнать, сколько литров сока осталось, можно из объема всего сока вычесть объем сока, который израсходовали. (Ищем часть.) Поэтому вначале узнаем, сколько сока было всего, для этого сложим 45 *л и* 85 *л. Теперь узнаем, сколько сока израсходовали за обедом, — умножим* 18 *л на* 2*; сложим полученное число с* 18 *л — узнаем объем израсходованного сока и затем ответим на вопрос задачи.*

После того как задача разобрана, учащиеся ***самостоятельно*** записывают в тетради решение, а в это время один из тех учеников, кто с анализом задачи справляется недостаточно уверенно, еще раз проговаривает ход решения. В заключение учащиеся сопоставляют свои записи с ***образцом***, который учитель заранее заготавливает на доске или демонстрирует с помощью кодоскопа.

1) $45 + 85 = 130$ (л) — было всего сока.

2) $18 \cdot 2 = 36$ (л) — израсходовали на обед.

3) $18 + 36 = 54$ (л) — израсходовали на обед и завтрак.

4) $130 - 54 = 76$ (л).

Ответ: осталось 76 л сока.

№ 12, *стр.* 16.

Задание целесообразно выполнять с комментированием, устно проговаривая используемые приемы вычислений, например:

$\frac{200 \cdot 3}{2 \cdot 3 = 6}$, приписываем два нуля, получаем 600.

№ 13, *стр.* 16.

Чтобы легче было увидеть блоки, действия одной ступени, которые выполняются последними (в данном случае действия вычитания), можно выделить цветным карандашом.

а) $\underset{60\ \ 300}{\overset{②\ ③}{360 : 6 \cdot 5}}\ \overset{⑦}{-}\ \underset{9\ \ \ 50}{\overset{④\ \ ①}{450 : (25 \cdot 2)}}\ \overset{⑧}{-}\ \underset{420\ \ 140}{\overset{⑤\ ⑥}{70 \cdot 6 : 3}} = 300 - 9 - 140 = 151$

б) $\underset{960\ \ \ 240}{\overset{④\ \ ①}{4 \cdot (30 \cdot 8)}}\ \overset{⑦}{-}\ \underset{72\ \ \ 6}{\overset{⑤\ ⑥}{9 \cdot 8 : 12}}\ \overset{⑧}{-}\ \underset{36\ \ \ 64}{\overset{③\ ②}{(100 - 8 \cdot 8)}} = 960 - 6 - 36 = 918$

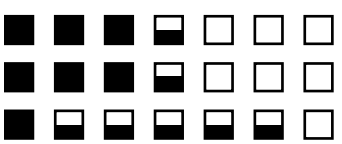
№ 14, *стр.* 16.

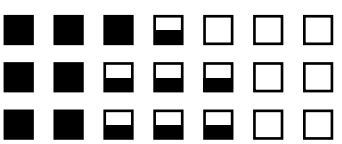
а) $a \cdot 2$ б) $b + (b + c)$ в) $n - k - k \cdot 3$ г) $(x + y) : 5$

В **№ 15, *стр.* 16** повторяются правила умножения и деления с 0 и 1, при этом часть выражений допускает вариативность в выборе знака действия, — например, при умножении и делении числа 31 на 1 будет в результате 31; при сложении чисел 25 и 0 и вычитании из числа 25 числа 0 результат будет одинаковым.

№ 16*, *стр.* 16.

В каждом бочонке 2 половины, значит, всего купцам надо разделить $2 \cdot 7 + 7 = 21$ половин бочонков кваса. Каждому купцу достанется $21 : 3 = 7$ половин бочонков кваса, причем они должны разместиться в 7 бочонках. Возможны следующие способы решения:

1) 

2) 

Урок 6

Решение задач

Основные цели:

1) Повторить понятие множества, элемента множества, способы задания множеств, графическое изображение множеств с помощью диаграммы Эйлера–Венна.

2) Повторить способы деления с остатком (по числовому лучу и с помощью алгоритма).

3) Тренировать умение определять общее свойство чисел, находить лишнее число, умение решать и составлять текстовые задачи.

4) Повторить свойства действий с 0 и 1, тренировать умение их применять при решении примеров на порядок действий и уравнений.

В течение данного урока закрепляется и обобщается материал предыдущих уроков, подготавливается изучение следующих тем, решаются задачи на повторение.

***№* 1, *стр.* 17**. Здесь множества заданы перечислением элементов, ученикам необходимо подобрать общее свойство.

а) множество четных однозначных чисел;

б) множество нечетных однозначных чисел;

в) множество весенних месяцев года;

г) множество «трех мушкетеров»;

д) множество букв в слове ШПАГА;

е) множество знаков арифметических действий;

ж) множество двузначных чисел четвертого десятка (множество двузначных чисел с числом десятков, равным трем);

з) множество столиц России.

***№* 2, *стр.* 17**. В этом номере множество задано общим свойством элементов. Необходимо определить, является ли данный объект элементом этого множества: число 5 — не двузначное, поэтому не принадлежит множеству *A*; числа 14, 32 и 50 удовлетворяют обоим условиям (двузначное, сумма цифр равна 5); число 52 не удовлетворяет второму условию. Ученикам необходимо с обоснованным комментированием сделать записи с помощью соответствующих знаков.

***№* 3, *стр.* 17**. В этом номере повторяется способ изображения множеств с помощью диаграммы Эйлера–Венна: ученики строят круг и внутри круга обозначают нужные объекты (число 4, треугольник, букву *c*), снаружи — букву *a*, число 28.

***№* 4, *стр.* 17**. В этом задании продолжается работа по обучению детей анализу задачи и решению текстовых задач. Вначале учащиеся анализируют задачу (Что известно? Что неизвестно?) и заполняют схему — отмечают известные и неизвестные значения величин (общее количество саженцев, количество саженцев для сада и количество участков). Можно часть целого (саженцы для участка) разделить на 3 равные части, зафиксировав таким образом их число. Далее ведется разбор задачи (от вопроса):

— Что нужно найти в задаче? (Число саженцев на каждом участке.)

— Что для этого нужно знать? (Число участков и количество саженцев на этих участках.)

— Что из этого известно из условия? (Число участков — их 3.)

— Что сказано про число деревьев на каждом участке? (Их поровну, одинаковое количество.)

— Что нужно знать, чтобы узнать число саженцев на всех участках? (Общее число саженцев, что купил фермер, и число саженцев для сада.)

— Что из этих данных известно из условия? (Оба данных известны.)

— Итак, составим план решения задачи.

— Что узнаем первым действием? (Число саженцев для участков.)

— Каким действием? (Вычитанием, потому что ищем часть.)

— Что узнаем вторым действием? (Число саженцев на участке.)

— Каким действием? (Делением, потому что делим на 3 равные части.)

После того как план решения составлен, ученики самостоятельно записывают решение по действиям с пояснениями, сравнивая результат записи с эталоном (записью на обратной стороне доски, например).

В заданиях **№ 5** и **6**, ***стр.* 17** ученики повторяют способы деления с остатком — по числовому лучу и алгоритму, составляют ряд чисел, кратных 11.

***№* 7, *стр.* 18.**

В этом задании повторяется таблица умножения. «Лишними» числами являются: а) 34; б) 31. Все остальные числа — табличные значения произведений.

***№* 8, *стр.* 18.**

Все три задачи имеют одинаковую математическую структуру:

а) $\boxed{(a - b) : 2}$ $(30 - 24) : 2 = 3$ (к.)

б) $\boxed{(a - b) : 2}$ $(42 - 36) : 2 = 3$ (кг)

в) $\boxed{(a - b) : 2}$ $(28 - 4) : 2 = 12$ (чел.)

Выполняя подобные задания, надо обращать внимание детей на то, что во всем многообразии жизненных ситуаций существуют общие черты, закономерности. Математические выражения, формулы позволяют выявить эти закономерности и установить аналогию совершенно различных на первый взгляд явлений. Осознание этого факта поможет учащимся в дальнейшем понять целесообразность математических обобщений, роль и место математики в системе наук.

В задании ***№* 9, *стр.* 18** дети сами должны придумать задачу по данному выражению. Составление задач обычно выносится в домашнюю работу. На следующем уроке можно обсудить придуманные детьми задачи.

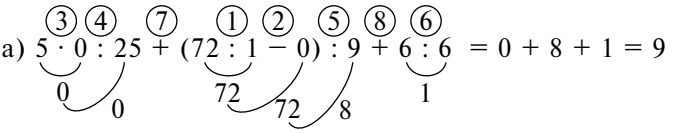
***№* 10, *стр.* 18.**

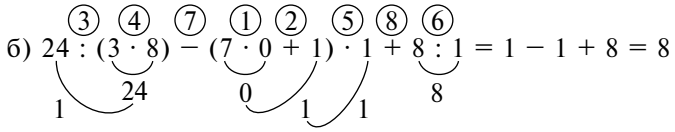
Повторяются частные случаи арифметических действий с 0 и 1. Перед выполнением примера на порядок действий целесообразно вспомнить с учащимися в обобщенном виде соответствующие свойства операций сложения, вычитания, умножения и деления:

$a + 0 = 0 + a = a$	$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$	$a : 1 = a$
$a - 0 = a$	$0 : a = 0$	$a : a = 1$
$a - a = 0$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	$\cancel{a : 0}$ — разделить нельзя.

***№* 11, *стр.* 18.**

Решение примеров выполняется в тетрадях с опорой на частные случаи арифметических действий с 0 и 1. Первый пример можно выполнить с комментированием, а второй предложить для самостоятельной работы.



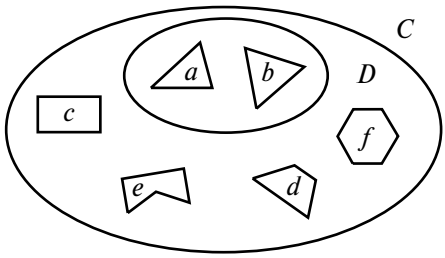


При выполнении **№ 12, *стр.* 18** расширяется представление учащихся об уравнениях — дети узнают, что есть уравнения, которые не имеют решений, имеют одно или несколько решений. Так, уравнение 1 имеет единственное решение (корень), уравнение 4 — множество решений (при делении нуля на любое число получается нуль), уравнения 2 и 3 не имеют решений (по правилам вычитания числа самого из себя и умножения числа на нуль).

В **№ 13, *стр.* 19** повторяется название объемных фигур и запись множества перечислением элементов. В множестве *A* лежат элементы: *пирамида, цилиндр, шар, параллелепипед,* в множестве *B* — *куб и конус*.

№ 14, *стр.* 19.

Задание готовит учащихся к изучению на следующем уроке понятия подмножества. Вначале дети определяют, из каких элементов состоят множества *D* и *C*:



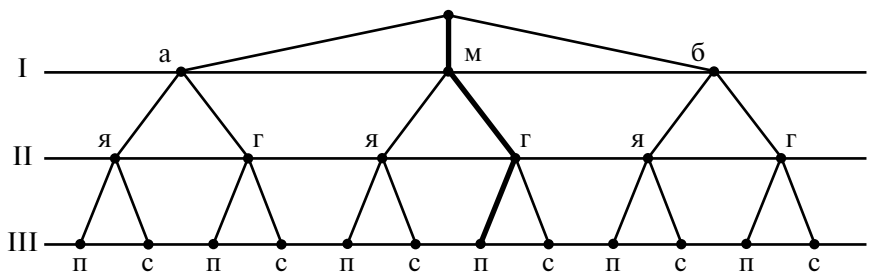
$D = \{a, b\}$
$C = \{a, b, c, d, e, f\}$

Затем устанавливаются свойства фигур множеств *D* и *C*: в множество *D* входят треугольники этого рисунка, а в множество *C* соответственно — многоугольники. Поэтому множество *D* является частью множества *C*. Элементы *D* являются одновременно элементами *C*. Обратное утверждение неверно: не все элементы *C* являются одновременно элементами *D*.

В задании **№ 15, *стр.* 19** ученики сталкиваются с множествами, которые имеют общие элементы; здесь вводится понятие пересекающихся множеств. Задание выполняется с комментированием (квадрат *a* принадлежит множеству *A*, квадраты *c* и *f* принадлежат и множеству *A*, и множеству *B*).

№ 16*, *стр.* 19.

Перебор вариантов удобнее осуществлять с помощью «дерева возможностей».



Получается всего 12 способов. На «дереве» показан способ: «мандарин — груша — персик».

Урок 7

Подмножество. Знаки ⊂ и ⊄

Основные цели:

1) Сформировать представление о подмножестве как части множества.

2) Научить устанавливать отношение включения множеств и использовать для записи этого отношения знаки ⊂ и ⊄.

3) Отрабатывать приемы устных и письменных вычислений, повторить зависимость между компонентами и результатами арифметических действий, решение уравнений.

Множество A считается ***подмножеством множества*** B, если каждый элемент A является одновременно элементом B. Это записывают так: $A \subset B$.

Из этого определения следует, что понятие подмножества для конечных множеств аналогично обычному понятию части, однако у них есть и некоторые отличия. Действительно, часть, вообще говоря, меньше целого. А любое множество является подмножеством самого себя: $A \subset A$, так как каждый элемент A является элементом A. Далее: $\varnothing \subset A$, так как пустое множество вообще не содержит элементов, и, значит, оно удовлетворяет определению подмножества. Чтобы уточнить различие, подмножеству не равному A или $\varnothing$ (т.е. обычному понятию части) сопоставляется термин «правильная часть» (собственное подмножество).

Дети знакомятся с понятием ***подмножества*** на **уроке 7**. На этапе **актуализации знаний** необходимо повторить с учащимися различные способы задания множеств и их изображение с помощью диаграммы Эйлера–Венна. Затем можно предложить им на одной диаграмме построить, например, множество жителей Москвы (M) и множество жителей России (P). Элементы этих множеств практически невозможно изобразить точками, поэтому, вероятно, возникнут разные варианты рисунков.

Для разрешения проблемной ситуации можно предложить детям проанализировать диаграмму в **№ 1, *стр.* 20**. Вопросы, приведенные в тексте задания, помогут выявить и осознать особенность взаимосвязи между множествами A и B: зайцы – часть множества животных, изображенных на рисунке, поэтому диаграмма множества A находится внутри диаграммы множества B.

Учитель сообщает, что часть множества обычно называют ***подмножеством***, и просит детей выразить смысл этого термина своими словами (одно множество *является частью* другого, *включено* в него, *содержится* в нем). Затем можно предложить детям придумать свой символ для обозначения данного отношения между множествами и, когда они предложат несколько своих вариантов, познакомить с общепринятым знаком включения и уточнить разные варианты чтения записи $A \subset B$.

Аналогично запись $A \not\subset B$ означает, что *A не является подмножеством (частью) B, A не включено в B, A не содержится в B.*

При введении знака включения $\subset$ полезно сразу проговорить с детьми, чем он похож и чем отличается от знака принадлежности $\in$ (нет черты посередине, ставится между двумя множествами, тогда как знак $\in$ ставится между элементом и множеством и т.д.). В тетради в клетку под диктовку можно предложить детям сделать несколько записей на использование знаков $\subset$, $\not\subset$, $\in$, $\notin$, например:

1) множество N является подмножеством множества K;

2) множество D не является подмножеством множества E;

3) число 5 принадлежит множеству C;

4) число 7 не принадлежит множеству C.

Сделанные записи дети должны прочитать разными способами и объяснить их смысл.

Понятие подмножества отрабатывается в **№ 2—6, *стр.* 20—21** и **№ 6—8, *стр.* 23—24** из учебника и **№ 1, 2, *стр.* 16** из рабочей тетради.

***№* 2, *стр.* 20.**

Дети задают свойством множества, изображенные на рисунках, находят подмножества и делают соответствующие записи с помощью знака включения $\subset$:

а) M — множество грибов, C — множество съедобных грибов: $C \subset M$.

б) K — множество квадратов, P — множество прямоугольников: $K \subset P$.

в) D — множество деревьев, B — множество хвойных деревьев: $B \subset D$.

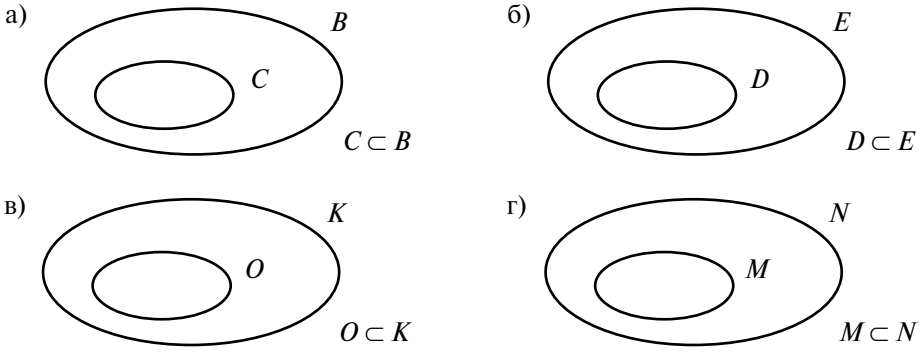
г) E — множество геометрических фигур, F — множество фигур зеленого цвета: $F \subset E$.

Анализируя расположение диаграмм множества и подмножества относительно друг друга, дети должны заметить, что *диаграмма подмножества расположена внутри диаграммы множества*.

***№* 3, *стр.* 21.**

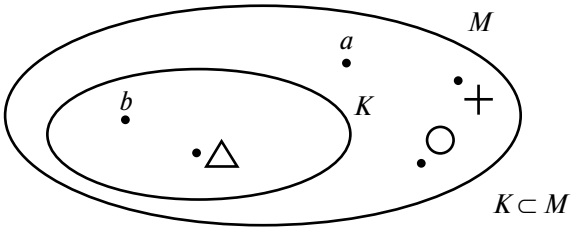
а) $M \subset P$; б) $F \subset K$; в) $A \subset C$, $B \subset C$; г) $S \subset D$, $T \subset D$.

***№* 4, *стр.* 21.**



***№* 5, *стр.* 21.**

Множество K является подмножеством множества M, так как все элементы множества K принадлежат также и M (K является частью M).



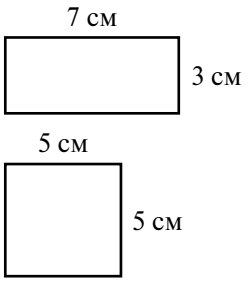
***№* 7, *стр.* 21.**

Элементами множества геометрических фигур, составляющих большой квадрат при данном разбиении, являются: прямоугольник, маленький квадрат, треугольник, пятиугольник и четырехугольник.

***№* 8, *стр.* 22.**

Вначале дети строят прямоугольник со сторонами 3 см и 7 см, вычисляют его периметр, а затем вычисляют длину стороны квадрата с тем же периметром и

строят его. В завершение они вычисляют площади квадрата и прямоугольника и сравнивают их.



1) $(3 + 7) \cdot 2 = 20$ (см) — периметр прямоугольника
2) $20 : 4 = 5$ (см) — сторона квадрата
3) $3 \cdot 7 = 21$ (см^2) — площадь прямоугольника
4) $5 \cdot 5 = 25$ (см^2) — площадь квадрата
5) 21 см$^2 < 25$ см^2

Ответ: площадь прямоугольника меньше площади квадрата.

№ 9, стр. 22.

Надо догадаться, что фрукты в мешках отличаются на 3 яблока. Поэтому разница в цене мешков $108 - 72 = 36$ рублей равна стоимости 3 яблок. Значит, одно яблоко стоит $36 : 3 = 12$ рублей, а одна груша стоит $(72 - 12 \cdot 2) : 2 = 24$ рубля.

№ 10, стр. 22.

а) $18 : 3 = 6$ (раз);
б) $10 + 10 \cdot 5 = 60$ (к.);
в) $6 \cdot 7 - 4 \cdot 9 = 6$ (к.);
г) $56 - 56 : 7 = 48$ (к.).

№ 12*, стр. 22.

Вычислительный алгоритм с вопросом записан в виде блок-схемы. Учащиеся последовательно дают числу a значения 4, 8, 10, 15, 25, 37 и для каждого из них проходят путь к x. Запись решения в тетради в клетку может быть такой:

$a = 4$
$4 \cdot 10 = 40$
$40 > 100$ (нет)
$40 + 39 = 79$

$a = 8$
$8 \cdot 10 = 80$
$80 > 100$ (нет)
$80 + 39 = 119$

$a = 10$
$10 \cdot 10 = 100$
$100 > 100$ (нет)
$100 + 39 = 139$

$a = 15$
$15 \cdot 10 = 150$
$150 > 100$ (да)

$a = 25$
$25 \cdot 10 = 250$
$250 > 100$ (да)

$a = 37$
$37 \cdot 10 = 370$
$370 > 100$ (да)

$$\begin{array}{r} \bullet\ \bullet^{10} \\ 150 \\ \hline 74 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \bullet\ \bullet^{10} \\ 250 \\ \hline 174 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \bullet\ \bullet^{10} \\ 370 \\ \hline 294 \end{array}$$

Полученные значения x учащиеся записывают в первую таблицу и таким образом сопоставляют их с буквами. После этого числа располагаются в порядке убывания в I строчке, а соответствующие им буквы — во II строчке второй таблицы:

a	4	8	10	15	25	37
x	79	119	139	74	174	294

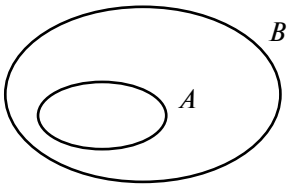
294	174	139	119	79	74
С	А	Т	У	Р	Н

В результате дети расшифровывают название второй по величине после Юпитера планеты Солнечной системы.

Сатурн знаменит своими кольцами — одним из самых удивительных и интересных образований в Солнечной системе. Эти кольца хорошо видны в телескоп в виде «ушек» по обе стороны планеты. Они были замечены еще Галилео Галилеем в 1610 году. Система колец опоясывает планету вокруг экватора и нигде не соприкасается с поверхностью. На уроке можно показать учащимся изображение Сатурна с помощью диапроектора.

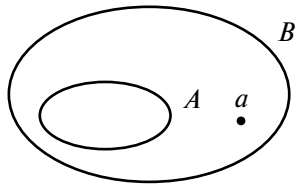
На **уроке 7** можно предложить учащимся опорный конспект (1) или опорный конспект (2):

1)



$A \subset B$

2)



$A \subset B$
$a \in B$

Урок 8

Задачи на приведение к единице

Основные цели:

1) Сформировать умение решать задачи нового вида — на приведение к единице.

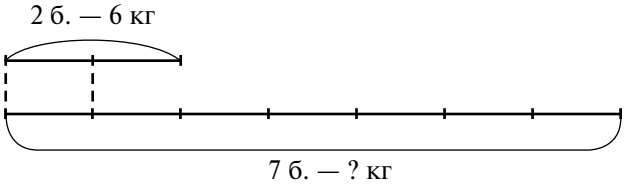
2) Актуализировать знание смысла умножения и деления.

3) Повторить понятие «подмножество», тренировать умение составлять выражение по тексту задачи, вычислительные умения и навыки (табличного и внетабличного умножения и деления).

На **уроке 8** рассматриваются задачи нового типа — задачи, в которых изменение одной величины в несколько раз приводит к изменению соответствующей величины во столько же раз (с пропорциональными величинами).

На этапе актуализации знаний следует вспомнить с учащимися смысл умножения и деления, а затем предложить им самостоятельно решить задачу нового типа, например: «В 2 одинаковых банках 6 кг варенья. Сколько килограммов варенья войдет в 7 таких банок?»

Дети под руководством учителя сами составляют схему к задаче и проводят анализ ее решения:



— Чтобы узнать, сколько варенья войдет в 7 *банок, можно массу варенья в одной банке умножить на* 7. *Известно, что в* 2 *одинаковых банках уместилось* 6 *кг варенья. Значит, в каждой банке* 6 : 2 = 3 *кг варенья, а в* 7 *таких банках* — 3 · 7 = 21 *кг.*

Существенным в алгоритме решения этой задачи является то, что вначале ищется масса варенья в *одной банке*, а затем — ответ на вопрос задачи. Другими словами, на первом шаге значение искомой величины *приводится к единице*. Чтобы фиксировать внимание учащихся на первом шаге, вначале решение задачи записывают по действиям и лишь после этого переходят к составлению выражений: (6 : 2) · 7 = 21 (кг).

Затем учитель может показать детям запись условия таких задач с помощью таблицы и предложить сравнить ее со схемой (схема нагляднее, но рисовать ее менее удобно):

2 б. — 6 кг
7 б. — ? кг
1 б. — ? кг

Для **домашней работы** целесообразно предложить учащимся составить и решить аналогичную задачу, иллюстрируя ее с помощью таблицы и схемы. В менее подготовленных классах можно дать готовое выражение к задаче, например: (16 : 8) · 6.

№ 9, стр. 24.

П — 27	Р — 72	А — 70
Д — 5	Е — 7	Г — 0

Г	Е	П	А	Р	Д

ГЕПАРДЫ — крупные хищники из семейства кошек, стройные, длинноногие звери. Тело достигает в длину 140 см, хвост — 75 см. Шерсть гладкая, желтоватого цвета с темными мелкими пятнами. Питаются различными птицами, зайцами, джейранами, к которым не только совершенно незаметно подползают, но и догоняют их, так как бегают очень быстро и делают большие прыжки. На деревья не лазают. Распространены в Африке и Юго-Западной Азии.

№ 10, стр. 24.

В задании отрабатываются понятия числового луча, делителя и кратного, приемы внетабличного умножения, деления с остатком.

Вначале учащиеся отмечают на числовом луче двузначные числа, кратные 12, а затем используют чертеж для деления с остатком на 12.

Чтобы зафиксировать в памяти детей кратные 12, можно предложить им опорный конспект или игровую ситуацию, в которой эти числа должны быстро воспроизводиться.

№ 12, стр. 25.

Повторяется смысл арифметических действий, их свойства и взаимосвязь между компонентами. Выбор знаков обосновывается, при этом дети могут рассуждать по-разному:

$x - 315 > x - 415$, так как при увеличении вычитаемого разность уменьшается (или: если вычли меньше, то осталось больше).

$y + 205 < 502 + y$, так как при увеличении слагаемых сумма увеличивается (или: слагаемое y в суммах одинаковое, а слагаемое 205 в первой сумме меньше, чем 502, значит, и вся первая сумма меньше).

$a \cdot 8 + a \cdot 6 < 15 \cdot a$, так как слева 14 слагаемых, равных a, а справа — 15 (или: левая часть неравенства равна $a \cdot 14$ по распределительному свойству умножения, а правая — $a \cdot 15$ по переместительному свойству) и т. д.

№ 14, стр. 25.

Решив примеры, учащиеся устанавливают соответствия между полученными числами и буквами, записанными рядом со столбиками:

Л — 977	У — 828	Н — 668
О — 695	Т — 709	П — 984

Расположив их в порядке убывания, они расшифровывают название самой удаленной от Солнца планеты Солнечной системы:

984	977	828	709	695	668
П	Л	У	Т	О	Н

Интересно, что Плутон совершает по орбите оборот вокруг Солнца примерно за 250 лет, т. е. в 250 раз медленнее, чем Земля. Он был открыт в 1930 году американским ученым Клайдом Томбо.

Урок 9

Решение задач

Основные цели:

1) Тренировать умение решать задачи на приведение к единице.

2) Повторить понятия множества, элемента множества, способы задания множества, графическое изображение множеств.

3) Тренировать умение решать задачи, составлять выражение по тексту задачи, вычислительные умения и навыки.

На этом уроке отрабатывается умение решать задачи на приведение к единице. В **№ 1, *стр.* 26** учащиеся осваивают еще один способ решения задач этого типа — на основе кратного отношения (8 ч больше 2 ч в 4 раза, значит, рабочий успеет изготовить деталей в 4 раза больше).

В **№ 1 (а), *стр.* 26** учащиеся вспоминают алгоритм решения этих задач. При этом внимание детей обращается на возможность решения задачи двумя способами.

а) I *способ*

4 мин — 240 м
8 мин — ? м
1 мин — ? м
1) 240 : 4 = 60 (м) — проходит в 1 минуту
2) 60 · 8 = 480 (м)
(240 : 4) · 8 = 480 (м)
Ответ: за 8 минут Антон пройдет 640 метров.

II *способ*

Заметим, что 8 мин в 2 раза больше 4 минут. Так как Антон проходит в минуту одинаковое расстояние, то за 8 мин он пройдет в 2 раза больше.
1) 8 : 4 = 2 (раза)
2) 240 · 2 = 480 (м)
Ответ: за 8 минут Антон пройдет 480 метров.

б) I *способ*

2 ч — 18 шт.
8 ч — ? шт.
1 ч — ? шт.
1) 18 : 2 = 9 (шт.) — делает рабочий за 1 час
2) 9 · 8 = 72 (шт.)
(18 : 2) · 8 = 72 (шт.)

II *способ*

Заметим, что 8 ч в 4 раза больше 2 часов. Так как рабочий делает в час одинаковое количество деталей, то за 8 часов он сделает в 4 раза больше деталей.
1) 8 : 2 = 4 (раза)
2) 18 · 4 = 72 (шт.)
18 · (8 : 2) = 72 (шт.)
Ответ: за смену рабочий сделает 72 детали.

В **№ 2, *стр.* 26** ученики повторяют правила порядка действий.

В **№ 3—4, *стр.* 26** отрабатывается понятие подмножества.

***№* 5, *стр.* 26** готовит учащихся к следующей теме — «Пересечение множеств», рассматривая два пересекающихся множества — M и K, которые имеют как общие элементы, так и различные.

$M = \{1; 2; 3; 4\}$, K = {0; 2; 4; 6; 8}. Множествам M и K одновременно принадлежат числа 2 и 4.

$1 \in M$	$4 \in M$	$8 \notin M$	$15 \notin M$
$1 \notin K$	$4 \in K$	$8 \in K$	$15 \notin K$

№ 7, стр. 27

В задании повторяется решение задач на приведение к 1. Вначале дети составляют буквенные выражения, а затем находят их значения при данных значениях букв.

а) 3 кор. — n кг
8 кор. — ? кг
1 кор. — ? кг
$(n : 3) \cdot 8$
$(12 : 3) \cdot 8 = 32$ (кг)
Ответ: в 8 коробках 32 кг изюма.

б) a к. — 30 кг
b к. — ? кг
1 к. — ? кг
$(30 : a) \cdot b$
$(30 : 10) \cdot 7 = 21$ (кг)
Ответ: для изготовления 7 компьютеров потребуется 21 кг металла.

При выполнении ***№ 8, стр. 27*** учащимся необходимо вспомнить сочетательное свойство умножения и правило вычисления объема прямоугольного параллелепипеда и площади прямоугольника. Также необходимо актуализировать знания о компонентах этой объемной фигуры (ребра, вершины, грани) и их количестве. Для создания визуального образа целесообразно показать учащимся модель фигуры — коробку, рассматривая которую учащиеся заметят, что у прямоугольного параллелепипеда 3 пары граней, что поможет в вычислении площади поверхности.

№ 10, стр. 27

Р − 50	Н − 4	А − 47
К − 36	О − 35	Д − 160

160	50	47	36	35	4
Д	Р	А	К	О	Н

Уже в древние времена люди стали присваивать собственные имена группам звезд, видимым на небе, — *созвездиям*. В этих названиях нашли отражение мифы и легенды наших предков. Созвездия помогают ориентироваться среди огромного количества звезд на звездном небе. По международному соглашению небо разделено на 88 созвездий.

ДРАКОН — широко разбросанное околополярное созвездие, огибающее созвездие Малой Медведицы. Название связано с фантастическим образом крылатого огнедышащего змея, вошедшего с древних времен в фольклор и искусство многих народов.

№ 11*, стр. 27.

Вначале дети подбирают одно какое-нибудь решение, например, 5 + 7 = 12. Поработав с конкретными примерами, они должны догадаться, что сумма однозначных чисел может принимать двузначные значения лишь от 10 до 18. Причем значение 10 она может принимать девятью различными способами (1 + 9, 2 + 8, 3 + 7, ..., 9 + 1), значение 11 — восемью способами (2 + 9, 3 + 8, 4 + 7, ..., 9 + 2), значение 12 − семью способами (3 + 9, 4 + 8, 5 + 7, ..., 9 + 3) и т. д., а значение 18 — одним способом (9 + 9). Всего получается:

$$\underbrace{9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1}_{10} = 45 \text{ способов.}$$

Задание имеет несколько решений; учащиеся должны перебором установить, сколько пар однозначных чисел в сумме дают двузначное число. Очевидно, что все это случаи внетабличного сложения (с переходом через десяток). Для более быстрого подсчета числа решений можно использовать квадратную таблицу сложения.

Урок 10

Пересечение множеств. Знак пересечения

Основные цели:

1) Познакомить с операцией пересечения множеств, ее записью с помощью специального знака.

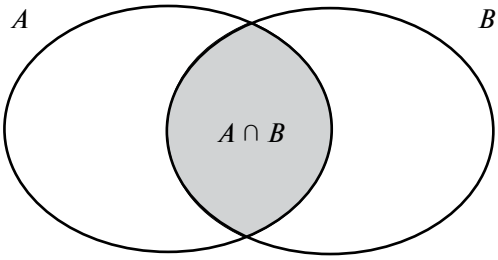
2) Тренировать умение решать задачи на приведение к единице.

3) Закреплять вычислительные навыки, повторить переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения, правило порядка действий в выражениях, решение уравнений, алгоритм деления с остатком, понятия множества и подмножества.

Из нескольких данных множеств можно получать новые множества, применяя операции их объединения и пересечения. На **уроках 10—12** рассматривается операция пересечения множеств.

Пересечением множеств A и B называют их общую часть, т. е. множество всех элементов, которые принадлежат одновременно как A, так и B. Например, пересечением множества самолетов и множества средств пассажирского транспорта является множество пассажирских самолетов.

Пересечение множеств A и B обозначают: $A \cap B$. Диаграмма пересечения множеств закрашена на рисунке:



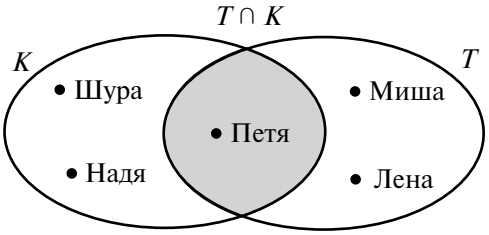
С операцией пересечения множеств учащиеся знакомятся на 10-м уроке, однако подготовительная работа была проведена на прошлых уроках (например, **№ 5, *стр.* 26**, урок 9).

На этапе актуализации знаний учащимся можно предложить выполнить задание **№ 1, 2, 3 (а), *стр.* 20** из рабочей тетради. В этих заданиях предлагается отметить точки пересечения линий, найти пересечение (общую часть) различных фигур, отметить на диаграмме элементы данных множеств. Для фиксации затруднения предложить выполнить **№ 3 (б), *стр.* 20 (РТ[4])**, в этом задании учащиеся

[4] РТ — рабочая тетрадь.

должны будут попробовать записать пересечение множеств *A* и *B*. Продолжая выполнять это задание (пункт *в*) учащиеся делают вывод о том, что такое пересечение множеств.

В **№ 1, *стр.* 28** учащимся предлагается найти общую часть областей *A* и *B* и обвести ее границу красной линией. В **№ 2, *стр.* 28** рассматривается конкретный пример пересечения множеств *K* и *T*:



По рисунку ясно видно, что общим элементом данных множеств является Петя. Учащиеся подчеркивают это имя в записи множеств *K* и *T* и обозначают пересечение множеств на диаграмме цветным карандашом.

Затем понятие пересечения множеств формулируется в обобщенном виде и рассматривается отвлеченный пример. Выясняется, что *для нахождения пересечения множеств надо найти в этих множествах общие элементы* (их удобно обозначать подчеркиванием).

В заданиях **№ 3—5, *стр.* 28—29 (У[5]), № 4, *стр.* 20 (РТ)** закрепляется понятие пересечения множеств и алгоритм его нахождения.

***№* 3, *стр.* 28.**

A ∩ *F* — множество учеников, изучающих как английский, так и французский языки.

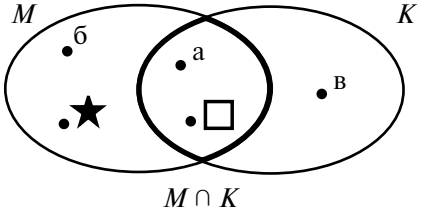
***№* 4, *стр.* 29.**

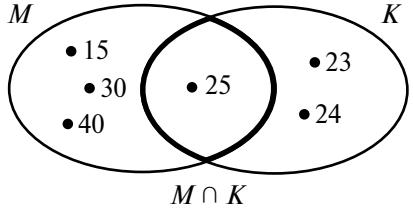
а) *A* — множество желтых фигур на рисунке, *B* — множество квадратов на рисунке. Пересечением множеств *A* и *B* являются желтые квадраты на этом рисунке.

б) *A* — множество синих фигур на рисунке, *B* − множество кругов на рисунке, *A* ∩ *B* − множество синих кругов на этом рисунке.

***№* 5, *стр.* 29.**

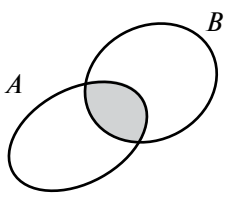
а) *M* ∩ *K* = {а, □} б) *M* ∩ *K* = {25}

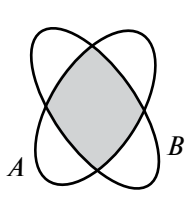


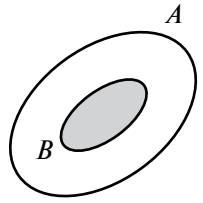


***№* 6, *стр.* 29.**

Пересечение множеств *A* и *B* закрашено на рисунках:







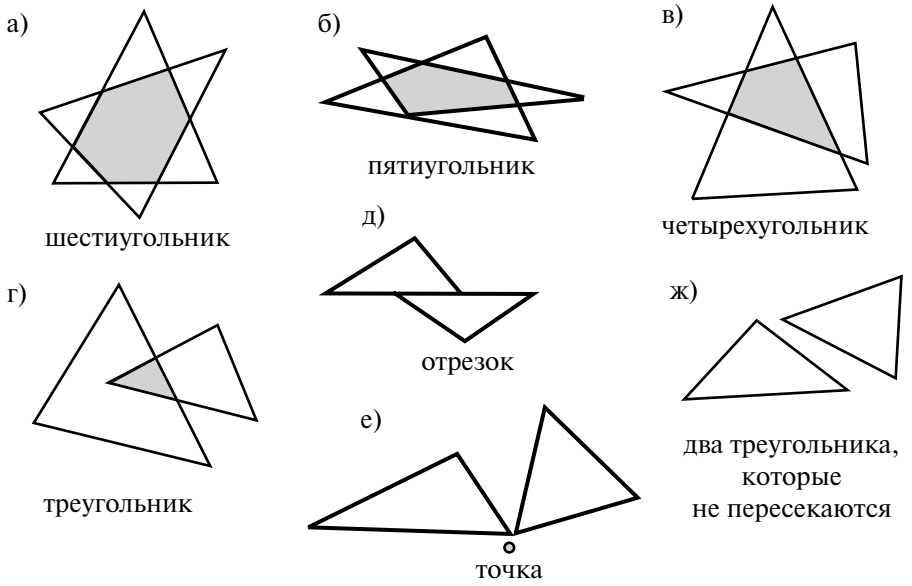
[5] У — учебник.

№ 7, стр. 29.

Множества A и B не имеют общих элементов. Это непересекающиеся множества. Пишут: $A \cap B = \varnothing$. Непересекающимися множествами являются, например, множество домов и множество птиц, множество учеников школы и множество пенсионеров и т. д.

№ 8, стр. 29.

Фигуры, являющиеся пересечением данных треугольников, надо раскрасить цветным карандашом.



№ 10, стр. 30.

Задание принесет бльшую пользу, если корни будут угадываться не случайным образом, а на основе анализа ситуации.

а) Число 15 при умножении и при делении на a не изменяется. Это возможно только в случае, когда $a = 1$.

б) Число x не изменяется как при умножении, так и при делении его на 10. Значит, $x = 0$.

в) Слева записана сумма двух слагаемых, равных y, т. е. $y \cdot 2$. Значит, $y \cdot 2 = y \cdot y$. Это возможно, если $y = 0$ или $y = 2$.

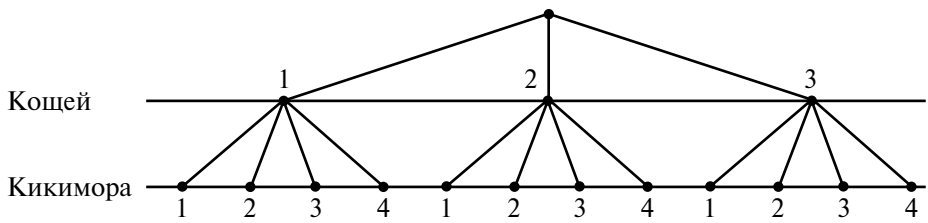
г) Слева записана сумма трех слагаемых, равных b, т. е. $b \cdot 3$. Значит, $b \cdot 3 = b \cdot b$. Это возможно, если $b = 0$ или $b = 3$.

№ 13*, стр. 30.

Полдень — это 12 ч. Три с половиной часа назад было 8 ч 30 мин утра.

№ 14*, стр. 30.

Для решения задачи необходимо перебрать все возможные дороги. Важно, чтобы перебор осуществлялся не случайным образом, а системно, в соответствии с некоторым методом. Это можно сделать, например, с помощью «дерева возможностей», введя некоторые обозначения дорог:



Из схемы ясно видно, что всего от Бабы-яги до Кикиморы через дом Кощея ведут 12 дорог (по числу точек на последней линии).

Можно рассуждать иначе. Обозначим, например, дороги от Бабы-яги до Кощея цифрами 1, 2, 3, а от Кощея до Кикиморы — 1, 2, 3, 4. Тогда каждую дорогу от Бабы-яги до Кикиморы можно обозначить двузначным числом, записывая в разряде десятков первую часть пути, а в разряде единиц — вторую. Полный перебор дорог показывает, что их всего 12:

11	21	31
12	22	32
13	23	33
14	24	34

Урок 11

*Свойства пересечения множеств**

Основные цели:

1) Познакомить со свойствами пересечения множеств (переместительным и сочетательным)

2) Повторить переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения, тренировать умение их использовать для рационализации вычислений.

3) Тренировать умение решать текстовые задачи, составлять буквенные выражения по тексту задач.

На **уроке 11** рассматриваются свойства пересечения множеств:

1) $A \cap B = B \cap A$ — переместительное,

2) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ — сочетательное.

Целью этой работы является, с одной стороны, повторение свойств сложения и умножения чисел, а с другой — закрепление понятия пересечения множеств, изученного на предыдущем уроке.

Предлагаемый материал не является обязательным для усвоения всеми учащимися и носит дополнительный характер. Он имеет высокую дидактическую ценность при условии организации поисковой, исследовательской деятельности детей, так как в этом случае не только способствует закреплению материала прошлого урока, но и развивает мышление детей, учит их переносу знаний (в данном случае фундаментальных законов арифметических операций). Вместе с тем в дальнейшем свойства пересечения множеств используются лишь в дополнительных заданиях, поэтому их формальное заучивание в готовом виде и без осознания взаимосвязей со свойствами операций над числами является дидактически нецелесообразным.

На этапе **актуализации знаний** в устную фронтальную работу включаются упражнения на использование свойств сложения и умножения, например:

$75 + 198 + 2 + 125$,

$9 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5$.

Обсуждается наиболее рациональный способ их решения. Затем учитель спрашивает у детей, какие свойства сложения и умножения помогли решить эти примеры, и просит написать и проговорить эти свойства в обобщенном виде ***№ 1, стр.* 22 (РТ)**:

$a + b = b + a$

$a \cdot b = b \cdot a$

} *переместительное свойство:* значение суммы (произведения) не зависит от порядка слагаемых (множителей)

$(a + b) + c = a + (b + c)$

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

} *сочетательное свойство:* значение суммы (произведения) не зависит от порядка действий

Затем учитель предлагает учащимся установить, выполняются ли переместительное и сочетательное свойства для других арифметических операций — вычитания и деления (**№ 2, *стр.* 22 (РТ)**). Выясняется, что нет:

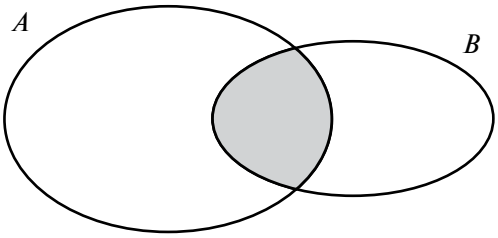
$$7 - 3 \neq 3 - 7,\ 16 : 2 \neq 2 : 16 \text{ и т. д.}$$

Таким образом, не все известные нам операции обладают указанными свойствами. На предыдущем уроке изучена новая операция над множествами — пересечение. Ставится *проблема*: установить, обладает ли пересечение множеств переместительным и сочетательным свойствами (**№ 3 (а), *стр.* 22 (РТ)**). В завершение беседы следует предложить учащимся попытаться самостоятельно записать и выразить в речи соответствующие равенства:

$$\left.\begin{array}{l} A \cap B \overset{?}{=} B \cap A \\ (A \cap B) \cap C \overset{?}{=} A \cap (B \cap C) \end{array}\right\} \textit{пересечение множеств не зависит от порядка множеств и от порядка действий}$$

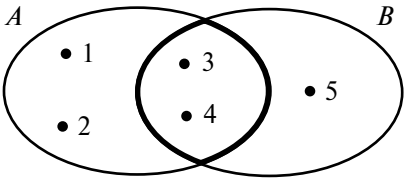
Далее дети проводят исследование (**№ 39 (б), *стр.* 22 (РТ)**), в котором устанавливается истинность записанных равенств. К уроку надо подготовить для каждого ребенка по 3 разноцветных овала, вырезанных из пленки. Аналогичное пособие, но большего размера предназначено для фронтальной работы.

Учитель прикрепляет 2 овала, изображающих множества A и B, на доске (они хорошо держатся, если смочить их водой) и просит кого-либо из детей показать сначала множество $A \cap B$, а потом множество $B \cap A$. Выясняется, что в обоих случаях это одно и то же множество — общая часть множеств A и B.



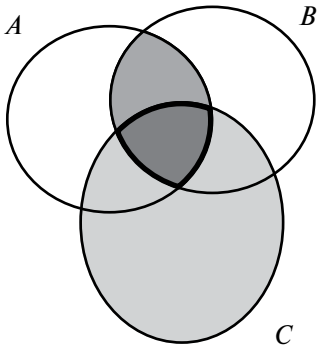
То же самое делают дети у себя за столом. В итоге формулируется переместительное свойство пересечения множеств. Затем по учебнику решается **№ 2, *стр.* 31** с проговариванием в громкой речи:

$A \cap B = \{3; 4\},\ B \cap A = \{3; 4\}$

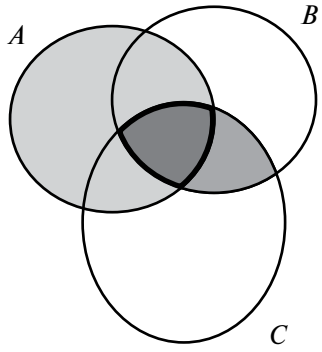


$A \cap B = B \cap A$

Аналогично сочетательное свойство сложения сначала моделируется с помощью цветной пленки, а затем в **№ 3, *стр.* 31** строится его графическая модель. Это задание также выполняется с комментированием. Перед его выполнением надо еще раз сопоставить с учащимися выражения $(A \cap B) \cap C$ и $A \cap (B \cap C)$ и проговорить, чем они отличаются. В первом случае находится сначала пересечение множеств A и B, а затем — его пересечение с множеством C. Во втором случае, наоборот, сначала вычисляется $B \cap C$ и только потом — его пересечение с множеством A. Выполнив эти операции с помощью раскрашивания, учащиеся находят результат пересечения на диаграммах и обводят красным карандашом. Они должны заметить, что в обоих случаях получаются одинаковые результаты — общая часть диаграмм множеств A, B и C.



$(A \cap B) \cap C$



$A \cap (B \cap C)$

Значит, $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

На этапе **самостоятельной работы с самопроверкой в классе** можно использовать задание **№ 4, *стр.* 31 (У)** или **№ 4, *стр.* 23 (РТ)**. В этом задании дети должны самостоятельно дописать равенства, выражающие переместительное и сочетательное свойства пересечения множеств:

$M \cap K = K \cap M$ $\qquad\qquad$ $(M \cap K) \cap T = M \cap (K \cap T)$

Во всей этой работе над свойствами пересечения множеств важно, чтобы дети учились размышлять, ориентироваться в нестандартной ситуации, осуществлять перенос знаний, обосновывать полученные выводы. Подчеркнем еще раз, что речь здесь идет не об изучении теории множеств и запоминании формальных правил, а об «открытиях» детей, наблюдении ими красоты и силы математических понятий, позволяющих выявлять общие закономерности в совершенно различных на первый взгляд явлениях.

***№* 6, *стр.* 32.**

Примеры решаются на основе переместительного и сочетательного свойств сложения и умножения. Запись:

$$258 + 475 + 42 + 125 = (\underbrace{258 + 42}_{300}) + (\underbrace{475 + 125}_{600}) = 900$$

$$8 \cdot 2 \cdot 25 = 8 \cdot 2 \cdot (5 \cdot 5) = (\underbrace{8 \cdot 5}_{40}) \cdot (\underbrace{2 \cdot 5}_{10}) = 400$$

$$14 \cdot 45 = (2 \cdot 7) \cdot (5 \cdot 9) = (\underbrace{2 \cdot 5}_{10}) \cdot (\underbrace{7 \cdot 9}_{63}) = 630$$

Урок 12

Решение задач

Основные цели:

1) Повторить пересечение множеств, графическое изображение множеств.

2) Тренировать умение применять свойства сложения и умножения для рационализации вычислений.

3) Тренировать умение составлять и решать уравнения, составлять выражения по тексту задачи, решать задачи на приведение к единице.

На этом уроке учащиеся тренируются в решении различных заданий.

В **№ 1, *стр.* 33** нужно изобразить с помощью диаграммы Эйлера–Венна пересекающиеся множества, а в задании **№ 10*, *стр.* 34** — расположить 4 элемента в двух пересекающихся множеств разными способами.

***№* 2, *стр.* 33** предполагает решение задач на приведение к единице в формате блиц-турнира, с буквенными данными (сначала нужно выполнить деление, затем умножение). Полезно обсудить с учащимися, какие еще значения, кроме заданных в условии, могут принимать буквенные данные.

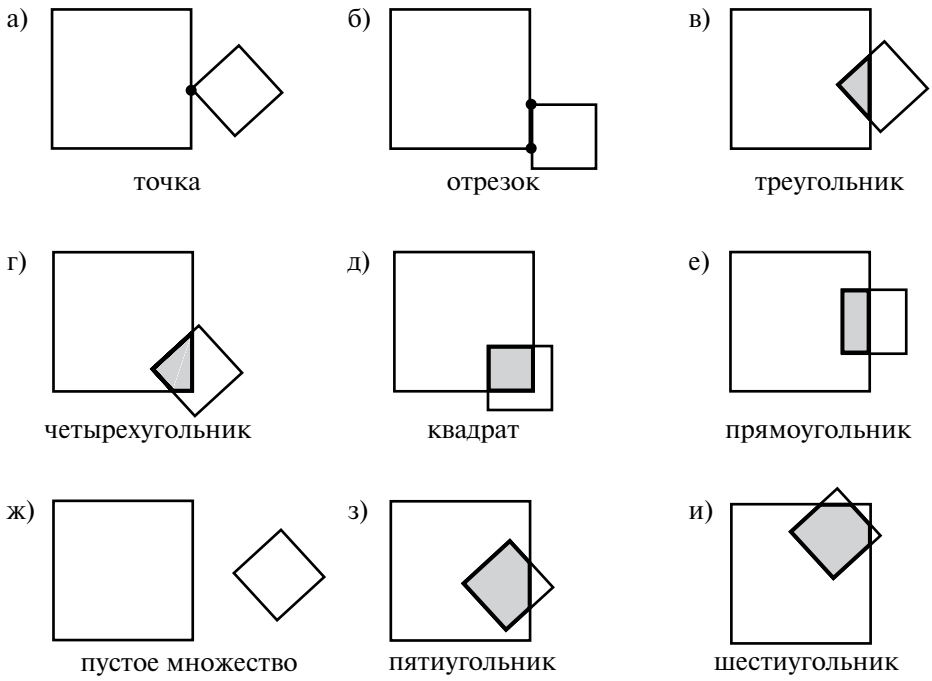
Задания ***№* 3, 5, 7, *стр.* 33** — на отработку вычислительных навыков.

Задание ***№* 4, *стр.* 33** — тренинг в составлении выражений по тексту задач, в решении задач. Здесь так же, как и в ***№* 2, *стр.* 33**, полезно обсудить с учениками возможные значения буквенных данных.

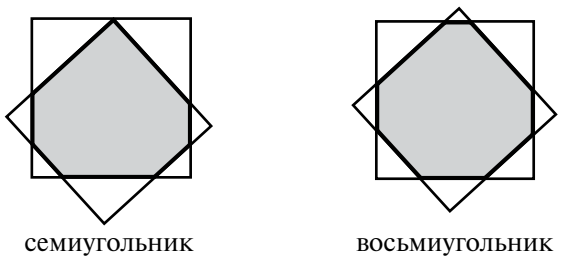
В задании ***№* 9, *стр.* 34** продолжается работа по изучению чисел, кратных какому-либо числу, в данном случае числу 13. Чтобы зафиксировать в памяти числа, кратные 13, можно предложить детям оформить опорный конспект и выучить его, чтобы затем использовать для быстрого решения примеров на деление на 13, в том числе с остатком.

***№* 10, *стр.* 34.**

Для заданных условий дети могут найти, например, следующие случаи пересечения двух квадратов:



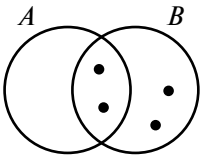
Если взять другие длины сторон квадратов, например по 4 см, то можно найти более сложные пересечения:

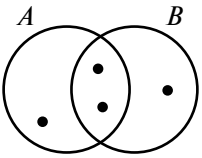


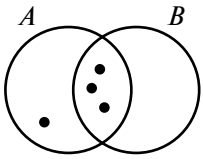
Полный перебор вариантов не является обязательным и может быть предложен учащимся в качестве дополнительного задания.

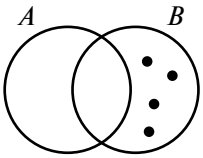
№ 11*, стр. 34.

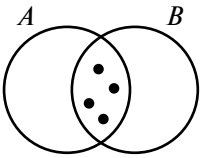
Задача решается методом *подбора*: пробуем, проверяем – верно ли подобран вариант, и если нет – пробуем еще. Здесь важно, чтобы варианты предлагали и проверяли *сами дети*.

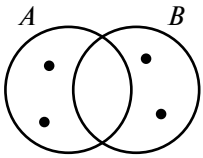
а) 

б) 

в) 

г) 

д) 

е) 

Урок 13

Обратные задачи на приведение к единице

Основные цели:

1) Сформировать умение решать обратные задачи на приведение к единице.

2) Актуализировать знание об обратных задачах, способе решения задач на приведение к единице.

3) Тренировать вычислительные умения и навыки, умение графически изображать пересекающиеся множества, находить пересечение множеств, решать уравнения.

На этом уроке вводятся новые задачи на приведение к единице. Сначала нужно актуализировать знания учащихся о взаимнообратных задачах — данные становятся искомыми, и наоборот. Это можно сделать на простых задачах типа: *Масса трех одинаковых тортов* 6 *кг. Какова масса одного торта? Масса торта* 2 *кг. Какова масса трех таких тортов?*

В заданиях ***№ 1—3, стр. 35*** вводятся задачи на пропорциональные величины нового вида. Вначале в ***№ 1, стр. 35*** они сопоставляются с аналогичными заданиями, изученными ранее. Детям предлагается решить задачу: «В трех одинаковых наборах 36 пуговиц. Сколько пуговиц в 5 таких наборах?» Пользуясь таблицей, они составляют выражение, проговаривая каждый шаг решения, а затем находят значение полученного выражения:

3 наб. — 36 п.
5 наб. — ? п.
1 наб. — ? п. $(36 : 3) \cdot 5 = 60$ (п.)

Затем рассматриваются все возможные варианты обратных задач и их решение:

3 наб. — ? п.	3 наб. — 36 п.	? наб. — 36 п.
5 наб. — 60 п.	? наб. — 60 п.	5 наб. — 60 п.
1 наб. — ? п.	1 наб. — ? п.	1 наб. —? п.
$(60 : 5) \cdot 3 = 36$ (п.)	$60 : (36 : 3) = 5$ (наб.)	$36 : (60 : 5) = 3$ (наб.)

Общее во всех задачах — то, что для их решения в первом действии надо узнать количество пуговиц в одном наборе, поэтому эти задачи называются задачами «***на приведение к единице***». А отличаются по тому, какое действие выполняется последним. В данной задаче и первой обратной задаче — *умножение*, так как по

количеству в одном наборе ищется количество пуговиц в нескольких наборах. А в последних двух задачах — *деление*, так как по количеству пуговиц в одном наборе и количеству в нескольких наборах ищется их количество.

Затем учащимся предлагается для решения задача знакомого вида (на приведение к единице).

На основе выведенного алгоритма задачи **№ 2 (а), *стр.* 35** и **№ 4 (а), *стр.* 35** можно использовать на этапе первичного закрепления.

***№* 2 (а), *стр.* 35.**

Задача решается с подробным комментированием:

— Известно, что на 2 *м*^{2} *земли посадили* 16 *кустов клубники. Надо узнать, на какой площади можно разместить* 80 *кустов клубники при сохранении плотности посадки.*

В первом действии «приведем к единице» — узнаем, сколько кустов клубники уместится на 1 *м*^{2} *земли. Для этого* 16 *кустов разделим на* 2, *получим* 8 *кустов на* 1 *м*^{2}. *Во втором действии узнаем, сколько м*^{2} *потребуется для* 80 *кустов. Для этого разделим* 80 *кустов по* 8 *кустов на* 1 *м*^{2}, *получится* 10 *м*^{2} *земли.*

16 к. — 2 м^2	1) 16 : 2 = 8 (к.) — на 1 м^2 земли.
80 к. — ? м^2	2) 80 : 8 = 10 (м^2).
? к. — 1 м^2	80 : (16 : 8) = 10 (м^2).

Ответ: 80 кустов можно разместить на 10 м^2 земли.

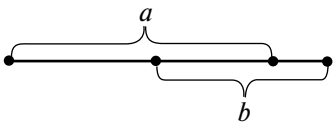
Аналогично комментируется и записывается задача **№ 4 (а), *стр.* 35**. Задачу **№ 4 (б), *стр.* 35** можно предложить учащимся для **самостоятельной работы с самопроверкой в классе**. Дома целесообразно предложить им самостоятельно придумать и решить задачу изученного типа.

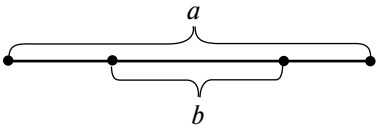
В менее подготовленных классах детям можно дать готовое выражение из **№ 3, *стр.* 35**, к которому они должны подобрать ситуацию, а затем самостоятельно решить составленную задачу. (На выбор — **№ 3**, 1-е или **№ 3**, 2-е выражение). На основе выведенного алгоритма ученики решают **№ 1**, **№ 2**, **№ 4(а)** на этапе **первичного закрепления**.

Далее решаются задания на повторение.

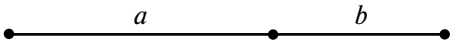
***№* 5, *стр.* 35.**

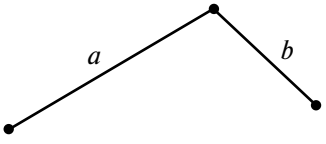
а) Отрезки имеют общую часть, поэтому они должны лежать на одной прямой, при этом один из них может оказаться частью другого:



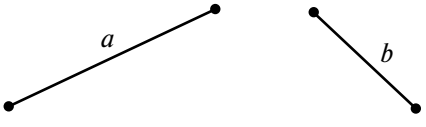


б) Отрезки имеют общий конец, при этом они могут располагаться на одной прямой, а могут — нет:





в) Отрезки не пересекаются. Они также могут лежать, а могут не лежать на одной прямой:

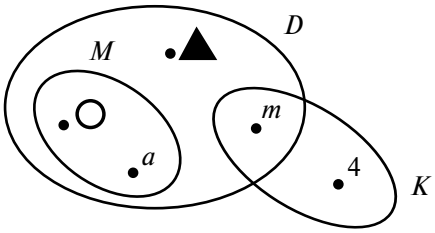


№ 6, стр. 35.

Дети должны обосновать свои записи и проиллюстрировать их с помощью диаграммы Эйлера–Венна:

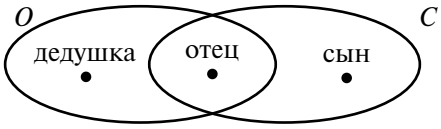
$M \subset D$ (каждый элемент множества M является элементом множества D);

$K \not\subset D$ (число 4, входящее в множество K, не является элементом множества D).



№ 9*, стр. 36.

Два отца и два сына в семье — это 3 человека: дедушка — отец — сын. Поэтому каждому достанется по одному апельсину. На рисунке, приведенном ниже, изображены множество O отцов и множество C сыновей.



Урок 14

Объединение множеств. Знак ∪

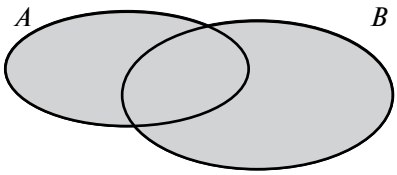
Основные цели:

1) Сформировать представление об объединении множеств, познакомить с обозначением этой операции с помощью специального знака, решением задач с теоретико-множественными понятиями.

2) Тренировать умение решать задачи на приведение к единице всех типов, составлять выражение по тексту задачи.

3) Повторить приемы внетабличного умножения и деления.

Все элементы множества A и ***все*** элементы множества B, ***вместе взятые***, образуют новое множество, называемое ***объединением*** множеств A и B. Объединение множеств A и B обозначается символом: $A \cup B$. Диаграмма объединения этих множеств закрашена на рисунке:



С понятием объединения множеств учащиеся знакомятся на **уроке 14**. На этапе **актуализации знаний** следует повторить с учащимися уже изученную операцию пересечения множеств — ее определение и алгоритм выполнения (***№ 1, № 2 (а), стр. 28 (РТ)***). Для **постановки проблемы** можно использовать задание ***№ 1, стр. 37*** из учебника или ***№ 2 (б), стр. 28*** из рабочей тетради. В нем учащимся предлагается закрасить цветными карандашами области A и B и обвести красным карандашом всю закрашенную область. Затем учитель может спросить, является

ли выполненная операция пересечением множеств? В чем ее отличие от операции пересечения? Как можно было бы назвать выполненную операцию? Как ее можно определить?

Выслушав мнения и предложения детей, учитель знакомит их с общепринятым названием и обозначением рассматриваемой операции: $A \cup B$. Затем он предлагает учащимся вывести алгоритм выполнения операции пересечения множеств, рассмотрев конкретный пример в **№ 2, *стр.* 37** из учебника или **№ 2 (б), *стр.* 28 (РТ)**. С помощью подводящего диалога учащиеся должны установить, что для нахождения всех победителей шахматно-шашечного турнира надо к победителям шахматного турнира добавить Сашу и Диму – тех победителей шашечного турнира, кто не вошел в первую группу. Значит, *для того чтобы найти объединение множеств A и B, можно взять все элементы множества A и добавить к ним те элементы множества B, которые не входят в A.*

После этого понятие объединения множеств рассматривается на отвлеченном примере, а в **№ 3—6, *стр.* 37—38** оно закрепляется и сопоставляется с понятием пересечения.

Задания **№ 3, 4** и **6, *стр.* 37—38** используются на этапе **первичного закрепления** с проговариванием в громкой речи, **№ 5, *стр.* 38** — на этапе **самостоятельной работы с самопроверкой** в классе, а **№ 15*, 16*, *стр.* 39** являются дополнительными.

***№* 3, *стр.* 37.**

$A \cap B$ – множество людей, которые умеют плавать **и** играть на скрипке.

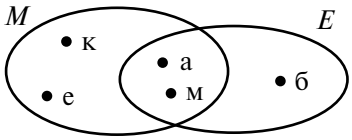
$A \cup B$ – множество людей, которые умеют плавать **или** играть на скрипке.

При решении данной задачи следует обратить внимание детей на то, что при использовании в речи союза **«и»** предполагается одновременное выполнение всех указанных свойств, связанных этим союзом, а при использовании союза **«или»** речь идет о выполнении хотя бы одного из указанных свойств.

***№* 5, *стр.* 38.**

$M \cap E = \{$ а; м $\}$

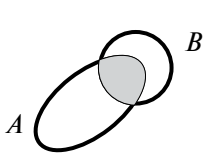
$M \cup E = \{$ а; е; м; к; б $\}$

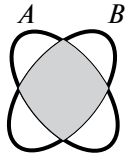


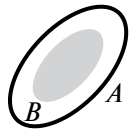
Дети должны заметить, что в множествах M и E соответственно 4 и 3 элемента, а в их объединении не 7, а всего лишь 5 элементов. Это происходит потому, что число элементов пересечения подсчитывается дважды. Значит, число элементов объединения множеств M и E равно:

$$(3 + 4) - 2$$

***№* 6, *стр.* 38.**







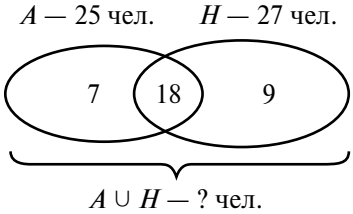
***№* 14* (б), *стр.* 39.**

Вывод, полученный о числе элементов объединения множеств, обобщается. Если в множестве A содержится a элементов, в множестве B — b элементов, а в их пересечении — c элементов, то число элементов объединения множеств A и B равно:

$$(a + b) - c$$

№ 15*, стр. 39.

Общее число детей, изучающих английский и немецкий языки, можно найти четырьмя способами.



I *способ*
(25 + 27) − 18 = 34 (чел.)

II *способ*
1) 27 − 18 = 9 (чел.) — изучают только немецкий язык.
2) 25 + 9 = 34 (чел.)

III *способ*
1) 25 − 18 = 7 (чел.) — изучают только английский язык.
2) 27 + 7 = 34 (чел.)

IV *способ*
1) 27 − 18 = 9 (чел.) — изучают только немецкий язык.
2) 25 − 18 = 7 (чел.) — изучают только английский язык.
3) 9 + 18 + 7 = 34 (чел.).

После этого учащиеся решают задачи на повторение: ***№ 7—10, стр. 38*** посвящены решению задач на приведение к единице. В ***№ 7, стр. 38*** представлены две взаимно обратные задачи. Убедиться в этом ученики смогут, составив к обеим задачам краткие записи, записав решение в форме выражения.

В ***№ 8, стр. 38*** ученикам нужно составить задачи по заданным выражениям. Здесь важно обратить внимание учеников на то, что по сюжету задачи разные, тогда как по математической структуре одинаковые.

№ 9, стр. 38 и ***№ 16*, стр. 39*** можно предложить для домашней работы. В задании ***№ 16*** ученики должны помнить, что в множестве элементы повторяться не могут, поэтому элементы букв в данном высказывании — *у, ч, и, т, ь, м, о*.

Задание ***№ 10, стр. 38*** направлено на тренировку умения составлять буквенные выражения по тексту задачи и нахождение его значения при данных значениях букв.

В ***№ 11, стр. 39*** ученикам необходимо подметить, что столбики выражений сгруппированы по способу действия; признак разбиения — вычислительный прием, который ученики используют для вычисления значения выражения (разложение большего множителя или делимого на сумму разрядных или удобных слагаемых и вычисление по правилу умножения и деления суммы на число; решение методом подбора).

На этом уроке продолжается работа по изучению кратных чисел. В ***№ 12, стр. 39*** ученики составляют множество двузначных чисел, кратных 14, и формулируют задачу заучивания этих чисел. Убедить учеников в необходимости заучивания кратных чисел можно, если создать игровую ситуацию, связанную с быстрым решением примеров типа 84 : 14. Быстрее всех справится с решением тот ученик, кто знает результаты наизусть.

Задание ***№* 13, *стр.* 39** — на повторение порядка действий, приемов действий с трехзначными (сложение и вычитание) и двузначными (умножение и деление) числами.

Урок 15

Решение задач

Основные цели:

1) Повторить операции пересечения и объединения множеств, понятие подмножества.

2) Тренировать умение решать задачи на приведение к единице всех типов.

3) Тренировать вычислительные умение и навыки (табличного и внетабличного умножения и деления), повторить решение задач на нахождение периметра треугольника, сравнение именованных чисел, выраженных в единицах длины.

На **уроке 15** закрепляется теоретико-множественный материал, изученный на предыдущих уроках.

В ***№* 1, *стр.* 40** ученики изображают на диаграммах Эйлера–Венна пересечение и объединение заданных множеств. Важно обратить внимание, что операции над множествами выполняются по тем же правилам, что и над числами, — сначала всегда выполняется действие в скобках. Можно предложить учащимся выполнить операции в другом порядке и убедиться в том, что результат будет другим.

В ***№* 2, *стр.* 40** множества заданы перечислением элементов. Чтобы выполнить указанные операции, необходимо актуализировать алгоритмы выполнения пересечения и объединения множеств: чтобы выполнить пересечение множеств A и B , нужно записать общие элементы, которые принадлежат как множеству A, так и множеству B; чтобы выполнить объединение множеств A и B, нужно записать все элементы множества A и дополнить недостающими элементами множества B — элементами, которые принадлежат множеству B и не принадлежат множеству A.

Задания ***№* 3—5, *стр.* 40** — на повторение решения задач на приведение к единице: в ***№* 3—4** речь идет о взаимно обратных задачах, в ***№* 5** ученики вновь сталкиваются с задачами с буквенными данными.

Задание ***№* 6, *стр.* 40** аналогично ***№* 11*, *стр.* 39** предыдущего урока. Можно предложить ученикам самостоятельно придумать по одному примеру к каждому столбику.

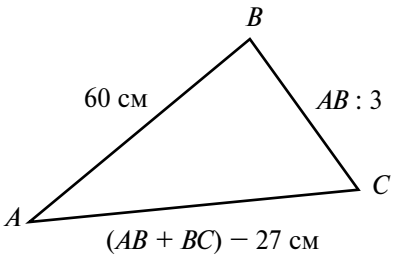
***№* 7, *стр.* 41.**

Р — 24	Т — 21	Л — 2
И — 5	А — 63	Ь — 66

Зашифровано название звезды АЛЬТАИР. Это одна из наиболее ярких звезд. Она расположена в Северном полушарии в созвездии Орла. По своей природе звезды родственны Солнцу — ближайшей к Земле звезде. Это массивные газовые шары, излучающие собственный свет (в отличие от планет, которые светят отраженным солнечным светом). Как и все тела в природе, звезды не остаются неизменными: они рождаются, эволюционируют и «умирают» — превращаются в белые карлики и нейтронные звезды.

***№* 8, *стр.* 41.**

В задании повторяется понятие периметра треугольника. Для краткой записи условия можно использовать чертеж:



— Периметр многоугольника равен сумме длин всех его сторон, поэтому для ответа на вопрос задачи можно сложить длины сторон треугольника. Первая сторона известна — 60 *см. Вторая сторона по условию в* 3 *раза меньше первой. Значит, чтобы ее найти, разделим* 60 *см на* 3. *Третья сторона меньше суммы первых двух на* 27 *см. Поэтому сложим две стороны и уменьшим сумму на* 27 *см — получим длину третьей стороны. Теперь длины всех сторон известны и мы можем ответить на вопрос задачи.*

1) 60 : 3 = 20 (см) — длина второй стороны.

2) (60 + 20) − 27 = 53 (см) — длина третьей стороны.

3) 60 + 20 + 53 = 133 (см)

133 см = 1 м 33 см

Ответ: периметр треугольника равен 1 м 33 см.

***№* 11*, *стр.* 41.**

Задание создает мотивирующую ситуацию для изучения нумерации многозначных чисел и действий с ними, готовит детей к изучению этих тем. Подобные задания учащиеся уже встречали во 2 классе. Они знают, что складывать и вычитать «длинные» числа надо так же, как и трехзначные: 10 единиц каждого разряда составляют 1 единицу следующего разряда, начиная справа.

Названия чисел сообщаются детям только в случае, если возникнет такой вопрос. Обычно к этому времени в классе уже есть дети, которые знают нумерацию многозначных чисел. Тогда лучше попросить их самих прочитать числа, поощрив за «подсказку».

4085	9215	47 325	82 730
+ 3274	− 1703	+ 29 580	− 34 159
7359	7512	76 905	48 571

Задания ***№* 9, 10*, *стр.* 41** можно предложить для домашней работы.

Урок 16

Умножение чисел в столбик: 24 · 8

Основные цели:

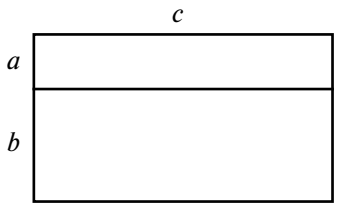
1) Сформировать умение умножать двузначное число на однозначное (в столбик).

2) Повторить способы задания множества, операции над множествами, решение уравнений, текстовых задач.

На **16-м уроке** учащиеся знакомятся с записью в столбик произведения двузначного числа на однозначное. Целью этой работы является, с одной стороны, закрепление навыков табличного умножения чисел, а с другой — опережающая подготовка к изучению умножения многозначного числа на однозначное.

На этапе **актуализации знаний** надо повторить сложение и вычитание чисел в столбик (***№* 1, *стр.* 42**), нахождение площади прямоугольника по известным его

сторонам и графическую модель распределительного свойства умножения (**№ 2, *стр.* 42 (У), № 1, *стр.* 31 (РТ)**):



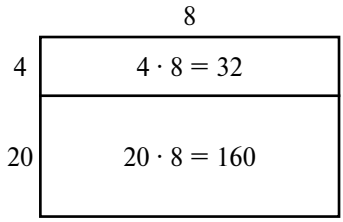
$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Далее можно предложить учащимся объяснить прием умножения двузначного числа на однозначное, используя распределительное свойство умножения, например:

$$24 \cdot 8 = (20 + 4) \cdot 8 = 20 \cdot 8 + 4 \cdot 8 = 160 + 32 = 192$$

Для постановки проблемы можно обратить их внимание на то, что запись решения получается громоздкая, неудобная. Ставится цель — придумать более компактную, удобную запись по аналогии с записью сложения и вычитания в столбик. Логика рассуждений в подводящем диалоге может быть примерно такой:

— Произведение 24 и 8 равно площади прямоугольника со сторонами 24 ед. и 8 ед. Разбив большую сторону на части 20 ед. и 4 ед., видим, что вся площадь равна сумме площадей получившихся прямоугольников: 32 и 160 кв. ед. Записав сумму в столбик, приходим к более удобной записи умножения:



$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ \ 8 \\ \hline 32 \\ +\ 160 \\ \hline 192 \end{array}$$

Она означает, что для вычисления произведения надо умножить на 8 сначала 4 единицы, затем 2 десятка и сложить полученные произведения.

Однако эту запись можно еще упростить, вычисляя число десятков «в уме». Тогда число десятков первого произведения удобно писать для памяти над числом десятков первого множителя:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 3}\ \ \\ 24 \\ \times\ \ 8 \\ \hline 192 \end{array}$$

Решение примеров комментируется так:

Умножаю единицы: 8 · 4 = 32 ед., 2 единицы пишу под единицами, а 3 десятка запоминаю.

Умножаю десятки: 8 · 2 = 16 дес. К 16 дес. добавляю 3 дес.: 16 + 3 = 19. Пишу 9 в разряде десятков, а 1 — в разряде сотен.

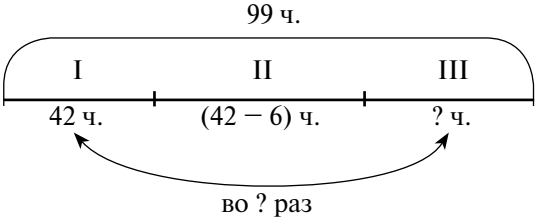
Ответ: 192.

Для этапов **первичного закрепления** и **самостоятельной работы с самопроверкой** в классе предназначены примеры **№ 4—5, *стр.* 42 (У), № 2, 3, *стр.* 31 (РТ)**, а дома можно предложить учащимся составить и решить свои аналогичные примеры.

Далее ученики решают задания на повторение.

В задании **№ 8, *стр.* 43** повторяются отношения «увеличить — уменьшить в несколько раз» и «увеличить — уменьшить на несколько единиц», которое используется для решения задачи **№ 9, *стр.* 43**.

№ 9, стр. 43.



— Известно... Надо найти...

Чтобы ответить на вопрос задачи, можно число людей в I *автобусе разделить на число людей в* III *автобусе. Но сначала требуется найти, сколько пассажиров ехало в* III *автобусе. Для этого из числа всех пассажиров вычтем число людей, ехавших в первых двух автобусах. (Ищем часть.)*

1) 42 − 6 = 36 (ч.) — во II автобусе.
2) 42 + 36 = 78 (ч.) — в первых двух автобусах.
3) 99 − 78 = 21 (ч.) — в III автобусе.
4) 42 : 21 = 2 (раза).

Ответ: в III автобусе ехало в 2 раза меньше людей, чем в I.

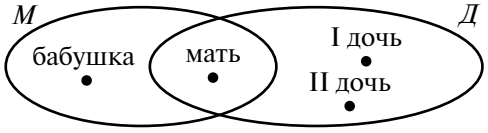
№ 11, стр. 43.

а) $a \cdot 4 - a$ б) $b : (b - 8)$ в) $n + n : 2 + (n + 5)$

№ 13* и 14*, стр. 43 — повышенной сложности. Поскольку число сортов яблок (***№ 13***) равно трем, то необходимо взять 4 яблока, чтобы среди них было не менее двух яблок двух сортов («в худшем случае» будет так: сначала возьмем яблоко первого сорта, затем второго, затем третьего — получится по одному яблоку каждого сорта; следующий раз обеспечит яблоко одного из трех сортов). Во втором случае нужно рассуждать так же: «в худшем случае» каждый раз будет попадаться яблоко нового сорта — по 3 взяли 4 раза (12 яблок) и 13-е яблоко будет обязательно пятым (какого-либо сорта).

№ 14*, стр. 43.

Бабушка, мать и 2 дочери. На рисунке изображена диаграмма Эйлера−Венна множества матерей *М* и множества дочерей *Д*.



Урок 17

*Свойства объединения множеств**

Основные цели:

1) Познакомить со свойствами операции объединения множеств.

2) Актуализировать свойства сложения и умножения, тренировать умение использовать эти свойства для рационализации вычислений.

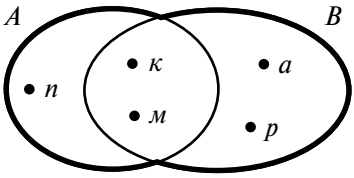
Свойства объединения множеств рассматриваются на **уроке 17** аналогично тому, как рассматривались свойства пересечения множеств. Вначале в ***№ 1, стр. 44 (№ 1, стр. 32 (РТ))*** учащиеся вспоминают переместительное и сочетательное свойства изученных операций (сложения и умножения чисел, пересечения множеств), обсуждают, где используются эти свойства. Затем ставится проблема: выполняются ли эти свойства для объединения множеств (***№ 2 (а), стр. 32 (РТ)***)?

Учащиеся должны сами сформулировать и записать переместительное и сочетательное свойства для нового действия:

$$\left.\begin{array}{l} A \cup B \overset{?}{=} B \cup A \\ (A \cup B) \cup C \overset{?}{=} A \cup (B \cup C) \end{array}\right\}$$ *объединение множеств не зависит от порядка множеств и порядка действий*

Исследование этих свойств в процессе **открытия нового знания** проводится с помощью предметных моделей, сделанных из цветной пленки или можно использовать задание из рабочей тетради ***№ 2 (б), стр. 32***. Здесь же формулируются и записываются соответствующие выводы. Затем в ***№ 2—3, стр. 44 (№ 3, стр. 32 (РТ))*** на этапе **первичного закрепления** эти выводы проговариваются в громкой речи.

№ 2, стр. 44.

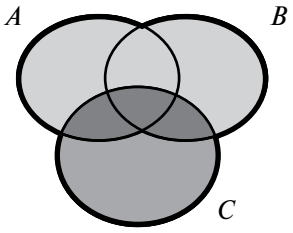


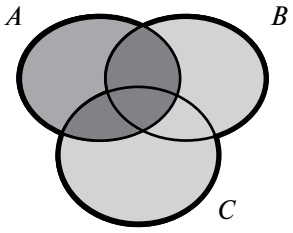
$A \cup B = \{ к, м, п, а, р \}$

$B \cup A = \{ а, м, к, р, п \}$

$A \cup B = B \cup A$. Результат объединения множеств не зависит от порядка множеств.

№ 3, стр. 44.





$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Результат объединения множеств не зависит от порядка действий.

Задание ***№ 4, стр. 44*** можно предложить учащимся в качестве самостоятельной работы с самопроверкой в классе. В этом задании они уже сами должны дописать равенства, выражающие свойства объединения множеств:

$M \cup K = K \cup M$ $\qquad\qquad$ $(M \cup K) \cup T = M \cup (K \cup T)$

Задачи ***№ 8 (в, г), стр. 45*** — на повторение смысла умножения.

Повторение свойств сложения и умножения позволяет ученикам осознанно выполнить ***№ 7, стр. 45*** в режиме домашней работы; при ее проверке обязательно соотнести способ вычисления и правило, которое лежит в его основе.

В ***№ 10, стр. 46*** продолжается работа по изучению кратных чисел — здесь ученики составляют множество двузначных чисел, кратных 15, что используется при решении примеров на деление с остатком типа 34 : 15.

Урок 18

*Разбиение множества на части**

Основные цели:

1) Сформировать представление о непересекающихся подмножествах одного множества, о разбиении множества на части (классификации) на основании некоторого признака.

2) Закрепить вычислительные навыки, повторить свойства множеств, решение уравнений и текстовых задач.

На **уроке 18** вводится понятие непересекающихся множеств, разбиения множества на непересекающиеся подмножества на основании некоторого признака.

Учащиеся знакомятся с понятием **классификации**. Под **классификацией** в науке понимают результат разбиения всего множества на непересекающиеся подмножества (классы). Разбиение производится на основании некоторого признака (основания классификации), позволяющего однозначно отнести каждый элемент множества к определенному подмножеству, при этом должны выполняться следующие условия:

1) все полученные подмножества попарно не пересекаются.

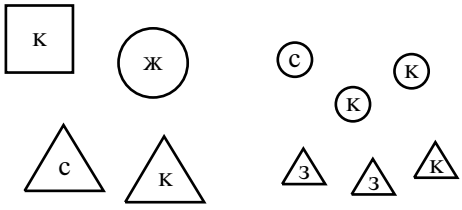
2) объединение всех подмножеств составляет исходное множество.

Классификацию можно выполнить путем указания признака. Например, множество многоугольников можно разбить на части «треугольники» и «не треугольники».

Классификация используется во всех областях знания для выявления закономерностей изучаемых явлений (классификация организмов в биологии, классификация химических элементов в периодической системе элементов Д. И. Менделеева, классификация книг в библиотеке, классификация языков в языкознании, классификация запасов полезных ископаемых, классификация наук и т. д.). Поэтому формирование представления о классификации — одно из важных условий подготовки школьников к сознательному усвоению ими новых понятий по всем учебным дисциплинам. Кроме того, включение операции классификации в процесс обучения наряду с другими приемами умственных действий (анализ и синтез, сравнение, обобщение, аналогия) оказывает самое положительное влияние на развитие мышления детей.

Умение выполнять классификацию формируется на конкретных примерах. Уже в 1 классе учащиеся выполняли задания на классификацию группы предметов по различным признакам (цвету, форме, размеру, назначению и т. д.) (***№* 1, *стр.* 33 (РТ)**). Этот материал целесообразно включить в урок на этапе **актуализации знаний**.

Сначала можно спросить детей, приходилось ли им когда-нибудь наводить порядок. И выслушать 2—3 ответа (уборка игрушек, комнаты, размещение марок в альбоме и т. д.). Затем предложить им «навести порядок» в множестве фигур — разбить их на части по цвету:



Затем детям можно сказать, что разбиение множества предметов на части по некоторому свойству — это своеобразное «наведение порядка» в множестве, в математике его называют **классификацией**. Подобно тому, как наводится порядок в вещах, все элементы множества как бы «раскладываются по полочкам». Ни один предмет не может находиться одновременно на двух полках — он должен лежать на вполне определенном месте (иначе не будет порядка). Кроме того, порядок наведен лишь тогда, когда все предметы убраны. Точно так же и о множестве говорят, что оно разбито на части, если **каждый** его элемент попал только в **одну** часть.

В ***№* 1, *стр.* 47** учащиеся рассматривают два случая разбиения конечных множеств: на непересекающиеся и пересекающиеся подмножества. В обоих случаях множество A является объединением двух других множеств:

а) $B \cup C = A$; б) $B \cup D = A$.

Однако в ***№* 1(а), *стр.* 47** множества непересекающиеся, поэтому число элементов A равно сумме чисел элементов B и C ($4 + 2 = 6$). Множества B и D имеют общий элемент — большой треугольник, значит, сумма чисел элементов B и D не равна числу элементов множества A ($4 + 3 \neq 6$).

В ***№ 2, стр. 47*** учащиеся делят все элементы множеств *A* и *B* на две части: съедобные и несъедобные предметы. Выясняется, что каждый предмет либо съедобный, либо несъедобный, и, значит, он *попадает только в одну часть*. Поэтому о множествах *A* и *B* можно сказать, что они разбиты на части по признаку *съедобные — несъедобные*. В то же время множество *A* нельзя разбить на части *несъедобные предметы — грибы*, так как мухомор попадает в обе части, а множество *B* нельзя разбить на части *съедобные предметы* и *овощи*, потому что бабочка и стрекоза не попадут ни в одну из этих частей, а огурец и помидор попадут в обе. В обоих случаях *«порядок не наведен»*. Отсюда вывод: **множество разбито на части (в нем «наведен порядок», проведена классификация), если каждый его элемент попал только в одну часть**. Признак, по которому множество разбивается на части (в примерах *A* и *B* — *съедобные или несъедобные предметы*), называется **основанием** классификации.

№ 3, стр. 48.

«Порядок наведен» в множествах *A* и *X* — в них каждый элемент попал в одну часть. О них можно сказать: они разбиты на части, в них проведена классификация. Множество *A* разбито на части *замкнутые* и *незамкнутые линии*, а множество *X* — на части *параллелепипеды* и *цилиндры*.

В множестве *T* «порядок не наведен», так как синий круг принадлежит одновременно обеим частям *M* и *K*.

В множестве *D* также «порядок не наведен», поскольку некоторые фигуры не попали ни в одну из выделенных частей *E* и *F*.

№ 4, стр. 48.

Данное множество чисел может быть разбито на части разными способами:

1) по числу цифр в записи числа − однозначные, двузначные, трехзначные;

2) по сумме цифр — 5 или 12;

3) четные и нечетные числа;

4) круглые и некруглые числа и т. д.

Дети должны предложить несколько вариантов решения, выделяя соответствующие группы чисел и называя основание классификации.

В дальнейшем можно рассматривать классификацию множеств выражений, уравнений, задач, слов, предложений по самым разнообразным признакам. Подобные упражнения активизируют мыслительную деятельность детей и способствуют более глубокому и осознанному усвоению ими новых понятий. Поэтому подобные задания следует по возможности чаще включать в устную фронтальную работу.

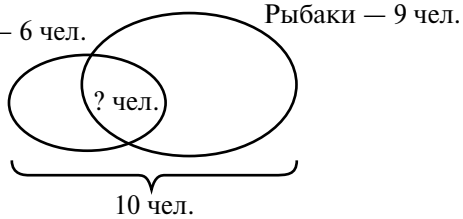
№ 5, стр. 48.

Дети обводят замкнутыми линиями на рисунках части данных множеств:

а) треугольники и квадраты; б) зеленые и желтые фигуры; в) большие и маленькие фигуры. Аналогичные задания выполнялись в 1 классе, а теперь дети должны осознать, что выполняемая ими операция является *классификацией*.

№ 7, стр. 49.

Рассматривается случай, когда объединение множеств не является их суммой, так как множества — пересекающиеся.



$(6 + 9) - 10 = 5$ (чел.)

Ответ: 5 человек являются одновременно охотниками и рыбаками.

№ 8, стр. 49.

Повторяются алгоритмы решения задач на приведение к единице.

а) 30 м — 5 с

360 м — ? с — 360 : (30 : 5) = 60 (с)

1 м — ? с — 60 с = 1 мин

Ответ: охотник добежал до лесника за 1 мин.

б) 7 д. — 350 г

30 д. — ? г — (350 : 7) · 30 = 1500 (г)

1 д. — ? г — 1500 г = 1 кг 500 г

Ответ: павлину на месяц потребуется 1 кг 500 г пшеницы.

Перед выполнением ***№ 9, стр. 49*** можно провести фронтальную работу, связанную с анализом математических выражений; ее результатом должен стать вывод о том, что часть примеров удобнее решить, пользуясь записью в столбик, часть — устно.

№ 10, 11, стр. 49 — можно предложить для домашней работы.

№ 12 и ***13*, стр. 49*** — на повторение теории множеств. В ***№ 12***, ученикам нужно построить диаграмму, отражающую взаимосвязь между заданными множествами.

№ 13*, стр. 49.

Задача аналогична ***№ 15*, стр. 39***. Ее можно решить 4 способами.

I *способ* (12 + 18) − 4 = 26 (чел.)

II *способ* 12 + (18 − 4) = 26 (чел.)

III *способ* (12 − 4) + 18 = 26 (чел.)

IV *способ* (12 − 4) + 4 + (18 − 4) = 26 (чел.)

По данным в условии задачи можно еще узнать, сколько человек ездили только в Суздаль (12 − 4 = 8 человек), а сколько — только во Владимир (18 − 4 = 14 человек).

Задание ***№ 14*, стр. 49*** мотивирует учащихся на изучение многозначных чисел, поскольку с выполнением действий они, скорее всего, справятся (по аналогии со сложением и вычитанием трехзначных чисел), но прочитать числа не смогут (или предложат различные варианты).

Урок 19

Решение задач

Основные цели:

1) Создать условия для переноса алгоритма умножения в столбик на случаи умножения круглых чисел типа 310 · 3 и 35 · 20.

2) Тренировать умение проводить разбиение множества на классы, умножать в столбик, решать задачи на приведение к единице.

3) Повторить алгоритм сложения и вычитания трехзначных чисел, зависимость между результатами и компонентами действий сложения и вычитания (с увеличением слагаемого сумма увеличивается) и взаимосвязь между ними.

4) Повторить графическое изображение множеств и операций над множествами, порядок действий в выражениях со скобками и без них.

На этом уроке учащиеся тренируются в выполнении заданий, аналогичных освоенным на предыдущих уроках.

Так, в ***№ 1*** и **2**, ***стр. 50*** речь идет о разбиении множества на классы. В *№* 1 ученики должны самостоятельно выбрать признак разбиения (назначение) и выполнить классификацию (мел, карандаш, ручка — пишущие принадлежности; ложка, блюдце, чашка — посуда). В *№* 2 множество уже разбито на классы, ученикам нужно определить признак разбиения для каждого случая: а) однозначные и двузначные числа; б) сумма цифр в числах равна 5 или 6; в) круглые и некруглые числа; г) четные и нечетные числа.

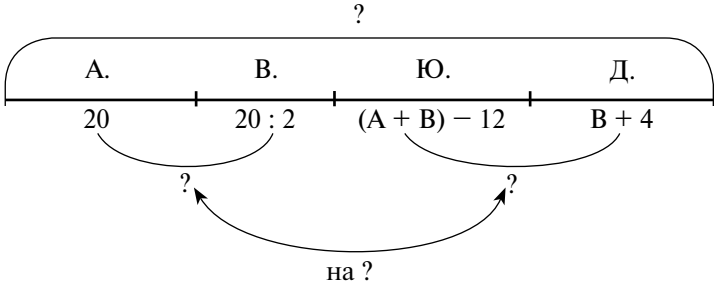
Задание ***№ 3, стр. 50*** на повторение письменного приема вычисления: примеры на умножение в столбик.

Задание ***№ 4, стр. 50*** содержит 2 задачи на приведение к единице. Полезно сделать прикидку до решения задач: большее или меньшее число получится в результате решения каждой задачи и почему (иллюстрация свойств прямой и обратной пропорциональной зависимости в неявном виде — без введения термина). Если позволит время, можно составить и решить обратные задачи.

На уроке продолжается работа по освоению приема умножения в столбик (***№ 6, стр. 50***). В этом задании дети знакомятся с записью умножения круглых чисел в столбик. В задании ***№ 5, стр. 50*** учащиеся самостоятельно заполняют таблицу, в которой систематизируются свойства сложения и умножения. Затем в задании ***№ 6 (а)***, им предлагается, пользуясь свойствами умножения, обосновать прием умножения круглых чисел. Поскольку вначале они перемножаются, «не глядя на нули», а потом нули лишь приписываются, то при записи умножения круглых чисел в столбик нули удобно смещать вправо.

Примеры на умножение в столбик двузначного числа на однозначное и сводящееся к нему умножение круглых чисел затем систематически включаются в следующие уроки и создают прочную основу изучения умножения многозначного числа на однозначное.

№ 7, стр. 51.



— Чтобы узнать, сколько раков поймали все ребята вместе, можно сложить количество раков, которое поймал каждый из них. По условию, Андрей поймал 20 *раков, Вася — в* 2 *раза меньше Андрея, то есть* 20 : 2 *раков. Юля поймала на* 12 *раков меньше Андрея и Васи вместе, поэтому общее число раков у Андрея и Васи надо уменьшить на* 12. *Даша поймала на* 4 *рака больше Васи, значит, число раков Васи надо увеличить на* 4. *Чтобы узнать, кто поймал раков больше — мальчики или девочки — и на сколько, надо сосчитать число раков у мальчиков и у девочек и из большего числа вычесть меньшее.*

1) 20 : 2 = 10 (р.) — поймал Вася.
2) 20 + 10 = 30 (р.) — поймали Андрей и Вася.
3) 30 − 12 = 18 (р.) — поймала Юля.
4) 10 + 4 = 14 (р.) — поймала Даша.
5) 18 + 14 = 32 (р.) — поймали девочки.
6) 30 + 32 = 62 (р.) — поймали все вместе.
7) 32 > 30, 32 − 30 = 2 (р.).

Ответ: все вместе поймали 62 рака; девочки поймали на 2 рака больше, чем мальчики.

№ 10, стр. 51.

Повторяется взаимосвязь между компонентами и результатами сложения и вычитания. Дети письменно решают примеры, записанные в столбик ($318 + 485 = 803$, $952 - 587 = 365$), а затем, используя полученные результаты, остальные примеры решают устно с *обязательным обоснованием* решения:

$319 + 485 = 804$ — первое слагаемое увеличилось на 1, а второе не изменилось, значит, сумма увеличится на 1.

$318 + 484 = 802$ — второе слагаемое уменьшилось на 1, а первое не изменилось, значит, сумма уменьшится на 1.

$319 + 484 = 803$ — первое слагаемое увеличилось на 1, а второе уменьшилось на 1, значит, сумма не изменится.

$328 + 485 = 813$ — первое слагаемое увеличилось на 10, а второе не изменилось, значит, сумма увеличится на 10.

$953 - 587 = 366$ — уменьшаемое увеличилось на 1, а вычитаемое не изменилось, значит, разность увеличится на 1.

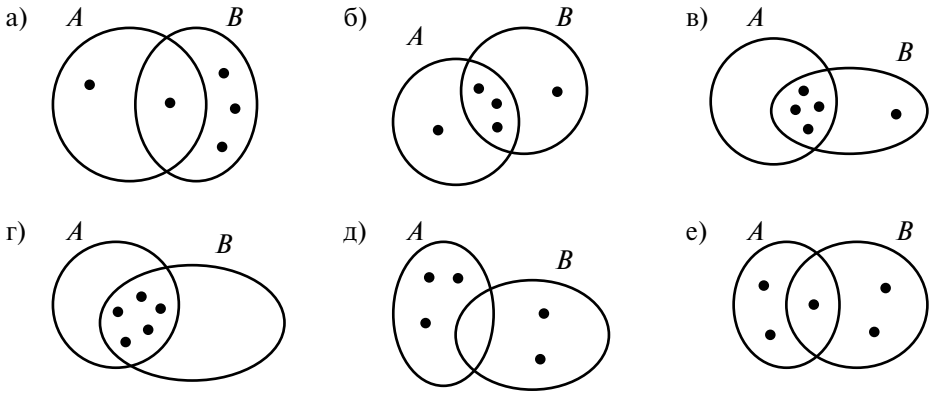
$952 - 588 = 364$ — уменьшаемое не изменилось, а вычитаемое увеличилось на 1, значит, разность уменьшится на 1.

$953 - 588 = 365$ — уменьшаемое увеличилось на 1, и вычитаемое увеличилось на 1, значит, разность не изменится.

$852 - 587 = 265$ — уменьшаемое уменьшилось на 100, а вычитаемое не изменилось, значит, разность уменьшится на 100.

№ 12*, стр. 51.

Задание выполняется подбором элементов:



Задания ***№ 8, 11, стр. 51*** — для домашней работы.

Уроки 20—21

Как люди научились считать

Основные цели:

1) Обобщить и систематизировать знания детей о натуральных числах и действиях с ними.

2) Познакомить их с историей развития понятия числа.

3) Подготовить к изучению нумерации многозначных чисел.

На **уроках 20—21** подробно рассматривается материал, связанный с историей развития понятия числа. Дети должны в сжатой, сокращенной форме пройти и «пережить» весь тот исторический путь, который прошло человечество от операций с конкретными множествами предметов к числам и операциям над ними. Основные этапы этого пути отражены в учебнике[6].

[6] Более подробно данный материал изложен в кн.: *Депман И.Я., Виленкин Н.Я.* За страницами учебника математики. — М.: Просвещение, 1989.

I. Арифметика каменного века

Люди еще не знают счета, но для решения практических задач вынуждены выполнять операции сравнения, сложения и вычитания множеств предметов.

II. Числа начинают получать имена

Отвлекаясь от конкретных совокупностей предметов, люди научились обозначать словами общее свойство равночисленных множеств (т.е. множеств, в которых одинаковое число предметов). **Один** — это общее свойство всех тех множеств, в которых столько же предметов, сколько солнц на небе. **Два** — общее свойство тех множеств, в которых столько же элементов, сколько крыльев у птицы, и т. д. Заметить и осознать эту общность было совсем не просто.

Прошли сотни тысячелетий развития человеческого общества, прежде чем появились первые названия у чисел (примерно 25 тыс. лет тому назад). Затем потребовалось еще примерно 20 тысячелетий, чтобы освоить счет до тысячи, и «всего лишь» около 5 тысячелетий, чтобы научиться называть и записывать любое натуральное число. В последнее тысячелетие понятие числа стремительно развивалось. Появились отрицательные и дробные, иррациональные и комплексные числа. Это числа новой природы со своими свойствами и алгоритмами действий. С ними учащимся еще предстоит встретиться в старших классах. А сейчас они находятся примерно на том же этапе освоения чисел, на котором находилось человечество около 50 веков тому назад.

III. Живая счетная машина

Все числа от 0 до 1000 можно назвать с помощью всего лишь 37 слов и записать с помощью 10 цифр. Если бы каждое следующее число обозначалось новым символом и называлось новым словом, то счет и запись больших чисел были бы просто невозможны — люди не смогли бы запомнить такое большое число слов и знаков.

Выход был найден с помощью замечательной идеи — **укрупнения единиц** счета. Такой принцип счета помогла открыть живая счетная машина — пальцы рук (счет десятками). Надо обязательно предложить учащимся сосчитать несколько групп предметов так, как это делали папуасы в описании Миклухо-Маклая.

IV. Сорок и шестьдесят

Счет десятками позволил называть и обозначать уже сравнительно большие числа. Важными этапами в развитии числа было освоение счета до 40, 60, 100, 1000. О значимости этих этапов и их продолжительности говорит внимательный анализ употребляемых нами слов и выражений.

V. Операция над числами

К операциям над числами люди также пришли не сразу, а лишь догадавшись, многократно складывая и вычитая множества самых разнообразных предметов, что фактически они решают одну и ту же задачу. Поэтому, отвлекаясь от конкретных предметов и складывая и вычитая количества (числа), можно не выполнять действия с предметами непосредственно, а использовать **готовый результат**, полученный при сложении и вычитании других множеств. Осознание этого факта существенно упрощало решение практических задач и означало поэтому значительное продвижение по пути прогресса.

VI. Системы счисления

Итак, укрупнение единиц счета позволило выражать большие числа небольшим числом слов. Группируя счетные единицы в десятки, затем в десятки десятков и т. д., легко обозначить сколь угодно большие числа. Такая система счисления называется **десятичной**.

Известно, что распространение десятичной системы счисления связано с тем, что у человека на руках 10 пальцев. Однако в принципе каждая следующая укрупненная единица счета может содержать любое число простых единиц. В процессе исторического развития возникали и использовались некоторые другие системы счисления: пятеричная (счет пальцами одной руки), двадцатиричная (счет пальцами рук и ног), двенадцатиричная (счет суставами 4 пальцев: указательного, среднего, безымянного и мизинца). В компьютерах широко используется двоичная система счисления, так как машины различают лишь 2 разных знака: «есть электрический сигнал» — «нет электрического сигнала».

VII. Первые цифры

Запись чисел появилась много позже названия чисел. Сначала каждая единица «записывалась» зарубкой на дереве или кости, узелком на веревке, глиняной фигуркой и т. д. Сколько единиц — столько и знаков, обозначающих данное число.

Следующим важным шагом было изобретение знака, обозначающего сразу **группу единиц**, а затем — изобретение **позиционной** системы записи: один и тот же знак обозначает разные количества в зависимости от своего положения в записи числа.

VIII. Открытие нуля

Проблема записи чисел не была решена до тех пор, пока люди не научились обозначать отсутствующие разрядные еденицы. Впервые принцип их обозначения в середине числа придумали вавилоняне примерно 2 тыс. лет тому назад, но они не догадались писать их в конце числа. Современная система записи чисел оформилась лишь 10—14 веков назад, а в нашей стране получила распространение лишь в XVII веке.

IX. Бесконечность натурального ряда чисел

Важнейшим этапом в развитии понятия натурального числа явилось осознание бесконечности натурального ряда чисел. Уже на данном этапе обучения полезно сформировать у учащихся представление о том, что за каждым натуральным числом, сколь велико оно ни было бы, всегда идет следующее, на единицу большее данного. То есть, другими словами, натуральный ряд чисел можно продолжать **неограниченно**.

Обычно вопросы исторического характера рассматриваются как некоторая необязательная, дополнительная часть курса и выносятся во внеклассную работу. Мы полагаем, наоборот, что понимание происхождения математических понятий, роли и значения математического метода исследования реального мира является необходимым условием сознательного и глубокого усвоения детьми школьной программы по математике. Данные уроки обладают также огромными возможностями эмоционального воздействия на детей, организации их творческой деятельности и формирования познавательных интересов.

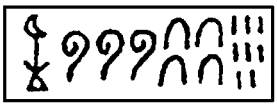
Формы проведения этих уроков могут быть самыми разнообразными, однако они пройдут тем успешнее, чем активнее дети будут включены в исследовательскую творческую деятельность. Например, как уже отмечалось, можно предложить им заранее (примерно за 1—2 недели до изучения данной темы) прочитать текст учебника на *стр.* 52—64, а затем за несколько дней до уроков разбить этот текст на части и распределить между учениками для пересказа. Тогда рассказчиком будет уже не учитель, а сами дети. При этом рассказ может дополняться в ходе обсуждения различной информацией, которую учитель и дети с помощью родителей найдут в книгах, журналах, энциклопедиях — любой популярной литературе по истории математики. На этих уроках уместно использование соответствующих таблиц, иллюстраций, диапозитивов, фрагментов учебных ки-

нофильмов и даже инсценировок. С большим интересом дети обычно выполняют задания по содержанию рассматриваемых тем, например:

— Как назовут папуасы Новой Гвинеи числа 7, 8 и 9, используя «окоза» и «урапун», когда они научатся считать до 9?

— Изобразите равенства $3 + 2 = 5$ и $6 - 2 = 4$ с помощью сложения и вычитания совокупностей предметов.

— Запишите число 1348 в египетской системе записи чисел.

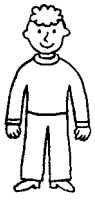


— Запишите арабскими цифрами число, записанное в вавилонской нумерации ($60 \cdot 2 + 34 = 120 + 34 = 154$).

— Запишите арабскими цифрами числа: XXXIV, CXXVIII, DCXXIX, CMLXVII (34, 128, 629, 967).

— Запишите римскими цифрами: 32, 48, 56, 75, 139, 164, 421, 973 (XXXII, XLVIII, LVI, LXXV, CXXXIX, CLXIV, CDXXI, CMLXXIII).

Для подготовки детей к изучению многозначных чисел проводится игра «Путешествие во времени». Для этой игры каждый ребенок должен подготовить набор цифр от 0 до 9. К доске выходят 3 ученика (например, Саша, Лена, Таня). Класс на «машине времени» переносится в те времена, когда люди считали предметы с помощью пальцев. Учащиеся у доски — «счетчики». Определяется их порядок справа налево, например:



III
Саша —
считает сотни

II
Лена —
считает десятки

I
Таня —
считает единицы

Значит, пальцы Тани будут обозначать число единиц, пальцы Лены — число десятков, а Сашины пальцы — число сотен. Чтобы всему классу было понятно, сколько пальцев загнуто у каждого «счетчика», надо условиться вместо непосредственного загибания пальцев показывать соответствующую цифру (например, если Тане надо загнуть 3 пальца, то она показывает цифру 3). Учитель или кто-либо из учеников предлагает «папуасский» вариант чтения чисел, а остальные учащиеся должны перевести его на современный язык. Так, если учитель называет число: 8 пальцев Саши, 2 пальца Лены, 5 пальцев Тани, то «счетчики» показывают карточки: 8, 2 и 5, а учащиеся класса читают число: восемьсот двадцать пять.

На 20-м уроке можно предложить учащимся моделирование чисел в пределах миллиона. Опишем примерный ход игры.

— Назовите число: 6 пальцев Саши, 3 пальца Лены, 9 пальцев Тани. (639)

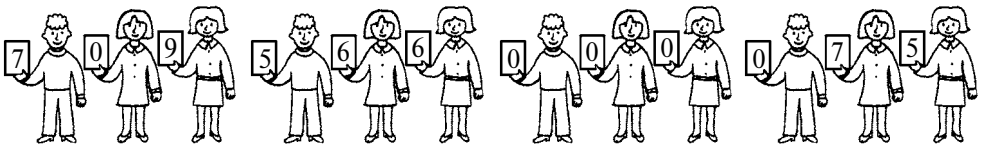
— Увеличьте его на 1. Сколько пальцев должны загнуть Саша, Лена и Таня? (Таня показывает число 10 и условно «передает» 1 десяток Тане, оставляя себе 0. Лена заменяет число 3 числом 4, а Саша продолжает показывать 6. Получается число 640.)

— Назовите число 8 пальцев Саши, 9 пальцев Лены и 9 пальцев Тани. (899)

— Увеличьте его на 1 (Повторяется процесс наполнения соответствующих разрядов 10 единицами и увеличения следующего старшего разряда на 1. Получается число 900.)

— Какое самое большое число могут показать Саша, Лена и Таня? (999) Какое число ему предшествует? (998) Какое число за ним следует? (Повторяется процесс наполнения каждого разряда 10 единицами, однако Саше некому передать единицу высшего разряда. Поэтому вызывается еще 1 ученик, и они вчетвером показывают 1000. Таким же образом продолжается рассмотрение четырехзначных, пятизначных и шестизначных чисел, например: 5763, 9999, 10 000, 24 999, 25 000, 99 999, 100 000, 386 903.)

На 21-м уроке игра продолжается. Аналогично рассматриваются несколько шестизначных чисел, а потом учитель ставит вопрос: что делать, если будут заполнены все разряды, включая сотни тысяч? Вводятся один за другим «счетчики» для миллионов, десятков миллионов, сотен миллионов, затем для миллиардов, десятков миллиардов, сотен миллиардов. Очевидно, что для чтения чисел, которые показывают «счетчики», надо назвать, сколько в этих числах миллиардов, миллионов, тысяч и единиц. Чтобы легче было называть числа, дети обычно предлагают «счетчикам» сгруппироваться по три. Появляются классы – единицы, тысячи, миллионы и миллиарды:



«Счетчики» показывают цифры в своих разрядах, а остальные учащиеся называют все число, например: 4 352 716, 9 999 999, 10 000 000, 57 000 820, 9 999 999, 100 000 000, 386 079 999, 386 080 000, 999 999 999, 1 000 000 000, 35 912 042 140, 709 566 000 015 и др. Для этих чисел можно обсуждать вопросы, аналогичные тем, которые ставились на предыдущем уроке.

Таким образом, игра поможет учащимся еще до введения многозначных чисел освоить соответствующую терминологию, структуру многозначных чисел, переход из одного разряда в другой. Здесь же можно обсудить с ними еще два важных момента:

1) Одна и та же цифра в разных разрядах обозначает разные числа.

2) Отсутствующие разряды необходимо обозначать нулями. Например, если в числе 709 566 000 075 убрать нули (учащиеся с цифрой 0 отходят в сторону), то все разряды сместятся и полученное новое число 7 956 675 выражает совершенно другое количество.

Игру «Путешествие во времени» можно использовать в дальнейшем на всех уроках по нумерации многозначных чисел, меняя местами «счетчиков» (тех, кто показывает числа) и «путешественников» (тех, кто их называет).

Итак, на данных уроках у детей не только формируется представление об основных этапах развития понятия числа, но и готовится изучение следующей темы — многозначные числа. Здесь можно также предложить учащимся творческие работы: написать небольшие рефераты, сделать рисунки. Дополнительный материал исторического характера можно найти в указанной выше книге Н. Я. Виленкина, И. Я. Депмана «За страницами учебника математики» и другой популярной литературе по математике.

Уроки 22—25

Многозначные числа. Сравнение натуральных чисел. Решение задач. Сумма разрядных слагаемых

Основные цели:

1) Научить правильно читать, записывать и сравнивать многозначные числа в пределах 12 разрядов, называть последовательность чисел в натуральном ряду. Познакомить с соответствующей терминологией (классы, разряды, разрядные единицы), представлением чисел в виде суммы разрядных слагаемых.

2) Закреплять вычислительные навыки, повторить решение примеров на порядок действий, уравнений, текстовых задач, умножение чисел в столбик, построение отрезков данной длины, сложение и вычитание трехзначных чисел.

Изучение многозначных чисел основывается на хорошем знании нумерации трехзначных чисел, поэтому в начале урока надо повторить с учащимися название разрядов трехзначных чисел, основной принцип перехода из одного разряда в другой (10 единиц каждого разряда образуют одну единицу следующего, высшего разряда), поразрядное значение цифры (например, значение цифры 2 в записи чисел 270, 720 и 702), выражение трехзначного числа в разных счетных единицах (384 = 3 с. 8 д. 4 ед.= 3 с. 84 ед.= 38 д. 4 ед.), связь его с выражением величин в десятичной системе мер (384 см = 3 м 8 дм 4 см = = 3 м 84 см = 38 дм 4 см).

В процессе игры «Путешествие во времени» на предыдущих уроках дети уже познакомились со структурой многозначных чисел. В начале **урока 22** эту игру можно повторить для нескольких чисел. Учащиеся должны вспомнить и рассказать, что для удобства чтения больших чисел их разбивают на классы, начиная справа, по 3 цифры в каждом классе. Теперь надо научиться быстро и безошибочно называть по порядку классы (от класса единиц до класса миллиардов).

К данным урокам необходимо подготовить нумерационную таблицу с названием разрядов и классов и «карманами» для цифр:

МИЛЛИАРДЫ			МИЛЛИОНЫ			ТЫСЯЧИ			ЕДИНИЦЫ		
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.

Эту таблицу можно назвать «спидометром», установленным на «машине времени». Аналогия со спидометром поможет нагляднее представить наполнение разрядов единицами и переход из одного разряда в другой.

Анализируя эту таблицу (такая же таблица есть в учебнике на стр. 65), надо прежде всего выяснить, что общего и различного в классах единиц, тысяч, миллионов, миллиардов.

Общее: а) В каждом классе по 3 разряда.

б) Название разрядов аналогично: единицы, десятки и сотни как в классе единиц, так и в остальных классах.

в) В каждом классе 10 единиц низшего разряда образуют одну единицу следующего, высшего разряда.

Различное: в классе единиц счет ведется единицами, в классе тысяч — тысячами, в классе миллионов — миллионами, а в классе миллиардов — миллиардами.

Затем можно предложить учащимся прочитать числа, записанные в таблице. Легко заметить, что в старшем разряде каждого числа записана единица, а в

остальных разрядах — нули. Учитель объясняет, что такие числа называют разрядными единицами. Полезно, чтобы учащиеся прописали разрядные единицы до миллиарда в тетради в клетку и проговорили их название (числа записываются одно под другим, разряд под разрядом). Для удобства чтения в записи числа можно пропускать между классами 1 клетку:

1
10
100
1 000
10 000
100 000
1 000 000
10 000 000
100 000 000
1 000 000 000

Принцип чтения многозначных чисел учащимся уже знаком по игре «Путешествие во времени»: чтобы прочитать многозначное число, надо по очереди слева направо называть число единиц каждого класса и добавлять каждый раз название классов.

В ***№ 2, стр. 66*** дети тренируются в чтении многозначных чисел. Для удобства они размещены в таблице. В процессе выполнения задания фиксируется, что цифра 8 в записи числа обозначает разные числа: 8, 80, 800, 8000, 80 000, 800 000, 8 000 000 и т. д.

Работая с таблицей, учитель может более подробно рассмотреть состав какого-нибудь числа. Например, число 86 705 состоит из 8 десятков тысяч, 6 тысяч, 7 сотен и 5 единиц. Поэтому данное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых следующим образом:

$$86\,705 = 80\,000 + 6000 + 700 + 5.$$

В ***№ 3, стр. 66*** учащиеся должны прочитать числа уже без опоры на таблицу.

В ***№ 4, стр. 67*** дети учатся называть последовательность чисел в натуральном ряду, при этом внимание акцентируется на переходе из одного разряда в другой.

Дома можно предложить детям выбрать свои два натуральных числа, выделить в них классы, прочитать, назвать разряды и сравнить.

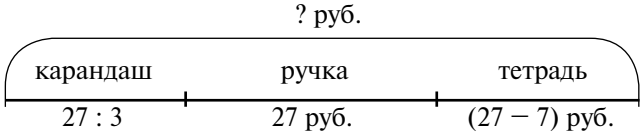
На следующих уроках работа по освоению нумерации многозначных чисел продолжается, причем задания постепенно усложняются. Так, на 24-м уроке в ***№ 2, стр. 70*** надо не просто прочитать числа, а сначала разбить их на классы. Классы удобно обозначать штрихами вверху числа или дугами внизу:

8’629’356 или $8\,\underset{\smile}{629}\,\underset{\smile}{356}$

В ***№ 4, стр. 67*** отрабатывается порядок следования натуральных чисел в «проблемных» случаях, понятия предыдущего и следующего чисел.

№ 7, стр. 67.

При решении задачи особое внимание уделяется формированию способностей к ее самостоятельному анализу детьми.



— Чтобы ответить на вопрос задачи, надо узнать, сколько стоят карандаш, ручка и тетрадь вместе и полученное число сравнить с 60 *руб. Стоимость карандаша известна —* 27 *руб. Карандаш, по условию, в* 3 *раза дешевле ручки. Значит, мы можем найти ее стоимость,* 27 : 3. *Тетрадь на* 7 *руб. дешевле ручки. Значит, мы также можем найти ее стоимость, уменьшив стоимость ручки на* 7 *руб. Затем узнаем стоимость всей покупки и сравним ее с* 60 *руб.*

1) 27 : 3 = 9 (руб.) — стоит карандаш.
2) 27 − 7 = 20 (руб.) — стоит тетрадь.
3) 9 + 27 + 20 = 56 (руб.) — стоит вся покупка.
56 < 60

Ответ: девочка может купить карандаш, ручку и тетрадь.

***№* 6, *стр.* 67.**

а) $(a : 4) \cdot 6$; в) $b - d \cdot 5$; д) $(a + b) : a$.
б) $c : (a : 4)$; г) $x \cdot 2 + y \cdot 3$;

***№* 9, *стр.* 67.**

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ +\ \boxed{4}95 \\ 3\boxed{5}4 \\ \hline 84\boxed{9} \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle \blacksquare\ \blacksquare\ 10} \\ -\ 54\boxed{2} \\ 1\boxed{6}3 \\ \hline \boxed{3}79 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle \blacksquare\ \blacksquare\ 10} \\ -\ \boxed{8}20 \\ 4\boxed{5}7 \\ \hline 36\boxed{3} \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle \blacksquare\ \blacksquare\ 10} \\ -\ 74\boxed{2} \\ 2\boxed{8}5 \\ \hline \boxed{4}57 \end{array}$$

Примеры, как обычно, решаются с обоснованием.

***№* 10, *стр.* 67.**

В первом ряду число 25 последовательно умножается на 0, 1, 2, 3 и т. д., поэтому дальше надо писать: 100, 125, 150, 175...

Во втором ряду на нечетных местах числа последовательно увеличиваются на 1, начиная с 10, а на четных — уменьшаются на 1, начиная с 9. Следовательно, продолжением ряда являются числа: 13, 6, 14, 5, 15, 4...

***№* 11, *стр.* 67.**

Задания похожи тем, что в каждом из них требуется построить по 3 отрезка, длины которых выражены в сантиметрах и миллиметрах. Отличаются обозначениями отрезков, их длинами и тем, что во втором задании отрезки образуют ломаную линию или отрезок, если они лежат на одной прямой.

Особое внимание на **уроке 23** уделяется фиксации алгоритма **сравнения** натуральных чисел. Обучение сравнению уже началось в ***№* 2, *стр.* 68**, где была создана интуитивная основа и мотивационная база для введения правил сравнения.

В ***№* 1, *стр.* 68** устанавливается, что для сравнения двух натуральных чисел надо найти старший из несовпавших разрядов и сравнить единицы этого разряда. Отсюда правило: ***из двух чисел с одинаковым количеством цифр больше то число, у которого больше первая несовпавшая цифра слева***.

В ***№* 2, *стр.* 68** устанавливается правило: ***из двух чисел с разным количеством цифр меньше то, у которого цифр меньше, а больше то, у которого цифр больше***. Оба правила сравнения натуральных чисел закрепляются в ***№* 4, *стр.* 68**.

***№* 6, *стр.* 69.**

В выражениях одинаковые действия, числа и буквы, а отличаются они порядком действий.

Чтение выражений начинается с последнего действия:

$(30 - d) : 3$ — частное разности чисел 30 и d и числа 3;

$30 - d : 3$ — разность числа 30 и частного чисел d и 3.

Чтобы найти значения выражений, надо подставить вместо букв данные значения чисел:

$(30 - d) : 3$	$30 - d : 3$
$d = 6$	$d = 6$
$(30 - 6) : 3 = 8$	$30 - 6 : 3 = 28$
$d = 18$	$d = 18$
$(30 - 18) : 3 = 4$	$30 - 18 : 3 = 24$

Значения второго выражения больше значений первого на 20. Это происходит потому, что $(30 - d) : 3 = 30 : 3 - d : 3 = 10 - d : 3$. Поэтому в первом случае частное $d : 3$ вычитается из 10, а во втором — из 30.

№ 7, стр. 69.

а) $(a : 5) \cdot 12$; б) $12 : (a : 5)$; в) $c \cdot 3 - c$; г) $m : 20 + n : 30$.

№ 8, стр. 69.

Повторяется принцип записи чисел в римской нумерации, рассмотренный на стр. 62 учебника.

а)

V	***X***	L	***C***	D	***M***	CCIX	***LXXII***	MDLX
5	10	***50***	100	***500***	1000	***209***	72	***1560***

б) CCCLXII = 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 2 = 362
MDCCXLIV = 1000 + 500 + 100 + 100 + (50 − 10) + (5 − 1) = 1744

в) 25 = 10 + 10 + 5 = XXV
96 = (100 − 10) + 5 + 1 = XCVI
140 = 100 + (50 − 10) = CXL
2001 = 1000 + 1000 + 1 = MMI

На **уроке 24** в ***№ 3, стр. 70*** учащимся предлагается уже самостоятельно записать натуральные числа по их названию. Здесь следует еще раз проговорить и подчеркнуть, что *отсутствующие разряды в записи натурального числа обозначаются нулем*.

№ 6, стр. 70.

Анализ задачи:

— Чтобы найти четвертую сторону четырехугольника, можно из его периметра вычесть сумму остальных трех сторон. Первая сторона известна — 72 *см. Вторая сторона равна сумме* 72 *см и* 16 *см, так как, по условию, она на* 16 *см больше первой стороны. Чтобы найти третью сторону, надо длину второй стороны разделить на* 2. *Вычислив длины трех сторон, найдем их сумму и ответим на вопрос задачи.*

1) 72 + 16 = 88 (см) — длина второй стороны.
2) 88 : 2 = 44 (см) — длина третьей стороны.
3) 72 + 88 + 44 = 204 (см) — сумма длин трех сторон.
4) 300 − 204 = 96 (см).

Ответ: длина четвертой стороны равна 96 см.

№ 7, стр. 70.

Задание выполняется с объяснением, которое может даваться в произвольной форме, например:

$a \cdot 8 + a \cdot 3 > a \cdot 10$,	так как слева 11 слагаемых, равных a, а справа только 10.
$d - 48 > d - 407$,	так как с увеличением вычитаемого разность уменьшается.
$720 : k > 702 : k$,	так как если делимое уменьшается, то уменьшается и частное.

№ 8, стр. 71.

В задании отрабатываются приемы деления. Перед его выполнением следует вспомнить с учащимися взаимосвязь между компонентами деления.

По определению действия деления:

$$a : b = c \quad \Leftrightarrow \quad c \cdot b = a$$

При делении с остатком:

$$a : b = c \text{ (ост. } r) \quad \Leftrightarrow \quad a = b \cdot c + r,\ r < b$$

Примеры разных столбиков отличаются приемами деления.

В первом столбике приведены табличные случаи деления. Во втором и третьем столбиках — случаи внетабличного деления. При этом во втором столбике примеры решаются по правилу деления суммы на число, а в третьем — частные подбираются на основании определения действия деления. В последних двух столбиках выполняется деление с остатком, но в четвертом столбике делитель — однозначное число, а в пятом — двузначное.

***№* 10, *стр.* 71.**

Р — 35	Ф — 56	С — 31
И — 25	А — 12	Т — 81
Л — 72	Д — 96	Е — 51
Я — 125	О — 80	Ж — 52

Зашифрованы названия птиц: ДЯТЕЛ, СТРИЖ, ДРОФА.

ДЯТЕЛ. Его называют санитаром леса. Свой лес он не покидает даже зимой, когда другие птицы улетают в теплые края. Клювом, как отбойным молотком, долбит деревья. Потом высовывает длинный — 10 см! — язык и собирает жуков-вредителей. Барабаня клювом по стволам, эти птицы так «переговариваются» между собой.

СТРИЖ. Лучшего летуна среди птиц не найти! Скорость — 160 км/час — для него не предел. На лету ловит мошек, пьет, купается и даже спит! Зато на земле беспомощен, ходить не умеет, только ползает. Гнезда строит из собственной слюны, добавляя в нее немного травинок.

ДРОФА. Это самая крупная птица в Европе. Весит 16 кг, а то и больше! Живет в степях и лесостепях, отлично бегает. Очень осторожна. Издали узнает врагов и не подпускает их близко. Несколько «сторожей» обязательно охраняют покой всей стаи, пока остальные спят.

После этого дети подготовлены к самостоятельному представлению чисел в виде суммы разрядных слагаемых и обратному переходу. Эти задания они выполняют на **уроке 25** в ***№* 2—4, *стр.* 72—73**. Перед выполнением этих заданий нужно проговорить с детьми, из каких разрядных единиц состоит каждое число, обратить их внимание на отсутствующие разряды. Например, если отсутствуют единицы разрядов десятков и сотен класса тысяч, а также сотен и единиц класса единиц, то в этих разрядах надо записать нули: 4 009 080.

***№* 5, *стр.* 73.**

а) $a + (a - 70)$; в) $n - c + d$; д) $(x : 5) \cdot 8$.

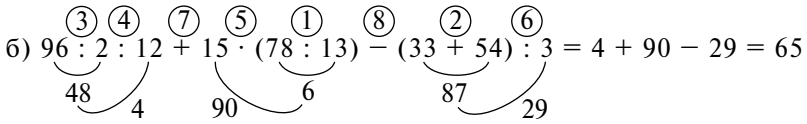
б) $b \cdot 3 - b$; г) $a - b - b \cdot 2$;

***№* 8, *стр.* 73.**

Таким образом, на данных уроках шаг за шагом реализуются поставленные цели, связанные с изучением нумерации многозначных чисел. Параллельно идет развитие всех содержательно-методических линий начального курса математики.

а) $\underset{\textcircled{1}}{(}17 + 43\underset{\textcircled{3}}{)} : 2 - 9 \cdot 8 \underset{\textcircled{7}}{:} 4 + 70 \underset{\textcircled{6}}{:} \underset{\textcircled{2}}{(}7 + 7) = 30 - 18 + 5 = 17$

60 30 72 18 5 14



Уроки 26—32

Сложение и вычитание многозначных чисел. Преобразование единиц счета. Порядок действий. Свойства действий

Основные цели:

1) Сформировать умение складывать и вычитать многозначные числа.

2) Закрепить знание нумерации многозначных чисел: чтение, запись, сравнение, выражение в разных счетных единицах, представление в виде суммы разрядных слагаемых.

3) Повторить и закрепить решение текстовых задач, уравнений, примеров на порядок действий, умножение чисел в столбик, понятия площади и периметра прямоугольника, расширять геометрические и теоретико-множественные представления, отрабатывать навыки счета.

На **уроке 26** вводится сложение и вычитание многозначных чисел. Учащиеся узнают, что принцип выполнения действий и запись остаются **такими же**, как и для трехзначных чисел, лишь увеличивается число разрядов. Поэтому на предыдущем уроке, чтобы подготовить учащихся к изучению нового материала, важно повторить с ними сложение и вычитание трехзначных чисел.

На этапе **актуализации знаний** можно вспомнить, что уже изучено о натуральных числах: научились их читать (***№* 1, *стр.* 74 (У), *№* 1, *стр.* 41 (РТ)**), записывать (***№* 2, *стр.* 74**), сравнивать (***№* 3, *стр.* 74 (У), *№* 2, *стр.* 41 (РТ)**). А что еще не умеем делать? Перечисляя то, что не изучено, учащиеся обычно называют действия с числами. Таким образом, формируется **цель** — научиться выполнять сложение и вычитание чисел.

Для того чтобы распространить известные приемы сложения и вычитания трехзначных чисел на случай многозначных чисел, дети должны осознать, что принцип записи многозначных чисел не изменился: 10 единиц каждого разряда образуют 1 единицу следующего, более старшего разряда. А значит, сохранятся и известные приемы сложения и вычитания: они выполняются поразрядно. Если при сложении оказалось больше 10 единиц, добавляем число образовавшихся десятков к единицам следующего разряда; если при вычитании в уменьшаемом не хватает единиц — дробим единицы старших разрядов.

В ***№* 5, *стр.* 75 (У), *№* 3, *стр.* 41 (РТ)** и ***№* 6, *стр.* 75 (У), *№* 4, *стр.* 41 (РТ)** рассматриваются сравнительно простые случаи сложения и вычитания многозначных чисел, а в ***№* 7, *стр.* 75** уточняется правильная запись в столбик. На следующих уроках примеры усложняются, рассматриваются случаи сложения и вычитания с последовательным переходом через несколько разрядов, примеры на порядок действий с многозначными числами, запись в столбик суммы трех и более слагаемых.

Одновременно идет систематическая работа над нумерацией многозначных чисел. На **уроке 28** внимание детей фиксируется на выражении многозначных чи-

сел в разных единицах счета и аналогии единиц счета с единицами длины. Так, в **№ 1, *стр.* 78** они должны не просто прочитать числа, а определить, сколько единиц в разряде десятков тысяч в них содержится.

Затем надо определить, сколько всего сотен миллионов содержат данные числа. Для этого надо отбросить все низшие разряды и прочитать оставшееся число. Чтобы удобнее было читать получившиеся числа, можно провести вертикальную черту, отделяющую разряд сотен миллионов от низших разрядов, и зачеркнуть низшие разряды. Например:

а) 6 009 91|~~6 480~~	600 991 дес. тыс.
б) 32 730 00|~~0 020~~	3 273 000 дес. тыс.
в) 93 001 08|~~2 564~~	9 300 108 дес. тыс.
г) 800 026 74|~~0 005~~	80 002 674 дес. тыс.

В **№ 5, *стр.* 78 (У), № 3, *стр.* 44 (РТ)** эти знания отрабатываются.

В **№ 6—7, *стр.* 79** сопоставляются десятичная система записи чисел и десятичная система мер. Учащиеся должны вспомнить, что для перевода величин из одних единиц измерения в другие надо знать соотношения между этими единицами измерения и действовать так же, как и для обычных чисел в десятичной нумерации. Например, километр — это тысяча метров, поэтому число километров — это число тысяч метров. Отсюда ясно, что для обучения детей переводу величин из одних единиц измерения в другие надо, с одной стороны, научить их уверенно выражать числа в различных единицах счета, а с другой — раскрыть аналогию между десятичной системой записи чисел и десятичной системой мер. Подобные упражнения следует в дальнейшем систематически включать в устные упражнения.

Завершая изучение нумерации многозначных чисел на **уроках 26—32**, ***надо научить детей записывать числа под диктовку***. На первых порах при формулировке задания учитель может ставить ряд наводящих вопросов, не требуя на них ответа: «Запишите число: ***8 миллионов***... Какой класс следующий? Сколько в нем цифр? ***26 тысяч***... Какой разряд отсутствует? Как это записать? ***5 единиц***. Не забудьте обозначить отсутствующие разрядные единицы». Эти вопросы и пояснения, которые делает учитель, предупреждают ошибки учащихся и помогают им сосредоточить свое внимание на самых трудных местах. По мере приобретения навыков такие пояснения прекращаются.

На **29-м уроке** в центре внимания учащихся случаи вычитания типа $3\,000\,002 - 4896$. Выполнение этих действий требует от учащихся предельного внимания, знаний соотношений между разрядными единицами. На этапе актуализации знаний необходимо повторить аналогичные случаи вычитания для трехзначных чисел и при необходимости проиллюстрировать на графических моделях — главное, чтобы ученики не формально запомнили, в каких разрядах нужно ставить над нулем 9, над какими — 10, а осознали это.

Рассмотрим решения некоторых заданий на повторение.

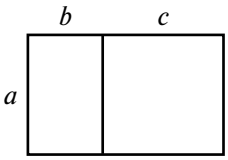
***№* 9, *стр.* 75.**

а) $(a + b) : a$;	г) $x \cdot 2 + y \cdot 8$;
б) $(c : 5) \cdot 8$;	д) $(m + n) \cdot a$, или: $m \cdot a + n \cdot a$;
в) $d : (c : 5)$;	е) $b + b \cdot 2$.

***№* 10*, *стр.* 75.** Подобные задания ученики выполняют с первого класса. Следует обратить внимание на упорядоченный перебор вариантов: например, цифра сотен последовательно фиксируется, а две остальные чередуются. Удобно также составить таблицу. Чисел, в которых цифры повторяются, — 18, не повторяются — всего 4.

№ 9, стр. 77.

Повторяется распределительное свойство умножения (правило умножения числа на сумму). Перед выполнением задания следует воспроизвести его в общем виде, проиллюстрировав с помощью прямоугольника:



$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Пользуясь этим свойством, ответы на вопросы, поставленные в задании, можно найти, не выполняя вычислений:

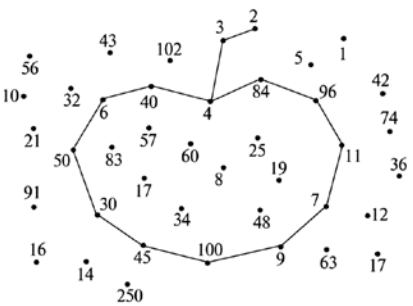
$7 \cdot (39 + 2) = 7 \cdot 39 + 7 \cdot 2$ — по распределительному свойству умножения;

$(9 + 14) \cdot 8 > 9 \cdot 8 + 12 \cdot 8$, так как по распределительному свойству умножения левая часть неравенства равна $9 \cdot 8 + 14 \cdot 8$, а $14 \cdot 8 > 12 \cdot 8$, значит, и вся левая часть будет больше.

В этом же задании повторяются переместительное и сочетательное свойства умножения, актуализируется их использование в практической деятельности.

№ 10, стр. 77.

Соединив последовательно точки с соответствующими ответами примеров, получаем «яблоко»: 4 ⟶ 84 ⟶ 96 ⟶ ⟶ 11 ⟶ 7 ⟶ 9 ⟶ 100 ⟶ 45 ⟶ 30 ⟶ ⟶ 50 ⟶ 6 ⟶ 40 ⟶ 4 ⟶ 3 ⟶ 2.



№ 11*, стр. 77.

а) В верхней строчке число в средней клетке равно сумме чисел в крайних клетках. Распространяя эту закономерность на вторую строчку, получаем, что вместо знака вопроса надо поставить число $26 + 19 = 45$.

б) $65 - 17 = 48$.

в) $23 \cdot 5 = 115$.

№ 12*, стр. 77.

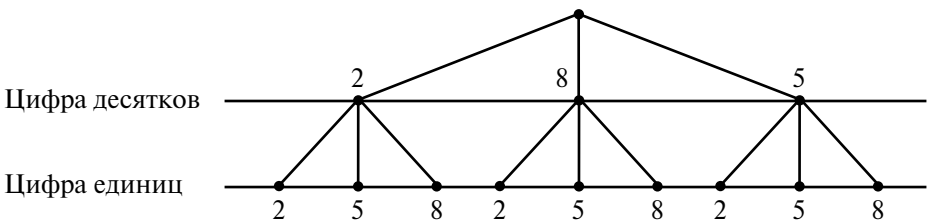
Логика перебора может быть следующей: последовательно фиксируется цифра десятков, для нее перебираются все возможные варианты цифры единиц.

$A = \{22, 25, 28, 52, 55, 58, 82, 85, 88\}$;

B — множество четных чисел;

$A \cap B = \{22, 28, 52, 58, 82, 88\}$.

Элементы искомого множества A двузначных чисел могут быть найдены и с помощью «дерева возможностей»:

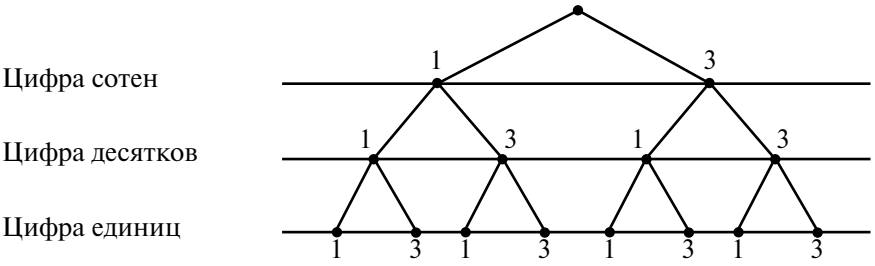


№ 14*, стр. 79.

В записи числа возможны: 3 единицы; 2 единицы и 1 тройка; 1 единица и 2 тройки; 3 тройки.

{111, 113, 131, 311, 133, 313, 331, 333}

Перебор вариантов с помощью «дерева возможностей» выглядит следующим образом:



$333 - 111 = 222$

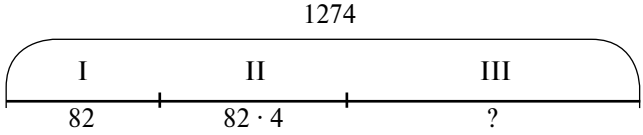
№ 12, стр. 79.

$A \in l$	$C \notin l$	$K \notin l$
$B \notin l$	$D \in l$	$M \in l$

Внимание детей следует обратить на то, что прямую можно продолжить в обоих направлениях. При продолжении прямой l она пройдет через точку D, поэтому верно записать, что $D \in l$.

В процессе выполнения задания можно рассмотреть с детьми различные способы обозначения прямой l. Так как на ней лежат точки D, A и M, то ее можно также обозначить: *DA, AD, DM, MD, AM, MA.*

№ 7, стр. 80.



— Чтобы узнать, сколько слов записала Таня в третьем классе, можно из всех записанных слов — 1274 — вычесть те, которые она записала в первом и во втором классах. По условию, в первом классе она записала 82 слова, а во втором — в четыре раза больше, то есть 82 · 4 слова. Значит, в первом действии надо узнать, сколько слов Таня записала во втором классе, во втором действии — сколько слов она записала за первые два класса, а затем из всех слов вычесть полученное число.

1) $\begin{array}{r} 82 \\ \times\ 4 \\ \hline 328 \end{array}$ (сл.) — записала во II классе.

2) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1}\ 82 \\ +\ 328 \\ \hline 410 \end{array}$ (сл.) — записала в I и II классах.

3) $\begin{array}{r} {\scriptstyle \blacksquare 10}\ 1274 \\ -\ 410 \\ \hline 864 \end{array}$ (сл.). *Ответ*: 864 слова записала Таня в III классе.

№ 9, стр. 81.

1) К — 50, А — 20, И — 40, Т — 0, Ч — 58.

ТКАЧИК — семейство птиц отряда воробьиных. Известно около 300 их видов. Они распространены от тропиков до Антарктики. Одна из разновидностей ткачиков – наши обычные полевые и домовые воробьи.

2) К — 75, И — 175, Д — 475, Р — 875, О — 85, М — 95, З — 115.

ЗИМОРОДОК — небольшие птицы с массивной головой, длинным прямым клювом, короткими ногами и плотным оперением. Окраска — сочетание белого, серого и черного, иногда — синего и рыжего. Обитают по берегам рек и озер, питаются мелкой рыбой и водяными насекомыми.

№ 12*, стр. 81.

а) В Москву направлялась одна баба.

б) 4 минуты.

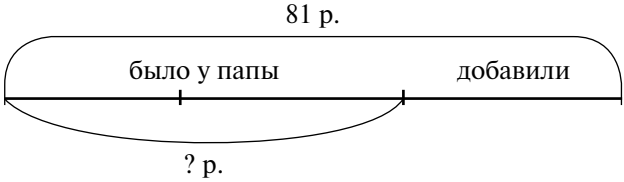
№ 10, стр. 83.

Т — 19	В — 68	З — 5	
У — 25	Е — 72	О — 4	Зашифрована загадка:
Б — 17	Д — 76	Г — 26	*Сидит дед —*
К — 16	Ё — 90	А — 36	*Во сто шуб одет.*
И — 12	Р — 84	Л — 42	*Кто его раздевает,*
П — 2	С — 56	Ы — 48	*Тот слезы проливает.*
Ш — 11	Ъ — 18	Н — 6	(ЛУК)

№ 16*, стр. 84.

а) 3 гуся.

б) Коля может рассуждать так: в числе 81 заключены 3 равные части, 2 из которых — это папины деньги, а третья часть — деньги, которые к ним прибавили. Значит, у папы было (81 : 3) · 2 = 54 рубля.



Аналогично Шурина задача решается так: (68 : 4) · 3 = 51 р.

№ 10, стр. 86.

Все выражения — буквенные. Их можно разбить на части (классифицировать) разными способами:

1) по букве в записи выражения — *a* или *b*;

2) по количеству действий в выражении — 2 или 3;

3) по названию выражений — сумма, разность или произведение;

4) по числовому множителю в упрощенном выражении — 15 или 16.

И т. д.

№ 11, стр. 86.

а) $(a + b) : 10$;

б) $n \cdot 2 + m$.

№ 13, стр. 86.

К — 44	М — 34	Г — 70
А — 26	Е — 25	О — 24
Н — 17	Ч —46	Л — 5
Б — 13	Т — 246	Ы — 95

Зашифрованы названия птиц: ЧЕГЛОК, ЧОМГА, БАКЛАН.

ЧЕГЛОК. Типичный хищник. Клюв, когти — все приспособлено для ловли добычи. Молнией пикирует на мышь или крота, развивая скорость 300 км/час. Великолепный слух. А уж зрение! Стрекозу видит за 200 м, жаворонка — за километр.

ЧОМГА. У этой птицы гнездо плавучее! В него она откладывает белые яйца, а пока высидит, они становятся бурыми. Вылупившиеся птенцы залезают маме под крыло. Вместе с ними она плавает и ныряет. Три минуты может пробыть под водой.

БАКЛАН. Живет у воды — по берегам крупных рек, озер, морей. Большой обжора — в сутки съедает 1,5 кг рыбы! Ныряет за добычей и плывет под водой так быстро, что не всякая лодка за ним угонится. Чтобы было легко нырять, глотает камни. Пить может даже противную на вкус соленую морскую воду.

***№* 15*, *стр.* 88.**
Сыну $(45 - 25) : 2 = 10$ лет,
отцу $45 - 10 = 35$ лет,
деду $100 - 45 = 55$ лет.

Также на этих уроках ученики тренируются в решении уравнений (***№* 8, *стр.* 75 (У), *№* 5, *стр.* 41 (РТ)**; ***№* 11, *стр.* 79**; ***№* 7, *стр.* 85**; ***№* 7, *стр.* 87 (У), *№* 1.2—2.2, *стр.* 47—48 (РТ)**), вычислении значений выражений по правилам порядка действий (***№* 5—7**, ***стр.* 82 (У), *№* 1—2, *стр.* 46 (РТ)**; ***№* 5, *стр.* 85**; ***№* 14*, *стр.* 88 (У), *№* 4*, *стр.* 50 (РТ)**); составляют ряды кратных чисел (***№* 8, *стр.* 76**; ***№* 9, *стр.* 83**).

Уроки 33—38

Умножение и деление на 10, 100, 1000... Умножение и деление круглых чисел

Основные цели:

1) Повторить и обобщить правила умножения и деления круглых чисел, распространив их на более широкую числовую область.

2) Закрепить знание нумерации многозначных чисел, алгоритмы их сравнения, сложения и вычитания.

3) Отрабатывать вычислительные навыки, повторить и закрепить понятия равенства фигур, периметра многоугольника, формулы периметра и площади прямоугольника, решение текстовых задач, уравнений, примеров на порядок действий, умножение чисел в столбик, теоретико-множественные понятия и соответствующую символику.

На **уроке 33** обобщается и распространяется на множество всех натуральных чисел известное учащимся правило умножения чисел на 10 и на 100, а на **уроке 34** — правило умножения круглых чисел и запись его в столбик для случаев, сводящихся к умножению двузначного числа на однозначное. Аналогично на **уроках 36** и **37** рассматривается деление чисел на 10, 100, 1000 и т. д. и деление круглых чисел.

При введении умножения чисел на 10, 100, 1000 и т. д. на этапе **актуализации знаний** повторяются переместительное и сочетательное свойства умножения (***№* 1 (а), *стр.* 89 (У), *№* 1, *стр.* 51 (РТ)**) и изученные ранее алгоритмы умножения чисел на 10 и на 100 (***№* 1 (б), *стр.* 89 (У), *№* 2, *стр.* 51 (РТ)**). Затем ставится проблема: сохранятся ли эти алгоритмы для других разрядных единиц?

Для решения проблемы нужно свести новые случаи к уже изученным. Так, в результате подводящего диалога дети должны догадаться, что 1000 можно представить в виде произведения $100 \cdot 10$, а затем воспользоваться законами умножения:

$$5 \cdot 1000 = 5 \cdot (100 \cdot 10) = (5 \cdot 100) \cdot 10 = 500 \cdot 10 = 5000.$$

Значит, при умножении на 1000 к числу приписывается 3 нуля. Аналогично можно получить, что при умножении на 10 000 приписывается на 1 нуль больше,

т. е. 4 нуля, и т. д. Другими словами, известное правило можно распространить на любые разрядные единицы.

На основании переместительного и сочетательного свойств умножения в **№ 1, *стр.* 91** выводится правило: ***чтобы найти произведение круглых чисел, можно выполнить умножение, не глядя на нули, а затем к полученному результату приписать столько нулей, сколько в обоих множителях вместе***.

В **№ 1, *стр.* 95 (У), № 1, *стр.* 54 (РТ)** дети вспоминают, что деление на число — это операция, обратная умножению на это число, поэтому при делении на 10, 100, 1000 и т. д. соответствующее число нулей, наоборот, отбрасывается.

При делении круглых чисел в **№ 1, *стр.* 97** учащиеся должны заметить вначале, что результат деления не изменится, если делимое и делитель выразить одновременно в укрупненных единицах счета (либо в десятках, либо в сотнях, либо в тысячах и т. д.), т. е. если отбросить в делимом и делителе поровну нулей. Значит, начинать деление без остатка круглых чисел удобно всегда с того, что одинаковое число нулей (наибольшее возможное) в делимом и делителе зачеркивается. Затем деление продолжается по изученным ранее правилам.

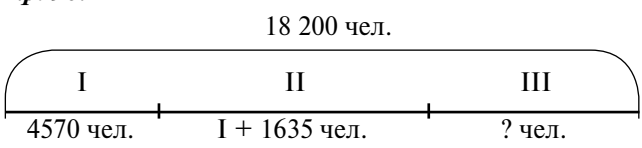
Продолжается работа над нумерацией многозначных чисел. Повторяется чтение и запись многозначных чисел (**№ 5, *стр.* 89**; **№ 4, *стр.* 93**), выражение их в различных единицах счета (**№ 6, *стр.* 89**), последовательность натуральных чисел при переходе из разряда в разряд и из класса в класс (**№ 4, *стр.* 93**), сравнение многозначных чисел (**№ 5, *стр.* 93**), их сложение и вычитание (**№ 7, *стр.* 90**; **№ 7, *стр.* 92**; **№ 8, *стр.* 94**; **№ 13, *стр.* 98**), решение уравнений и текстовых задач с многозначными числами (**№ 9, *стр.* 90**; **№ 10, *стр.* 92**; **№ 3, *стр.* 93**; **№ 5, *стр.* 99 (У), № 3, *стр.* 57 (РТ)**).

Особое внимание следует обратить на задание **№ 6, *стр.* 89**. Оно готовит учащихся к следующим урокам, на которых рассматривается соотношение между единицами длины. Здесь дети должны повторить различные способы выражения чисел в десятичной нумерации, например:

96 394 ед. = 9639 д. 4 ед. = 963 с. 94 ед. = 96 тыс. 394 ед.

Точно так же при переводе единиц длины.

№ 9 (б), стр. 90.



— Чтобы узнать, сколько жителей в третьем поселке, можно из 18 200 *вычесть число жителей первых двух поселков. (Ищем часть.) Известно, что в первом поселке* 4570 *человек. Во втором поселке живет на* 1635 *человек больше, чем в первом. Значит, чтобы узнать число жителей во втором поселке, надо к* 4570 *прибавить* 1635.

1) $\begin{array}{r} 4570 \\ +\ 1635 \\ \hline 6205 \end{array}$ (чел.) — во II поселке.

2) $\begin{array}{r} 4570 \\ +\ 6205 \\ \hline 10775 \end{array}$ (чел.) — в I и II поселках.

3) $\begin{array}{r} 18200 \\ -\ 10775 \\ \hline 7425 \end{array}$ (чел.) — в III поселке.

№ 10, стр. 90.

a	100	200	300	400	500
x	20	4	60	8	100

100	60	20	8	4
щ	е	г	о	л

ЩЕГОЛ. Певчая птица отряда воробьиных. Длина тела 13—16 см. Вокруг клюва – кольцо из карминно-красных перьев, крылья черные с яркими желтыми зеркальцами. Широко распространен в европейской части России. Очень полезен, так как уничтожает семена сорных трав, а также вредных насекомых.

№ 8, стр. 92.

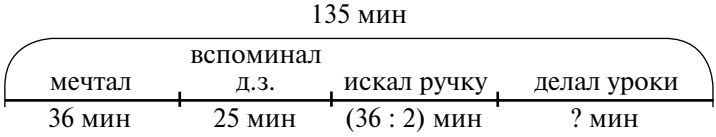
а) $a - b - c$; б) $(m + n) - k$; в) $d - x + y$.

№ 11*, стр. 94.

Для вычисления значений сумм удобно воспользоваться таблицей умножения. Первую сумму, например, можно вычислить так: $1 \cdot 9 = 9$, записываем в разряде единиц суммы 9; $2 \cdot 8 = 16$, в разряде десятков пишем 6, а 1 сотню запоминаем; $3 \cdot 7 = 21$, $21 + 1 = 22$, в разряде сотен записываем 2, а 2 тысячи запоминаем и т. д.

Первая сумма равна 1 083 676 269, а вторая — 150 891 621. Значит, первая сумма больше, чем вторая.

№ 7, стр. 96.



— Чтобы узнать, сколько времени Костик делал уроки, можно из всего времени, которое он сидел за столом, вычесть время, которое он мечтал, вспоминал домашнее задание и искал ручку. Из всех этих величин неизвестно только время, которое Костик искал ручку. Чтобы его найти, надо время, которое он мечтал, разделить на 2.

1) $36 : 2 = 18$ (мин) — искал ручку.

2) $+\begin{array}{r}36\\25\\\hline18\\\hline79\end{array}$ (мин) — уже прошло.

3) $-\begin{array}{r}135\\79\\\hline56\end{array}$ (мин).

Ответ: на уроки осталось 56 минут.

№ 10, стр. 96.

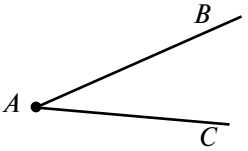
$A = \{m, \triangle, \square\}$; $B = \{\triangle, \square, 5, 8\}$;
$A \cap B = \{\triangle, \square\}$; $A \cup B = \{m, \square, \triangle, 5, 8\}$.

№ 12, стр. 96.

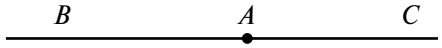
Повторяются понятия луча, пересечения множеств, продолжает формироваться представление о геометрических фигурах как о множествах точек.

Здесь важно организовать поисковую деятельность детей, в результате которой они предлагают свои варианты, пытаются выразить их в речи, строят изображения лучей, обозначают их.

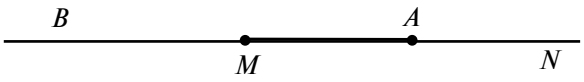
а) Пересечением лучей AB и AC является точка A:



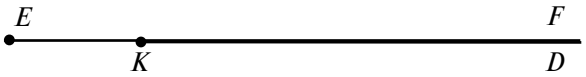
или



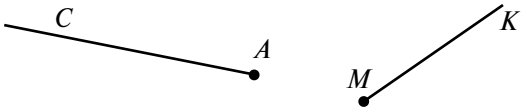
б) Пересечением лучей AB и MN является отрезок MA:



в) Пересечением лучей EF и KD является луч KD:



г) Пересечением лучей AC и MK является пустое множество:

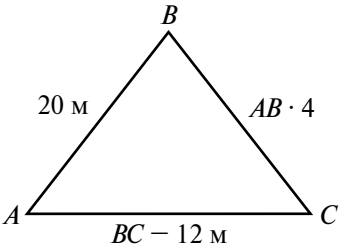


№ 13*, *стр.* 96.

В чайнвордах надо разгадать слова и записать их в пустых клетках так, чтобы конец каждого слова совпадал с началом предыдущего.

1. Четырехугольник. 2. Класс. 3. Сто. 4. Отрезок. 5. Квадрат. 6. Тысяча. 7. Аршин. 8. Нуль.

№ 8, *стр.* 98.



1) $20 \cdot 4 = 80$ (м) — BC
2) $80 - 12 = 68$ (м) — AC
3) $\underbrace{20 + 80}_{100} + 68 = 168$ (м) — периметр

Ответ: периметр треугольника 168 м.

№ 9, *стр.* 98.

— Чтобы найти площадь данной фигуры, можно из площади большого прямоугольника со сторонами (4 + 5) *дм и* (2 + 3) *дм вычесть площадь маленького прямоугольника со сторонами* 2 *дм и* 4 *дм. Периметр многоугольника равен сумме длин всех его сторон.*

1) $4 + 5 = 9$ (дм) — длина большого прямоугольника;
2) $2 + 3 = 5$ (дм) — ширина большого прямоугольника;
3) $9 \cdot 5 = 45$ (дм^2) — площадь большого прямоугольника;
4) $2 \cdot 4 = 8$ (дм^2) — площадь маленького прямоугольника;
5) $45 - 8 = 37$ (дм^2) — площадь данной фигуры;
6) $3 + 4 + 2 + 5 + 5 + 9 = 28$ (дм) — периметр.

Такое решение обычно приводят дети, и оно является правильным. Однако всегда полезно обратить их внимание на другие решения. Так, рассмотрев внимательно чертеж, можно заметить, что периметр данной фигуры равен периметру большого прямоугольника. Тогда его значение вычисляется проще: $(9 + 5) \cdot 2 = 28$ (дм).

Площадь фигуры также можно найти быстрее как сумму площадей маленьких прямоугольников: $3 \cdot 4 + 5 \cdot (2 + 3) = 37$ (дм^2).

№ 14*, *стр.* 98.

Наименьшее из двузначных чисел, сумма цифр которых равна 13, — это число 49. Значит, вторая цифра искомого числа — 4, а третья — 9.

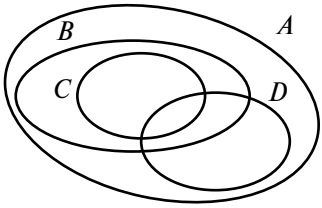
Первая цифра больше последней в 4 раза. Поскольку она не может быть равна 4 (все цифры числа — различны), то это 8. Значит, последняя цифра равна 2.

Итак, возраст старика Хоттабыча — 8492 года.

№ 7, *стр.* 99.

а) $3 \cdot k$;
б) $b : 2$;
в) $c : 4$;
г) $d + d \cdot 5$;
д) $x : 6 + y : 8$.

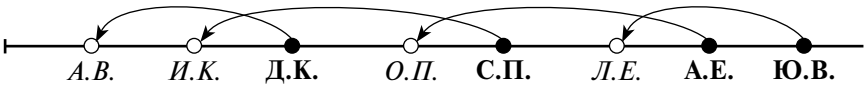
№ 9, *стр.* 100.



$B \subset A$, $C \subset A$, $D \subset A$
$C \subset B$

№ 11*, *стр.* 100.

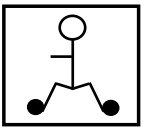
Отметим на луче точками рост всех детей в порядке возрастания:



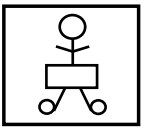
Стрелками показано, как составить пары в соответствии с условием задачи: «кавалер» в каждой паре выше «дамы», и никто не катается со своей сестрой.

№ 12*, *стр.* 100.

В первой таблице изменяется положение человечков, руки и ботинки. В соответствии с этим в пустой клетке надо нарисовать картинку:



Во второй таблице также изменяются 3 параметра: юбка, руки, ботинки. Не хватает картинки:



Уроки 39—43

Единицы длины. Единицы массы

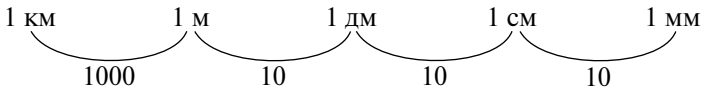
Основные цели:

1) Систематизировать знания детей о единицах измерения длины и массы. Ввести новые единицы измерения массы: грамм, центнер, тонна.

2) Закрепить соотношения между единицами измерения длины, массы, умение выражать значения величин в разных единицах измерения.

3) Повторить и закрепить нумерацию и действия с многозначными числами, решение текстовых задач, уравнений, примеров на порядок действий, умножение чисел в столбик, измерение отрезков и построение отрезков данной длины, понятие объема прямоугольного параллелепипеда, отрабатывать вычислительные навыки.

На **уроке 39** воспроизводится таблица, устанавливающая соотношения между единицами длины, с которой учащиеся уже встречались раньше:



Теперь область применения этой таблицы существенно расширяется. В **№ 1, *стр.* 101** проговариваются все возможные соотношения между этими единицами. Например, устанавливается, что 1 км = 1000 м = 10 000 дм = 100 000 см = = 1 000 000 мм и т. д. При этом надо вспомнить правило: ***при переходе к меньшим меркам выполняется умножение, а при переходе к большим меркам — деление***. Соответствующие *коэффициенты* перехода (числа, на которые надо умножать или делить при переходе от одной единицы измерения к другой) записаны под дугами.

В **№ 2—4, *стр.* 101 (У), № 2, *стр.* 58 (РТ)** учащиеся используют установленные соотношения и аналогию с десятичной системой записи чисел для перевода длин из одних единиц измерения в другие. Решение примеров записывается в тетради в клетку или на печатной основе и проговаривается вслух. Способ обоснования может быть различным — на основе установленного правила либо на основе аналогии с десятичной системой записи чисел.

***№ 2, стр.* 101.**

б) 7 м = 700 см, так как в 1 метре 100 сантиметров, а 100 · 7 = 700,

или

7 м = 700 см, так как 7 метров — это 7 сотен сантиметров;

з) 16 000 мм = 1600 см, так как в 1 сантиметре 10 миллиметров, а 16 000 : 10 = 1600,

или

16 000 мм = 1600 см, так как в 16 000 содержится 1600 десятков.

***№ 4, стр.* 101.**

в) 12 км 50 м = 12 050 м, так как в 1 километре 1000 метров, значит, в 12 км − 12 000 м, да еще 50 м, всего получится 12 050 метров,

или

12 км 50 м = 12 050 м, так как 12 км 50 м — это 12 тысяч 50 метров.

Основным способом является первый, так как он универсальный и используется, например, и при преобразовании единиц времени, где соотношения между единицами не являются десятичными. Однако акцент на аналогию системы мер длины и массы с десятичной системой записи чисел не только поможет закрепить знание нумерации, но и покажет связь изучения чисел с практическими задачами. Каждый из детей может выбрать тот способ обоснования, который ему удобен, а в классе должны звучать оба способа.

Перед выполнением заданий **№ 5—6, *стр.* 101—102 (У), № 4, *стр.* 58 (РТ)** надо повторить с учащимися правило о том, что ***величины можно сравнивать, складывать и вычитать только тогда, когда они выражены в одних и тех же единицах измерения***. Поэтому для сравнения, сложения и вычитания величин в этих заданиях надо их сначала выразить в одинаковых мерках. Эти задания выполняются в тетради в клетку. Запись решения может быть следующей:

***№ 5, стр.* 101.**

3 м 7 см > 6 дм 8 см	9 км 300 м > 9030 м
307 см > 68 см	9300 м > 9030 м
5 дм 30 мм = 53 см	7 м 86 см > 78 дм 5 см
530 мм = 530 мм	786 см > 785 см

***№ 6, стр.* 102.**

а) 5 м 94 см + 6 дм 8 см = 594 см + 68 см = 662 см = 6 м 62 см

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 594 \\ +\ 68 \\ \hline 662 \end{array}$$

б) 7 м 2 дм − 42 дм 3 см = 720 см − 423 см = 297 см = 2 м 97 см

$$\begin{array}{r} 720 \\ -\ 423 \\ \hline 297 \end{array}$$

в) 9 м 6 дм 5 см − 5 м 8 см = 965 см − 508 см = 457 см = 4 м 57 см

$$\begin{array}{r} 965 \\ -\ 508 \\ \hline 457 \end{array}$$

г) 34 дм − 2 м 37 см = 340 см − 237 см = 103 см = 1 м 3 см

$$\begin{array}{r} 340 \\ -\ 237 \\ \hline 103 \end{array}$$

№ 7, стр. 102.

Повторяются алгоритмы решения задач на приведение к единице. Особое внимание уделяется самостоятельному анализу задач детьми.

а) 24 м. — 3 к.
? м. — 8 к.
? м. — 1 к.

— Чтобы узнать, сколько мотков шерсти уйдет на 8 *кофт, можно число мотков, которые требуются на* 1 *кофту, умножить на* 8. *Поэтому в первом действии узнаем, сколько мотков идет на* 1 *кофту. Для этого* 24 *мотка разделим на* 3. *Во втором действии полученное число умножим на* 8.

(24 : 3) · 8 = 64 (м.)
Ответ: на 8 кофт потребуется 64 мотка.

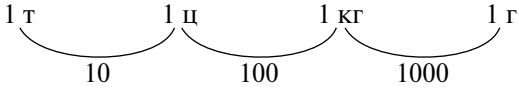
б) 14 м — 7 юб.
30 м — ? юб.
? м — 1 юб.

— Чтобы узнать число юбок, можно длину всей ткани 30 *м разделить на длину ткани, которая идет на* 1 *юбку. Поэтому в первом действии узнаем, сколько ткани нужно, чтобы сшить* 1 *юбку. Для этого* 14 *м разделим на* 7. *Во втором действии* 30 *м разделим на полученное число.*

30 : (14 : 7) = 15 (юб.)
Ответ: из 30 м получится 15 юбок.

На **уроке 40** в ***№ 1—3, стр. 104 (У), № 1.1, 1.2—2.1, 2.2, стр. 59—60 (РТ)*** учащиеся решают задачи, связанные с переводом именованных чисел из одних единиц в другие, со сложением и вычитанием именованных чисел, выраженных в единицах длины. Задания ***№ 7, 8, стр. 105*** — практические, связанные с построением отрезков и измерением их длины.

На **уроках 41—43** аналогичным образом рассматриваются единицы массы и соотношения между ними:



Правило перевода единиц и способы перевода остаются прежними, изменяются лишь названия единиц и переводные коэффициенты. Кроме того, рассматриваются виды гирь, которые обычно используются при взвешивании, и способы уравновешивания предметов на чашечных весах.

В ***№ 1, стр. 106*** уточняются знания учащихся о единицах массы — 1 кг, 1 г, 1 т, 1 ц. Важно обратить внимание, что 1 т и 1 ц — новые единицы массы.

Знакомство с центнером и тонной значительно расширяет представления детей о единицах массы. На этапе постановки проблемы следует предложить учащимся задание типа: «Закончи запись: *Масса арбуза 6... масса морковки 300... масса автомобиля 1... масса бурого медведя 6...*»; его выполнение позволит зафиксировать затруднение: известные единицы массы (1 кг и 1 г) не подходят для определения массы автомобиля и бурого медведя, а значит, необходимо введение новых, более крупных единиц массы. После сообщения учащимся сведений о том, что для измерения масс больших и тяжелых предметов используют 1 центнер и 1 тонну, можно дать задание на сравнение именованных чисел: *3 т* и *300 кг, 8 ц* и *800 кг, 5 ц* и *5 т,* выполняя которое учащиеся осознают необходимость установления соответствия между новыми единицами массы и ранее изученными. Чтобы создать у учащихся конкретные представления об этих единицах измерения, необходимо сообщить такие, например, сведения: масса трех мешков картофеля приблизительно равна 1 центнеру, масса всех учеников в классе (30—35 человек) или легкового автомобиля составляет приблизительно 1 тонну.

Большое впечатление производит на детей наглядное сравнение 1 т и 1 кг. Сделать это можно следующим образом. Учитель показывает детям кубический дециметр и кубический метр и говорит: *«Вот два куба. Высота одного равна 1 дм, а высота другого — 1 м. Если сделать два сосуда таких размеров и такой формы, как эти кубы, и наполнить их водой, то вода, налитая в меньший куб, будет весить 1 кг, а налитая в больший — 1 т».*

***№ 3, стр.* 106.**

При переводе в килограммы число граммов надо разделить на 1000, либо выразить в тысячах:

а) 6000 г = 6 кг

б) 28 000 г = 28 кг

***№ 4, стр.* 106.**

При переводе в граммы число килограммов надо умножить на 1000:

б) 127 кг = 127 000 г

в) 5 кг 200 г = 5000 г + 200 г = 5200 г

д) 5 кг 2 г = 5000 г + 2 г = 5002 г

Можно рассуждать иначе: числа, выраженные в тысячах и единицах, выражаем в единицах.

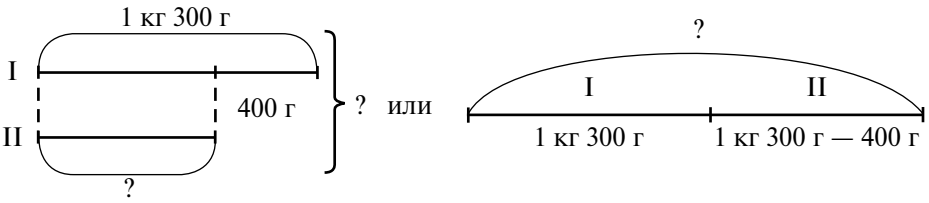
***№ 5, стр.* 107.**

При переводе в килограммы и граммы числа, выраженные в граммах, надо разделить на 1000 с остатком. Это все равно что выразить данные числа в тысячах и единицах:

б) 14 300 г = 14 кг 300 г

в) 7004 г = 7 кг 4 г

***№ 8 (б), стр.* 107.**



— Чтобы ответить на вопрос задачи, можно сложить массу обоих кусков колбасы. (Ищем целое.) В первом куске 1 *кг* 300 *г колбасы, а во втором — на* 400 *г меньше. Значит, чтобы найти массу второго куска, надо из* 1 *кг* 300 *г вычесть* 400 *г.*

1) 1 кг 300 г − 400 г = 1300 г − 400 г = 900 г − во II куске.

2) 900 г + 1 кг 300 г = 900 г + 1300 г = 2200 г = 2 кг 200 г.

Ответ: в двух кусках 2 кг 200 г колбасы.

№ 6, стр. 108.

3 кг > 999 г 15 кг 900 г < 16 400 г

3000 г > 999 г 15 900 г < 16 400 г

В качестве дополнения ребятам можно предложить заполнить данную таблицу.

Масса / гирь / Масса предметов	500 г	200 г	100 г	50 г	20 г	10 г	5 г	2 г	1 г	Число гирь
26 г	—	—	—	—	1	—	1	—	1	3
7 г	—	—	—	—	—	—	1	1	—	2
48 г	—	—	—	—	2	—	1	1	1	5
65 г	—	—	—	1	—	1	1	—	—	3
94 г	—	—	—	1	2	—	—	2	—	5
125 г	—	—	1	—	1	—	1	—	—	3
347 г	—	1	1	—	2	—	1	1	—	6
600 г	1	—	1	—	—	—	—	—	—	2
870 г	1	1	1	1	1	—	—	—	—	5
950 г	1	2	—	1	—	—	—	—	—	4

На этих уроках формируются правила.

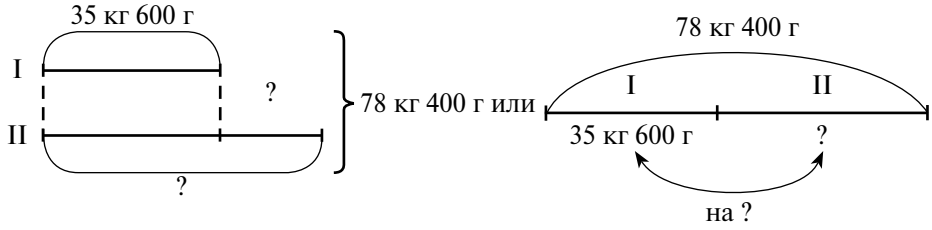
1) При переводе в килограммы число центнеров умножается на 100, число тонн умножается на 1000, а число граммов делится на 1000.

2) При переводе в центнеры число килограммов делится на 100, а число тонн умножается на 10.

3) При переводе в тонны число центнеров делится на 10, а число килограммов — на 1000.

Рассмотрим решение некоторых задач на повторение.

№ 9 (б), стр. 109.



— Чтобы узнать, на сколько второй мешок тяжелее первого, можно из массы второго мешка вычесть массу первого мешка. В первом мешке 35 *кг* 600 *г муки. Чтобы узнать массу второго мешка, надо из массы всей муки вычесть массу первого мешка. (Ищем часть.)*

1) 78 кг 400 г − 35 кг 600 г = 42 кг 800 г — во II мешке.

$$\begin{array}{r} 78\,400 \\ -\ 35\,600 \\ \hline 42\,800 \end{array} \quad \bullet 10$$

2) 42 кг 800 г − 35 кг 600 г = 7 кг 200 г.

$$\begin{array}{r} 42\,800 \\ -\ 35\,600 \\ \hline 7\,200 \end{array} \quad \bullet 10$$

Ответ: второй мешок на 7 кг 200 г тяжелее первого.

№ 8, стр. 102.

Дети записывают выражения в тетрадях в клетку и по действиям находят их значения:

а) $208\,400 \overset{②}{-} (18\,000 \overset{①}{-} 9762) = 200\,162.$

1) $\begin{array}{r} 18000 \\ -\ 9762 \\ \hline 8238 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 208400 \\ -\ 8238 \\ \hline 200162 \end{array}$

б) $(720\,048 \overset{①}{-} 97\,256) \overset{③}{-} (36\,809 \overset{②}{+} 250\,249) = 335\,734$

1) $\begin{array}{r} 720048 \\ -\ 97256 \\ \hline 622792 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 36809 \\ +\ 250249 \\ \hline 287058 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 622792 \\ -\ 287058 \\ \hline 335734 \end{array}$

в) $(777\,777 \overset{①}{+} 66\,666) \overset{③}{+} (111\,111 \overset{②}{-} 99\,999) = 855\,555$

1) $\begin{array}{r} 777777 \\ +\ 66666 \\ \hline 844443 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 111111 \\ -\ 99999 \\ \hline 11112 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 844443 \\ +\ 11112 \\ \hline 855555 \end{array}$

№ 9, стр. 102.

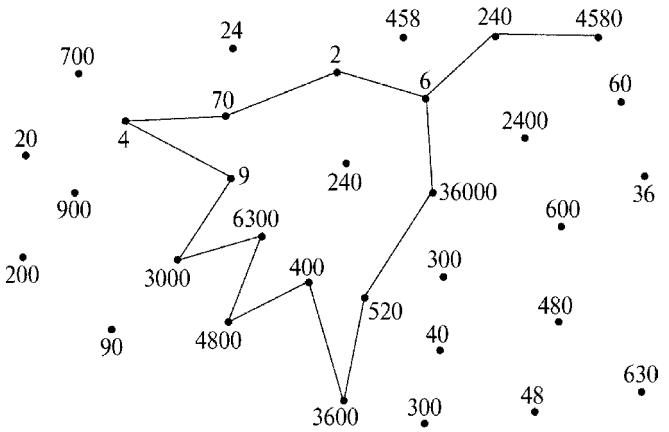
а) $a + a : 2$; в) $n + (n + 5) + n : 2$; д) $a - b \cdot 3$.

б) $c - b$; г) $(x - y) : 20$.

№ 13, стр. 103.

Соединив последовательно точки, получим «колокольчик»:

$4580 \longrightarrow 240 \longrightarrow 6 \longrightarrow 36000 \longrightarrow 520 \longrightarrow 3600 \longrightarrow 400 \longrightarrow 4800 \longrightarrow 6300 \longrightarrow$
$\longrightarrow 3000 \longrightarrow 9 \longrightarrow 4 \longrightarrow 70 \longrightarrow 2 \longrightarrow 6$



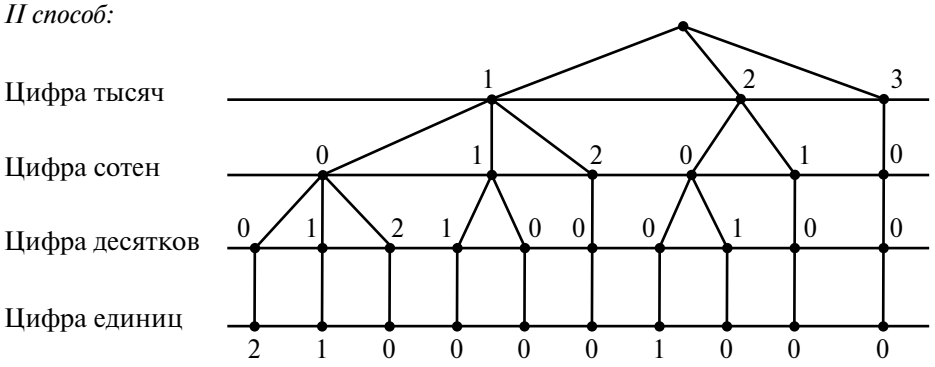
№ 14*, стр. 103.

а) {1111, 2222, 3333, 4444, 5555, 6666, 7777, 8888, 9999}.

б) Ответ может быть найден либо методом упорядоченного перебора, либо с помощью «дерева возможностей»:

I *способ:*	3000	2100	1200	1110
		2010	1020	1101
		2001	1002	1011

II способ:



Первый способ менее громоздкий, зато он требует придумывания логики перебора. При этом всегда есть опасность пропустить какие-то случаи. Второй способ требует меньше интеллектуальных усилий, но больше рисования.

Итак, множество четырехзначных чисел, у которых сумма цифр равна 3, содержит 10 элементов:

{3000, 2100, 2010, 2001, 1200, 1020, 1002, 1110, 1101, 1011}

№ 10, *стр.* 107.

Р — 70	Г — 200	С — 40
И — 80	К — 5400	Б — 400
П — 50	О — 4800	Н — 100

40	50	70	80	100	200	400	4800	5400
С	П	Р	И	Н	Г	Б	О	К

СПРИНГБОК. Один из интереснейших видов газелей, обитающий в Южной Африке. Верхняя сторона тела — желто-коричневая, нижняя сторона — белая, на границе проходит контрастная буровато-черная полоса. Но самая замечательная особенность спрингбока — обширная продольная кожная складка на спине. Когда животное спокойно, складку не видно. Но, почувствовав опасность, спрингбок начинает подпрыгивать на месте, отталкиваясь одновременно всеми ногами, без видимых усилий, как резиновый мяч. Прыжки спрингбока колоссальны: до 2 м в высоту. При этом края кожной складки расходятся и выстилающий ее белый мех начинает ослепительно сверкать. Для всех обитателей саванны прыжки спрингбока служат сигналом опасности.

Спрингбок знаменит своими странствиями. К сожалению, говорить о них приходится лишь в прошедшем времени: они прекратились вместе с резким уменьшением численности спрингбока. Во время последнего крупного переселения спрингбоков в 1896 году животные плотной массой покрывали участок шириной около 25 км, а длина колонны составляла 220 км!

№ 12*, *стр.* 109.

I *способ* $(25 + 23) - 18 = 30$ (чел.)

II *способ* $25 + (23 - 18) = 30$ (чел.)

III *способ* $(25 - 18) + 23 = 30$ (чел.)

№ 13*, *стр.* 109.

По условию, произведение числа x на себя должно быть равно 25. Значит, $x = 5$.

В левой части равенства записана сумма, которая всегда больше или равна 1, а справа — число 0. Значит, это равенство не выполняется ни при каком значении x.

Разность $x - x$ равна 0 при всех значениях x. Произведение чисел 0 и 4 равно 0. Значит, данному равенству удовлетворяет любое число x.

№ 11, стр. 111.

Чтобы найти объем прямоугольного параллелепипеда, надо площадь его основания умножить на высоту:

1) $(3 \cdot 2) \cdot 1 = 6$ (см^3);

2) $(3 \cdot 2) \cdot 2 = 12$ (см^3);

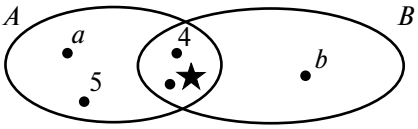
3) $(5 \cdot 2) \cdot 3 = 30$ (см^3).

Однако в данном случае объем второго прямоугольного параллелепипеда можно вычислить проще, если заметить, что вторая фигура состоит из двух первых, и, значит, ее объем равен $6 \cdot 2 = 12$ см^3.

№ 13, стр. 111.

$A \cap B = \{4, ★\}$

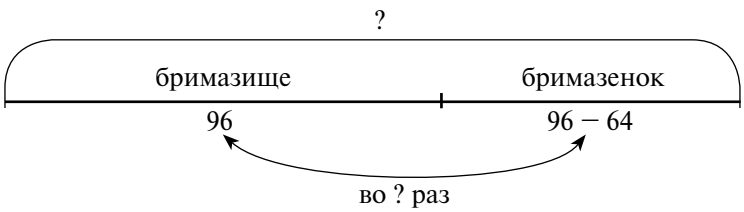
$A \cup B = \{4, ★, a, 5, b\}$



№ 14, стр. 111.

К настоящему времени дети уже знают, что одни и те же математические выражения могут описывать разнообразные жизненные ситуации. Так, выражение 2 + 3 может быть суммой игрушек, ручек, тракторов и еще чего угодно, в том числе шклидулок. И от того, что мы не знаем, что такое шклидулка, суть вычислений не изменится — мы все равно получим в ответе 5.

В задаче предлагается вымышленная ситуация — о шклидулках и бримазятах. Математическая структура задачи не представляет для детей труда, но здесь они должны суметь перенести ее на абстрактное для них содержание и провести рассуждения во всей полноте.



— Чтобы ответить на первый вопрос задачи, можно сложить шклидулки, которые нашли бримазище и бримазенок. (Ищем целое.) Для этого сначала из 96 *вычтем* 64 *и узнаем, сколько шклидулок нашел бримазенок. Чтобы узнать, во сколько раз больше шклидулок нашел бримазище, чем бримазенок, надо первое число разделить на второе.*

1) $96 - 64 = 32$ (ш.) — нашел бримазенок.

2) $96 + 32 = 128$ (ш.).

3) $96 : 32 = 3$ (раза).

Ответ: вместе они нашли 128 шклидулок, бримазище — в 3 раза больше бримазенка.

№ 15*, стр. 111.

Ответ: Пройти от Кенги к Пятачку , зайдя по дороге к Винни-Пуху, можно 20 способами.

МАТЕМАТИКА–3, часть 2

Во второй части учебника закрепляются нумерация, сложение и вычитание многозначных чисел, вводится умножение и деление многозначного числа на однозначное, рассматриваются некоторые преобразования на плоскости (параллельный перенос, симметрия), меры времени и календарь, на основе некоторых логических понятий (высказывание, истинное и ложное высказывание) уточняется понятие уравнения и рассматриваются новые их виды. Дети знакомятся с понятиями переменной и выражения с переменной, учатся находить значения выражений с переменной, строить формулы зависимостей между величинами.

Знания, умения и навыки учащихся по учебнику «Математика, 3 класс», часть 2

Знать таблицы умножения однозначных чисел и соответствующих случаев деления, владеть приемами сложения и вычитания чисел в пределах 20 (на уровне автоматизированного навыка).

Уметь правильно выполнять устно 4 арифметических действия с числами в пределах 100 и с многозначными числами в случаях, сводимых к действиям в пределах 100 (на уровне навыка).

Уметь выполнять письменно сложение и вычитание чисел в пределах триллиона, умножение и деление многозначного числа на однозначное.

Уметь применять правило порядка действий в выражениях, содержащих 3—4 действия (со скобками и без них).

Уметь решать простые уравнения всех видов ($x + a = b$, $x - a = b$, $a - x = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$, $a : x = b$) с комментированием по компонентам действий (на уровне навыка).

Уметь определять последовательность операций в простейших алгоритмах, записанных текстом, в виде блок-схем, в виде числовых и буквенных выражений.

Уметь читать числовые и буквенные выражения, содержащие 1—2 действия, с использованием терминов: сумма, разность, произведение, частное.

Уметь решать составные уравнения, сводящиеся к цепочке простых (2 шага).

Знать запись в буквенном виде переместительного и сочетательного свойств сложения и умножения, частных случаев действий с 0 и 1. Уметь по данной записи выразить их в речи.

Уметь находить значения буквенных выражений, содержащих одно действие, при данных значениях букв.

Знать формулы периметра и площади прямоугольника ($P = (a + b) \cdot 2$, $S = a \cdot b$), объема прямоугольного параллелепипеда ($V = a \cdot b \cdot c$), уметь их использовать для решения задач.

Знать названия месяцев и дней недели. Уметь пользоваться календарем, определять время по часам.

Уметь определять в простейших случаях истинность и ложность равенств и неравенств.

Уметь решать задачи на нахождение двух неизвестных величин по их сумме и разности.

Уметь решать и проводить самостоятельный анализ задач в 2—3 действия.

Уметь выполнять простейшие преобразования на клетчатой бумаге (перенос на данное число клеток в данном направлении, построение фигуры, симметричной данной относительно некоторой прямой).

Результаты обучения (РО)
(Математика—3, часть 2)

1) Продолжи ряд на 2 числа, сохраняя закономерность:
   а) 206, 412, 618, ...
   б) 501, 5002, 50003, ...
   в) 34 566, 34 554, 34 542, ...

2) Прочитай число: 57 308 942. Назови предыдущее и последующее число. Что означает цифра 3 в записи этого числа? Какая цифра в разряде десятков тысяч? Сколько всего десятков тысяч в этом числе?

3) Запиши цифрами числа:
   а) 8 млн. 712 тыс. 504 ед.
   б) 25 млн. 4 тыс. 36 ед.

4) Вычисли:

$8034 \cdot 7$	$672 : 8$	$9200 : 80$
$159 \cdot 800$	$3624 : 6$	$4\,025\,216 + 76\,498$
$7100 \cdot 60\,58$	$58\,030 : 7$	$1\,300\,402 - 215\,742$

5) На сколько число 27 843 меньше числа 37 123 и больше числа 21 248?

6) Составь программу действий и вычисли:
   а) $326\,714 - 250 \cdot 3 + 24\,456 : 6$;
   б) $(38\,056 - 5948) : 4 + 907 \cdot (3500 : 700)$.

7) Выполни деление с остатком и сделай проверку: $5643 : 8$.

8) Вырази:
   а) в минутах: 9 ч; 3 ч 15 мин; 240 с;
   б) в секундах: 5 мин 36 с; 26 мин;
   в) в часах и минутах: 450 мин.

9) Сравни:
   а) 25 мин ☐ 2 ч; б) 3 мин ☐ 100 с; в) 5 сут. ☐ 120 ч.

10) Выполни действия:
   а) 4 мин 32 с + 5 мин 28 с; в) 3 сут. 5 ч : 11;
   б) 2 ч 15 мин − 1 ч 30 мин; г) 20 мин · 9.

11) Урок начался в 11 ч 35 мин и длился 45 мин. В котором часу он закончился?

12) Таня вышла из дома в 7 ч 48 мин, а пришла в школу в 8 ч 13 мин. Сколько времени занимает у Тани дорога от дома до школы?

13) Реши уравнения с комментированием по компонентам действий:
   а) $x + 36\,712 = 39\,038$;
   б) $480\,072 - y = 4\,670$;
   в) $z - 28\,394 = 576$.

14) Составь и реши уравнения:
   а) На сколько надо умножить число 60, чтобы получить 4320?
   б) Какое число надо разделить на 700, чтобы получить 506?
   в) На сколько надо разделить 8500, чтобы получить 500?

15) Прочитай выражения и найди их значения при данных значениях букв:
   а) $a + 5$, если $a = 16$; в) $12 \cdot c$, если $c = 8$;
   б) $72 - b$, если $b = 4$; г) $d : 9$, если $d = 270$.

16) Прочитай выражения, называя последнее действие:
   а) $(a + 2) \cdot n$; б) $y - b : 7$.

17) Реши уравнения и сделай проверку:
   а) $80 - 3 \cdot x = 35$; б) $x : 4 + 6 = 20$.

18) Какие свойства чисел записаны? Объясни их смысл.
   а) $a + b = b + a$; г) $a - a = 0$;
   б) $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$; д) $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$;
   в) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$; е) $a : a = 1$.

19) Для танцевального кружка купили 36 м ленты красного и синего цвета, причем красной ленты на 4 м больше, чем синей. Сколько метров ленты каждого цвета купили для кружка?

20) Карлсон пролетел за 3 дня 120 км. В первый день он пролетел 28 км, а во второй — в 2 раза больше, чем в первый. Сколько километров пролетел Карлсон за третий день?

21) В красной коробке столько игрушек, сколько в белой и зеленой вместе. В зеленой коробке 45 игрушек, что на 18 игрушек больше, чем в белой. Сколько игрушек в трех коробках?

22) Составь выражения:

а) Из a метров ткани можно сшить 3 одинаковых платья. Сколько метров ткани пойдет на 5 таких платьев?

б) На 2 одинаковые юбки требуется b м ткани. Сколько таких юбок можно сшить из c м этой ткани?

в) В одном куске x м ткани, а в другом — y м такой же ткани. Сколько пододеяльников получится из всей этой ткани, если на 1 пододеяльник идет 4 м?

г) В куске было d м ткани. От него отрезали 3 раза по n м. Сколько метров ткани осталось в куске?

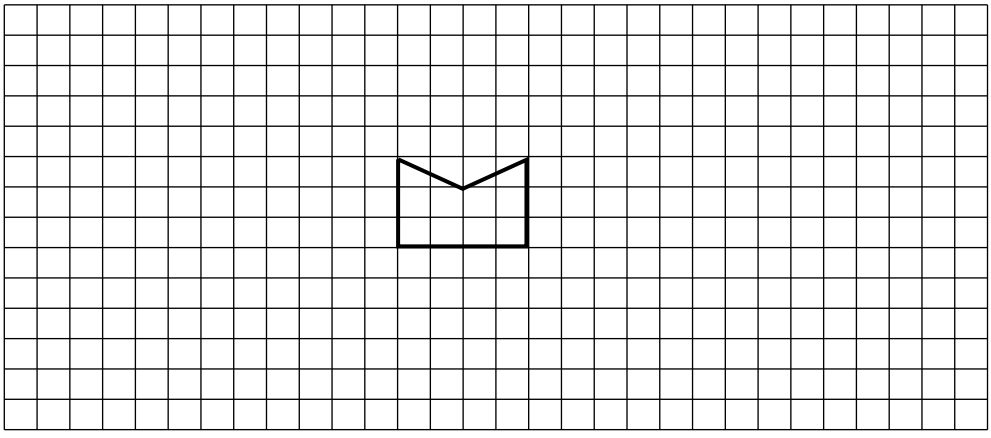
23) Запиши формулу периметра и площади квадрата со стороной a. Пользуясь этой формулой, найди:

а) периметр квадрата, если $a = 5$ м;

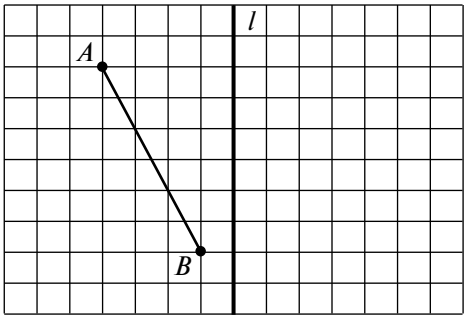
б) площадь квадрата, если $a = 9$ см.

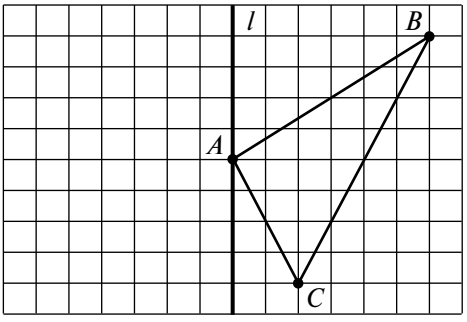
24) Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Сколько воды войдет в этот аквариум, если его дно имеет размеры 3 дм и 5 дм, а высота равна 4 дм?

25) Перенеси данную фигуру сначала на 9 клеточек влево, а потом на 4 клеточки вверх:



26) Построй фигуры, симметричные данным относительно прямой l (на клетчатой бумаге):





Уроки 1—5

Умножение на однозначное число. Умножение круглых чисел в столбик. Нахождение числа по сумме и разности

Основные цели:

1) Построить правила умножения многозначных чисел на однозначное и круглых чисел в столбик.

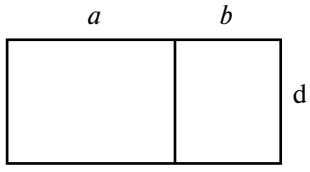
2) Сформировать умение умножать многозначные числа на однозначные и умножать круглые числа в случаях, сводящихся к умножению на однозначное число.

3) Научить решать задачи на нахождение значений величин по их сумме и разности.

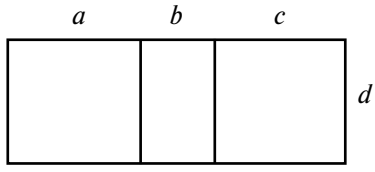
4) Повторить и закрепить нумерацию, сложение и вычитание многозначных чисел, решение текстовых задач, решение уравнений с комментированием по компонентам действий, сравнение выражений, действия с единицами длины и массы.

Простейшие случаи умножения многозначного числа на однозначное ($27 \cdot 5$, $140 \cdot 3$ и т. д.) и их запись в столбик уже встречались учащимся. На данном этапе обучения они должны распространить известный им способ умножения на однозначное число в столбик на общий случай умножения многозначного числа на однозначное и отработать его для сложных случаев. Работа ведется, как обычно, ***деятельностным методом***[7].

На **уроке 1** на этапе **актуализации знаний** с учащимися нужно вспомнить распределительное свойство умножения. Для этого можно рассмотреть с ними различные способы нахождения площади прямоугольников для случаев, когда прямоугольник разбит на 2 части и на 3 части:



$(a + b) \cdot d = a \cdot d + b \cdot d$



$(a + b + c) \cdot d = a \cdot d + b \cdot d + c \cdot d$

По данным рисункам ставятся вопросы:

1) Чем похожи и чем отличаются эти задачи? (В первой задаче прямоугольник разбит на две части, а во второй — на три.)

2) Как называется первое равенство? (Правило умножения суммы на число, или распределительное свойство умножения.)

3) Можно ли распространить это правило на сумму трех слагаемых? (Из второго равенства следует, что да.)

4) Можно ли его распространить на сумму большего числа слагаемых? (Да, ведь прямоугольник можно разбить на большее число частей.)

Чтобы поставить проблему, детям можно предложить в течение 2—3 минут в тетрадях в клетку самостоятельно решить следующие примеры и выявить в них закономерности:

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 9 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 85 \\ \times\ 9 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 240 \\ \times\ 9 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 850 \\ \times\ 9 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 576 \\ \times\ 9 \\ \hline \end{array}$$

[7] *Петерсон Л.Г.* Деятельностный метод обучения. — М.: АПК и ППРО, УМЦ «Школа 2000...», 2006.

Дети могут заметить, что:

1) все примеры — на умножение;

2) первый множитель увеличивается, а второй не изменяется;

3) с увеличением первого множителя произведение увеличивается;

4) если первый множитель увеличивается в 10 раз, то и все произведение увеличивается в 10 раз.

При решении последнего примера, вероятно, возникнет затруднение: могут получиться разные ответы, кто-то из детей не решит его и т. д. Возникшая проблемная ситуация и мотивирует поиск нового способа действий.

В случае, если с последним примером справятся все дети, можно попросить их найти лишний пример. Очевидно, что среди различных вариантов будет назван и этот пример: у него нет «пары», но главное — дети должны заметить, что для решения последнего примера используется другой вычислительный прием.

Этот признак отличия они должны проговорить вслух: *в первых четырех примерах требуется умножить двузначное число на однозначное, а в последнем примере — трехзначное на однозначное.*

После этого ***цель урока*** может быть сформулирована следующим образом: *установить, как умножается любое многозначное число на однозначное.* Если последний пример выполнят все дети, то цель урока мотивируется необходимостью обосновать правомерность используемого приема.

Построение нового знания начинается с выбора метода рассуждений. Рассмотренная в начале урока задача о вычислении площадей прямоугольников должна помочь детям вспомнить, что алгоритм умножения двузначного числа на однозначное был установлен на основе правила умножения суммы на число (распределительного свойства умножения), и сориентироваться на это свойство.

В ***№ 1, стр. 3*** еще раз проговаривается формулировка правила умножения суммы на число и возможность его распространения на любое число слагаемых.

Затем в ***№ 1 (а), стр. 3*** данное число 576 разбивается на удобные слагаемые 500 + 70 + 6 и на основе этого правила выполняются преобразования:

$$\begin{aligned} 576 \cdot 9 &= (500 + 70 + 6) \cdot 9 = \\ &= 500 \cdot 9 + 70 \cdot 9 + 6 \cdot 9 = \\ &= 4500 + 630 + 54 = 5184 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ 630 \\ +\ 4500 \\ \hline 5184 \end{array}$$

Очевидно, что такая запись является слишком громоздкой, неудобной, — это дети скажут сразу. Тогда ставится задача найти более короткий способ записи по аналогии с умножением на двузначное число. Если самостоятельно дети затруднятся это сделать, можно предложить им проанализировать слагаемые суммы по рисунку ***№ 1 (б), стр. 3***. Дети должны заметить, что при вычислении суммы сначала подсчитывается число единиц, затем число десятков и число сотен (нули при сложении результата не изменяют). И поскольку все эти числа всегда являются двузначными (значения табличных произведений), то удобнее число единиц следующего разряда, которое «запоминается», писать вверху над соответствующим разрядом первого множителя, как при умножении двузначных чисел. Подвести детей к этому выводу можно следующей последовательностью вопросов:

1) Как получили слагаемые суммы 54 + 630 + 4500? (6 единиц умножили на 9, потом 7 десятков умножили на 9, а потом 5 сотен умножили на 9.)

2) Всегда ли во втором слагаемом на конце будет нуль? Почему? (Всегда, так как считаем число десятков.)

3) Всегда ли в третьем слагаемом на конце 2 нуля? Почему? (Всегда, так как считаем число сотен.)

4) Почему во втором столбике нули можно зачеркнуть? (Они не изменяют значение суммы.)

5) Может ли число единиц, десятков или сотен «заходить» не на один следующий разряд, а на 2 или 3 разряда? (Нет, перемножаем однозначные числа, поэтому в произведении не может быть больше двух знаков.)

6) Сравните запись умножения во втором и третьем столбике — какая из них удобнее? (В третьем столбике.)

7) Догадайтесь, как она получается из предыдущей? (Сначала умножаем единицы: $6 \cdot 9 = 54$, 4 единицы пишем, а 5 десятков запоминаем — записываем над числом десятков первого множителя. Потом умножаем десятки: $7 \cdot 9 = 63$, $63 + 5 = 68$, 8 десятков пишем, а 6 сотен запоминаем. А потом умножаем сотни: $5 \cdot 9 = 45$, $45 + 6 = 51$, записываем 51 сотню, — **открытие!**)

Пишу: множитель 9 под разрядом единиц множителя 576.

Умножаю единицы: $6 \cdot 9 = 54$ ед., пишу 4 в разряде единиц, а 5 д. запоминаю.

Умножаю десятки: $7 \cdot 9 = 63$ д., $63 + 5 = 68$ д., пишу 8 в разряде десятков, а 6 с. запоминаю.

Умножаю сотни: $5 \cdot 9 = 45$ с., $45 + 6 = 51$ с., пишу 1 в разряде сотен, а 5 — в разряде тысяч.

Ответ: 5184.

В завершение учитель спрашивает у детей, изменятся ли рассуждения при умножении на однозначное число четырехзначного, пятизначного, шестизначного и т. д. числа. Как правило, дети легко распространяют полученный вывод на любое многозначное число. Тогда в тетради в клетку надо записать, решить и прокомментировать (с возможной помощью учителя) более сложный случай умножения, например, $5 \cdot 20\,156$. Внимание детей обращается на порядок множителей и на то, что в данном случае также удобно писать однозначный множитель под разрядом единиц многозначного множителя.

Если у детей все же возникнет сомнение в правомерности распространения полученного вывода на случай умножения любого многозначного числа на однозначное, то можно рассмотреть аналогичным образом умножение четырехзначного числа на однозначное или предложить учащимся сделать это дома самостоятельно.

Примеры для этапа **первичного закрепления** подбираются в зависимости от уровня подготовленности класса. Можно, например, решить с подробным комментированием в громкой речи ***№* 2 (а), *стр.* 3 (У), *№* 3, *стр.* 3 (РТ)**, а для этапа **самоконтроля** использовать ***№* 2 (б), *стр.* 3 (У), *№* 4 (в), *стр.* 3 (РТ)**. После выполнения самостоятельной работы дети сопоставляют свое решение с образцом, предъявленным учителем, и убеждаются в том, что новый вычислительный прием ими освоен. Напомним, что ***при изучении нового материала первостепенное значение имеет создание ситуации успеха для каждого ребенка***. Возможные ошибки должны здесь же исправляться, а материалы дорабатываться индивидуально, пока остальные учащиеся класса решают задачи на повторение.

На этапе **повторения** новое знание включается в систему знаний, а также решаются задания, обеспечивающие непрерывность развития содержательно-методических линий курса. Так, на рассматриваемом уроке умножение многозначного числа на однозначное встречается при решении текстовых задач ***№* 4, *стр.* 4**, в уравнении ***№* 3, *стр.* 3**. Далее в задании ***№* 9, *стр.* 4** повторяется правило порядка действий в выражениях и отрабатываются вычислительные навыки, в ***№* 10*—11*, *стр.* 4** — понятия равенства и пересечения множеств, которые связываются с рисованием геометрических фигур и перебором вариантов, а в ***№* 12*, *стр.* 4** предлагается логическая задача. Учитель на уроке введения нового знания *выбирает* для оставшихся 5—10 минут урока из этих заданий те, в которых дети его класса испытывают больше затруднений.

Сделать этот выбор более осознанным и обоснованным позволяют «Электронные приложения к учебникам».

С другой стороны, методическим приемом, который позволяет существенно увеличить число решенных в классе примеров без перегрузки детей, является *решение задач по выбору учащихся.* Так, например, на данном уроке учитель может предложить учащимся на этапе повторения решить по выбору одно из заданий ***№* 7—9, *стр.* 4 (У)** или из рабочей тетради **№ 7—9, *стр.* 4**. Дети в течение 3—4 минут решают по одному выбранному ими заданию, а затем проговаривают их решение в течение следующих 5 минут. Таким образом, все задания воспроизведены в памяти детей, т. е. цель повторения достигнута. При этом в классе создается атмосфера психологической комфортности, так как каждый ребенок решает задание, которое он выбрал сам, а значит, то, которое ему больше понравилось. Задачи по выбору можно предлагать и для домашней работы.

При подведении **итога** урока учитель обсуждает с детьми вопросы:

— Что нового узнали? (Узнали как умножать любое многозначное число на однозначное.)

— Какое математическое свойство для этого использовали? (Распределительное свойство умножения.)

— Кто уже чувствует себя уверенно в решении новых примеров?

— Что повторили? Что больше всего понравилось?

— Кто сегодня нам помогал на уроке?

— Как оцениваете свою работу?

Для домашней работы можно предложить учащимся придумать и решить свой пример на умножение многозначного числа на однозначное, решить задачу ***№* 4, *стр.* 4** и по желанию — одно из заданий ***№* 10*—12*, *стр.* 4**. Таким образом, обязательное задание не займет у детей больше 10—15 мин самостоятельной работы.

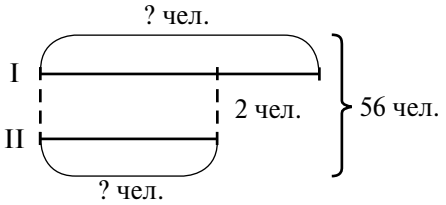
При таком подходе исключена перегрузка детей, каждому из них обеспечивается возможность успешного усвоения необходимого минимума, и в то же время каждому *предоставляется возможность* обучения на высоком уровне за счет активного включения в деятельность на уроке и решения дополнительных развивающих заданий.

На **уроках 2—3** рассматриваются более сложные случаи умножения многозначного числа на однозначное и случаи умножения круглых чисел, сводящиеся к ним. Так, в ***№* 2, *стр.* 5 (У), *№* 1, *стр.* 5 (РТ)** дети распространяют на множестве многозначных чисел изученное ранее правило: ***чтобы умножить круглые числа, надо выполнить умножение, не глядя на нули, а потом к полученному произведению приписать столько нулей, сколько в обоих множителях вместе.*** На основании этого правила при записи умножения круглых чисел в столбик для удобства вычислений нули мысленно отбрасываются и полученное однозначное число записывается в разряде единиц многозначного множителя:

$$\begin{array}{r|l} \times\,7568 & 00 \\ 4 & 0000 \\ \hline & \end{array}$$

На последующих уроках умножение многозначного числа на однозначное отрабатывается в основном в процессе выполнения проверки примеров на деление.

На **уроках 4—5** рассматривается новый тип задач — задачи на нахождение величин по их сумме и разности. На основе предметных действий с моделями-полосками дети должны догадаться, что при вычитании из суммы двух чисел их разности получается удвоенное меньшее число, а при сложении суммы и разности — удвоенное большее число. Поэтому решить задачу, например, ***№* 2, *стр.* 9 (У), (*№* 3, *стр.* 8 (РТ))** можно двумя способами:



I *способ* 1) 56 − 2 = 54 (чел.) — удвоенное число учеников во II классе.
2) 54 : 2 = 27 (чел.) — во II классе.
3) 27 + 2 = 29 (чел.) — в I классе.

II *способ* 1) 56 + 2 = 58 (чел.) — удвоенное число учеников в I классе.
2) 58 : 2 = 29 (чел.) — в I классе.
3) 29 − 2 = 27 (чел.) — во II классе.

Для этапа **первичного закрепления** предназначены задания ***№* 4—5, *стр.* 10**, а для этапа **самостоятельной работы с самопроверкой в классе** — ***№* 3, *стр.* 9**.

Дома можно предложить им придумать и решить свои задачи на нахождение величин по их сумме и разности.

Рассмотрим решение некоторых задач на повторение.

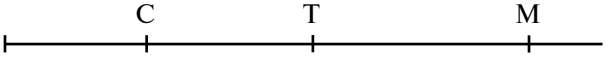
***№* 11*, *стр.* 4.**

Следует обратить внимание на проведение *упорядоченного перебора* возможных вариантов:

{м, и, р}, {м, р, и}, {и, м, р}, {и, р, м}, {р, и, м}, {р, м, и}.

***№* 12*, *стр.* 4.**

Из условия следует, что сестры не могут быть одного возраста, так как они рождены летом, зимой и весной. Таня младше Марины, а Света младше Тани. Значит, самая младшая Света, а самая старшая — Марина:



***№* 7, *стр.* 7.**

— Чтобы узнать, сколько раз ходил Вася на рыбалку в августе, можно из общего числа рыбалок за лето вычесть число рыбалок в июне и в июле. (Ищем часть.) Всего за лето, по условию, было 16 *рыбалок, а в июне —* 3. *Чтобы узнать, сколько их было в июле, надо* 3 *умножить на* 2, *так как сказано, что в июле их было в* 2 *раза больше, чем в июне.*

1) 3 · 2 = 6 (р.) — в июле.
2) 3 + 6 = 9 (р.) — в июне и июле.
3) 16 − 9 = 7 (р.).
Ответ: в августе Вася ходил на рыбалку 7 раз.

***№* 8, *стр.* 7.**

а) $a + (a + 5)$;
б) $b - c - d$;
в) $(m + n + k) : 7$.

***№* 10, *стр.* 8.**

1) 100 · 8 = 800 (м^2) — площадь участка;
2) 800 : 40 = 20 (м) — ширина участка;
3) (20 + 40) · 2 = 120 (м) — длина изгороди.
Ответ: длина изгороди равна 120 м.

№ 11, стр. 8.

а) 2 м 7 см − 9 дм 8 см + 710 мм = 207 см − 98 см + 71 см = 180 см = 1 м 8 дм

б) 5 м 2 дм − 64 см + 1 м 4 см = 520 см − 64 см + 104 см = 560 см = 5 м 6 дм

в) 3 т 15 кг + 4 ц 8 кг − 23 кг = 3015 кг + 408 кг − 23 кг = 3400 кг = 3 т 4 ц

г) 46 кг 32 г − 2 кг 800 г + 768 г = 46 032 г − 2800 г + 768 г = 18 800 г = 18 кг 800 г

№ 8, стр. 10.

По первому рисунку можно определить, что 1 груша уравновешивает 2 яблока (с обеих чашек весов снять по 1 груше и по 2 яблока). Значит, чтобы уравновесить 6 яблок, на правую чашку вторых весов надо положить 3 груши.

№ 10*, стр. 10.

В первой таблице вторая строчка получается из первой умножением числа на себя. Поэтому в пустую клетку надо вписать 25.

Во второй таблице числа первой строки умножаются на себя, а затем увеличиваются на 1. Значит, числу 5 соответствует число $5 \cdot 5 + 1 = 26$.

В третьей таблице числа первой строки умножаются на себя, а затем уменьшаются на 1. Значит, числу 5 соответствует число $5 \cdot 5 - 1 = 24$.

№ 9, стр. 12.

Задачи выполняются с обоснованием каждого высказывания:

— $15 \cdot a = a \cdot 15$, т. к. от перестановки множителей произведение не изменяется;

— $b : 9 > b : 12$, т. к. с увеличением делителя частное уменьшается;

— $40 : m < 50 : m$, т. к. с увеличением делимого частное увеличивается;

— $c \cdot 1 = c : 1$, т. к. при умножении и делении числа на 1 получается то же самое число;

— $(6 + d) \cdot 3 > 6 + d \cdot 3$, т. к. при умножении суммы на число на это число умножается каждое слагаемое, и поэтому в обоих выражениях слагаемые $d \cdot 3$ равны, а слагаемое $6 \cdot 3$ слева больше слагаемого 6 справа;

— $(a + b) : 5 = a : 5 + b : 5$, т. к. при делении суммы на число на это число делится каждое слагаемое.

На всех данных и последующих уроках особое внимание уделяется комментированию решения уравнений по компонентам действий (***№ 3, стр. 3***; ***№ 4, стр. 7***; ***№ 11, стр. 6*** и т. д.).

Уроки 6—14

Деление на однозначное число углом. Деление круглых чисел углом. Деление круглых чисел с остатком

Основные цели:

1) Сформировать умение делить многозначные числа на однозначные и делить круглые числа в случаях, сводящихся к делению на однозначное число.

2) Научить делать проверку деления умножением.

3) Повторить и закрепить нумерацию, сложение и вычитание многозначных чисел, умножение многозначного числа на однозначное, решение текстовых задач, решение уравнений с комментированием по компонентам действий, понятие периметра треугольника, понятие числового луча, действия с единицами длины и массы, чтение и запись выражений.

При изучении внетабличного деления в пределах 100 учащиеся знакомились с правилом деления суммы на число. Сейчас это правило используется для построения алгоритма деления многозначного числа на однозначное. В итоге об-

суждения учащиеся должны выявить и осмыслить основную идею, основной принцип деления многозначных чисел: *сначала делится возможно более крупная счетная единица, затем остаток дробится и делится следующая по величине счетная единица и так далее до конца.* Новый материал вводится в обучение деятельностным методом.

На **уроке 6** на этапе **актуализации знаний** с учащимися нужно вспомнить взаимосвязь между умножением и делением ($a : b = c \Leftrightarrow b \cdot c = a,\ b \neq 0$), алгоритм деления с остатком и правило деления суммы на число, распространив его, как и в предыдущем случае, на сумму трех и более слагаемых.

Для постановки проблемы детям можно предложить в течение 2—3 минут в тетрадях в клетку самостоятельно решить примеры «по частям», т. е. используя правило деления суммы на число, и выявить в них закономерности:

56 : 4 72 : 4 560 : 4 720 : 4 536 : 4

Дети могут заметить, что:

1) все примеры — на деление;

2) делимое увеличивается, а делитель не изменяется;

3) с увеличением делимого частное увеличивается;

4) если делимое увеличивается в 10 раз, то и частное увеличивается в 10 раз.

При решении последнего примера обычно возникает затруднение, которое мотивирует поиск нового способа действий (если и последний пример выполнят все дети, можно попросить их найти лишний пример).

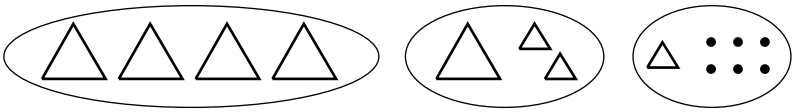
Далее учитель подводит учащихся к выявлению существенного для данного урока признака отличия последнего примера от предыдущих: первые четыре примера сводятся к делению двузначного числа на однозначное, а в последнем примере — деление трехзначного числа на однозначное. Этот признак отличия дети должны проговорить вслух.

Таким образом, ставится ***цель урока*** — *установить, как делится многозначное число на однозначное.* (Если затруднений в решении последнего примера у детей не возникнет, слово *установить* заменяется словом *обосновать* — ведь подобные примеры в классе ранее не рассматривались.)

При открытии нового знания детям вначале предоставляется возможность выбрать метод рассуждений. Задания, рассмотренные в начале урока, должны сориентировать их на выбор правила деления суммы на число, распространенного на случай нескольких слагаемых. Для подбора слагаемых для вычисления частного 536 : 4 можно использовать графическую модель. Учитель рисует ее на доске, а учащиеся — в тетради:

Рассматривая ее, дети должны догадаться, что для нахождения частного вначале надо разделить сотни (коробки), затем оставшуюся сотню перевести в десятки и делить все имеющиеся десятки (пачки) и, наконец, оставшийся десяток раздробить в единицы (штуки) и делить единицы. В менее подготовленных классах поиск решения целесообразно сопровождать не только графическим моделированием, но и предметным — работой с конкретными коробками, пачками и единицами предметов.

Получившиеся группы обводятся овалами — это «удобные слагаемые»:



Из приведенных рассуждений следует, что каждый получил 1 сотню, 3 десятка и 4 штуки, или 134 штуки, предметов. На математическом языке проведенные рассуждения можно записать так:

536 : 4 = (400 + 120 + 16) : 4 = 400 : 4 + 120 : 4 + 16 : 4 = 100 + 30 + 4 = 134.

Эта цепочка преобразований записывается в тетрадь, и еще раз проговаривается полученный вывод: *чтобы разделить многозначное число на однозначное, можно делимое разбить на сумму «удобных» слагаемых и делить «по частям», то есть по правилу деления суммы на число.*

Применение этого способа действий весьма ограничено, но проведенные рассуждения помогут учащимся в дальнейшем осмыслить общий принцип деления многозначных чисел. Для перехода к делению углом надо показать им неудобство построенного способа действий, предложив, например, найти частное 11 768 : 4.

Понятно, что попытки найти «удобные» слагаемые вряд ли закончатся успехом, и тогда можно попросить детей еще раз вернуться к рисунку:

— Рассмотрите, с каких единиц мы начинали деление — с мелких или с крупных? (С крупных.)

— Конечно, ведь удобнее сначала раздать более крупные счетные единицы — коробки. Но вот у нас 1 коробка осталась, что нам пришлось сделать? (Достать пачки и делить уже пачки.)

— Правильно, нам пришлось раздробить сотни в десятки. А когда и десятки у нас закончились, что мы сделали? (Стали делить единицы.)

— Кто теперь догадается, как можно делить любое многозначное число, не подбирая слагаемые? (Делить сначала самые крупные счетные единицы, затем остаток дробить и делить более мелкие единицы.)

На доске в процессе беседы учитель кратко записывает суть выполняемых преобразований:

1) 5 с. : 4 = 1 с. (ост. 1 с.)

2) 13 д. : 4 = 3 д. (ост. 1 д.)

3) 16 ед. : 4 = 4 ед. Итак, 536 : 4 = 134.

Аналогично записывается решение примера 11 768 : 4, предложенного учителем:

1) 11 т. : 4 = 2 т. (ост. 3 т.)

2) 37 с. : 4 = 9 с. (ост. 1 с.)

3) 16 д. : 4 = 4 д.

4) 8 ед. : 4 = 2 ед. Итак, 11 768 : 4 = 2942.

Таким образом, поставленная проблема решена: найден общий способ деления многозначного числа на однозначное. Он заключается в *делении с остатком возможно более крупных счетных единиц и последовательном переходе к делению более мелких счетных единиц.* Однако остается проблема записи деления. На вопрос учителя: «Удобная ли запись деления?» — ответ всегда одинаковый: неудобная, громоздкая. Тогда можно предложить детям попробовать придумать свою запись, более короткую и удобную. Для этой цели лучше использовать первый пример — 536 : 4.

При подведении **итога** урока обсуждаются вопросы:

— Что нового узнали? (Узнали как делить многозначное число на однозначное, способ записи деления «углом».)

— Какой прием используется для устного деления? (Деление «по частям».)

— С каких единиц начинаем письменное деление? (С самых крупных.)

— А потом? (Делим по очереди более мелкие единицы.)

— Кто сегодня нам хорошо помогал?

— Кто доволен своей работой?

— Что повторили? Что больше всего понравилось?

В домашней работе можно предложить учащимся самостоятельно составить и решить пример на деление трехзначного числа на однозначное, построить его графическую модель и выполнить деление тремя способами по аналогии с тем, как это сделано в учебнике. В качестве дополнительного задания, которое выполняется по желанию, — **№ 10, *стр.* 17**.

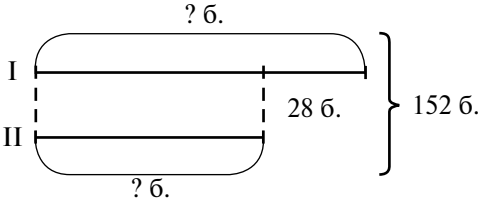
На последующих уроках рассматриваются более сложные случаи деления: делимое содержит большее число цифр, в частном получаются нули в середине и на конце. После этого изучается деление круглых чисел, сводящееся к делению на однозначное число без остатка, и деление на однозначное число с остатком. Работа ведется в описанном выше ключе — так, чтобы дети включались в активную деятельность, анализировали, сопоставляли, изобретали, придумывали... Трудные случаи деления с нулем в частном необходимо провести через построение графических и знаковых моделей с подробным комментированием каждого шага решения (способы 1—3).

Рассмотрим решение задач на повторение.

***№* 6, *стр.* 14.**

Повторяется решение задач на нахождение значений величин по их сумме и разности. Как обычно, внимание обращается на обучение детей проведению самостоятельного анализа задачи.

а)



— Дана сумма и разность числа бананов, которые собрали с обеих пальм. Сложив их, получим удвоенное число бананов, которые собрали с I *пальмы. Значит, чтобы найти, сколько бананов собрали с* I *пальмы, надо сумму чисел* 152 *и* 28 *разделить пополам. Полученное число уменьшим на* 28 *и узнаем, сколько бананов собрали со* II *пальмы.*

1) 152 + 28 = 180 (б.) — удвоенное число бананов с I пальмы.
2) 180 : 2 = 90 (б.) — собрали с I пальмы.
3) 90 − 28 = 62 (б.).

Ответ: с I пальмы собрали 90 бананов, а со II — 62 банана.

Можно сначала найти число бананов, которые собрали со II пальмы, — (152 − 28) : 2 = 62 банана, а затем — число бананов, собранных с I пальмы.

б) I *способ*

1) 42 − 8 = 34 (кг) — удвоенная масса апельсинов в I ящике.
2) 34 : 2 = 17 (кг) — масса апельсинов в I ящике.
3) 17 + 8 = 25 (кг) — масса апельсинов во II ящике.

II *способ*

1) 42 + 8 = 50 (кг) — удвоенная масса апельсинов во II ящике.
2) 50 : 2 = 25 (кг) — масса апельсинов во II ящике.
3) 25 − 8 = 17 (кг) — масса апельсинов в I ящике.

Ответ: в I ящике 17 кг, а во II — 25 кг апельсинов.

***№* 12, *стр.* 15.**

Задание выполняется на основе взаимосвязи целого и части и общего принципа нумерации многозначных чисел.

а) 475 + 737 = 1212 в) 2886 + 9459 = 12 345
б) 515 − 146 = 369 г) 620 303 − 74 849 = 545 454

№ 6, *стр.* 16.

а) $(a + b) \cdot (c - d)$ — произведение суммы чисел a и b и разности чисел c и d;
б) $m : n - k$ — разность частного чисел m и n и числа k;
в) $a \cdot c + x : y$ — сумма произведения чисел a и c и частного чисел x и y;
г) $(b - m) : (k \cdot t)$ — частное разности чисел b и m и произведения чисел k и t.

№ 7, *стр.* 16.

Выражение $6309 \cdot a + 936 : b$ можно прочитать следующими способами:

- Сумма произведения чисел 6309 и a и частного чисел 936 и b.
- К произведению чисел 6309 и a прибавить частное чисел 936 и b.
- 6309, умноженное на a, плюс 936, деленное на b.

1. $a = 0$, $b = 1$.

$$\overset{①}{6309} \cdot \overset{③}{0} + \overset{②}{936} : 1 = 0 + 936 = 936$$

2. $a = 6$, $b = 2$.

$$\overset{①}{6309} \cdot \overset{③}{6} + \overset{②}{936} : 2 = 38\,322$$

1) $\begin{array}{r} 6309 \\ \times \quad\quad 6 \\ \hline 37854 \end{array}$

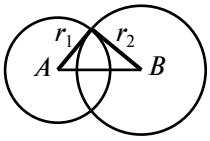
2) $\begin{array}{r|l} 936 & 2 \\ \hline 8 & 468 \\ \hline 13 & \\ 12 & \\ \hline 16 & \\ 16 & \\ \hline 0 & \end{array}$

3) $\begin{array}{r} 37854 \\ + \quad 468 \\ \hline 38322 \end{array}$

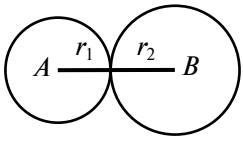
№ 9, *стр.* 17.

а) $a - a : 4$;
б) $b : (b - c)$;
в) $m - n \cdot 10$;
г) $x \cdot 2 + y \cdot 3$;
д) $d + (d : 3)$.

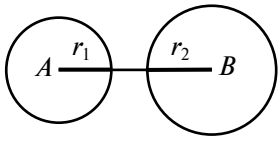
№ 10, *стр.* 17.



$r_1 + r_2 > AB$



$r_1 + r_2 = AB$



$r_1 + r_2 < AB$

№ 11, *стр.* 17.

x	20
$\cdot 6$	$: 6$
$: 40$	$\cdot 40$
$+ 65$	$- 65$
$- 18$	$+ 18$
50	50

$x = 20$

№ 12, *стр.* 17.

Из правого рисунка видно, что один кочан уравновешивает 6 морковок. Тогда из первого рисунка следует, что 2 морковки, 2 кочана и 2 кг уравновешивают 3 морковки, 1 кочан и 3 кг. Значит, 5 морковок весят 1 кг, или 1000 г, а одна морковка весит 1000 г : 5 = 200 г. Отсюда масса кочана равна:

$$200 \text{ г} \cdot 6 = 1 \text{ кг } 200 \text{ г}.$$

№ 13, *стр.* 18.

а) Рекс, фекс, пекс! (Буратино.)

б) Кара-барас! (Мойдодыр.)

в) Бамбара, чуфара, лорики, ерики, пикапу, трикапу, скорики, морики! (Бастинда — А. Волков. «Волшебник Изумрудного города».)

№ 5, *стр.* 19.

И — 89, Г — 2171, Ф — 548, П — 77, О — 4455, А — 1754, Р — 10 260.

ПИФАГОР — греческий философ и математик, живший в VI в. до н.э. Письменных документов о нем не осталось. По более поздним свидетельствам известно, что Пифагор много путешествовал по странам Востока: был в Египте и Вавилоне. Там Пифагор познакомился с восточной математикой. В возрасте уже более 40 лет основал свою школу.

Пифагорейцы верили, что в числовых закономерностях спрятаны тайны мира. Числа, равные сумме всех не равных другому числу делителей этого числа, они называли совершенными (6, 28, 496, 8128); дружественными называли пары чисел, из которых каждое равнялось сумме делителей другого, не равных самому числу (например, 220 и 284). Пифагор впервые разделил числа на четные и нечетные, простые и составные, ввел фигурные числа (например, 10 — треугольное число). Пифагору приписывается высказывание: «Все есть число».

Естественно, что геометрия у Пифагора была подчинена арифметике, но и здесь его открытия являются поистине великими — Пифагору приписывают первые доказательства в геометрии и, в частности, доказательство известной теоремы, носящей его имя.

Интересно, что уже в те времена Пифагор считал Землю шаром.

№ 8*, *стр.* 20.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Цифра 0 повторяется в данном ряду $9 + 2 = 11$ раз, цифра 1 повторяется $10 + 10 + 1 = 21$ раз, а все остальные цифры повторяются $10 + 10 = 20$ раз.

№ 5, *стр.* 21.

а) $a \cdot b - (c + d)$ — разность произведения чисел a и b и суммы чисел c и d.

б) $(m : n) \cdot (k - t)$ — произведение частного чисел m и n и разности чисел k и t.

в) $(x + y) : (a \cdot c)$ — частное суммы чисел x и y и произведения чисел a и c.

г) $(b - d) \cdot (m : k)$ — произведение разности чисел b и d и частного чисел m и k.

№ 9, *стр.* 22.

Задача имеет несколько различных вариантов решения:

44 — записано одинаковыми цифрами, а остальные числа — нет;

56 — сумма цифр 11, а у остальных чисел — 8;

125 — трехзначное, а остальные двузначные;

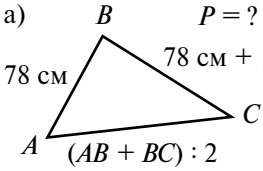
26 — меньше 30, а остальные больше 30 и т. д.

№ 10, *стр.* 22.

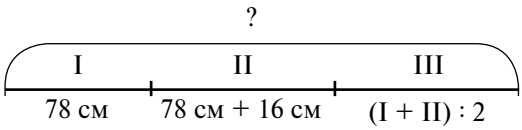
Сказка «По щучьему веленью».

№ 6, *стр.* 23.

а)



или



— Периметр треугольника равен сумме всех его сторон. Первая сторона известна — 78 *см. Вторую сторону можем найти из условия, что она на* 16 *см больше первой. Для нахождения длины третьей стороны надо сложить первые две стороны и полученную сумму разделить пополам.*

1) 78 + 16 = 94 (см) — *BC*

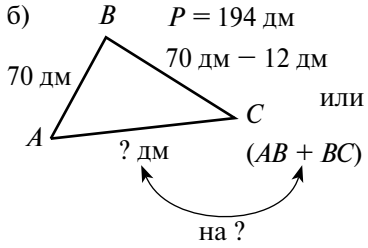
2) 78 + 94 = 172 (см) — *AB* + *BC*

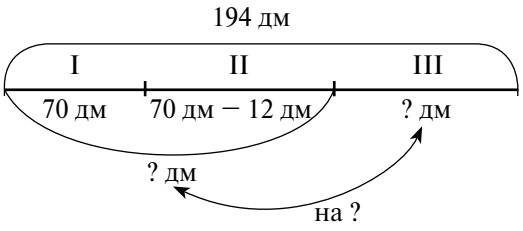
3) 172 : 2 = 86 (см) — *AC*

4) 172 + 86 = 258 (см)

Ответ: периметр треугольника равен 2 м 58 см.

б)





— Чтобы ответить на вопрос задачи, надо из суммы первых двух сторон вычесть длину третьей стороны. Первая сторона известна, а вторая на 12 *дм меньше первой. Значит, она равна разности* 70 *дм и* 12 *дм. Чтобы найти длину третьей стороны, надо из периметра вычесть сумму первых двух сторон.*

1) 70 − 12 = 58 (дм) − *BC*

2) 70 + 58 = 128 (дм) − *AB* + *BC*

3) 194 − 128 = 66 (дм) − *AC*

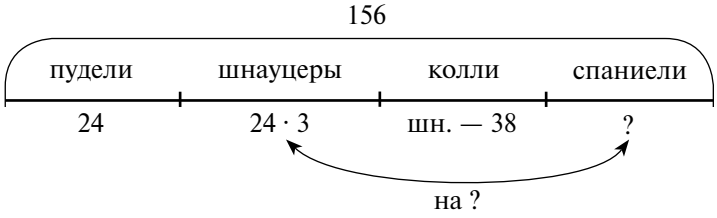
4) 128 − 66 = 62 (дм)

Ответ: длина третьей стороны на 62 дм меньше суммы первых двух сторон.

***№* 9, *стр.* 24.**

В ответах получаются числа 50, 104, 450, 320, 500. Общее в этих числах то, что все они натуральные, меньше 1000, в их записи содержится 0 и т. д. «Лишними» могут быть: 50 — двузначное, а остальные трехзначные; 104 — не круглое, а остальные круглые; 450 — сумма цифр 9, а у остальных — 5; 320 — кратно 80, а остальные — нет; 500 — имеет 2 нуля в записи, а у остальных — по одному.

***№* 10, *стр.* 24.**



— Чтобы ответить на первый вопрос задачи, можно из числа всех собак, которых привели на выставку, вычесть число пуделей, шнауцеров и колли. Известно, что всего было 156 *собак, причем* 24 *из них были пудели. Число шнауцеров неизвестно, но его можно найти, умножив* 24 *на* 3. *Уменьшив полученное число шнауцеров на* 38, *найдем количество колли. Для ответа на второй вопрос задачи надо из числа шнауцеров вычесть число спаниелей.*

1) 24 · 3 = 72 (с.) — было шнауцеров.

2) 72 − 38 = 34 (с.) — было колли.

3) 24 + 72 + 34 = 130 (с.) — было пуделей, шнауцеров и колли.

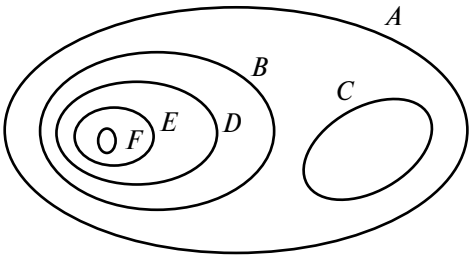
4) 156 − 130 = 26 (с.) — было спаниелей.

5) 72 − 26 = 46 (с.).

Ответ: в выставке участвовало 26 спаниелей; шнауцеров было на 46 больше, чем спаниелей.

№ 11*, *стр.* 24.

$A = \{a, b, p, d, f, m, k, s, n\}$
$B = \{a, b, d, p, f, m, k, s\}$
$C = \{a, n\}$
$D = \{b, p, d, f, m, s\}$
$E = \{p, f, m, s\}$
$F = \{m, s\}$



№ 6, *стр.* 26.

а) $(a : 3) \cdot 7$;
б) $c : (b : 2)$;
в) $n + n : 4$;
г) $(c + d) : 2$;
д) $(x - y) : 2$.

№ 9, *стр.* 26.

а)
$$\begin{array}{r} 8\ 3\ \boxed{7}\ 4\ \boxed{1}\ 5\ 7\ 9 \\ +\quad 6\ 5\ 3\ 6\ \boxed{8}\ 4\ \boxed{4} \\ \hline \boxed{9}\ \boxed{0}\ 2\ \boxed{7}\ 8\ 4\ \boxed{2}\ 3 \end{array}$$

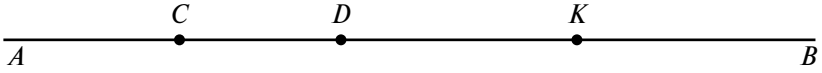
б)
$$\begin{array}{r} 3\ 1\ \boxed{2}\ 8\ 5\ \boxed{2}\ 5\ \boxed{7}\ 6\ \boxed{8} \\ -\quad \boxed{5}\ 6\ \boxed{7}\ 4\ 2\ 8\ 9\ \boxed{2}\ 3 \\ \hline \boxed{2}\ 5\ 6\ 1\ \boxed{0}\ 9\ \boxed{6}\ 8\ 4\ 5 \end{array}$$

№ 11*, *стр.* 27.

1) Н. Носов. «Фантазеры».
2) Л. Пантелеев. «Буква ТЫ».
3) В. Драгунский. «Заколдованная буква».
4) В. Голявкин. «Больные».

№ 9, *стр.* 29.

Три точки *C, D* и *K*, отмеченные на прямой, образуют 3 отрезка — *CD*, *DK* и *CK* и 6 лучей — *CA* и *CB*, *DA* и *DB*, *KA* и *KB*:



№ 10—11, *стр.* 29.

Учащиеся работают с таблицами, в строках и столбцах которых предметы классифицированы по различным признакам. В № 10 марки разбиты на части по видам и по тому, кому они принадлежат. В № 11 круги надо классифицировать по цвету и по размеру. Так, в первой таблице число всех марок равно 417(90 + 112 + 215 = 417 и 197 + 220 = 417), во второй таблице число всех кругов равно 27 (11 + 10 + 6 = 27 и 7 + 20 = 27).

№ 13, *стр.* 30.

* 1 * * * > * 6 *, так как любое пятизначное число больше любого трехзначного.
* * < * * * *, так как любое двузначное число меньше любого четырехзначного.
24 * * 9 < 25 * * *, так как оба числа пятизначные, а первая несовпавшая слева цифра − цифра разряда тысяч — у первого числа меньше, чем у второго (4 < 5).

№ 14*, *стр.* 30.

Числа в свободные клетки надо подобрать так, чтобы в обеих строчках каждого столбика закономерность, по которой изменяются числа, была общей.

Так, в первом столбике числа первой строки за один шаг увеличиваются на 1 единицу (215 − 214 = 1), а во второй строке за два шага они увеличиваются на 2 единицы. Значит, увеличение на 1 — это общая закономерность, поэтому в верхней строке надо записать 216, а в нижней — 319. Аналогично во втором столбике числа увеличиваются на 3 единицы (в пустых клетках надо писать 35 и 123), а в третьем столбике увеличиваются в 2 раза (неизвестные числа 7 и 10). Приведем возможный вариант обсуждения этого задания для третьего столбика.

— Что интересного в числах первой строки? (14 в 2 раза меньше, чем 28.)
— Что интересного в числах второй строки? (5 в 4 раза меньше, чем 20.)

— Соседние числа отличаются в 2 раза, а числа, расположенные через клетку, — в 4 раза. Какая общая закономерность? (Числа увеличиваются в 2 раза.)

— Найдите неизвестные числа. (14 : 2 = 7, 5 · 2 = 10.)

№ 4, стр. 32.

Задание решается с обоснованием:

516 · 387 = 199 692, так как от перестановки множителей произведение не изменяется.

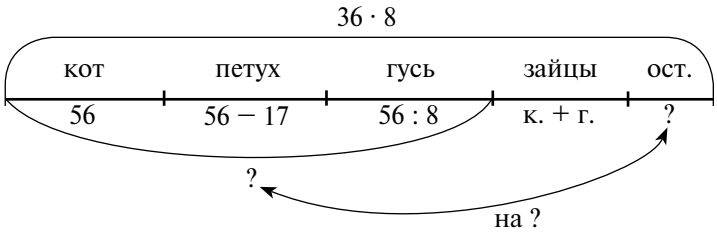
387 · 517 — это произведение на 387 больше данного, так как оно содержит 517 слагаемых, равных 387, а в данном произведении их только 516. Значит, искомое произведение равно сумме 199 692 + 397 = 200 079.

388 · 516 = 516 · 388 = 199 692 + 516 = 200 208.

199 692 : 387 = 516, а 199 692 : 516 = 397, так как если произведение разделить на один из множителей, то получится второй множитель.

387 · 526 = 199 692 + 387 · 10 = 199 692 + 3870 = 203 562.

№ 7, стр. 32.



— Чтобы узнать число оставшихся кадров, надо из всех имеющихся кадров вычесть число израсходованных кадров. (Ищем часть.) Известно, что всего было 8 *пленок по* 36 *кадров, значит, общее число кадров у Гримки равно* 36 · 8. *Число фотоснимков кота известно —* 56. *Петуха сфотографировал на* 17 *раз меньше, то есть* 56 — 17 *раз, а гуся — в* 8 *раз меньше, то есть* 56 : 8 *раз. Чтобы узнать, сколько кадров затрачено на зайцев, надо сложить число кадров, затраченных на кота и на петуха. Таким образом, мы узнаем все имеющиеся и все израсходованные кадры и ответим на первый вопрос задачи.*

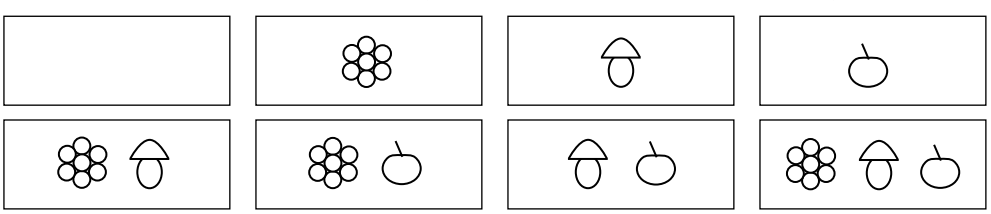
Для ответа на второй вопрос надо из числа всех использованных кадров вычесть число оставшихся кадров.

1) 56 : 8 = 7 (к.) — на гуся.
2) 56 − 17 = 39 (к.) — на петуха.
3) 56 + 7 = 63 (к.) — на зайцев.
4) 56 + 7 + 39 + 63 = 165 (к.) — израсходовано.
5) 36 · 8 = 288 (к.) − было всего.
6) 288 − 165 = 123 (к.) − осталось.
7) 165 − 123 = 42 (к.).

Ответ: осталось 123 кадра, на 42 меньше, чем израсходовано.

№ 12*, стр. 33.

Логика перебора: число попаданий может быть 0, 1, 2, 3. Значит, варианты попадания могут быть следующие (с точностью до порядка мишеней):



№ 9, стр. 35.

а) $(a + b) : 2$; в) $(x + x \cdot 2) : 5$;

б) $c : (3 + d)$; г) $y : (n + n : 3)$.

Внимание детей можно обратить на то, что решение всех задач сводится к делению по содержанию.

Уроки 15—20

Преобразование фигур. Симметрия относительно прямой. Построение симметричных фигур. Симметрия фигуры

Основные цели:

1) Познакомить с некоторыми преобразованиями фигур на плоскости (параллельный перенос, симметрия).

2) Закрепить приемы письменного умножения и деления многозначного числа на однозначное.

3) Отрабатывать навыки устных вычислений, повторить и закрепить нумерацию, сложение и вычитание многозначных чисел, решение текстовых задач и уравнений, зависимость между компонентами и результатами арифметических действий, расширить представления о геометрических фигурах.

С преобразованием фигур на плоскости учащиеся уже встречались раньше при рассмотрении равенства фигур, в задачах на построение симметричных фигур и др. Однако сам термин «преобразование фигур» не вводился. На данных уроках учащиеся выполняют практические действия с фигурами на клетчатой бумаге, в процессе которых их представления о преобразовании фигур уточняются.

Понятие «преобразование фигур» можно пояснить как перемещение фигур на плоскости, их перенос. На **уроке 15** рассматривается перенос фигур на данное число клеток вверх, вниз, направо и налево (параллельный перенос).

Проблема урока связана с «открытием» свойств этого преобразования, которые позволят строить изображения фигур при их параллельном переносе, а именно:

1. *Все точки фигур перемещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние.*

Это означает, что для построения параллельного переноса фигуры можно выбрать «опорные точки», перенести каждую из них в заданном направлении на одно и то же расстояние, а затем восстановить фигуру по полученным точкам.

2. В результате переноса фигур они не деформируются, т. е. *получаются равные фигуры.*

Значит, для построения параллельного переноса фигуры можно переместить по заданному условию одну какую-нибудь точку, а затем, исходя из нее, восстановить и саму данную фигуру.

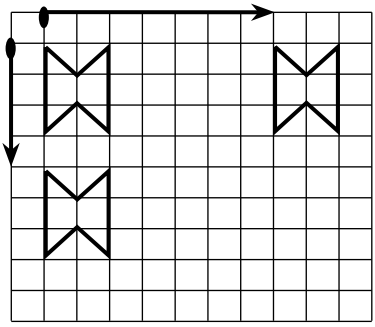
Таким образом, на этапе **актуализации знаний** требуется восстановить в памяти детей понятие равных фигур: две фигуры равны, если их можно совместить наложением.

Задание ***№ 2, стр. 37*** можно использовать для **постановки проблемы** и построении нового знания. В этом задании в результате выявленных свойств учащиеся переносят данную фигуру сначала на 7 клеток вправо, а затем на 3 клетки вниз одним из указанных выше способов.

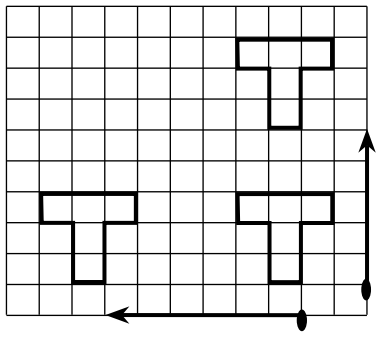
Задания ***№ 1, 3—4, стр. 37 (У)*** или ***№ 2-3, стр. 29 (РТ)*** предназначены для этапа **первичного закрепления**. В ***№ 1, стр. 37*** ученики должны выразить в речи

выполняемые преобразования. Можно сказать им, что направление и расстояние, на которое осуществляется перенос, удобно показывать направленным отрезком (вектором), и попросить нарисовать направленные отрезки, соответствующие данным преобразованиям. Так, в задании (а) горизонтальный вектор означает, что фигура переносится на 7 клеток вправо, а вертикальный — что она переносится на 4 клетки вниз; в задании (б) горизонтальный вектор показывает, что фигура переносится на 6 клеток влево, а вертикальный — что она переносится на 5 клеток вверх:

а)



б)

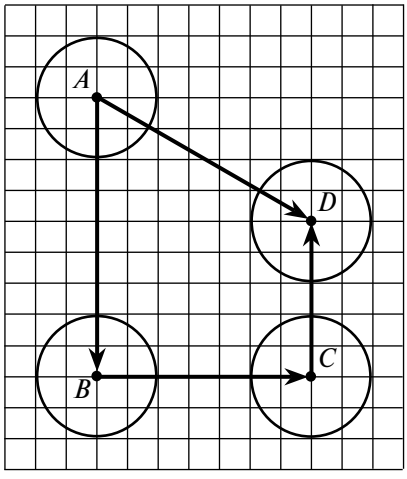


В задании **№ 3, *стр.* 37** учащиеся должны не просто выполнить преобразования, но и найти результат их последовательного выполнения (композиции): два переноса — сначала на 15 клеток вправо, а потом на 8 клеток влево — можно заменить одним переносом на 7 клеток вправо.

В задании **№ 4, *стр.* 37** дети встречаются с понятием обратного преобразования.

Задание **№ 5, *стр.* 38** можно использовать на этапе **самостоятельной работы с самопроверкой в классе**. Учащиеся строят в тетради произвольный треугольник, переносят его сначала на 6 клеток вправо, потом на 8 клеток вниз и, наконец, на 6 клеток влево. В завершение они устанавливают, что все эти преобразования можно было заменить одним — переносом треугольника на 8 клеток вниз.

Наиболее трудное задание **№ 6, *стр.* 38**. Предыдущие выполнялись с помощью линейки, а для выполнения этого задания нужен циркуль. Дети вспоминают, как надо чертить окружность с помощью циркуля, а потом переносят круг, ограниченный этой окружностью, сначала на 9 клеток вниз, потом на 7 клеток вправо, а потом на 5 клеток вверх. Детей надо подвести к мысли о том, что все эти преобразования можно заменить одним преобразованием, определяемым направленным отрезком (или вектором) *AD*.



В процессе выполнения заданий на преобразование фигур формируется умение работать с циркулем и линейкой. Если позволит время, можно предложить детям придумать свои преобразования и выполнить несколько из них. В завершение целесообразно обратить внимание учащихся на то, что преобразования фигур часто используются при составлении узоров, показать им несколько узоров, полученных в результате переноса некоторого рисунка, предложить нарисовать свой узор.

Разговор о симметрии фигур целесообразно начать с практической работы, которую должны выполнить все учащиеся класса. На одной половинке листа бумаги, свернутого пополам, ставится чернильная клякса и накрывается другой половинкой. Капля растекается по листу, и если теперь развернуть лист, то получатся две фигуры причудливой формы, **симметричные** относительно линии сгиба.

Итак, *фигуры симметричны относительно прямой l, если они совпадают при перегибании плоскости по этой прямой.*

Симметричные фигуры можно увидеть, проделав и другой опыт. Взять какой-нибудь рисунок, положить его на стол, а рядом с ним вертикально поместить прямоугольное зеркальце. Тогда в зеркальце появится изображение рисунка, симметричное данному рисунку относительно края зеркала.

В окружающей жизни симметрию можно наблюдать достаточно часто: симметрично расположены глаза и уши человека, дверцы стенного шкафа и т. д. На **уроках 16—20** учащиеся должны выявить математические закономерности расположения симметричных фигур и в простейших случаях научиться их строить. Для проверки правильности построения используется калька.

Для того чтобы дать определение симметричных точек, можно провести практическую работу из ***№ 1, стр. 40***. Сложим пополам лист бумаги, а затем проколем его ножкой циркуля, получим две точки. Обозначим их *A* и *B*. Что интересного в их расположении?

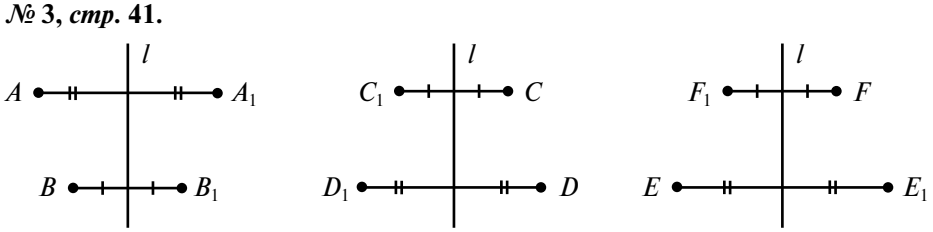
Для ответа на поставленный вопрос учитель предлагает учащимся провести отрезок *AB* и обозначить *O* точку его пересечения с линией сгиба (осью симметрии). С помощью линейки и чертежного угольника дети должны установить, что точка *O* является серединой отрезка *AB*, а сам отрезок *AB* перпендикулярен оси симметрии. После этого дается определение симметричных точек: ***точки A и B симметричны относительно прямой l, если отрезок AB перпендикулярен прямой l, а середина O этого отрезка расположена на прямой l.***

В ***№ 2, стр. 40 (У), № 1, стр. 30 (РТ)*** дети сначала пытаются установить симметрию точек визуально, а затем — с помощью построений и измерений: они соединяют данные точки отрезком, проверяют его перпендикулярность, и после этого учитель знакомит их с использованием кальки для проверки симметричности фигур: калька накладывается на рисунок, рисунок обводится и перегибается по оси симметрии — прямой *l*. Если при этом данные точки (или другие фигуры) совпадут, то они симметричны относительно прямой *l*, в противоположном случае — нет. Для проверки равенства отрезков можно также использовать циркуль.

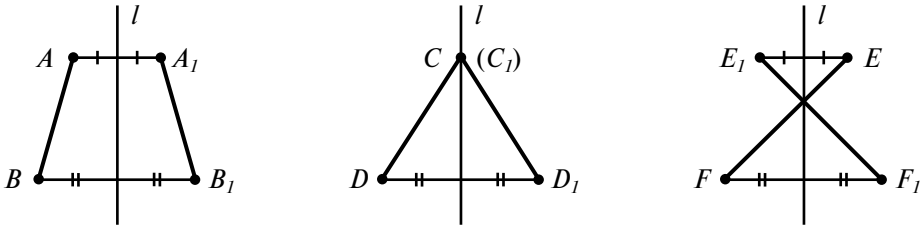
На рисунках (а) и (г) в ***№ 2, стр. 40*** воспроизведены типичные ошибки детей — они часто считают симметричными точки, лежащие на прямых, расположенных вертикально или горизонтально, а не перпендикулярно относительно оси симметрии *l*. С помощью построений и измерений этот неверный стереотип разрушается: дети устанавливают, что точки *C* и *D*, *E* и *F* симметричны относительно прямой *l*, а точки *A* и *D*, *K* и *M* — нет.

В ***№ 3—4, стр. 41 (У), № 2, стр. 30 (РТ)*** учащиеся сами строят симметричные точки и отрезки. Задача облегчается удобным расположением чертежей (ось симметрии вертикальна), а также тем, что построения выполняются на клетчатой бумаге.

№ 3, стр. 41.



***№* 4, *стр.* 41.**



Аналогичные задания выполняются на уроке 17 в ***№* 1—3, *стр.* 43—44**, но рассматриваются более сложные случаи.

***№* 1, *стр.* 43.**

а) Окружности не симметричны относительно прямой l, так как прямая, соединяющая их центры, не перпендикулярна прямой l. При перегибании кальки по прямой l окружности не совпадают.

б) Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ не симметричны относительно прямой l, так как соответствующие точки (например, точки A и A_1) находятся на разном расстоянии от l. При перегибании кальки по прямой l треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ тоже не совпадают.

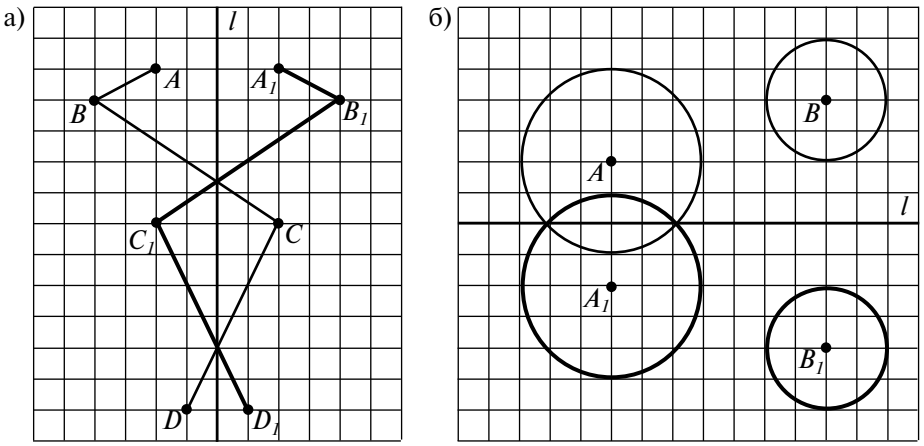
в) Отрезки DE и D_1E_1 симметричны относительно прямой l, так как их концы находятся на прямой, перпендикулярной прямой l, на одинаковом расстоянии от нее. При перегибании кальки по прямой l отрезки DE и D_1E_1 совпадают.

***№* 2, *стр.* 43.**

Для построения симметричных фигур выбираются опорные точки (концы отрезков, центры окружностей), строятся симметричные к ним точки, а затем по этим точкам воспроизводятся сами фигуры. Выполняя эти задания, дети должны заметить, что точки, лежащие на оси симметрии, при симметрии переходят сами в себя.

***№* 3, *стр.* 44.**

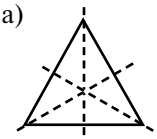
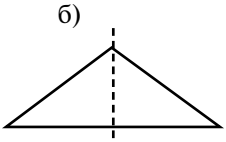
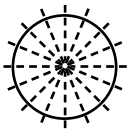
Задание аналогично предыдущему. Его можно предложить для самостоятельной работы.



На **18-м уроке** рассматриваются фигуры, имеющие ось симметрии, или, другими словами, переходящие при симметрии сами в себя. В ***№* 2, *стр.* 45** дети должны найти симметричные фигуры и сосчитать у них число осей симметрии.

№ 2, стр. 45.

С помощью моделей фигур учащиеся устанавливают, что у равностороннего треугольника — 3 оси симметрии, у равнобедренного треугольника — одна, а у окружности — бесконечное множество.

а)  б)  в) 

Перед выполнением задания можно предложить учащимся найти оси симметрии «на глазок», а при работе с моделями – проверить свою версию.

Тема симметрии продолжается в ***№ 10*, стр. 46***, где рассматриваются игры со словами — палиндромы. Палиндромы, подобно симметричным фигурам, также переходят сами в себя, но не при зеркальном отображении, а при прочтении их в противоположном направлении. Интересно то, что графическое изображение некоторых палиндромов имеет ось симметрии:

ПОП ПОТОП ТОПОТ

В задачах на повторение основное внимание на данном этапе обучения уделяется закреплению приемов письменного умножения и деления многозначного числа на однозначное. Вместе с тем продолжают развиваться все содержательные методические линии курса математики: помимо геометрической линии, числовая линия (***№ 7, 12, стр. 38—39 (У), № 4, стр. 29 (РТ)***; ***№ 5, стр. 41 (У), № 3, стр. 30 (РТ)***; ***№ 4—5, стр. 44***; ***№ 6, 7, стр. 44***; ***№ 9, стр. 48 (У), № 1.3—2.3, стр. 33—34 (РТ)***), линия текстовых задач (***№ 8, стр. 38***; ***№ 13, стр. 39***; ***№ 9, стр. 42***; ***№ 8, стр. 46***); ***№ 3, стр. 31 (РТ), № 3, стр. 32 (РТ), № 3—4, стр. 34 (РТ), № 3—4, стр. 34 (РТ)***, алгебраическая (***№ 11, стр. 39***; ***№ 7, стр. 41***; ***№ 9—10*, стр. 42***; ***№ 7, стр. 46***), функциональная (***№ 8, стр. 41***; ***№ 9, стр. 42***), комбинаторная (***№ 10*, стр. 48***), логическая (***№ 10*, стр. 48***) и др.

Рассмотрим решение некоторых задач на повторение.

№ 7, стр. 38.

При делении с остатком числа на 10, 100, 1000 и т. д. надо узнать, сколько в этом числе содержится десятков, сотен, тысяч и т. д. и сколько единиц останется. Значит, от данного числа надо отбросить справа соответственно одну, две, три и т. д. цифры – получится частное, а отброшенные единицы составят остаток.

Например:

$76\,534 = 765 \cdot 100 + 34$, поэтому $76\,534 : 100 = 765$ (ост. 34)

При выполнении этого задания можно обратить внимание детей на закономерные изменения компонентов и результатов действия деления: делимое не изменяется, делитель увеличивается, поэтому частное будет уменьшаться. Для нахождения частного сначала отбрасывается одна последняя цифра, потом две, три и т. д.

№ 8, стр. 38.

а) *Чтобы узнать, сколько человек разместилось в каждом автобусе, можно число всех детей разделить на число автобусов. Всего на экскурсию поехали* $(32 \cdot 9)$ *детей, а автобусов было на* 1 *меньше, чем заказывали, то есть* $(9 - 1)$.

$(32 \cdot 9) : (9 - 1) = 36$ (чел.)

б) *Чтобы узнать, на сколько листов в зеленой папке больше, чем в голубой, можно найти их разность. Число листов в этих папках неизвестно, но сказано, что в зеленой папке их в* 2 *раза больше, чем в красной, то есть* $(120 \cdot 2)$ *листов, а в голубой — в* 3 *раза меньше листов, чем в красной, или* $(120 : 3)$ *листа.*

$120 \cdot 2 - 120 : 3 = 200$ (л.)

в) *Чтобы ответить на вопрос задачи, можно возраст Миши через* 5 *лет разделить на возраст его сестры через* 5 *лет. Мише через* 5 *лет будет* (11 + 5) *лет, а его сестре —* (3 + 5) *лет.*

(11 + 5) : (3 + 5) = 2 (раза)

***№* 11, *стр.* 39.**

Перед выполнением задания следует вспомнить и проговорить с учащимися переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения. На основании этих свойств:

$23 + a + 77 = a + (23 + 77) = a + 100$;

$42 + b + 34 + 158 = b + (42 + 158) + 34 = b + 234$;

$25 \cdot c \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot c = 100 \cdot c$;

$d \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 = d \cdot 7 \cdot (5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2) = d \cdot 7 \cdot 10 \cdot 10 = d \cdot 700$.

***№* 13, *стр.* 39.**

Площадь поля равна сумме площадей двух квадратов со сторонами 40 м и 20 м:

$40 \cdot 40 + 20 \cdot 20 = 1600 + 400 = 2000$ (м^2);

2000 м^2 = 20 соток.

Длину забора можно вычислить разными способами:

1) найти сумму длин всех сторон многоугольника:

$40 \cdot 3 + 20 + 20 \cdot 3 = 200$ (м);

2) найти периметр прямоугольника со сторонами 40 м и (40 + 20) м:

$[40 + (40 + 20)] \cdot 2 = 100 \cdot 2 = 200$ (м);

3) к периметру большого квадрата прибавить удвоенную сторону маленького квадрата:

$40 \cdot 4 + 20 \cdot 2 = 160 + 40 = 200$ (м).

***№* 14, *стр.* 39.**

Периметры всех фигур равны 12 палочкам:

$P(A) = P(B) = P(C) = 12$ ед.

Площадь первой фигуры наибольшая, а последней — наименьшая:

$S(A) = 7$ ед.; $S(B) = 6$ ед.; $S(C) = 5$ ед.

***№* 8, *стр.* 41.**

Следует обратить внимание на обоснование решения, например:

$756 \cdot 32 > 28 \cdot 736$, так как при перестановке множителей слева получается произведение $32 \cdot 756$, в котором оба множителя больше соответствующих множителей второго произведения;

$10\,735 : 113 < 10\,735 : 5$, так как если делитель уменьшается, то частное увеличивается;

$2089 - 916 < 3000 - 916$, так как с увеличением уменьшаемого разность увеличивается.

***№* 9, *стр.* 42.**

а) $n : (3 + k)$; в) $c \cdot 5 + d \cdot 2$; д) $n \cdot (n - 6)$;

б) $a : (a - b)$; г) $(y - x \cdot 4) : 2$; е) $c - b : c$.

***№* 10*, *стр.* 42.**

К числу x прибавляли числа 6 и 1, а вычитали само это число и число 2.

В результате этих преобразований остается число (6 + 1) − 2 = 5:

$x + 6 - 2 - x + 1 = 5$.

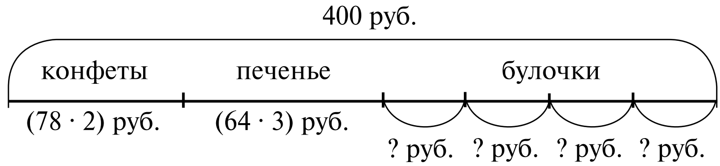
***№* 7, *стр.* 46.**

а) $7219 + x = 15\,820$
$x = 15\,820 - 7219$
$x = 8601$

б) $x - 509 = 24\,796$
$x = 24\,796 + 509$
$x = 25\,305$

в) $32\,900 - x = 6041$
$x = 32\,900 - 6041$
$x = 26\,859$

№ 8, *стр.* 46.



— Для ответа на вопрос задачи можно оставшиеся у мамы деньги разделить на 4. *Чтобы узнать, сколько денег у мамы осталось, из всех денег —* 400 *руб. — вычтем стоимость конфет и печенья. За конфеты заплатили* (78 · 2) *руб., а за печенье —* (64 · 3) руб. *Найдем сумму полученных чисел, вычтем ее из* 400 *и полученный результат разделим на* 4.

1) 78 · 2 = 156 (руб.) — стоят конфеты.
2) 64 · 3 = 192 (руб.) — стоит печенье.
3) 156 + 192 = 348 (руб.) — стоят конфеты и печенье вместе.
4) 400 — 348 = 52 (руб.) — стоят 4 булочки.
5) 52 : 4 = 13 (руб.).

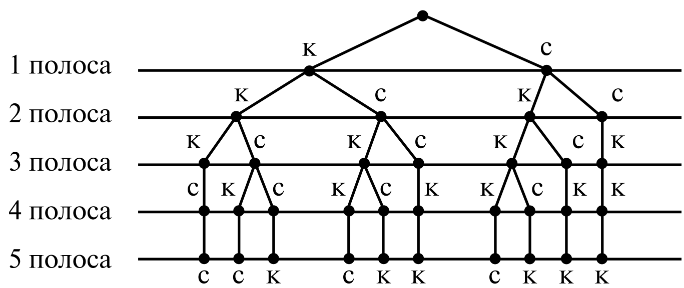
Ответ: булочка стоит 13 руб.

№ 9, *стр.* 48.

Последовательно соединяем точки: 120 ⟶ 9 ⟶ 145 ⟶ 21 ⟶ 42 ⟶ 40 ⟶ ⟶ 90 ⟶ 120. Получается контур «рыбки».

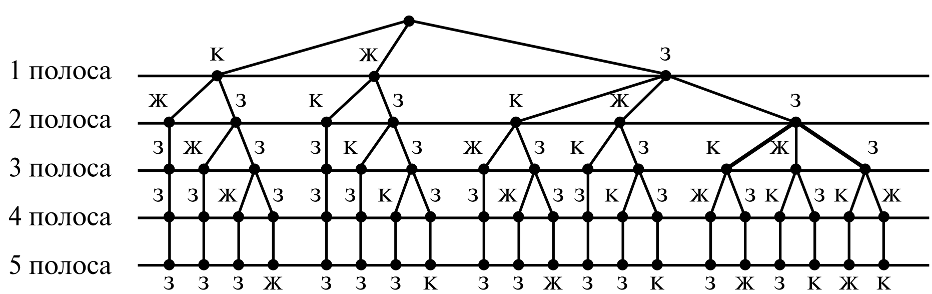
№ 10*, *стр.* 48.

а) Ход решения задачи для этого случая с помощью «дерева возможностей»:



Всего получилось *10 способов* раскраски:
кккcc, ккскс, кксск, ксккс, кскск, ксскк,
скккс, сккск, скскк, ссккк.

б) Построим «дерево возможностей»:



Всего получилось *20 способов* раскраски:
кжззз, кзжзз, кззжз, кзззж,
жкззз, жзкзз, жззкз, жзззк,
зкжзз, зкзжз, зкззж, зжкзз, зжзкз, зжззк,
ззкжз, ззкзж, ззжкз, ззжзк, зззжк, зззкж.

№ 9, *стр.* 50.

$a + a \cdot 2 + (a \cdot 2 + 3)$

$a = 2 + 2 \cdot 2 + (2 \cdot 2 + 3) = 2 + 4 + 7 = 13$ (км)

№ 11, *стр.* 50.

Учащиеся заполняют таблицу и находят значения x, при которых значения выражений $x \cdot (9 - x)$ и $21 - x$ равны: $x = 3$ и $x = 7$. Значит, числа 3 и 7 удовлетворяют равенству

$x \cdot (9 - x) = 21 - x$.

№ 12*, *стр.* 50.

а)
$$\begin{array}{r} O\ X\ O\ X\ O \\ +\quad A\ X\ A\ X\ A \\ \hline O\ X\ O\ X\ O\ X \end{array}$$

Ответ:
$$\begin{array}{r} 1\,0\,1\,0\,1 \\ +\quad 9\,0\,9\,0\,9 \\ \hline 1\,0\,1\,0\,1\,0 \end{array}$$

1) $O + A < 20$, значит, $O = 1$ (разряд сотен тысяч).

2) В разряде десятков: сумма двух однозначных чисел не может оканчиваться цифрой 1. Значит, 1 десяток «запоминали». Это возможно лишь тогда, когда $A = 9$. Значит, $X = 0$.

б) $AB \cdot A = CCC$ *Ответ:* $37 \cdot 3 = 111$

Произведение чисел AB и A — трехзначное число, записанное одинаковыми цифрами C. Рассмотрим все возможные значения C от 1 до 9.

Пусть $C = 1$. Тогда $AB \cdot A = 111 = 37 \cdot 3$. Значит, $A = 3$, $B = 7$.

При $C = 1$ имеем $CCC = 111 \cdot C = 37 \cdot 3 \cdot C$. Перебором устанавливаем, что при любом C от 2 до 9 полученное произведение не представляется в виде $AB \cdot A$.

Следовательно, решение единственное.

Уроки 21—28

Меры времени. Календарь. Таблица мер времени. Часы. Преобразование единиц времени

Основные цели:

1) Повторить сведения об измерении величин, систематизировать и расширить знания детей об измерении времени.

2) Тренировать умение самостоятельно определять время по часам, научить пользоваться календарем и таблицей мер времени для определения продолжительности событий, перевода единиц времени и действий с мерами времени.

3) Отрабатывать навыки устных вычислений, повторить и закрепить решение текстовых задач и уравнений, нумерацию и действия с многозначными числами, чтение и запись буквенных выражений, решение примеров на порядок действий.

Первые представления об измерении времени дети получают еще до школы. К третьему классу они осознанно пользуются такими словами, как день, неделя, месяц, год, час и минута, знают, что неделя состоит из 7 дней, а месяц — примерно из 30. Многие третьеклассники умеют определять время по часам, знают последовательность дней в неделе и месяцев в году. Поэтому данная тема носит в основном обобщающий характер и призвана уточнить и систематизировать знания детей об измерении величин и, в частности, измерении времени. Рассмотрение этих вопросов связывается со знакомством детей с историей формирования системы мер времени и инструментов их измерения — часов и календаря.

Определяя методику работы по данной теме, следует учитывать, что понятие времени является весьма отвлеченным, поэтому представление о том или ином промежутке времени может быть дано только на основе сравнения с хорошо знакомыми для детей промежутками времени, такими, как продолжительность уроков, перемен и т. д., или определением даты какого-нибудь значимого для них события — поездки в другой город, школьного праздника, похода в театр и т. д.

На **уроке 21** ставится задача уточнить понятие времени как величины, повторить уже изученные величины и общий принцип их измерения, познакомить с историей возникновения календаря. Проблема урока связана с осознанием учащимися недостаточности их знаний о календаре и необходимости более подробного знакомства с ним. При этом систематически должна вестись работа над формированием прочных вычислительных навыков.

Приведем один из возможных вариантов проведения этапа **актуализации знаний** на данном уроке. Его можно начать с выяснения того, что дети знают о вводимом материале.

— Запишите в тетради сегодняшнее число. (Например, 28 февраля.) Что вы можете рассказать об этом дне?

В результате беседы с детьми учитель получает интересную информацию, позволяющую судить о глубине ориентации детей в изучаемой теме. В частности, дети могут сказать, что 28 февраля — это последний день месяца, последний день зимы, завтра начинается весна, день недели — четверг и т. д.

Далее можно предложить учащимся следующую систему заданий.

1) *Математический диктант.*

Найдите значения выражений (записываются только ответы):

а) $2800 : 10 : 40 = \mathbf{7}$;
г) $18 \cdot 20 + 5 = \mathbf{365}$;
б) $39\,000 : 100 : 13 = \mathbf{30}$;
д) $(72 - 48) : 1 = \mathbf{24}$;
в) $(100 - 4) : 8 = \mathbf{12}$;
е) $240 : 40 \cdot 10 = \mathbf{60}$.

2) С чем связаны эти числа? (С измерением времени: 7 дней в неделе; 12 месяцев в году; может быть 30 дней в месяце; 365 дней в году; 24 часа в сутках; 60 минут в часе и секунд в минуте.)

Если вопрос вызовет затруднение, можно предложить детям загадку:

Оно не ждет и не стоит,
Оно всегда вперед бежит,
Все берегут его. Друзья,
Его вернуть, увы, нельзя.

3) Что интересного в ряде чисел:

5 м 15 $см^2$ 25 кг 35 $дм^3$ 45 ч

(Числа увеличиваются на 10; в разряде единиц у них — цифра 5; все числа — именованные.)

4) Найдите сумму наибольшего и наименьшего чисел ряда. (Нельзя сложить, так как это значения разных величин.)

5) Единицы измерения каких величин здесь есть? (Длины, площади, массы, объема, времени.)

6) А разве время является величиной? (Да, время можно измерить и результат измерения выразить числом.)

7) Как измеряют величины? (Выбирают единицу измерения и узнают, сколько раз она содержится в измеряемой величине.)

8) Какие единицы измерения времени вы знаете? (День, час, минута, секунда, неделя, месяц, год, век.)

9) Через 56 дней мы отправимся в поездку в Санкт-Петербург. (Называется значимое для детей событие.) Какого числа и какого месяца это будет? (Затруднение.)

Для постановки проблемы можно задать вопросы:

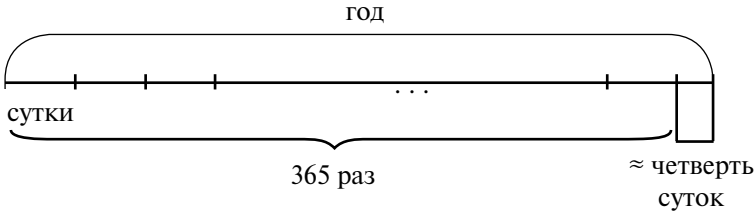
— Как вы думаете, чем надо воспользоваться, чтобы ответить на этот вопрос? (Календарем.)

— А что такое календарь? Каким календарем мы пользуемся? Когда он возник?

Недостаточность знаний для ответа на эти вопросы мотивирует постановку ***цели урока:*** *познакомиться с календарем и научиться с ним работать.*

Открытие нового знания в данном случае можно провести в виде игры-соревнования. Дети разбиваются на команды (например, по рядам). Каждой команде предлагается в течение 3 мин прочитать фрагмент текста *стр.* 51—52 (каждый ребенок читает индивидуально 1—2 абзаца). После этого учитель задает вопросы по тексту учебника.

Полезно проиллюстрировать с помощью графической модели, что необходимость в уточнении календаря появлялась каждый раз из-за *несоизмеримости суток и года.* Эти временные промежутки не зависят от человека, они заданы природой. Сутки определяются временем обращения Земли вокруг своей оси, а год — временем обращения Земли вокруг Солнца. При этом сутки не укладываются в году целое число раз: остается немного больше четверти суток:



Поэтому и требовалось постоянно вносить изменения в календарь.

Затем дети получают календари. Учитель задает им вопрос:

— Какую информацию вы можете получить, рассмотрев внимательно календарь? (Определить количество и название месяцев в году, название дней в неделе, каким днем недели будет каждый день.)

— Сможете ли вы теперь определить, какого числа и какого месяца мы отправимся в Санкт-Петербург?

В итоге обсуждения дети фиксируют, какие появились первые единицы времени, с чем связано их появление, какие были этапы в формировании нашего календаря, понятие високосного и невисокосного года, на сколько дней и месяцев разбит календарь в високосном и невисокосном году, последовательность месяцев в календаре и число дней в каждом месяце. Внимание детей следует обратить на разницу в понятиях «день» как сутки, принятого в математике, и «день» как светлая часть суток, принятого в житейской практике.

По результатам обсуждения командам выставляются на доске поощрительные подарки — картинки. Обычно выигрывают все команды, а особо отличившиеся дети получают призы (оценки, жетоны, картинки и т. д.).

На этапе **первичного закрепления** дети выполняют с комментированием задания ***№* 1—4, *стр.* 53 (У), *№* 1—2, *стр.* 37 (РТ).**

В ***№* 1—3, *стр.* 53** отрабатываются последовательность и название месяцев в году, количество дней в них. В ***№* 4, *стр.* 53** закрепляется понятие високосного года и учащиеся знакомятся с понятием *квартала*, используют календарь для установления количества дней в каждом квартале в обычном и високосном году.

Для **самостоятельной работы** можно взять задание ***№* 3, *стр.* 53 (У), *№* 3, *стр.* 37 (РТ)**, где дети должны продемонстрировать умение пользоваться календарем на хорошо знакомых им примерах, таких, как начало учебного года, каникулы

лы, времена года. Дома можно предложить учащимся определить по календарю, сколько полных дней и месяцев осталось до их дня рождения. Это задание поможет создать мотивационную ситуацию для следующего урока.

Задачей **урока 22** является уточнение и расширение знаний детей о днях недели, закрепление умений пользоваться календарем для определения даты событий и промежутков времени между событиями. Поэтому на этапе актуализации знаний в систему заданий на тренировку вычислительных навыков должны быть включены вопросы, создающие затруднение в индивидуальной деятельности детей по использованию вводимого материала.

Приведем один из возможных вариантов организации этапа **актуализации знаний** на данном уроке.

1) Вычислите значения второго и третьего выражения, используя значение первого:

$18 \cdot m = 36$ $18 \cdot (m \cdot 2)$ $(18 : m) \cdot 3$

$(36 \cdot 2 = 72, 18 : 2 \cdot 3 = 27.)$

2) Что общего и что различного в полученных числах? (Двузначные, записаны одинаковыми цифрами, сумма цифр равна 9, но цифры в записи поменялись местами, одно число четное, а другое — нечетное.)

3) В каком порядке они расположены? (В порядке убывания.)

4) Увеличьте их в 10 раз. (720, 270.) Что вы заметили? (На конце чисел появился 0, порядок следования не изменился.)

5) Назовите число, в котором 72 десятка. (720.) На сколько надо его увеличить, чтобы в разряде сотен иметь цифру 9, а в разряде единиц — цифру 4? (На 204.) Какое число получится? (924.)

6) Назовите предыдущее и последующее числа для 924. (923 и 925.)

7) Запишите 924 в виде суммы разрядных слагаемых. $(924 = 900 + 20 + 4.)$

8) Найдите в полученном равенстве число, которое равно количеству полных недель в месяце. (4.)

Для постановки проблемы детям можно предложить следующие вопросы:

— Дома каждый определил, сколько дней осталось до его дня рождения. У кого что получилось?

— А как узнать, сколько осталось полных недель? (Разделить на 7, так как в неделе 7 дней.) Выполните деление.

— Каким днем недели будет ваш день рождения?

При ответе на последний вопрос у детей, очевидно, возникнет затруднение, которое мотивирует постановку ***цели урока***: *уточнить последовательность дней в неделе и потренироваться в использовании календаря.*

Если все же найдутся дети, которые ответят на поставленный вопрос, то можно спросить их, как они это сделали. Дети могут либо сказать, что они воспользовались календарем, либо сориентироваться на последовательность дней в неделе, например:

— Сегодня пятница, а мой день рождения будет через 8 недель и 2 дня, то есть в воскресенье.

Отсюда также следует необходимость более подробного знакомства с последовательностью дней недели и календарем.

Открытие нового знания можно начать с вопросов:

— Кто может назвать по порядку последовательность дней в неделе? (Понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота, воскресенье.)

— А знаете ли вы, почему они так называются?

Далее можно провести игру-соревнование между мальчиками и девочками класса по тексту учебника на *стр.* 54. Все дети в течение 2—3 мин читают текст, а затем учитель и члены команды задают по этому тексту вопросы.

В завершение должна быть решена задача, вызвавшая затруднение. Учитель просит детей определить, в какой день недели будет их следующий день рождения, двумя способами: по календарю и без календаря, используя последовательность дней в неделе. Таким образом, проблема урока разрешена.

На этапе **первичного закрепления** можно использовать задания **№ 2—6, *стр.* 54—55** и **№ 8, *стр.* 55 (У), № 2, *стр.* 38 (РТ)**.

Задания **№ 2—3, *стр.* 54** направлены на систематизацию знаний детей о днях недели, их последовательности, использовании для обозначения дней слов *позавчера*, *вчера*, *сегодня*, *завтра*, *послезавтра*.

В **№ 6, *стр.* 55** дети учатся находить заданные дни недели по календарю.

В **№ 8, *стр.* 55** отрабатывается последовательность месяцев в году, их продолжительность, нахождение с помощью календаря продолжительности событий. Учитель отбирает задания и формы работы с ними по своему усмотрению, исходя из психолого-педагогических особенностей и уровня подготовленности класса: фронтальная работа, по вариантам, решение задач по выбору в парах, в группах и т. д.

Задачи **№ 4, *стр.* 54** и **№ 5, *стр.* 55** удобны для организации **самостоятельной работы с самопроверкой в классе**.

В **№ 4, *стр.* 54** в занимательной форме детям предлагается построить последовательность дней недели. В **№ 5, *стр.* 55** учащиеся должны с помощью календаря выразить заданные промежутки времени в месяцах и днях.

***№* 4, *стр.* 54.**

Ошибся Олег. Высказывания остальных детей соответствуют друг другу: вчера была пятница (Люда), сегодня суббота (Толя), завтра воскресенье (Ваня), а послезавтра — понедельник (Рита). Тогда позавчера был четверг, а не среда.

***№* 7, *стр.* 55.**

Первая четверть длится $30 + 29 = 59$ дней. По календарю определяем, что в 2014 году в первой четверти будет 8 суббот и 8 воскресений. Значит, учебных будет $59 - (8 + 8) = 43$ дня.

***№* 8, *стр.* 55.**

а) 1 мая; б) 11 июня;

в) 29 марта в невисокосном году и 28 марта — в високосном.

87 дней — это 2 полных месяца и еще несколько дней. $87 - 31 - 28 = 28$, поэтому в невисокосном году через 87 дней наступит 29 марта. В високосном году в феврале на 1 день больше, поэтому через 87 дней наступит 28 марта.

г) 14 августа в невисокосном году и 13 августа — в високосном.

225 дней — это 7 полных месяцев и еще несколько дней. В високосном году в первых семи месяцах $31 \cdot 4 + 28 + 30 \cdot 2 = 212$ дней, $225 - 212 = 13$, поэтому в невисокосном году через 225 дней наступит 14 августа. Соответственно в високосном году — 13 августа.

д) 25 ноября в невисокосном году и 24 ноября — в високосном.

Аналогичная работа продолжается на последующих уроках. На **уроке 22** дети строят таблицу мер времени по аналогии с таблицами мер длины, площади, массы. На **уроках 24—25** расширяются их представления о часах и формируется способность к самостоятельному определению времени по часам. На **уроках 26—28** они учатся осуществлять перевод единиц времени и выполнять действия с ними. Знакомство с новыми единицами времени полезно сопровождать яркими фактами, которые развивают образное мышление детей и формируют у них интерес к урокам математики благодаря эмоциональному восприятию нового материала.

Так, говоря о единице времени секунда, можно рассказать им, что при сильном ветре частицы воздуха летят со скоростью около 10 м/с, при штормовом ветре — от 20 до 30 м/с, а при ураганном — свыше 30 м/с (а иногда и до 100 м/с). Любая точка экватора Земли перемещается вокруг оси в секунду почти на полкилометра (более 460 м), а Земля вокруг Солнца пролетает в секунду 30 км. Здесь интересно обратить внимание детей на то, что они сами могут сделать за секунду, и предложить им рассказать об этом.

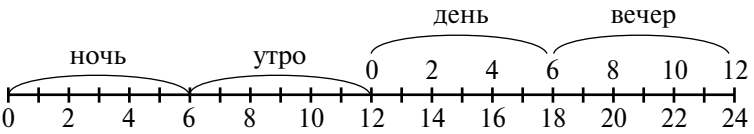
При знакомстве с *веком* можно задать детям вопросы такого типа:

— А. С. Пушкин родился в 1799 году. В каком веке это было?

— Первый полет человека в космос совершил Ю. А. Гагарин в 1961 году. Какой это был век?

— В каком веке мы живем?

При ознакомлении с сутками надо непременно объяснить детям, что середину темной части суток называют полуночью, а середину светлой части — полднем. Счет суток по общей договоренности начинают с полуночи. За время суток часовая стрелка делает два полных оборота, и поэтому счет часов ведется сначала от полуночи до полудня, а потом возобновляется от полудня до полуночи. Поэтому каждая цифра на циферблате обозначает и дневные, и ночные часы. Это надо обязательно показать на макете часов и на графической модели:



Необходимо пояснить также, что часто слово «сутки» заменяют словом «день» и говорят, например, что в неделе 7 дней (вместо 7 суток), в январе 31 день (вместо 31 суток), в году 365 дней (вместо 365 суток) и т. д.

Для единиц времени сохраняется общий принцип перехода к новым единицам измерения: при переходе от более крупных к более мелким единицам измерения выполняется умножение, а при переходе к более крупным — деление.

Однако, в отличие от других систем мер, соотношения между единицами времени не являются десятичными, поэтому переходные коэффициенты принимают разные значения — 60, 24, 12 и др.

Задания **№ 2—5, *стр.* 58** посвящены отработке соотношений между единицами времени и формированию умения переводить одни единицы времени в другие. Поскольку соотношения между сутками, месяцем и годом отрабатывались на предыдущих уроках, то здесь акцент сделан на взаимосвязи между более мелкими единицами: сутками, часом, минутой и секундой.

Возможны различные способы записи этих заданий, соответствующие разным способам действий.

1) 2 мин = (60 · 2) с = 120 с

В 1 минуте 60 секунд, а в 2 минутах — в 2 раза больше. Значит, в 2 минутах будет 60 · 2 = 120 секунд.

2) 2 мин = (2 · 60) с = 120 с

При переходе от минут к секундам число минут надо умножить на 60. Значит, в 2 минутах 2 · 60 = 120 секунд.

Оба способа действий являются допустимыми. Важно, чтобы дети осмысленно их использовали и могли обосновать свое решение. Запись решения по форме также может быть различной, например:

$2 \cdot 60$: 2 мин $\longrightarrow$ 120 с

$360 : 60$: 360 с $\longrightarrow$ 6 мин

$3 \cdot 24 + 10$: 3 сут. 10 ч $\longrightarrow$ 82 ч

***№* 2, *стр.* 58.**

а) 120 с, 600 с, 3600 с;

б) 2 мин, 3 мин, 6 мин, 10 мин.

№ 3, стр. 58.

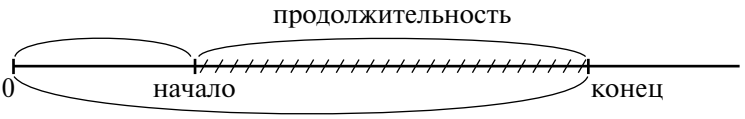
а) 55 ч; б) 82 ч; в) 255 ч; г) 2406 ч.

№ 5, стр. 58.

б) $60 \cdot 60 \cdot (12 - 8) = 14\,400$ (с).

В заданиях ***№ 6—8, стр. 58—59*** изменение времени соотносится с графической моделью.

В ***№ 6, стр. 58*** дети учатся определять время в течение суток и называть его.



Анализ схемы показывает, что:

1) для определения продолжительности события надо из времени его окончания вычесть время его начала.

2) чтобы найти время окончания события, надо к времени его начала прибавить его продолжительность;

3) чтобы найти время начала события, надо из времени его окончания вычесть продолжительность.

Выполнение этих заданий не только способствует усвоению соотношений между единицами времени и осознанию необходимости их перевода для решения практических задач, но и мотивирует изучение следующих разделов данной темы.

№ 7, стр. 59.

а) 13 ч 20 мин − 9 ч 5 мин = 4 ч 15 мин;

б) 19 ч 57 мин − 10 ч 45 мин = 9 ч 12 мин;

в) 2 ч + 7 ч = 9 ч;

г) 2 ч 30 мин + 8 ч 45 мин = 10 ч 75 мин = 11 ч 15 мин.

№ 8, стр. 59.

а) 6 ч 19 мин + 12 ч = 18 ч 19 мин
18 ч 19 мин + 5 ч 35 мин = 23 ч 54 мин
Ответ: 18 марта 23 ч 54 мин

б) 18 ч 19 мин + 20 ч 17 мин = 38 ч 36 мин = 1 сут. + 14 ч 36 мин
Ответ: 19 марта 14 ч 36 мин

в) 18 ч 19 мин + 8 сут. 2 ч 48 мин = 8 сут. 20 ч 67 мин = 8 сут. 21 ч 7 мин
Ответ: 26 марта 21 ч 7 мин

г) 18 ч 19 мин + 12 сут. 15 ч 36 мин = 12 сут. 33 ч 55 мин = 13 сут. 9 ч 55 мин
Ответ: 31 марта 9 ч 55 мин

На **25—26-м уроках** дети уточняют знания о часах и их видах, способ определения времени по часам с помощью циферблата и знакомятся с историей создания часов. К этому уроку необходимо подготовить для каждого ребенка модели циферблата. Это можно сделать, например, заранее на уроках труда.

Работая с моделями циферблата, они должны выявить и проговорить вслух следующие его особенности.

1) Часы, в отличие от календаря, используются для измерения небольших промежутков времени — часов, минут и, если есть секундная стрелка, секунд.

2) На циферблате современных классических часов имеется 12 больших штрихов, около которых стоят числа от 1 до 12.

3) Между любыми двумя большими штрихами имеется по 5 маленьких делений, а всего маленьких делений на циферблате 60.

4) Минутная стрелка проходит расстояние между двумя маленькими штрихами за 1 минуту, расстояние между двумя большими штрихами — за 5 минут, а полный оборот делает за 1 час.

5) Часовая стрелка проходит расстояние между двумя большими штрихами за 1 час, а полный оборот — за 12 часов.

С историей возникновения часов дети знакомятся по тексту учебника на *стр.* 60. Если позволит время, эту информацию можно расширить, рассказав более подробно о водяных, песочных часах, курантах на Кремлевской башне, различных видах циферблатов современных часов, механических и электронных часах и т. д.

В заданиях **№ 1—5, *стр.* 60—61 (У), № 1—2, *стр.* 42 (РТ)** отрабатывается умение определять время по часам и называть одно и то же время разными способами. Выполнение этих заданий сопровождается иллюстрацией решения на модели циферблата часов.

***№* 1, *стр.* 60.**

Исследуя закономерности расположения штрихов на циферблате часов, дети проговаривают вслух обоснование решения задания и его результаты, исходя из того, что маленькая стрелка за 1 час проходит расстояние между двумя большими штрихами, а большая за 1 минуту — расстояние между двумя маленькими штрихами.

1) Маленькая стрелка пройдет расстояние между двумя большими штрихами за 1 час, а большая — за 5 минут, так как между двумя большими штрихами содержится 5 маленьких.

2) Между 3 большими штрихами — 2 больших расстояния и 10 маленьких. Значит, маленькая стрелка пройдет его за 2 часа, а большая — за 10 минут.

3) При увеличении числа штрихов на 1 время прохождения полученного промежутка маленькой стрелкой (t) будет увеличиваться на 1 час, а большой (T) — на 5 минут:

если $n = 4$, то $t = 3$ ч, $T = 15$ мин;
если $n = 6$, то $t = 5$ ч, $T = 25$ мин;
если $n = 9$, то $t = 8$ ч, $T = 40$ мин;
если $n = 12$, то $t = 11$ ч, $T = 55$ мин.

Полный оборот маленькая стрелка сделает за 12 часов, а большая — за 60 минут.

***№* 4, *стр.* 61.**

Задание направлено на развитие речи учащихся. Они выставляют на циферблатах указанное время и называют его разными способами: «8 часов 20 минут», «20 минут девятого», «без 25 минут 10», «9 часов 35 минут» и т. д.

***№* 5, *стр.* 61.**

Отрабатывается умение детей ориентироваться по циферблату часов и выражать в речи наблюдаемые закономерности:

— В 12 часов стрелки совпадают и направлены вверх.

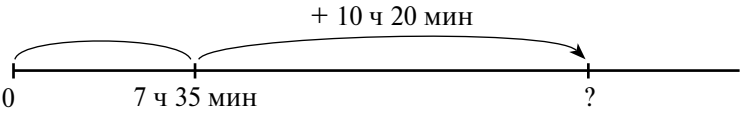
— Если минутная стрелка сделает 3 полных оборота, часовая передвинется на 3 больших штриха, то есть на 3 часа. Большая стрелка будет указывать на 12, а маленькая — на 3, они будут образовывать прямой угол.

— В 2 часа и 11 часов стрелки образуют острый угол, в 4 часа, 5 часов и 7 часов — тупой, а в 9 часов − прямой угол.

Задания **№ 6—9, *стр.* 62** направлены на закрепление алгоритмов нахождения продолжительности событий, их начала и завершения. Они выполняются с опорой на графическую модель, при этом обращается внимание на их самостоятельный анализ детьми.

В **№ 10, *стр.* 62** детям предлагается сравнить промежутки времени, выраженные в разных единицах измерения.

№ 6, стр. 62.

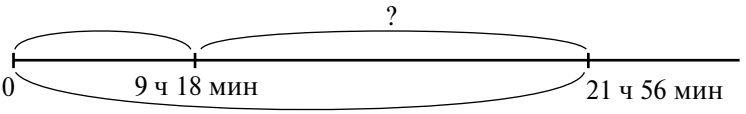


— Чтобы найти время прибытия самолета, можно ко времени его вылета прибавить время, затраченное на путь.

7 ч 35 мин + 10 ч 20 мин = 17 ч 55 мин

Ответ: самолет прилетит в 17 ч 55 мин.

№ 7, стр. 62.

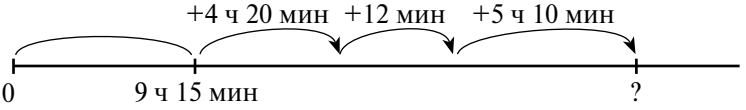


— Чтобы узнать, сколько времени поезд был в пути, можно из времени его прибытия вычесть время выхода.

21 ч 56 мин — 9 ч 18 мин = 12 ч 38 мин

Ответ: поезд был в пути 12 ч 38 мин.

№ 8, стр. 62.

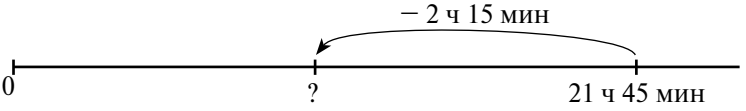


— Чтобы узнать время возвращения теплохода, можно ко времени его выхода прибавить время пути до Снегирей, время стоянки и время, затраченное на обратный путь.

9 ч 15 мин + 4 ч 20 мин + 12 мин + 5 ч 10 мин = 18 ч 57 мин

Ответ: теплоход вернулся обратно в 18 ч 57 мин.

№ 9, стр. 62.



— Чтобы узнать время начала спектакля, можно из времени его окончания вычесть его продолжительность.

21 ч 45 мин − 2 ч 15 мин = 19 ч 30 мин

Ответ: спектакль начался в 7 ч 30 мин вечера или 19 ч 30 мин.

№ 10, стр. 62.

Для сравнения промежутков времени, выраженных в разных единицах измерения, их надо сначала выразить в одинаковых мерках, а затем сравнить полученные числа.

Задание выполняется в тетрадях, обоснование решения проговаривается устно, например:

3 ч > 48 мин, так как 3 ч = 180 мин, а 180 > 48.

Запись решения в тетради в клетку может быть такой:

5 ч 6 мин > 56 мин	2 мин 40 с < 200 с
306 мин > 56 мин	160 с < 200 с

На **27-м уроке** продолжается работа над сравнением, сложением и вычитанием единиц времени на основе построенной таблицы мер. Здесь отрабатываются более сложные случаи, требующие прочного знания таблицы мер времени, выполнения всех арифметических действий, перехода через разряд при сложении и вычитании и т. д. Если накануне таблицу мер времени проработать в качестве

опорного конспекта, то в начале урока каждый ребенок индивидуально может заполнить ее на заготовке в течение 1—2 мин.

№ 2, стр. 66.

Учащиеся используют установленные соотношения для перевода из одних единиц времени в другие. Решение проговаривается вслух.

а) 2 сут. 15 ч = (24 · 2 + 15) ч = 63 ч,
7 сут. 3 ч = (24 · 7 + 3) ч = 171 ч,
10 сут. 18 ч = (24 · 10 + 18) ч = 258 ч;

б) 5 ч 38 мин = (60 · 5 + 38) мин = 338 мин,
8 ч 7 мин = (60 · 8 + 7) мин = 487 мин,
12 ч 42 мин = (60 · 12 + 42) мин = 762 мин;

в) 2 мин 8 с = (60 · 2 + 8) с = 128 с,
6 мин 24 с = (60 · 6 + 24) с = 384 с,
45 мин 36 с = (60 · 45 + 36) с = 2736 с.

Перед выполнением заданий ***№ 4—5, стр. 66*** с учащимися надо повторить правило о том, что сравнивать, складывать и вычитать величины можно только тогда, когда они выражены в одних и тех же единицах измерения. Поэтому для сравнения, сложения и вычитания величин в этих заданиях надо их сначала выразить в одинаковых мерках.

№ 4, стр. 66.

Задание выполняется в тетради с подробным комментированием всех выполняемых операций:

1 век < 360 лет, так как 1 век — это 100 лет, а 100 лет < 360 лет;

1 год > 360 сут., так как 1 год — это 365 или 366 суток, а 365 и 366 суток больше, чем 360 суток;

1 мес. 7 сут. > 27 сут., так как в месяце больше 27 суток, тем более в месяце и 7 сутках;

1 сут. 20 ч < 120 ч, так как 1 сут. = 24 ч, 24 ч + 20 ч = 44 ч, 44 ч < 120 ч;

4 мин 2 с > 42 с, так как 4 мин 2 с = (60 · 4 + 2) с = 242 с, а 242 с > 42 с;

3 ч 5 мин > 35 мин, так как 3 ч 5 мин = 185 мин, а 185 мин > 35 мин.

№ 5, стр. 66.

а) 5 ч 28 мин − 2 ч 16 мин = 3 ч 12 мин

$$\begin{array}{r} 5\text{ ч }28\text{ мин} \\ -\ 2\text{ ч }16\text{ мин} \\ \hline 3\text{ ч }12\text{ мин} \end{array}$$

б) 14 мин 6 с + 7 мин 24 с = 21 мин 30 с

$$\begin{array}{r} 14\text{ мин }06\text{ с} \\ +\ 7\text{ мин }24\text{ с} \\ \hline 21\text{ мин }30\text{ с} \end{array}$$

в) 3 сут. − 1 сут. 8 ч 57 мин = 1 сут. 15 ч 3 мин

$$\begin{array}{r} {}^{\cdot}\quad {}^{23}\quad {}^{60} \\ 3\text{ сут. }00\text{ ч }00\text{ мин} \\ -\ 1\text{ сут. }08\text{ ч }57\text{ мин} \\ \hline 1\text{ сут. }15\text{ ч }03\text{ мин} \end{array}$$

г) 4 ч 53 мин + 1 ч 45 мин = 6 ч 38 мин

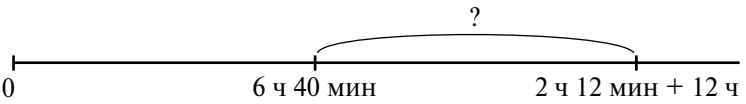
$$\begin{array}{r} 4\text{ ч }53\text{ мин} \\ +\ 1\text{ ч }45\text{ мин} \\ \hline 5\text{ ч }98\text{ мин} \\ \hline 6\text{ ч }38\text{ мин} \end{array}$$

ж) 1 ч 21 мин 48 с : 4 = 20 мин 27 с

1 ч 21 мин 48 с = (60 · 60 + 21 · 60 + 48) с = 4908 с
4908 с : 4 = 1227 с
1227 с = 20 мин 27 с

з) 9 ч 36 мин · 5 = (60 · 9 + 36) мин · 5 = 576 мин · 5 = 2880 мин = (2880 : 60) ч = = (288 : 6) ч = 48 ч

№ 6, стр. 66.



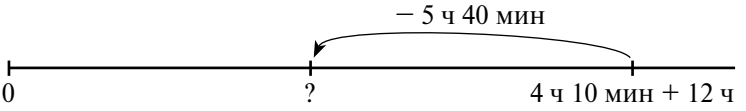
— Чтобы узнать, сколько времени Максима не было дома, можно из времени его возвращения вычесть время выхода.

(2 ч 15 мин + 12 ч) − 6 ч 40 мин = 14 ч 15 мин − 6 ч 40 мин = 7 ч 35 мин

· 60
14 ч 15 мин
− 6 ч 40 мин
7 ч 35 мин

Ответ: Максима не было дома 7 ч 35 мин.

№ 7, стр. 66.



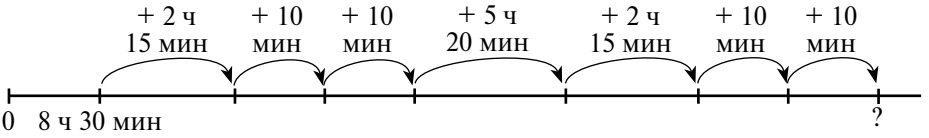
— Чтобы узнать, в котором часу начались соревнования, можно из времени окончания соревнований вычесть время их начала.

(4 ч 10 мин + 12 ч) − 5 ч 40 мин = 16 ч 10 мин − 5 ч 40 мин = 10 ч 30 мин

· 60
16 ч 10 мин
− 5 ч 40 мин
10 ч 30 мин

Ответ: соревнования начались в 10 ч 30 мин.

№ 8, стр. 66.



— Чтобы узнать, в котором часу автобус вернется в Москву, можно ко времени его выхода прибавить время экскурсии и удвоенное время пути до Сергиева Посада вместе с остановками.

8 ч 30 мин + 5 ч 20 мин + (2 ч 15 мин + 10 мин · 2) · 2 = 13 ч 50 мин + + (2 ч 35 мин) · 2 = 13 ч 50 мин + 4 ч 70 мин = 13 ч 50 мин + 5 ч 10 мин = 19 ч

Ответ: автобус вернется в Москву в 19 ч.

В задачах на повторение продолжается работа над нумерацией и действиями с многозначными числами, решением текстовых задач и примеров на порядок действий. Для подготовки к изучению следующих тем особое внимание уделяется работе с буквенными выражениями, решению уравнений и их комментированию по компонентам действий.

№ 5, стр. 53.

Выражение $a + b$ можно прочитать: «a плюс b», «сумма чисел a и b», «к a прибавить b».

а) 17; б) 61; в) 7450.

№ 6, стр. 53.

Выражение $a - b$ можно прочитать: «a минус b», «разность чисел a и b», «из a вычесть b».

а) 47; б) 63; в) 58.

№ 7, стр. 53.

Задание готовит учащихся к изучению составных уравнений. К настоящему времени у детей в основном сформирован автоматизированный навык нахождения неизвестных компонентов действий. Комментирование решения простых уравнений на данном этапе должно осуществляться с проговариванием операций над компонентами действий.

$756 - x = 94$ $x = 756 - 94$ $x = 662$	Неизвестно вычитаемое. Чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть разность. Значит, x равен разности 756 и 94, или 662.
$251 + x = 1003$ $x = 1003 - 251$ $x = 752$	Неизвестно слагаемое. Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть второе слагаемое. Значит, x равен разности 1003 и 251, или 752.
$x - 384 = 675$ $x = 675 + 384$ $x = 1059$	Неизвестно уменьшаемое. Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое. Значит, x равен сумме 675 и 384, или 1059.

В случае неверного выбора действия анализ решения можно провести с помощью графической модели на основе взаимосвязи целого и частей.

№ 8, стр. 53.

а) $(24\,387 + 15\,613) \cdot 40 - 40 = 1\ \ 599\ \ 960$

1) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1\,1\,1} \\ 24387 \\ +\ 15613 \\ \hline 40000 \end{array}$ 2) $40\,000 \cdot 40 = 1\,600\,000$ 3) $\begin{array}{r} {\scriptstyle \cdot\ 9\ 9\ 9\,10} \\ 1600000 \\ -\ \ \ \ \ \ 40 \\ \hline 1599960 \end{array}$

б) $400\,210 - 670 \cdot 90 + 28\,495 = 368\,405$

1) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 6} \\ 670 \\ \times\ \ 90 \\ \hline 60300 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} {\scriptstyle \cdot\ 9\ 9\,10} \\ 400210 \\ -\ \ 60300 \\ \hline 339910 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1\,1} \\ 339910 \\ +\ \ 28495 \\ \hline 368405 \end{array}$

№ 11, стр. 55.

а) $a + b$; б) $a + (a + b)$; в) $a - b$.

№ 13, стр. 55.

а) 1 636 000; б) 7005; в) 50 300; г) 908; д) 425 160; е) 2124.

№ 7, стр. 56.

Для ответа на поставленный вопрос надо определить порядок действий в выражениях и найти последнее действие.

Суммы:

$x + y \cdot t$ — сумма числа x и произведения чисел y и t;

$b \cdot d + x : y$ — сумма произведения чисел b и d и частного чисел x и y;

$(m - n) + a \cdot d$ — сумма разности чисел m и n и произведения чисел a и d;
$k : b + (c - x)$ — сумма частного чисел k и b и разности чисел c и x.

Разности:
$a : b - c$ — разность частного чисел a и b и числа c;
$a : k - (c + d)$ — разность частного чисел a и k и суммы чисел c и d.

№ 10, *стр.* 57.

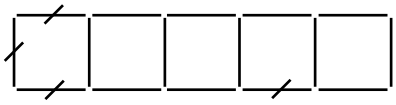
а) $a + b$; в) $a : b$; д) $a + (a + b)$;
б) $a - b$; г) $a + b$; е) $(a + b) : a$.

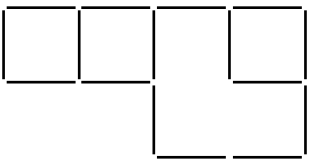
№ 11, *стр.* 57.

a	0	6	9	10	12	23	34	45
x	18	30	36	2	6	28	50	72
	Я	Х	Р	О	З	Й	А	М

ОМАР ХАЙЯМ (ок.1048—1131) — выдающийся персидский поэт, математик, астроном и философ, непревзойденный мастер рубаи (четверостиший).

№12*, *стр.* 57.





№ 9, *стр.* 59.

В задании формируется умение видеть в записи равенств отношения «больше на...», «меньше на...», «больше в...», «меньше в...». Учащиеся должны проанализировать данные равенства и определить, какое из двух чисел, входящих в их запись, больше, а какое — меньше и на сколько (во сколько раз).

$b = a + 7$ — число b на 7 больше числа a, число a на 7 меньше числа b;
$c = d \cdot 7$ — число c в 7 раз больше числа d, число d в 7 раз меньше числа c;
$x - y = 9$ — число x на 9 больше числа y, число y на 9 меньше числа x;
$t : k = 9$ — число t в 9 раз больше числа k, число k в 9 раз меньше числа t;
$m - n = 5$ — число m на 5 больше числа n, число n на 5 меньше числа m;
$p : s = 5$ — число p в 5 раз больше числа s, число s в 5 раз меньше числа p.

№ 10, *стр.* 59.

Задание выполняется в тетради в клетку.

② ① ④ ③ ⑤
а) $900 \cdot (148 + 752) - 7 \cdot 6730 + 5878 =$ **768 768**

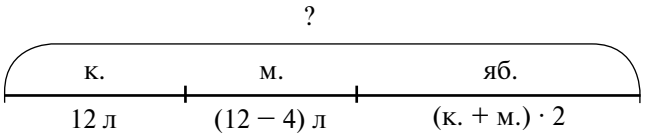
1) $148 + 752 = 900$
3) $6730 \times 70 = 471\,100$
4) $810\,000 - 47\,110 = 762\,890$
5) $762\,890 + 5878 = 768\,768$

2) $900 \cdot 900 = 810\,000$

④ ②⑤ ③ ① ⑥
б) $52\,060 - 340 \cdot 5 + 24\,160 : (120 : 30) - 44\,055 =$ **12 345**

1) $120 : 30 = 4$
3) $24160 \mid 4$, 24, 16, 16, 0; 6040
4) $52060 - 1700 = 50\,360$
5) $50360 + 6040 = 56\,400$
2) $340 \times 50 = 17\,000$
6) $56400 - 44055 = 12\,345$

№ 12, *стр.* 59.

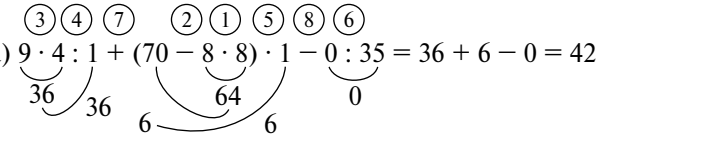


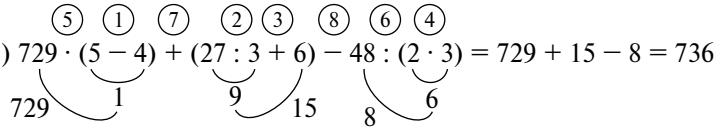
— Чтобы ответить на вопрос задачи, можно сложить объем клубничного, малинового и яблочного варенья. (Ищем целое.) Известно, что клубничного варенья было 12 *л. Малинового варенья было на* 4 *л меньше, чем клубничного, то есть (*12—4*) л. Чтобы найти объем яблочного варенья, надо сложить объемы малинового и клубничного варенья и полученное число умножить на* 2.

1) 12 − 4 = 8 (л) — заготовлено малинового варенья.
2) 12 + 8 = 20 (л) — заготовлено малинового и клубничного варенья.
3) 20 · 2 = 40 (л) — заготовлено яблочного варенья.
4) 20 + 40 = 60 (л).
Ответ: всего мама заготовила 60 л варенья.

№ 11, *стр.* 62.

В задании повторяется правило порядка действий в выражениях и частные случаи действий с 0 и 1. Оно выполняется в тетради.





№ 13, *стр.* 62.

а)
$$\begin{array}{r} 3\,7\,\boxed{8}\,5\,2\,\boxed{4}\,4 \\ +\ \boxed{8}\,4\,2\,\boxed{4}\,6\,3\,\boxed{2} \\ \hline 1\,2\,\boxed{2}\,0\,9\,\boxed{8}\,7\,6 \end{array}$$

1) 4 + □ = 6, значит, □ = 6 − 4 = 2;
2) □ + 3 = 7, значит, □ = 7 − 3 = 4;
3) 2 + 6 = 8, значит, □ = 8;
4) 5 + □ = 9, значит, □ = 9 − 5 = 4;
5) □ + 2 ≠ 0, значит, □ + 2 = 10, □ = 10 − 2 = 8;
6) 7 + 4 + 1 = 12, значит, □ = 2;
7) 3 + □ + 1 = 12, значит, □ = 12 − 4 = 8.

б)
$$\begin{array}{r} \_\,\boxed{2}\,8\,6\,\boxed{5}\,6\,\boxed{5}\,4\,5 \\ \quad\ \boxed{2}\,5\,2\,9\,\boxed{3}\,4 \\ \hline 2\,\boxed{8}\,4\,0\,\boxed{3}\,6\,1\,\boxed{1} \end{array}$$

№ 9, *стр.* 64.

В данном задании формируется умение записывать в буквенном виде отношения «больше на...», «меньше на...», «больше в...», «меньше в...».

а) $p + 5$; б) $p - 5$; в) $p \cdot 5$; г) $p : 5$.

***№* 10, *стр.* 64.**

Повторяются приемы умножения и деления круглых чисел. Дети последовательно соединяют отрезками ответы примеров:

800 ⟶ 3200 ⟶ 63 000 ⟶ 20 000 ⟶ 7 ⟶ 6 ⟶ 700 ⟶ 800

Получается рисунок стрелки.

***№* 9, *стр.* 66.**

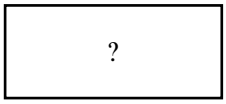
Задание выполняется в тетради в клетку.

а) 1) 36 045; 2) 304 720; 3) 4005; 4) 3809; 5) **196**;

б) 1) 356; 2) 30 104; 3) 15 052; 4) 3107; 5) 948; 6) **4055**.

***№* 6, *стр.* 67.**

В задании повторяется понятие площади и периметра прямоугольника. Для подготовки детей к уроку по теме «Формулы» здесь важно четко проговорить и зафиксировать алгоритмы нахождения площади и периметра прямоугольника по известным длинам его сторон.



— Чтобы найти площадь прямоугольника, можно перемножить его длину и ширину.

Периметр прямоугольника равен сумме длин его сторон.

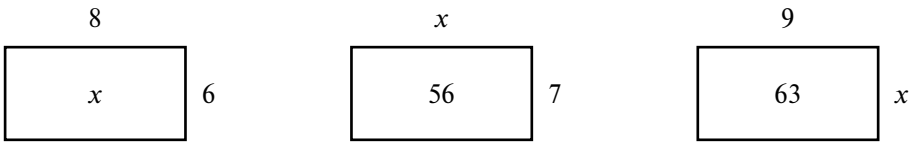
1) $8 \cdot 5 = 40$ (дм^2) — площадь участка.

2) $(8 + 5) \cdot 2 = 26$ (дм).

Ответ: площадь участка равна 40 дм^2, а периметр — 26 дм.

***№* 7, *стр.* 67.**

Повторяются графические модели простых уравнений на умножение и деление.



$x = 8 \cdot 6$
$x = 48$

$x = 56 \mathbin{1} 7$
$x = 8$

$x = 63 \mathbin{1} 9$
$x = 7$

***№* 8, *стр.* 67.**

Задание подготавливает изучение составных уравнений: в нем повторяются простые уравнения на умножение и деление и закрепляется умение выполнять проверку решения уравнений. К настоящему времени учащиеся, как правило, умеют находить неизвестные компоненты умножения и деления на уровне автоматизированных умственных действий с комментированием выполняемых операций над компонентами действий.

$x \cdot 80 = 640$
$x = 640 : 80$
$x = 8$
$8 \cdot 80 = 640$
$640 = 640$

Неизвестен множитель. Чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение разделить на известный множитель. Значит, x равен частному 640 и 80, или 8.

$4200 : x = 6$
$x = 4200 : 6$
$x = 700$
$4200 : 700 = 6$
$6 = 6$

Неизвестен делитель. Чтобы найти неизвестный делитель, надо делимое разделить на частное. Значит, x равен частному 4200 и 6, или 700.

$x : 50 = 500$
$x = 50 \cdot 500$
$x = 25\,000$
$25\,000 : 50 = 500$
$500 = 500$

Неизвестно делимое. Чтобы найти неизвестное делимое, надо делитель умножить на частное. Значит, x равен произведению 50 и 500, или 25 000.

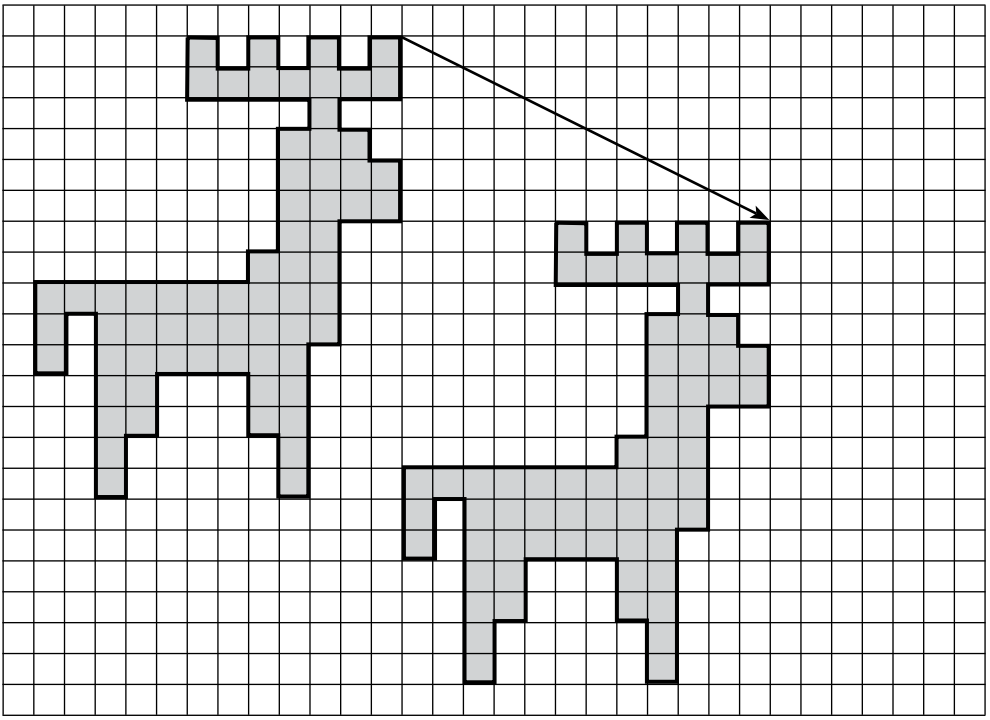
В случае неверного выбора действия анализ решения можно провести с помощью графических моделей, которые отрабатывались в предыдущем задании.

№ 9, стр. 67.

Задание готовит детей к изучению составных уравнений.

а) $a + b \cdot c$; б) $x : y - 5$; в) $(a + b) \cdot (c : d)$; г) $(m + n) : (k - t)$.

№ 15*, стр. 68.



Уроки 29—30

Переменная. Выражение с переменной

Основные цели:

1) Уточнить представления о переменной, выражении с переменной и о множестве их значений.

2) Научить составлять выражения с переменной, находить значения выражений при данном значении переменной.

3) Отрабатывать навыки устных вычислений, повторить и закрепить действия с многозначными числами, решение текстовых задач и уравнений, решение примеров на порядок действий, соотношения между единицами измерения длины, массы, времени.

Понятие переменной является одним из основных понятий математики. Представление о переменной величине сформировалось достаточно давно. Со-

временное ее обозначение впервые ввел в XVII веке французский математик Ренэ Декарт. Это ознаменовало переход от изучения приемов действий над числами на новую ступень абстракции — к изучению общих свойств: чисел (алгебра), зависимых характеристик процессов (анализ функций), высказываний (логика) и др.

В курсе математики 3 класса эта тема является пропедевтической для ее более подробного и глубокого изучения в курсе математики 5—6 классов. Вместе с тем введение понятия переменной на данном этапе обучения позволяет решить ряд важных дидактических задач: познакомить детей с современной трактовкой понятия уравнения как предложения с переменной, ввести понятие формулы как обобщенного описания зависимостей между реальными величинами и на этой основе — систематизировать изученные виды простых задач и познакомить с общим подходом к решению текстовых задач. Овладение этим инструментом поможет детям целенаправленно осуществлять поисковую деятельность при решении текстовых задач новых видов, что принципиально важно для развития их логического мышления и познавательных интересов, создания атмосферы психологической комфортности, чувства уверенности в своих силах.

Введение понятия переменной на данных уроках хорошо подготовлено на предыдущих этапах обучения. Так, в 1 классе дети составляли буквенные выражения по картинкам. Подставляя вместо букв числа, дети *интуитивно* понимали, что числа могут быть разные. Например, ситуация, когда все фигуры разбиты на части — красные и синие, — обозначалась равенством $К + С = Ф$. Вместо букв $К$, $С$ и $Ф$, в зависимости от того, какие конкретно фигуры были взяты, могли быть подставлены числа 2, 3 и 5 либо 1, 6 и 7 и т. д. Свойства нуля при сложении также записывались в виде $a + 0 = a$, $a - 0 = a$, $a - a = 0$, где вместо a могло быть подставлено любое число. Во 2 классе подобным образом с помощью букв записывались свойства сложения и умножения, а в 3 классе — свойства объединения и пересечения множеств.

Начиная со 2 класса дети составляли буквенные выражения к простейшим текстовым задачам и выполняли задания на нахождение значений буквенных выражений при различных значениях букв, осознавая при этом, что вместо букв a, b, c, d и т. д. могут быть подставлены *любые разумные* значения. Например, в задаче «Маша съела a слив, а Миша — b слив. Сколько слив съели они вместе?» вместо букв a и b могут быть взяты числа 1, 4, 5 или 7, но не может быть взято, например, число 1 000 000 000, так как человек не может съесть такое количество слив.

Таким образом, на данных уроках представления учащихся о переменной и выражениях с переменной лишь *уточняются*: вводится термин «переменная», дети знакомятся с понятиями «множество значений переменной» и «множество значений выражения с переменной», приобретают опыт составления предложений с переменной, которые обобщенно описывают аналогичные, т. е. в чем-то сходные между собой ситуации. Задания предложены на доступном для детей уровне, требуют от них выполнения операций анализа, сравнения, обобщения, логических рассуждений и потому воспринимаются и выполняются ими с большим удовольствием. Работа, как обычно, ведется деятельностным методом.

На **уроке 29** учащиеся знакомятся с понятием переменной как буквой, обозначающей меняющиеся (переменные) значения элементов каких-либо множеств. В этап **актуализации знаний** этого урока включаются задания, которые, с одной стороны, раскрывают смысл математических обобщений, а с другой — позволяют понять целесообразность введения переменной для обобщенной записи выражений, например:

— Какая запись на доске лишняя?

$12 : 3$	$12 : 1$
$x : 5$	$5 + 3 = 8$
$12 : 12$	$12 : 4$
$2 - b$	$12 : 6$

($5 + 3 = 8$ — это равенство, а остальные записи — выражения.)

— На какие группы можно разбить все эти выражения? (Частные и разности, числовые и буквенные выражения.)

Учитель переставляет карточки с выражениями по группам в соответствии со вторым разбиением:

$x : 5$	$12 : 1$
$2 - b$	$12 : 3$
	$12 : 4$
	$12 : 6$
	$12 : 12$

— Найдите значение выражения $x : 5$, если $x = 0, 35, 70$. (0, 7, 14.)

— А какие еще значения может принимать x? (10, 25, 40 и т. д.)

— Как бы вы назвали букву, которая может принимать разные значения? (Изменчивая, переменчивая...)

— Да, правильно, в математике ее называют *переменной*. А что интересного в числовых выражениях? (Делимое одно и то же — 12, а делители увеличиваются.)

— Запишите частные. (12, 4, 3, 2, 1.) Что вы замечаете? (Они уменьшаются.)

— Можно ли было найти ответ на этот вопрос, не вычисляя значения частных? (Да.) Как? (Здесь делимое не изменяется, а делитель увеличивается, значит, частное уменьшается.)

— Верно, можно было воспользоваться зависимостью между компонентами деления. А как быстрее найти ответ: решать подряд все примеры или применить общее свойство? (Применить свойство.)

— Чем же полезно знание общих свойств, закономерностей? (Они помогают быстрее решать задачи и примеры.)

Для создания мотивирующей ситуации можно предложить детям задание:

— Ну тогда попробуйте записать у себя в тетрадях все числовые выражения *одним общим* выражением.

Дальше выясняется причина возникшего затруднения:

— Почему не получается? (Мы не знаем, как несколько выражений записать одним.)

— Но это же не обычные выражения. В них есть что-то общее? (Делимое 12.)

— А почему вы не можете записать одно выражение, раз у них одно и то же делимое? (Меняется делитель.)

— То есть он, как вы говорите, изменчивый, переменчивый... Как в математике называют такие величины? (Переменные.)

— Молодцы! Совершенно верно! Это и есть тема нашего урока. Запишите в тетради: «Переменная». А кто догадается, чему нас сегодня научит переменная? (Записывать несколько выражений одним.)

— Верно, это — ***цель*** нашего урока.

При открытии нового знания учащиеся должны найти решение поставленной проблемы.

— Итак, наша помощница сегодня — переменная. Рассмотрите внимательно числовые выражения и попробуйте с помощью переменной записать их все одним выражением. Кто пойдет к доске?

На доске открывается запись:

К доске пойдет _____.

К доске пойдет _____.

К доске пойдет _____.

Учитель вызывает детей, которые предлагают свои варианты, к доске и вписывает в предложения их имена. Варианты детей обсуждаются. В результате выявляется существенный общий признак всех выражений: делимое — 12, а делитель — меняется. Поэтому все выражения могут быть записаны в виде частного числа 12 и переменной величины, которая может быть обозначена *любой* буквой. При этом важно указать, какие значения принимает эта буква, так как иначе сюда будут включены выражения, которых в действительности на доске нет (например, 12 : 2).

В результате в тетрадях и на доске фиксируется полученное буквенное выражение и множество значений, которые принимает в нем переменная. Можно предложить детям найти значения выражения для двух-трех значений переменной, например:

12 1 a	$a \in \{1, 3, 4, 6, 12\}$
$a = 3$	$12 : 3 = 4$
$a = 6$	$12 : 6 = 2$

— Молодцы! А теперь скажите, как предложения, которые получились у нас на доске, записать с помощью одного предложения? (К доске пойдет *b*.)

— Какие значения принимала переменная *b*? (Костя, Лена, Игорь.)

На доске открывается запись:

К доске пойдет *b*. $b \in$ {Костя, Лена, Игорь}.

— Как же составить выражение или предложение с переменной? (Сначала записать не меняющуюся часть, а переменную обозначить буквой. Затем записать множество значений переменной.)

Полученный вывод можно записать в виде алгоритма.

В завершение работы можно предложить детям прочитать текст учебника на *стр.* 69, сравнить построенное предложение с тем, которое дано в учебнике, и уточнить понятие переменной. Проблема разрешена.

Для этапа **первичного закрепления** предназначены ***№* 2—4, *стр.* 69** и ***№* 8, *стр.* 70** или ***№* 2, *стр.* 48 (РТ)**. Работу можно вести как фронтально, так и по группам, и в парах.

Например, предложить каждой из 6 групп выполнить в течение 1—2 минут по одному заданию ***№* 2—4, *стр.* 69**, а затем выслушать капитанов групп.

Для **самостоятельной работы с самопроверкой в классе** целесообразно использовать ***№* 8, *стр.* 70**.

Задание ***№* 7, *стр.* 69**, где учащиеся должны придумать свое предложение с переменной и записать множество его значений, можно предложить для домашней работы.

***№* 2, *стр.* 69.**

Вместо переменной *a* в предложение «В моем портфеле лежит *a*» можно подставить слова: учебник, дневник, тетрадь, ручка и т. д., а именно все те предметы, которые лежат у ребенка в портфеле.

№ 3, стр. 69.

Вместо переменной y в предложение «В школьном буфете продают y» можно подставить слова: пирожки, бутерброды, чай и т. д., т. е. все то, что продают в школьном буфете.

При выполнении этих заданий можно спросить учащихся, может ли переменная a принимать значения: стол, одеяло и т. д.; может ли переменная y принимать значения: картины, велосипеды и т. д.

№ 4, стр. 69.

Переменная c может принимать значения 3, 4 и 5 и не может принимать значения 6, 0 и 24.

№ 5, стр. 69.

Ответ зависит от расписания уроков. Если в классе в течение недели по расписанию 4 или 5 уроков, то переменная n может принимать значения 4 и 5:

$n \in \{4, 5\}$.

№ 6, стр. 69.

Можно составить, например, такое предложение: «Меркурий вращается вокруг Солнца».

№ 8, стр. 70.

а) «Я читаю x»

$x \in$ {книга, газета, журнал}.

б) «y дружит с Таней»

$y \in$ {Катя, Миша, Нина, Ира}.

На **уроке 30** работа с понятием переменной продолжается. Особое внимание уделяется составлению выражений с переменными по заданным условиям, нахождению множества значений переменной и множества значений выражения с переменной. В процессе выполнения этих заданий у детей формируется способность к обобщению и конкретизации. Новым для детей здесь является переход от определения отдельных значений буквенных выражений к множеству всех его значений. Одновременно закрепляются представления о том, что выражение с переменной является обобщенным описанием целого класса числовых выражений, которые получаются при замене переменной ее числовым значением. Таким образом, они делают следующий шаг в осознании сущности метода математического моделирования и приобретают первый опыт построения формул зависимости между величинами. Как обычно, подготовительная работа была проведена на предыдущих уроках. С другой стороны, развитие представлений о математическом моделировании будет продолжено в последующем обучении вплоть до старших классов.

На этапе **актуализации знаний** нужно вспомнить с детьми понятия переменной и выражения с переменной. Можно предложить им, например, следующую систему заданий:

1) Упростите выражения и обоснуйте свой ответ:

$18 + (12 + x)$ $5 \cdot y \cdot 6$ $126 - (96 + z)$

($30 + x$ — на основании сочетательного свойства сложения; $30 \cdot y$ — в силу переместительного и сочетательного свойств умножения; $30 - z$ — по правилу вычитания суммы из числа.)

2) Что общего в полученных выражениях и чем они отличаются?

$30 + x$ $30 \cdot y$ $30 - z$

(Это буквенные выражения, содержат по одному действию, в записи всех выражений — число 30, но во всех выражениях разные действия и разные буквы.)

3) Какие значения может принимать переменная x в этом выражении? (Любые.) Переменная y? (Тоже любые.) Переменная z? (От 0 до 30.)

4) Найдите значения этих выражений, если $x = 5$, $y = 1$, $z = 5$. Запишите в тетради только ответы. (35, 30, 25.)

5) Установите закономерность и допишите следующее число.

В тетрадях у учеников появляется запись:

35, 30, 25, 20.

В качестве мотивирующей ситуации можно предложить им задание:

— Запишите выражение с переменной n, значениями которого будут члены полученного ряда. (Затруднение.)

Дальше учащиеся должны зафиксировать целесообразность построения алгоритма, описывающего, как составить выражение с переменной. Для этого детей можно спросить:

— Перечислите шаг за шагом, как составляют выражения с переменной. (???) У нас есть такой алгоритм? (Нет.)

— А где он еще нам может понадобиться? (Когда решаем задачи «с буквами».)

Таким образом, ***цель урока*** — построить алгоритм составления по заданному условию выражения с переменной. Соответственно, тема: «Выражение с переменной».

Для открытия нового знания можно использовать следующий подводящий диалог.

1) Давайте проанализируем полученный ряд: уменьшаются или увеличиваются его члены? (Уменьшаются.)

2) На сколько единиц за каждый шаг? (На 5.) А за n шагов? (На $5 \cdot n$.)

3) От какого числа идет уменьшение? (От 35.)

4) Каким же будет число через n шагов, если 35 уменьшится на $5 \cdot n$?

($35 - 5 \cdot n$, где для нашего ряда $n = 0, 1, 2, 3$.)

В тетради можно записать полученное выражение и рассмотренные значения переменной n. Рядом можно записать соответствующие значения выражения:

$35 - 5 \cdot n$	$n \in \{0, 1, 2, 3\}$
$n = 0$	$35 - 5 \cdot 0 = 35$
$n = 1$	$35 - 5 \cdot 1 = 30$
$n = 2$	$35 - 5 \cdot 2 = 25$
$n = 3$	$35 - 5 \cdot 3 = 20$

Таким образом, выражение $35 - 5 \cdot n$, где $n \in \{0, 1, 2, 3\}$, является обобщенной записью всех членов данного ряда: 35, 30, 25, 20. Чтобы получить это выражение, были выполнены следующие шаги: проанализировано условие (из каких чисел состоит ряд), установлена закономерность их изменения (члены ряда уменьшаются за один шаг на 5 единиц), а затем эта закономерность записана на математическом языке. Следовательно, алгоритм составления выражения можно представить так:

Этот алгоритм можно использовать для фронтального разбора задачи из учебника: «Дима и Саша занимаются теннисом. Дима ходит на занятия 4 дня в

неделю, а Саша — на x дней в неделю больше. Сколько раз в неделю занимается теннисом Саша?»

Условие задачи записывается на доске. Действуя по алгоритму, дети:

1) анализируют условие — что известно и что надо найти;

2) устанавливают, что для ответа на вопрос задачи надо найти целое;

3) записывают это на математическом языке: $4 + x$.

Поскольку в неделе 7 дней, то x может принимать значения только 1, 2 и 3:

$4 + x$	$x \in \{1, 2, 3\}$
$x = 1$	$4 + 1 = 5$
$x = 2$	$4 + 2 = 6$
$x = 3$	$4 + 3 = 7$

Значит, множеством значений выражения $4 + x$ являются числа 5, 6 и 7. Учитель обращает внимание детей на то, что, решая одну задачу с переменной, они фактически решили одновременно 3 задачи с числовыми данными.

В завершение детям следует предложить сопоставить полученный вывод с текстом учебника на *стр.* 71. Проблема разрешена.

Для этапа **первичного закрепления** предлагаются задания ***№* 2—5, 7, *стр.* 71—72** или ***№* 2, *стр.* 49 (РТ)**.

Эти задания могут выполняться по выбору и в разных формах — фронтально, в группах, в парах, но желательно, чтобы не нарушались временные рамки этапа (приблизительно 5—7 мин). Обязательным является *комментирование решения* и *включение в речевую практику новых терминов* — переменная, выражение с переменной, значение переменной и выражения с переменной, множество значений.

***№* 2, *стр.* 71.**

Задачи отличаются тем, что в них меняется число пионов. Поэтому все три задачи в одну объединяет следующий текст: «У Тани 3 розы и k пионов. Сколько цветков у Тани?»

Выражение $3 + k$ означает общее число цветков у Тани. Переменная k принимает значения 2, 5 и 6. Другими словами, числа 2, 5 и 6 образуют множество значений переменной k:

$3 + k$ $\qquad k \in \{2, 5, 6\}$

***№* 3, *стр.* 71.**

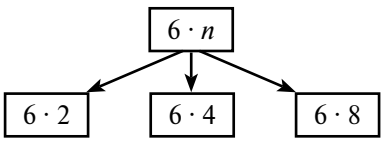
Задачи, подобные данной, много раз встречались в блицтурнирах. Однако здесь учащиеся составляют *полный список* задач и выражений, включающих в себя использование переменной. Эта работа помогает им осмыслить обобщенный характер буквенных выражений.

1) $n = 2$

«В первой коробке 6 карандашей, а во второй — в 2 раза больше. Сколько карандашей во второй коробке?»

2) $n = 4$

«В первой коробке 6 карандашей, а во второй — в 4 раза больше. Сколько карандашей во второй коробке?»



***№* 4, *стр.* 71.**

$3 - a$ $\qquad a \in \{1, 2, 3\}$

Можно составить, например, при $a = 2$ такую задачу: «Ира купила 3 конфеты и 2 из них съела. Сколько конфет у нее осталось?»

Значит, при $a = 2$ получим решение:

$3 - 2 = 1$ (к.).

№ 5, стр. 71.

Работа с буквенными выражениями теснейшим образом связана не только с линией текстовых задач, но и с числовой линией, которая в курсе начальной школы является основной. В данном задании повторяются приемы устного сложения и вычитания чисел с переходом через разряд, умножения и деления круглых чисел.

а)

$\underline{38 + y}$

$y = 92$ $\qquad 38 + 92 = 130$

б)

$\underline{m \cdot 15}$

$m = 60$ $\qquad 15 \cdot 60 = 900$

в)

$\underline{x - 63}$

$x = 140$ $\qquad 140 - 63 = 77$

г)

$\underline{5400 : a}$

$a = 60$ $\qquad 5400 : 60 = 90$

№ 6, стр. 72.

К формированию вычислительных навыков в данном задании подключается работа с таблицами, использование которых необходимо для анализа данных и потому помогает создать базу для развития важнейших содержательно-методических линий, таких, как функциональная, комбинаторная, логическая, линия моделирования и др.

m	$m \cdot 3$
0	0
6	18
12	36
18	54
24	72

{0, 18, 36, 54, 72}

p	$p : 11$
0	0
22	2
44	4
66	6
88	8

{0, 2, 4, 6, 8}

№ 7, стр. 72.

$80 \cdot x$ $\qquad x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 56\}$

$x = 0$	$80 \cdot 0 = 0;$	$x = 3$	$80 \cdot 3 = 240;$
$x = 1$	$80 \cdot 1 = 80;$	$x = 4$	$80 \cdot 4 = 320;$
$x = 2$	$80 \cdot 2 = 160;$	$x = 56$	$80 \cdot 56 = 4480.$

Ответ: {0, 80, 160, 240, 320, 4480}

№ 8, стр. 72.

$a = 5308, \quad b = 924, \quad c = 3785$

$\underline{a - (b + c)}$ $\qquad\qquad$ $\underline{a - b - c}$

$5308 - (924 + 3785) = 599$ $\qquad$ $5308 - 924 - 3785 = 599$

1) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1} \\ 924 \\ +\ 3785 \\ \hline 4709 \end{array}$ $\qquad$ 2) $\begin{array}{r} {\scriptstyle \cdot\ \cdot\ 10} \\ 5308 \\ -\ 4709 \\ \hline 599 \end{array}$ $\qquad$ 1) $\begin{array}{r} {\scriptstyle \cdot\ \cdot\ 10} \\ 5308 \\ -\ 924 \\ \hline 4384 \end{array}$ $\qquad$ 2) $\begin{array}{r} {\scriptstyle \cdot\ \cdot\ \cdot\ 10} \\ 4384 \\ -\ 3785 \\ \hline 599 \end{array}$

$a - (b + c) = a - b - c$ при всех значениях a, b и c по правилу вычитания суммы из числа.

При выполнении этого задания следует обратить внимание учащихся на значимость математических обобщений: выявляя общую закономерность, ее можно распространить на любой частный случай. Таким образом, при решении задачи в буквенном виде (или, как говорят, в общем виде) одновременно решается огромное число разнообразных конкретных задач. Поэтому если выявлено общее свойство, то конкретные вычисления не требуются: они всегда будут ему соответствовать. В этом и заключается сила и мощь математического метода.

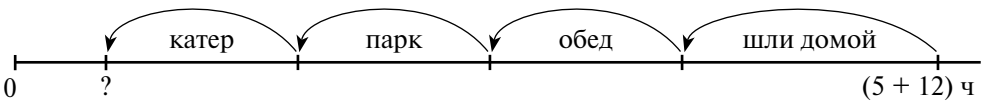
Изучение понятия переменной способствует интеллектуальному развитию детей, расширяет их кругозор и обеспечивает опережающую подготовку к успешному обучению в средней школе. Параллельно продолжается работа над анализом и решением текстовых задач, соотношениями между единицами измерения величин, отработкой навыков устных вычислений, действий с многозначными числами, правила порядка действий в выражениях. Приемы организации такой работы, обеспечивающие развитие у детей самостоятельности и познавательных интересов, без перегрузки, в атмосфере психологической комфортности, описывались выше (работа в парах, в группах, задания по выбору и т. д.).

№ 9, стр. 70.

Повторяется перевод единиц длины, массы, времени. При выполнении задания учащиеся могут пользоваться таблицами соотношений между единицами измерения данных величин.

2 м 30 см = 230 см	4 дм 15 мм = 415 мм
2 км 30 м = 2030 м	4 т 15 кг = 4015 кг
2 ч 30 мин = 150 мин	4 мин 15 с = 255 с

№ 10, стр. 70.



— Чтобы ответить на вопрос задачи, можно из времени возвращения вычесть время, затраченное на прогулку, обед и обратный путь. (Ищем начало события.) Папа с Димой вернулись в 5 + 12 = 17 *часов. На прогулку они затратили* 1 *ч* 20 *мин и* 2 *ч* 45 *мин, на обед —* 40 *мин, а на обратный путь —* 2 *ч* 10 *мин.*

1) 5 + 12 = 17 (ч) — время возвращения.

2) 1 ч 20 мин + 2 ч 45 мин + 40 мин + 2 ч 10 мин = 6 ч 55 мин — все затраченное время.

$$\begin{array}{r} 1\text{ ч }\ 20\text{ мин} \\ +\ 2\text{ ч }\ 45\text{ мин} \\ \qquad\ \ 40\text{ мин} \\ \hline 2\text{ ч }\ 10\text{ мин} \\ \hline 5\text{ ч }115\text{ мин} \\ \hline 6\text{ ч }\ 55\text{ мин} \end{array}$$

3) 17 ч − 6 ч 55 мин = 10 ч 05 мин

```
    ·  60
_17 ч 00 мин
  6 ч 55 мин
 10 ч 05 мин
```

Ответ: папа с Димой вышли из дома в 10 ч 5 мин.

***№* 11, *стр.* 70.**

Это одно из последних заданий, в которых проверяется готовность детей к изучению темы «Уравнения» на уроках 27—29. Здесь желательно подтянуть тех учащихся, у которых имеются проблемы с нахождением неизвестных компонентов действий и с комментированием решения уравнения по компонентам действий.

а) $x = 13\,152$; б) $x = 85\,244$; в) $x = 31\,501$;
г) $x = 5$; д) $x = 300$; е) $x = 64\,000$.

***№* 12, *стр.* 70.**

④ ① ② ③
а) 198 698 + (150 036 − 74 946) : 30 · 400 = 1 199 898

1)
```
    · 9 9 10
_1 5 0 0 3 6
  7 4 9 4 6
  7 5 0 9 0
```

2)
```
_7 5 0 9 Ø | 3 Ø
  6         2 5 0 3
 _1 5
  1 5
 _0 9
   0 9
     0 0
```

3)
```
      2  1
  2 5 0 3 5 5
×       4 0 0
1 0 0 1 2 0 0
```

4)
```
  1 0 0 1 2 0 0
+   1 9 8 6 9 8
1 1 9 9 8 9 8
```

④ ⑤ ② ① ③
б) 56 360 000 : 800 − 100 · (9356 + 396 924) : 7000 = 64 646

1)
```
    1 1 1  1
  3 9 6 9 2 4
+     9 3 5 6
  4 0 6 2 8 0
```

2) 406 280 · 100 = 40 628 000

3)
```
_4 0 6 2 8 Ø Ø Ø | 7 Ø Ø Ø
  3 5              5 8 0 4
 _5 6
  5 6
 _2 8
  2 8
    0
```

4)
```
_5 6 3 6 0 0 Ø Ø | 8 Ø Ø
  5 6              7 0 4 5 0
 _3 6
  3 2
 _4 0
  4 0
    0
```

5)
```
    · 9 10 · 10
_7 0 4 5 0
    5 8 0 4
  6 4 6 4 6
```

***№* 14*, *стр.* 70.**

Каждая лошадь пробежала 24 км.

***№* 9, *стр.* 72.**

Это задание более высокого уровня абстракции, чем уравнения с числовыми компонентами. Выполняя его, можно заметить, что вторая строка получается из первой заменой знака «+» на знак «·» , а знака «−» на знак «:».

$x + a = n$	$x - b = c$	$d - x = k$
$x = n - a$	$x = c + b$	$x = d - k$
$x \cdot a = n$	$x : b = c$	$d : x = k$
$x = n : a$	$x = c \cdot b$	$x = d : k$

№ 10, стр. 72.

а) $a - 5 + 7$; б) $4 + (4 - b)$; в) $c - (30 - c)$; г) $d \cdot 3 - d$; д) $(3 + x) : 3$.

Это задание является привычным для детей, но теперь у них сформировано представление об обобщенном характере выражений с переменной и о множестве значений переменной. Поэтому при обсуждении задания в интересных случаях детям можно задавать вопросы о том, какие значения может принимать переменная, предложить им найти значение выражения при данном значении переменной, придумать задачу для каких-нибудь значений переменной. Так, значение переменной a должно быть больше или равно 5, значение b — меньше 4, значение c — больше 15, а d может принимать любые значения. Выражение $(3 + x) : 3$ при $x = 3$ принимает значение, равное 2.

№ 11, стр. 72.

Перед выполнением задания целесообразно повторить взаимосвязи между сложением и вычитанием, умножением и делением:

$a + b = c$ $\quad$ $c - a = b$ $\quad$ $c - b = a$

$a \cdot b = c$ $\quad$ $c : a = b$ $\quad$ $c : b = a$

Следовательно, чтобы проверить правильность действия сложения, можно из суммы вычесть одно из слагаемых. Чтобы проверить правильность вычитания, можно либо сложить вычитаемое и разность, либо из уменьшаемого вычесть разность. Но поскольку сложение легче вычитания, то первый способ проверки вычитания предпочтительнее. Аналогично обсуждаются способы проверки умножения и деления.

а) 151 515; б) 54 545; в) 12 034; г) 1 252 200; д) 136 030 000; е) 4007.

Уроки 31—33

Верно и неверно. Высказывания. Равенство и неравенство

Основные цели:

1) Познакомить с понятием высказывания, научить в простейших случаях определять их истинность и ложность.

2) Сформировать представления о равенстве и неравенстве как о видах высказываний.

3) Повторить и закрепить понятия переменной и выражения с переменной, решение задач на приведение к единице, решение уравнений, умножение и деление многозначного числа на однозначное и случаи, сводящиеся к ним, отрабатывать вычислительные навыки.

При решении научных и житейских проблем люди высказывают различные точки зрения, обосновывают и опровергают их. Предметом их обсуждений являются предложения, о которых можно судить, истинны они или ложны. Такие предложения называют утверждениями, или высказываниями.

Например, предложения типа «Смотрите!», «Как тебя зовут?» не являются высказываниями, так как они не несут в себе информации, истинность или ложность которой можно обсуждать: первое предложение является некоторым восклицанием, указанием, не требующим обсуждения, а второе — вопросом. Напротив, предложения «В класс пришел новый ученик» и «Нового ученика зовут Петей» могут быть верными или неверными, поэтому они являются высказываниями. Точно так же предложение «Катет прямоугольного треугольника перпендикулярен» не является высказыванием, так как ничего нельзя сказать о его истинности. В то же время предложения «Катет прямоугольного треугольника перпендикулярен второму катету» и «Катет прямоугольного треугольника перпендикулярен ги-

потенузе» являются высказываниями, но первое из них истинно, а второе — ложно.

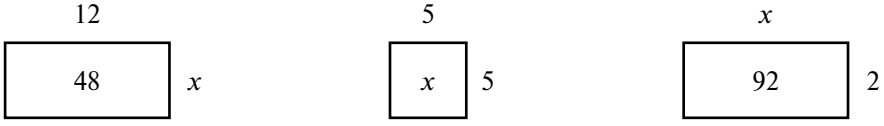
Формирование у учащихся способности к выделению высказываний из всего множества предложений является необходимым элементом их логической подготовки, принципиально важной не только для математики, но и для любой области знания и любого вида деятельности. Мысли, высказанные для обсуждения на уроке, в игре, на научном симпозиуме или политическом форуме, должны облекаться в форму высказываний. Не случайно еще Галилео Галилей говорил о том, что грандиозная книга Вселенной написана на языке математики, а академик С. Соболев писал: «На свете существует много наук, и все они связаны друг с другом... Но есть одна наука, без которой невозможна никакая другая. Это математика. Ее понятия и символы служат тем языком, на котором говорят, пишут и думают другие науки». «Математика, – подчеркивал знаменитый физик Нильс Бор, – это больше, чем наука, это язык». Все сказанное относится в большой степени к части математики, которую называют «Логикой».

В данном курсе логической подготовке учащихся уделяется особое внимание. Начиная с 5 класса они знакомятся с различными видами высказываний (частными, общими, высказываниями о существовании), методами их доказательств и опровержений, построением отрицаний, следований, логических выводов и многими другими вопросами. В начальной школе осуществляется систематическая подготовка детей к освоению ими логических законов в средней школе. Эта работа фактически ведется уже с 1 класса, и данные уроки являются ее составной частью.

На **уроке 31** уточняется понятие высказывания. Вопросы и задания, которые предлагаются здесь детям, не требуют от них каких-либо знаний, а тренируют их природные логические способности и опираются на их интуицию, жизненный опыт, здравый смысл. Постановка проблемы должна быть связана с разбиением предложений на две группы: предложения, являющиеся утверждениями (о них можно сказать, верные они или неверные), и те, которые утверждениями не являются. Приведем возможный вариант введения понятия высказывания на данном уроке.

На этапе **актуализации знаний** детям можно предложить следующую систему вопросов и заданий.

1) Пользуясь рисунками, найдите значения x и запишите их в тетради:



(4, 25, 46.)

2) Что интересного в полученных числах? (Расположены в порядке возрастания, увеличиваются на 21.)

3) Продолжите ряд на 3 числа. (4, 25, 46, 67, 88, 109.)

4) На какие группы можно разбить полученные числа? (Однозначные, двузначные и трехзначные; четные и нечетные; числа, которые можно и которые нельзя представить в виде произведения одинаковых множителей; числа, сумма цифр которых равна и не равна 10 и т. д.)

5) Запишите все числа этого ряда в общем виде с помощью переменной n.

($4 + 21 \cdot n$.)

6) Прочитайте полученное выражение, называя последнее действие. (Сумма числа 4 и произведения чисел 21 и n.)

7) Из каких элементов состоит множество значений переменной *n* для нашего ряда?

(0, 1, 2, 3, 4, 5.)

8) А кто догадается, каким будет 101-й член этого ряда, если его продолжить?

($4 + 21 \cdot 100 = 2104$.)

— Молодцы! Я вижу, что вы хорошо разобрались с понятием переменной и множеством значений переменной. А теперь я вам предлагаю рассмотреть в течение 2 минут не множество чисел, а множество предложений и разбить его на группы — верные и неверные. Если вы согласны с утверждением, то поставьте около него букву *И* (то есть истинное, верное), а если не согласны — букву *Л* (то есть ложное, неверное).

На листках записаны предложения:

1. Все стороны квадрата равны.
2. У прямоугольника один из углов острый.
3. Любой квадрат является прямоугольником.
4. Каждый прямоугольник является квадратом.
5. Это квадрат?
6. Начерти прямоугольник!

Каждый ребенок работает индивидуально. Выполняя задание, дети легко определят, что первое утверждение верно, а второе — нет. Разные варианты ответов могут получиться при анализе третьего и четвертого предложений. Учитель помогает детям обосновать, что у квадрата 4 прямых угла, значит, он прямоугольник, но особый — с равными сторонами. Однако не у всякого прямоугольника стороны равны, поэтому он может и не быть квадратом. Значит, третье утверждение верно, а четвертое — нет. Все эти рассуждения можно проиллюстрировать рисунками квадрата и прямоугольника, которые рассматривались на предыдущем этапе урока. Проблема возникает при анализе последних двух предложений.

При постановки проблемы учитель выслушивает версии детей и поясняет им, почему важно научиться устанавливать истинность предложений. Таким образом, ***цель урока*** — учиться определять, верным является предложение или неверным. Тема урока записывается на доске: «Верно и неверно».

При открытии нового знания задача учителя — подвести детей к мысли о том, что существенным признаком отличия последних двух предложений от предыдущих является то, что в них ничего не утверждается. Это наблюдение *фиксируется в речи:* существуют предложения, о которых можно сказать, верные они или неверные, и те, о которых этого сказать нельзя. Таким образом, все данные предложения можно разбить на две группы:

1. И	5. –
2. Л	6. –
3. И	
4. Л	

Далее учитель предлагает детям придумать названия для предложений первой группы. Они дают свои версии, после чего учитель сообщает общепринятое название — *высказывания*, или *утверждения*. Эти названия, очевидно, могут появиться и в версиях детей, и учитель, конечно, должен это отметить, поддержать и похвалить детей.

Затем ставится вопрос о предложениях с переменной. Можно рассмотреть, например, следующие предложения:

1. Квадрат со стороной a см.
2. Периметр квадрата со стороной a см равен $(a \cdot 4)$ см.
3. Площадь прямоугольника со сторонами a см и 9 см равна 54 см^2.

Дети должны догадаться, что первое предложение высказыванием не является: какое бы числовое значение ни подставить вместо переменной a, высказывания не получится. Наоборот, если подставить вместо a некоторые числа во второе и третье предложения, то получатся высказывания, но второе предложение истинно при всех значениях переменной a, а третье — только при $a = 6$. Значит, первое предложение не является высказыванием, а второе и третье — особые высказывания — «с переменной».

В конце открытия нового знания можно воспользоваться текстом учебника на *стр.* 73.

Итак, под *высказыванием* с переменной в данном курсе мы понимаем предложение с переменной, которое становится высказыванием при подстановке вместо переменной ее значений. Заметим, что в науке логике такие предложения называют высказывательными формами. Мы считаем, что вводить данный термин в 3 классе является дидактически нецелесообразным, и используем более понятный для детей термин — высказывание с переменной, который, по нашему мнению, при необходимости (например, при изучении данного вопроса вне стен школы) не затруднит учащимся переход к общепринятой терминологии.

На этапе **первичного закрепления** можно использовать ***№* 3—5, 7, *стр.* 73—74 (У), *№* 3, *стр.* 50 (РТ)**. Задание ***№* 3, *стр.* 73** лучше разобрать фронтально, а задание ***№* 4, *стр.* 74** можно выполнить по группам. В проблемных случаях правильность решения обосновывается. Задание ***№* 7, *стр.* 74** является дополнительным — его можно выполнить, если позволит время, или предложить учащимся для индивидуальной работы.

Задание ***№* 5, *стр.* 74** удобно использовать на этапе **самостоятельной работы с самопроверкой в классе**, а ***№* 4, *стр.* 74** — для домашней работы. Заметим, однако, что предложенный вариант носит рекомендательный характер. Инвариантом является лишь реализация предложенной дидактической системы.

***№* 1, *стр.* 73.**

Предложения (а), (в), (д) являются верными, а остальные предложения ложными.

***№* 3, *стр.* 73.**

При выполнении данного задания рассмотрение всех без исключения предложений не является обязательным. Внимание детей следует обратить на то, что равенства и неравенства также являются высказываниями.

***№* 5, *стр.* 74.**

Любое выражение, в том числе и выражение $7 \cdot 23 - 36$, высказыванием не является. Истинное высказывание получится, если приравнять данное выражение к числу 125 или составить соответствующие неравенства, например:

$7 \cdot 23 - 36 = 125$ (и), $7 \cdot 23 - 36 > 9$ (и), $7 \cdot 23 - 36 < 400$ (и).

Аналогично можно составить ложные высказывания:

$7 \cdot 23 - 36 = 45$ (л), $7 \cdot 23 - 36 > 125$ (л), $7 \cdot 23 - 36 < 100$ (л).

Урок 32 посвящен формированию представлений о равенстве и неравенстве как о высказываниях. Подготовка к изучению этой темы проведена на предыду-

щем уроке. С другой стороны, данный урок является подготовительным для изучения следующей темы — «Уравнения». Предложим один из возможных вариантов введения нового материала на данном уроке.

На этапе **актуализации знаний** целесообразно вспомнить с детьми понятия переменной, высказывания, равенства и неравенства, с которыми они работали на предыдущих уроках. На доске на карточках прикреплены 2 столбика предложений. Листки с записью этих предложений есть на столе у каждого ребенка.

$28 + 17 = 35$	$a > 4$
$9 < 16$	$n - 5$
$72 : 4 + 6$	$56 : y = 28$

1) Чем отличаются предложения первого и второго столбиков? (В первом столбике нет переменной, а во втором — есть.)

2) Какое предложение лишнее в первом столбике? ($72 : 4 + 6$ — не является высказыванием.)

3) Что нужно дописать, чтобы получилось высказывание?

Выбирается один из вариантов, предложенных детьми, например, $72 : 4 + 6 > 2$. Учитель делает запись на доске, а дети — на листках.

4) Какое предложение лишнее во втором столбике? ($n - 5$ не является высказыванием, это выражение.)

5) Как получить высказывание? (Например, $n - 5 = 0$.) Допишите на листках.

6) На какие еще группы можно разбить все полученные высказывания?

Учащиеся сразу заметят, что в одних предложениях используется знак «=», а в других — знаки «>» и «<». Поскольку термины «равенство» и «неравенство» уже были введены в речевую практику, то их могут назвать сами дети. В случае необходимости учитель уточняет эти термины: равенства — это высказывания, в записи которых используется знак «=», а неравенства — высказывания со знаками «>» и «<». Учащиеся выделяют в листках подчеркиванием равенства и неравенства, а учитель переставляет карточки соответственно указанному способу разбиения:

$28 + 17 = 35$	$a > 4$
$n - 5 = 0$	$9 < 16$
$56 : y = 28$	$72 : 4 + 6 > 2$

Для создания мотивирующей ситуации предлагается задание:

— Найдите верные и неверные равенства и неравенства, отметьте их знаками (и) и (л).

При выполнении задания возможны вычислительные ошибки. Как правило, затруднение возникает при анализе буквенных равенств и неравенств, так как для некоторых значений переменных равенства и неравенства будут верными, а для других — нет. При постановки проблемы дети фиксируют причину затруднений и формулируют ***цель урока***: научиться определять, являются верными или нет равенства и неравенства. Соответственно, тема урока: «Равенства и неравенства».

При открытии нового знания учащиеся уточняют и фиксируют, какие из числовых равенств и неравенств являются верными (*и*), а какие — неверными (*л*). Затем с помощью подводящего диалога определяют множества значений переменных, при которых буквенные равенства и неравенства будут истинными.

Эти множества записываются на доске и на листках рядом с высказываниями:

$28 + 17 = 35$	(*л*)	$a > 4$	{5, 6, 7, 8...}
$n - 5 = 0$	{5}	$9 < 162$	(*и*)
$56 : y = 28$	{2}	$72 : 4 + 6 > 2$	(*и*)

Подвести итог работы можно с помощью текста учебника на *стр.* 75.

Задания ***№* 2—6, *стр.* 75—76 (*№* 1—2, *стр.* 51 (РТ)** в разных вариантах можно использовать на этапах **первичного закрепления и самостоятельной работы с самопроверкой в классе**. Например, вначале можно разобрать фронтально с проговариванием в громкой речи ***№* 2** (второй столбик, 1-й пример третьего столбика), ***стр.* 75** и ***№* 3** (второй столбик), ***стр.* 75**. Затем предложить учащимся в течение 2—3 мин работу в парах — записать предложения из ***№* 4 (а—з), *стр.* 75** в виде равенств. И в завершение в самостоятельную работу включить ***№* 2** (2-й пример третьего столбика), ***стр.* 75** и ***№* 3** (2-й пример первого столбика), ***стр.* 75**. Очевидно, возможны и многие другие варианты использования материала учебника и форм работы с учащимися на данном уроке в соответствии с уровнем их подготовки и психолого-педагогическими особенностями.

При выполнении данных заданий могут быть использованы как различные способы обоснования равенств и неравенств — непосредственные вычисления, использование свойств чисел, взаимосвязей между компонентами и результатами действий и т. д., — так и различные способы выражения их в речи. Приведем возможные варианты рассуждений учащихся при выполнении этих заданий.

***№* 2, *стр.* 75.**

$18 + 37 = 37 + 18$ — *верно*, так как выполняется переместительное свойство сложения;

$45 \cdot 30 < 45 \cdot 20$ — *неверно*, второй множитель в первом произведении больше второго множителя во втором произведении;

$84 - 35 > 84 - 45$ — *верно*, так как с увеличением вычитаемого разность увеличивается;

$90 - 16 = 70 - 16$ — *неверно*, так как при уменьшении уменьшаемого разность должна увеличиваться;

$256 : 64 = 320 : 64$ — *неверно*, так как при увеличении делимого частное должно увеличиваться;

$432 : 48 < 432 : 54$ — *неверно*, так как с увеличением делителя частное уменьшается.

***№* 3, *стр.* 75.**

$a \cdot 1 = a$ {0, 1, 2, 3...}

(a — любое число, так как при умножении любого числа на 1 получается то же самое число);

$b \cdot 0 = 1$ *таких значений нет*

(при умножении любого числа на 0 получается 0);

$x + 6 = 15$ {9}

(слагаемое равно разности суммы и известного слагаемого, значит, $x = 15 - 6 = 9$);

$y \cdot (y - 3) = 0$ {0; 3}

(левая часть равенства равна нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю; первый множитель равен 0, а второй равен нулю при $y = 3$);

$k < 4$ {0, 1, 2, 3}

(неравенство верно при любом значении k, не превышающем 3);

$n > 0$ {1, 2, 3, ...}

(неравенство верно при любом значении n, больше 0).

№ 4, стр. 75.

Каждое предложение на математическом языке можно записать в виде нескольких равенств, однако достаточно, если будут рассмотрены не все равенства, а только некоторые из них:

а) $5 = 3 + 2$, $5 - 3 = 2$, $5 - 2 = 3$

б) $8 - 7 = 1$, $8 - 1 = 7$, $7 + 1 = 8$

в) $12 = 2 \cdot 6$, $12 : 2 = 6$, $12 : 6 = 2$

г) $20 : 4 = 5$, $20 : 5 = 4$, $4 \cdot 5 = 20$

д) $a = b \cdot 4$, $a : b = 4$, $a : 4 = b$

е) $y - x = 3$, $y - 3 = x$, $x + 3 = y$

ж) $m = n + 10$, $m - n = 10$, $m - 10 = n$

з) $t : k = 7$, $t : 7 = k$, $k \cdot 7 = t$

№ 5, стр. 76.

а) Чтобы опровергнуть слова Тани, достаточно найти значение x, при котором равенство будет неверным. Например, $x = 9$ ($2 \cdot 9 + 3 = 11$.)

б) Мальчик не прав, потому что при увеличении слагаемого сумма увеличивается. Поскольку $24 < 25$, то для всех значений k неравенство $k + 24 < k + 25$ верно.

№ 6, стр. 76.

1) Выражения: Б, Е, З.
2) Высказывания: А, В, Г, Д, Ж.
3) Предложения с переменными: Д, Е, Ж, З.
4) Равенства: А, Г, Ж.
5) Неравенства: В, Д.

В задачах на повторение продолжается интенсивная отработка навыков устных и письменных вычислений, закрепляется понятие переменной и выражения с переменной, решение задач на приведение к единице, готовится введение на следующих уроках составных уравнений.

Рассмотрим решение некоторых задач на повторение.

№ 6, стр. 74.

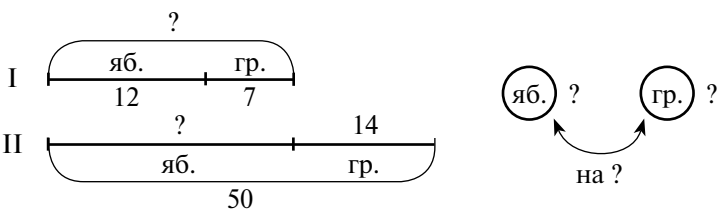
В данных выражениях уменьшаемое 14 не изменяется, а вычитаемое увеличивается от 5 до 10. Поэтому выражение $14 - a$ с переменной a объединяет все данные выражения в одно, а множество значений переменной a для данных выражений состоит из чисел от 5 до 10:

$14 - a$ $\qquad$ $a \in \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

№ 7, стр. 74.

Для того чтобы 36 делилось на y без остатка, в выражение $36 : y$ можно подставить значения y, равные 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. Эти значения y являются делителями числа 36, а число 36 — их *кратное*.

№ 10, стр. 74.



— Чтобы узнать общее количество груш, можно к 7 *прибавить* 14. *(Ищем целое.) Так же найдем общее количество яблонь в обоих садах, но вначале узнаем, сколько яблонь во втором саду. Для этого из общего количества деревьев второго са-*

да, то есть 50, *вычтем количество груш в нем* — 14. *(Ищем часть.) Чтобы узнать, каких деревьев больше и на сколько, надо сравнить полученные числа и из большего числа вычесть меньшее.*

1) 7 + 14 = 21 (д.) — количество груш в двух садах.

2) 50 − 14 = 36 (д.) — количество яблонь во II саду.

3) 12 + 36 = 48 (д.) — количество яблонь в двух садах.

4) 48 − 21 = 27 (д.).

Ответ: в двух садах 48 яблонь и 21 груша; яблонь на 27 больше, чем груш.

Дополнительно могут быть поставлены вопросы:

— Сколько всего деревьев в саду?

— На сколько яблонь (груш) во втором саду больше, чем в первом?

— Во сколько раз яблонь (груш) в первом саду меньше, чем во втором? И т. д.

№ 11, *стр.* 74.

а) $(92\,578 + 3206) \cdot 800 - (50\,010 - 3215) \cdot 90 = 72\,415\,650$

1) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 92578 \\ +\ 3206 \\ \hline 95784 \end{array}$

2) $\begin{array}{r} {\scriptstyle \cdot\ 9\ 9\ \cdot 10} \\ 50010 \\ -\ 3215 \\ \hline 46795 \end{array}$

3) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 4\ 6\ 6\ 3} \\ 95784 \\ \times\ 800 \\ \hline 76627200 \end{array}$

4) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 6\ 7\ 8\ 4} \\ 46795 \\ \times\ 90 \\ \hline 4211550 \end{array}$

5) $\begin{array}{r} {\scriptstyle \cdot\ \cdot 10} \\ 76627200 \\ -\ 4211550 \\ \hline 72415650 \end{array}$

б) $(42\,071 - 970 \cdot 40) \cdot 7000 - 48\,000 : 80 + 256\,740 \cdot 600 = 176\,940\,400$

1) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 2} \\ 970 \\ \times\ 40 \\ \hline 38800 \end{array}$

2) $\begin{array}{r} {\scriptstyle \cdot\ \cdot 10} \\ 42071 \\ -\ 38800 \\ \hline 3271 \end{array}$

3) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 4} \\ 32714 \\ \times\ 7000 \\ \hline 228970000 \end{array}$

4) 48 000 1 80 = 4800 1 8 = 600

5) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 3\ 4\ 4\ 2} \\ 256740 \\ \times\ 600 \\ \hline 154044000 \end{array}$

6) $\begin{array}{r} {\scriptstyle \cdot 10} \\ 228970000 \\ -\ 600 \\ \hline 22896400 \end{array}$

7) $\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1} \\ 22896400 \\ +\ 154044000 \\ \hline 176940400 \end{array}$

№ 7, *стр.* 76.

В задании закрепляется и расширяется представление о переменной, выражения с переменной и соответствующая терминология. Особенностью рассматриваемого выражения является то, что оно содержит две переменные.

$c + d$

а) $c = 27$, $d = 3$ — $27 + 3 = 30$;

б) $c = 16$, $d = 8$ — $16 + 8 = 24$;

в) $c = 28$, $d = 14$ — $28 + 14 = 42$.

№ 9, *стр.* 76.

Повторяются задачи на приведение к единице. Для краткой записи условия используются таблицы.

а) 6 м − 1680 руб.

9 м — ? руб.

1 м — ? руб.

— Известно, что за 6 *м ткани заплатили* 1680 *руб. Надо узнать, сколько рублей нужно заплатить за* 9 *м ткани. В первом действии «приведем к единице» — узнаем, сколько рублей нужно заплатить за* 1 *м ткани. Для этого* 1680 *руб. разделим на* 6. *Во втором действии ответим на вопрос задачи, умножив полученное число на* 9.

1) 1680 : 6 = 280 (руб.) — стоит 1 м ткани.

2) 280 · 9 = 2520 (руб.).

(1680 : 6) · 9 = 2520 (руб.).

Ответ: 9 м ткани стоят 2520 руб.

б) 5 ящ. — 60 кг
? ящ. — 84 кг
1 ящ. — ? кг

— Известно, что в 5 *ящиков разложили* 60 *кг винограда. Надо узнать, сколько ящиков потребуется, чтобы разложить в них* 84 *кг винограда. В первом действии «приведем к единице» — узнаем, сколько килограммов винограда размещается в одном ящике. Для этого* 60 *кг разделим на* 5. *Во втором действии разделим* 84 *кг на полученное число и ответим на вопрос задачи.*

1) 60 : 5 = 12 (кг) — в одном ящике.

2) 84 : 12 = 7 (ящ.).

84 : (60 : 5) = 7 (ящ.).

Ответ: потребуется 7 ящиков.

***№* 10, *стр.* 76** и ***№* 8, *стр.* 78.**

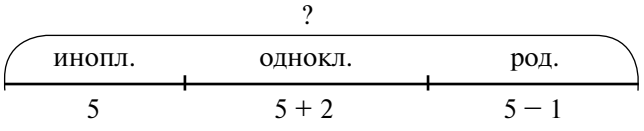
В заданиях повторяется прием деления многозначного числа на однозначное и сводящиеся к нему случаи деления круглых чисел. Перед выполнением заданий следует повторить с учащимися смысл деления.

В ***№* 10, *стр.* 76** отрабатывается навык решения примеров на данный вычислительный прием. Для выполнения этого задания можно использовать игры-ситуации, соревнования (например, кто быстрее решит примеры) и т. д.

а) 1806;	б) 56 080;	в) 879;
г) 9140;	д) 9075;	е) 97 040.

***№* 11, *стр.* 76.**

При решении задачи следует обратить внимание на то, что в условии задачи при сравнении количества гостей используется косвенная форма.



— Чтобы узнать число всех гостей, надо сложить число одноклассников, родственников и инопланетян. (Ищем целое.) По условию, инопланетян было 5. *Инопланетян было на* 2 *меньше, чем одноклассников. Значит, одноклассников было на* 2 *больше, или* 5 + 2. *Аналогично родственников было на* 1 *меньше, чем инопланетян, то есть* 5 − 1. *Сложив полученные числа, ответим на вопрос задачи.*

5 + (5 + 2) + (5 − 1) = 16 (г.)

Ответ: всего собралось 16 гостей.

***№* 12*, *стр.* 76.**

По условию, имеются две одинаковые оценки — это две пятерки. Известно, что одинаковые оценки получили Сережа и Алеша. Значит, Сережа и Алеша получили оценки 5, а остальные две — у Саши и Димы.

Саша получил оценку более высокую, чем Дима. Значит, у Саши оценка 4, а у Димы — 3.

Ответ: тройку получил Дима.

№ 6, стр. 77.

В задании готовится рассмотрение темы «Уравнения».

Впервые понятие уравнения здесь связывается с понятием предложения с переменной. Таким образом, формируется новый взгляд на уравнения: они трактуются как равенства, содержащие переменную. Соответственно этому при выполнении этого задания может использоваться вся терминология, связанная с понятием переменной.

а) $81 - x = 6$

Равенство верно при $x = 75$ (или, более подробно, при значении переменной x, равном 75).

б) $y = 9$; в) $m = 65$; г) $t = 540$; д) $k = 62$; е) $n = 4$.

В ***№ 8, стр. 78*** внимание обращается на проговаривание алгоритма деления многозначного числа на однозначное, способ проверки правильности решения и типичные ошибки, которые при этом допускаются. Учащиеся должны найти и подчеркнуть ошибки в записанных примерах, а затем самостоятельно правильно записать, решить предложенный пример и сделать проверку.

Уроки 34—37

Уравнения

Основные цели:

1) Сформировать представления об уравнении как предложении с переменной, ввести в речевую практику понятие корня уравнения.

2) Систематизировать изученные виды уравнений и показать их связь с количественным описанием реальных ситуаций.

3) Познакомить с составными уравнениями, сводящимися к цепочке простых, и построить алгоритм их решения.

4) Отрабатывать навыки устных и письменных вычислений, повторить и закрепить понятие переменной и предложения с переменной, нумерацию и действия с многозначными числами, свойства сложения и умножения, правило порядка действий в выражениях и решение примеров на порядок действий, решение текстовых задач, умение определять время по часам и соотношения между единицами времени.

Линия уравнений в курсе является прикладной частью алгебраической линии и развивается непрерывно начиная с 1 класса. Как и в истории науки, уравнения в курсе возникают в связи с необходимостью нахождения неизвестных компонентов действий, которые обозначаются разными значками — «окошками», звездочками, пустыми «мешками», буквами, но чаще всего — буквой x. Таким образом, на первых порах дети получают представления об уравнении как о равенстве, в котором неизвестное число обозначено буквой x (или какой-либо другой буквой).

На данном этапе обучения учащиеся знакомятся с уравнением как предложением с переменной, содержащим знак «=». Они систематизируют изученные виды уравнений, знакомятся с новыми. У них формируются начальные представления о связи уравнений с решением текстовых задач.

Основными задачами изучения уравнений в данном курсе являются:

1. Формирование на автоматизированном уровне способности к нахождению неизвестных компонентов действий и умения комментировать выполняемые операции, называя компоненты действий.

2. Тренинг и развитие способностей к устным и письменным вычислениям.

3. Развитие грамотной математической речи, способности к выражению в речи действий по алгоритмам.

К настоящему времени первая из перечисленных задач в основном решена. Дети могут в уме выбрать действие для решения любого вида простых уравнений ($a + x = b$, $a - x = b$, $x - a = b$, $a \cdot x = b$, $a : x = b$, $x : a = b$) и прокомментировать выполняемые операции, называя компоненты действий. Теперь они знакомятся с составными уравнениями, решение которых сводится к последовательному решению нескольких простых уравнений (например, $7 + (48 - x) : 5 = 16$).

Решение составных уравнений помогает довести до автоматизированного уровня навык нахождения неизвестных компонентов действий даже у тех детей, кто на нынешнем этапе по тем или иным причинам его не достиг. Кроме того, здесь отрабатываются вычислительные навыки, тренируются способности к определению порядка действий в выражениях, комментированию действий по алгоритмам. Все это говорит о высокой дидактической ценности данной темы.

На **уроке 34** уточняется понятие уравнения, а также обобщаются и систематизируются изученные виды уравнений.

На этапе **актуализации знаний** следует повторить с детьми названия компонентов действий и уже известные детям способы решения уравнений. Можно предложить им, например, следующие вопросы и задания.

1) Найдите лишнее слово в каждом столбике:

слагаемое	сумма
уменьшаемое	разность
вычитаемое	произведение
множитель	равенство
делимое	
уравнение	

(В I столбике лишнее слово «уравнение», остальные — названия компонентов действий; во II столбике лишнее слово «равенство», остальные – названия результатов действий.)

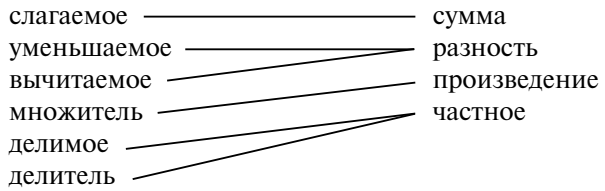
Слова «уравнение» и «равенство» отставляются в сторону.

2) А какого слова не хватает в каждом столбике? (В I столбике не хватает слова «делитель», а во II столбике — слова «частное».)

Недостающие слова учитель выставляет на доске.

3) Какие слова I и II столбика вы бы соединили?

Дети предлагают свои варианты, а учитель проводит линии на доске:



Затем данная запись с доски убирается, и работа продолжается со словами «равенство» и «уравнение», которые стоят в стороне:

уравнение *равенство*

4) Как вы объясните, что такое «равенство»? (Предложение, в котором есть знак «=».)

5) А «уравнение»? (???) Это равенство? (Да.) А что в нем особенного? (Есть переменная.) Совершенно верно: в уравнении есть переменная, значение которой надо найти.

Учитель дописывает на доске полученный вывод:

уравнение — это равенство с переменной, значение которой надо найти, и сообщает, что значение переменной, при котором из уравнения получается верное равенство, называют *корнем уравнения*. Затем на доске выставляются 4 карточки с уравнениями.

6) Что общего в уравнениях? (Переменная обозначена буквой x.)

$x + 21 = 30$ $\qquad$ $x \cdot 10 = 360$

$45 - x = 27$ $\qquad$ $540 : x = 9$

7) Найдите значения x в каждом уравнении и запишите в тетради. (9, 18, 36, 60.)

8) Что интересного в полученном ряду? (Числа увеличиваются.)

9) На какие группы можно разбить эти числа? (Однозначные и двузначные, круглые и некруглые, четные и нечетные, сумма цифр 6 и 9 и т. д.)

Далее учащихся можно разделить на 6 групп и предложить каждой группе проанализировать, какие компоненты действий неизвестны в уравнениях, и найти для обоих столбиков недостающее уравнение: трем группам — в первом столбике, а остальным трем — во втором. Эти уравнения учащиеся записывают фломастером на специально подготовленных учителем листках и выставляют на доске. Дети должны догадаться, что в первом столбике нет уравнения с неизвестным уменьшаемым, а во втором − уравнения с неизвестным делимым. Через 1—2 минуты на доске появляются варианты недостающих уравнений, например:

$x - 8 = 7$ $\qquad$ $x : 4 = 5$

$x - 36 = 14$ $\qquad$ $x : 10 = 12$

$x - 20 = 30$ $\qquad$ $x : 15 = 9$

Учащиеся обосновывают, почему они составили такие уравнения. В случае необходимости ошибки исправляются.

— Как записать все уравнения каждого столбика с помощью одного уравнения, используя буквы a и b?

Под первым столбиком учащиеся записывают уравнение $x - a = b$, а под вторым — уравнение $x : a = b$.

— А теперь запишите с помощью переменных все изученные виды уравнений.

Возникшее затруднение мотивирует ***цель урока***: установить все изученные виды уравнений, вспомнить правила их решения и проверить себя — есть ли затруднения в решении уравнений и какие. Тема урока: «Уравнения».

В процессе открытия нового знания учащиеся должны систематизировать все изученные виды уравнений и проговорить правила их решения с называнием компонентов действий. Здесь также целесообразно вести работу по группам.

Вначале фронтально проговариваются компоненты действий, которые могут быть неизвестны в уравнениях: слагаемое, уменьшаемое, вычитаемое, множитель, делимое, делитель. (Для этого можно использовать таблицу, составленную в начале урока.) Затем каждой группе дается задание в течение 2—3 минут записать по одному уравнению в общем виде, используя для обозначения неизвестного члена уравнения букву x, а для обозначения известных членов — буквы a и b, и сформулировать правило нахождения x для своего уравнения.

При проверке задания учащиеся пользуются текстом учебника на *стр.* 79: представитель каждой группы записывает уравнение в общем виде и комментирует решение, называя компоненты действий, а остальные учащиеся сверяют его слова с текстом учебника и вносят коррективы. Таким образом, на доске появляются 6 видов уравнений, для которых уточнена форма их комментирования:

$x + a = b$ $x \cdot a = b$

$a - x = b$ $a : x = b$

$x - a = b$ $x : a = b$

Проблема урока разрешена. Общий алгоритм решения изученных видов уравнений можно представить в виде блок-схемы:

На этапе **первичного закрепления** — решение уравнений всех видов с комментированием в громкой речи. Например, можно предложить каждой группе решить с комментированием и проверкой по 2 уравнения из 2-й и 3-й строк каждого из 6 столбиков в ***№ 2, стр. 80 (№ 3, стр. 53 (РТ))***. Выбор уравнений лучше провести в форме «лотереи», предложив представителю каждой группы взять наугад один из 6 билетов:

а — 2 стр. е — 3 стр.	б — 2 стр. д — 3 стр.	в — 2 стр. г — 3 стр.
а — 3 стр. е — 2 стр.	б — 3 стр. д — 2 стр.	в — 3 стр. г — 2 стр.

Для самостоятельной работы с самопроверкой в классе можно использовать уравнения первой строки в ***№ 2, стр. 80***. Например, предложить каждой группе распределить между собой эти уравнения так, чтобы у всех детей они были разными. Затем при самоконтроле каждый учащийся сигнализирует выбор знака действия, необходимого для решения уравнения, а те, кто его решал, дополнительно к этому проверяют ответ.

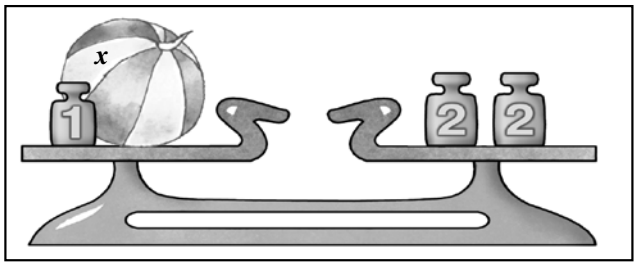
В домашней работе детям, которые зафиксировали затруднение в решении уравнений, можно порекомендовать еще раз проработать таблицу на *стр.* 79 учебника и дорешать уравнения 1-й строки из ***№ 2, стр. 80***. Остальные учащиеся могут составить и решить свои уравнения всех рассмотренных видов.

№ 2, стр. 80.

а)	б)	в)	г)	д)	е)
287	84	92	18	36 000	19
372	163	773	3	135 000	3
17 714	4100	3194	70	608 000	20 490

На **уроке 35** продолжается подготовка детей к решению составных уравнений. Здесь они знакомятся с уравнениями, в одной из частей которых содержится числовое выражение. Эта работа связывается с решением текстовых задач, что формирует у учащихся самые первые представления об уравнениях как

математических моделях реальных ситуаций. Фактически подготовительная работа к данному уроку началась значительно раньше. Так, в 1 классе при рассмотрении величины «масса» учащиеся составляли по картинкам, например, такие уравнения:



$1 + x = 2 + 2$

Во 2 и 3 классах они составляли уравнения по тексту задач про «задуманное число». Здесь же впервые строится алгоритм решения уравнений, требующих упрощения числового выражения в одной из его частей.

Поскольку на данном уроке предполагается повторение нумерации многозначных чисел и взаимосвязи между единицами времени, можно предложить следующий вариант проведения этапа **актуализации знаний**.

1) *Математический диктант.*

Учитель устно проговаривает текст задания, каждый ученик записывает ответы в своей тетради.

- Запишите 4-значное число, в разряде тысяч которого стоит 1, а число единиц каждого следующего разряда в 2 раза больше предыдущего.
- Сколько единиц в разряде десятков этого числа?
- Сколько в нем всего десятков?
- Запишите число, у которого цифра разряда сотен на 5 больше, чем у данного числа.
- На сколько надо увеличить полученное число, чтобы оно стало равно 18 сотням?

(1248, 4, 124, 1748, 52.)

При проверке математического диктанта дети отмечают знаком «+» правильные ответы, неверные зачеркивают, при этом ошибки разбираются. Наибольшее число ошибок вероятно в последнем задании.

2) Как записать с помощью уравнения последнее задание: на сколько надо увеличить число 1748, чтобы получить 1800? ($1748 + x = 1800$.)

3) Вспомните алгоритм решения уравнений, который мы получили на прошлом уроке. (Определить неизвестный компонент; применить правило; выполнить действие; сделать проверку.)

Таблицу с алгоритмом учитель выставляет на доске.

4) Запишите и решите полученное уравнение, пользуясь алгоритмом.

Учащиеся записывают и решают уравнение в тетради с комментированием:

$1748 + x = 1800$ $\quad\quad$ 1800
$x = 1800 - 1748$ $\quad\quad$ 1748
$x = 52$ $\quad\quad$ 52

(Неизвестно слагаемое. Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть второе слагаемое. x равен разности 1800 и 1748, или 52.)

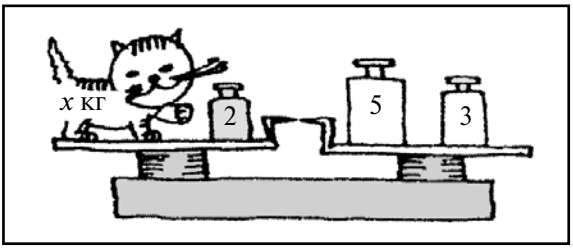
5) Скольким часам равны 1800 минут? Почему? (1800 мин : 60 = 30 ч)

6) Сколько это суток? (1 сутки 6 часов.)

7) О какой величине мы говорим? (О времени.) А какие величины вы еще знаете? (Длина, масса, объем и т. д.)

При ответе на последние вопросы можно обратиться к таблице единиц времени.

Затем учитель предлагает учащимся задачу, в которой появляется новый тип уравнений. Для этого можно воспользоваться задачей 1 из текста учебника на *стр*. 81 (**№ 1 (а), *стр*. 54 (РТ)**). На доске выставляется рисунок к этой задаче:



8) А с какой величиной связан этот рисунок? Почему? (С величиной масса, потому что нарисованы весы.)

9) Составьте и запишите по этому рисунку уравнение. ($x + 2 = 5 + 3$.)

Учитель выставляет на доске карточки с изученными видами уравнений: $x + a = b$, $x - a = b$, $a - x = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$, $a : x = b$.

10) Подберите для полученного уравнения подходящую карточку. (?)

При постановки проблемы учащиеся устанавливают, чем данное уравнение похоже на предыдущее и чем отличается: здесь тоже неизвестно слагаемое, но справа записано выражение, а не число. Учащиеся приходят к выводу, что такие уравнения еще не встречались. Признак, отличающий новое уравнение от уже изученных, фиксируется в речи. Таким образом, формулируется ***цель урока***: научиться решать уравнения, в одной из частей которых содержится числовое выражение. Тема урока: «Уравнения».

В процессе работы учащиеся должны увидеть, что новые уравнения сводятся к уже изученным, если вначале найти значение числового выражения. Для этого достаточно задать им всего лишь один вопрос:

— Как бы вы предложили решить это уравнение?

Построенный ранее алгоритм решения уравнений дополняется еще одним шагом, который выполняется первым: *найти значение числового выражения*. Алгоритм приобретает вид:

Проблема разрешена.

Задания **№ 2—3, *стр*. 81—82 (№ 2, *стр*. 54 (РТ))** могут использоваться на этапах **первичного закрепления** и **самостоятельной работы с самопроверкой в классе** в разных вариантах.

Например, фронтально можно разобрать решение задачи из текста учебника. Затем в течение 2—3 мин в группах решить с комментированием по одному уравнению из **№ 2, *стр.* 81**. При обсуждении решения – проговорить понятие проверки и уточнить ее запись. А самостоятельно предложить учащимся выполнить по одному заданию из **№ 3, *стр.* 82**.

Таким образом, каждый ребенок в ходе этих двух этапов урока решит по 2—3 уравнения. Если он понял принцип решения и самостоятельную работу сделал правильно, то в домашней работе сможет сам придумать и решить аналогичное уравнение. В противном случае он может воспользоваться текстом учебника и еще нерешенными уравнениями из **№ 2—3, *стр.* 81—82**.

***№* 2, *стр.* 81.**

а) 90; б) 17; в) 42; г) 6; д) 28; е) 7.

Запись и комментирование:

$m - 49 = 34 + 7$	Вычислим значение суммы в правой части уравнения: $34 + 7 = 41$. Значит, $m - 49 = 41$.
$m - 49 = 41$	Неизвестно уменьшаемое. Чтобы его найти,
$m = 49 + 41$	надо к разности прибавить вычитаемое.
$m = 90$	Значит, m равно сумме 41 и 49, или 90.
$90 - 49 = 34 + 7$	Проверка: $90 - 49 = 41$ и $34 + 7 = 41$. Значит,
$41 = 41$	корень уравнения 90 найден верно.

***№* 3, *стр.* 82.**

а) 269; б) 147 400; в) 571; г) 700; д) 2036; е) 800.

На **уроке 36** вводятся составные уравнения. К этому времени дети умеют решать простые уравнения всех видов, читать и записывать буквенные выражения, определять в них порядок действий (особое внимание этому было уделено в блоке повторения на предыдущих уроках), познакомились с решением уравнений, в одной из частей которых содержится числовое выражение. На данном уроке дети знакомятся с уравнениями, решение которых сводится к решению цепочки простых, например: $(x - 3) \cdot 5 = 45$, $12 - 6 : y = 9$ и т. д. Покажем один из возможных вариантов введения составных уравнений деятельностным методом.

Актуализация знаний.

1) Являются ли уравнениями записи? Почему?

$a + b \cdot c$ $(x - y) : 3$ $2 \cdot d + (m - n)$

(Это не уравнения, так как в уравнении должен быть знак «=».)

2) Как называют такие записи? (Выражения.) Прочитайте их, называя последнее действие. (Сумма числа a и произведения чисел b и c; частное разности чисел x и y и числа 3; сумма удвоенного числа d и разности чисел m и n.)

3) Найдите лишнее выражение. (Например: $a + b \cdot c$ — в записи этого выражения нет чисел и скобок, а в остальных выражениях есть; $(x - y) : 3$ — это частное, а остальные — суммы, в его записи две переменные, а в остальных по три;

$2 \cdot d + (m - n)$ — содержит 3 действия, а остальные — по 2 и т. д.)

4) Являются ли уравнениями записи? (Да.) Почему? (Это равенства, содержащие переменную.)

$x + 7 = 7$ $60 : n = 4$

$23 - y = 18$ $k \cdot 3 = 54 + 36$

5) Устно вычислите корни уравнений. Что вы заметили? (0, 5, 15, 30. Числа увеличиваются: сначала на 5, потом на 10, потом на 15.)

6) Какое число должно быть следующим? Почему? Обоснуйте свой ответ. (50, так как число 30 должно увеличиться на 20, а $30 + 20 = 50$.)

7) Продолжите ряд еще на 3 числа. (75, 105, 140.)

8) Запишите на математическом языке предложение: произведение разности чисел y и 4 и числа 3 равно 15.

Несколько учащихся записывают на доске свои версии. В процессе обсуждения выбирается правильная запись:

$(y - 4) \cdot 3 = 15$

9) Является ли это предложение уравнением? (Да.) Почему? (Это равенство, содержащее переменную.)

10) Найдите корень этого уравнения. (???)

Для актуализации также можно воспользоваться ***№ 1, стр. 55*** из рабочей тетради.

Для постановки проблемы можно предложить выполнить ***№ 2 (а), стр. 55 (РТ)*** или задать вопрос после выполнения предыдущих заданий:

— Подходит ли здесь наш алгоритм? (Нет.) Почему?

При ответе на этот вопрос дети должны установить существенный признак отличия данного уравнения от предыдущих: неизвестный компонент действия, в данном случае множитель, является выражением. Такие уравнения еще не рассматривались.

Возникшая проблемная ситуация мотивирует постановку ***цели урока***: научиться решать уравнения, в которых неизвестный компонент действия является выражением. Такие уравнения мы будем называть *составными*. Поэтому тему урока можно сформулировать так: «Составные уравнения».

При организации открытия нового знания учитель ориентирует детей найти способ, который позволит им свести новый вид уравнений к изученным ранее. Учитель может предложить, работая в группах, продолжить работать с ***№ 2 (б), стр. 55 (РТ)*** или могут быть заданы следующие вопросы:

— Как вы думаете, по какому пути пойти?

— А может быть, нам помогут уже изученные виды уравнений?

— На какое из известных нам уравнений похоже наше уравнение?

— Чем является выражение в левой части — суммой, разностью, произведением или частным? Почему?

Учитель выслушивает версии детей. Степень его помощи зависит от уровня их подготовки. В результате обсуждения дети устанавливают, что выражение в левой части уравнения является произведением, так как последнее действие — умножение. Учитель накладывает на выражение $\boxed{y - 4}$ карточку $\boxed{x}$, и получается уравнение, которое они легко решат:

$\boxed{x} \cdot 3 = 15$

$\boxed{x} = 15 : 3$

$\boxed{x} = 5$

Затем карточка с переменной x переворачивается, вместо нее восстанавливается запись $y - 4$, и решение уравнения доводится до конца:

$(y - 4) \cdot 3 = 15$

$\boxed{y - 4} = 15 : 3$

$\boxed{y - 4} = 5$

$y = 4 + 5$

$y = 9$

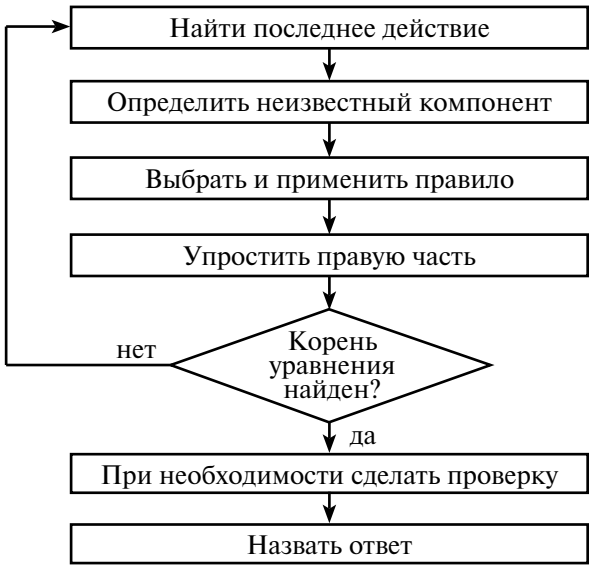
Проверка показывает, что корень уравнения найден верно: $(9 - 4) \cdot 3 = 15$.

Детям всегда нравится, когда к осмыслению выполненных шагов подключается некоторый образ. Здесь можно сказать им, что решение составных уравнений похоже на то, как зайчик ест капусту: сначала он съедает верхний листочек, потом следующий, пока не добирается до кочерыжки. «Верхний листочек» определяется по последнему действию, а кочерыжка — это как бы корень уравнения.

Иногда учителя используют в качестве образа запуск ракеты: сначала отваливается последняя ступенька, потом предпоследняя и т. д. Создание таких образов особенно важно для правополушарных детей. Можно спросить детей, а что им напоминает решение составных уравнений.

Опираясь на эти образы, легко объяснить детям, что составное уравнение может содержать несколько листочков (ступенек). Это зависит от того, сколько действий в выражении с переменной. Поэтому в решении составного уравнения может быть большее число шагов.

В завершение полезно построить с детьми алгоритм решения составных уравнений:



Проблема разрешена.

Для этапов **первичного закрепления и самостоятельной работы с самопроверкой в классе** предназначено задание ***№ 2, стр.* 83 (*№ 3, стр.* 55 (РТ))**, работа с которым в зависимости от конкретных условий может быть организована по-разному. В более подготовленных классах для первичного закрепления можно использовать уравнения ***№ 3, стр.* 83**, выражения в которых содержат не два, а три действия, и поэтому их решение требует большего числа шагов. В домашней работе все дети должны разобрать решение уравнения по тексту учебника на *стр.* 83 и либо самостоятельно придумать и решить уравнения нового типа, либо решить по собственному выбору одно из уравнений в ***№ 2—3, стр.* 83**.

***№ 2, стр.* 83.**

При решении составных уравнений дети на каждом шаге осуществляют выбор действия на автоматизированном уровне, а затем комментируют его, называя компоненты действия.

а) $(y - 5) \cdot 4 = 28$ $y - 5 = 28 : 4$	Неизвестен множитель $y - 5$. Чтобы его найти, надо произведение разделить на второй множитель. $y - 5$ равно частному 28 и 4, или 7.
$y - 5 = 7$ $y = 5 + 7$ $y = 12$	Теперь неизвестно уменьшаемое. Чтобы найти уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое. y равен сумме 5 и 7, или 12.
$(12 - 5) \cdot 4 = 28$ $28 = 28$ (и)	Проверка: подставим в уравнение вместо y число 12 и сосчитаем левую часть. $12 - 5 = 7$, $7 \cdot 4 = 28$ — верно. Значит, уравнение решено правильно.

б) $3 \cdot a - 7 = 14$ $3 \cdot a = 7 + 14$	Неизвестно уменьшаемое $3 \cdot a$. Чтобы найти уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое. $3 \cdot a$ равно сумме 7 и 14, или 21.
$3 \cdot a = 21$ $a = 21 : 3$ $a = 7$	Теперь неизвестен множитель. Чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение разделить на второй множитель. a равно частному 21 и 3, или 7.
$3 \cdot 7 - 7 = 14$ $14 = 14$ (и)	Проверка: подставим в уравнение вместо a число 7 и сосчитаем левую часть. $3 \cdot 7 = 21$, $21 - 7 = 14$ — верно. Значит, уравнение решено правильно.
д) $63 : (14 - x) = 7$ $14 - x = 63 : 7$	Неизвестен делитель $14 - x$. Чтобы его найти, надо делимое разделить на частное. $14 - x$ равно частному 63 и 7, или 9.
$14 - x = 9$ $x = 14 - 9$ $x = 5$	Теперь неизвестно вычитаемое. Чтобы найти вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть разность. x равен разности 14 и 9, или 5.
$63 : (14 - 5) = 7$ $7 = 7$ (и)	Проверка: подставим в уравнение вместо x число 5 и сосчитаем левую часть. $14 - 5 = 9$, $63 : 9 = 7$ — верно. Значит, уравнение решено правильно.

в) $d = 32$; г) $k = 45$; е) $n = 8$.

Если комментировать в данном варианте учащимся на первых порах трудно, они могут просто называть выполняемые действия, а к описанному выше способу перейти позже. Однако учитель при объяснении и демонстрации решения с самого начала использует в речи тот вариант, к которому постепенно должны прийти все дети.

№ 3, стр. 83.

Для данного этапа обучения это задание имеет повышенную сложность и может быть предложено в более подготовленных классах или для индивидуальной работы учащимся, работающим на творческом уровне.

$(4 \cdot b - 16) : 2 = 10$ $4 \cdot b - 16 = 2 \cdot 10$	Неизвестно делимое $4 \cdot b - 16$. Чтобы найти делимое, надо делитель умножить на частное. $4 \cdot b - 16$ равно произведению 2 и 10, или 20.
$4 \cdot b - 16 = 20$ $4 \cdot b = 20 + 16$	Теперь неизвестно уменьшаемое $4 \cdot b$. Чтобы найти уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое. $4 \cdot b$ равно сумме 20 и 16, или 36.
$4 \cdot b = 36$ $b = 36 : 4$ $b = 9$	Неизвестен множитель. Чтобы его найти, надо произведение разделить на второй множитель. b равно частному 36 и 4, или 9.
$(4 \cdot 9 - 16) : 2 = 10$ 36 20 $10 = 10$ (и)	Проверка: подставим в уравнение вместо b число 9 и сосчитаем левую часть. $4 \cdot 9 = 36$, $36 - 16 = 20$, $20 : 2 = 10$ — верно. Значит, уравнение решено правильно.
$(2 + x : 7) \cdot 8 = 72$ $2 + x : 7 = 72 : 8$	Неизвестен множитель $2 + x : 7$. Чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение разделить на второй множитель. $2 + x : 7$ равно частному 72 и 8, или 9.
$2 + x : 7 = 9$ $x : 7 = 9 - 2$	Теперь неизвестно слагаемое $x : 7$. Чтобы его найти, надо из суммы вычесть второе слагаемое. $x : 7$ равно разности 9 и 2, или 7.

$x : 7 = 7$ $x = 7 \cdot 7$ $x = 49$	Неизвестно делимое. Чтобы найти делимое, надо делитель умножить на частное. x равен произведению числа 7 на себя, или 49.
$(2 + 49 : 7) \cdot 8 = 72$ $72 = 72$ (и) $y = 64$.	Проверка: подставим в уравнение вместо x число 49 и сосчитаем левую часть. $49 : 7 = 7$, $2 + 7 = 9$, $9 \cdot 8 = 72$ — верно. Значит, уравнение решено правильно.

Подчеркнем еще раз, что при решении данных уравнений речь не идет о формальном заучивании правил. Здесь совершенно другой механизм решения.

Дети к настоящему времени владеют навыком нахождения неизвестных компонентов действий на уровне автоматизированного умственного действия. Поэтому «правила», которые они проговаривают при решении, — суть простое комментирование выполняемых преобразований. Таким образом, в процессе решения составных уравнений отрабатываются вычислительные навыки, закрепляется навык решения простых уравнений, а главное — развивается алгоритмическая речь учащихся.

Заметим также, что составные уравнения в последующем включаются почти во все уроки математики начальной школы, поэтому к середине 4 класса способностью к их решению и комментированию овладевают практически все дети.

На данном уроке происходит лишь *самое первое знакомство* детей с составными уравнениями, поэтому положительным итогом урока следует считать усвоение учащимися идеи их решения и способность самостоятельно выполнить решение простейшего составного уравнения даже без его комментирования.

Рассмотрим решение задач на повторение, включенных в уроки 34—36.

№ 4, стр. 80.

Примеры решаются в тетрадях:

① ③ ⑦ ④ ⑤ ⑧ ⑥ ②

а) $(17 + 43) : 2 - 9 \cdot 8 : 4 + 70 : (7 + 7) = 30 - 18 + 5 = 17$

④ ⑤ ⑦ ⑥ ① ⑧ ③ ②

б) $96 : 12 : 2 + 15 \cdot (78 : 13) - (33 + 54 : 3) = 4 + 90 - 51 = 43$

№ 8*, стр. 80.

Если 6 яиц положить вместе, то они также сварятся за 4 мин.

№ 4, стр. 82.

а) $b + 8 \cdot n$; б) $d : 5 - p$; в) $(p + 16) \cdot (5 : d)$; г) $(a \cdot 32) : (x - y)$.

№ 6, стр. 82.

а) 17 305; г) 90 004; ж) 2 007 900 001.
б) 247 010; д) 6 000 200;
в) 80 123; е) 570 139 742;

№ 8, стр. 82.

а) 12 мин 23 с + 7 мин 52 с = 19 мин 75 с = 20 мин 15 с
б) 6 ч 18 мин − 3 ч 49 мин = 2 ч 29 мин
в) 2 сут. 14 ч + 4 сут. 15 ч = 7 сут. 5 ч
г) 7 ч 36 мин + 4 ч 48 мин − 2 ч 39 мин = 9 ч 45 мин
д) 18 мин 16 с + 5 мин 4 с − 9 мин 52 с = 13 мин 28 с

№ 10*, стр. 82.

Наименьшее число — 10 379, а наибольшее — 97 310.
10 379 + 97 310 = 107 689 97 310 − 10 379 = 86 931

№ 4, стр. 83.

$(b + 6) \cdot n$
$n = 7$, $b = 9$ $(9 + 6) \cdot 7 = 15 \cdot 7 = 105$

№ 5, стр. 83.

а) $(a - 7) \cdot 8$

$a = 12$ $\qquad (12 - 7) \cdot 8 = 40;$

б) $(a + 18) : 5$

$a = 12$ $\qquad (12 + 18) : 5 = 6;$

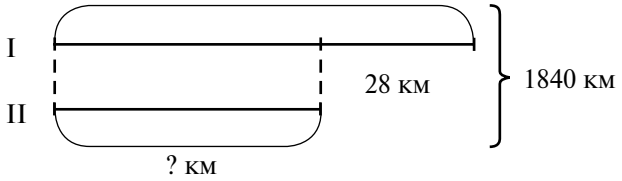
в) $a : 12 + 4$

$a = 12$ $\qquad 12 : 12 + 4 = 5;$

г) $a \cdot 2 - 9$

$a = 12$ $\qquad 12 \cdot 2 - 9 = 15.$

№ 6, стр. 84.



— Известна сумма и разность расстояний, которые пролетел самолет за 2 *часа. Чтобы узнать, сколько он пролетел за второй час, можно из всего расстояния вычесть разность этих расстояний —* 28 *км, и полученное число разделить на* 2.

1) 1840 − 28 = 1812 (км) — удвоенное расстояние за второй час.

2) 1812 : 2 = 906 (км)

Ответ: за второй час самолет пролетел 906 км.

№ 7, стр. 84.

а) 544 710 : 6 + (210 280 − 630 · 40) = 275 865
③ ④ ② ①

б) (5409 · 80 + 560 490 : 7) : 3 + 84 096 = 255 026
① ③ ② ④ ⑤

№ 8, стр. 84.

а) $(a + b) : 2$;

б) $(a + b + c) : 3$;

в) $a + (a - b)$;

г) $a - b - (b + c)$;

д) $(a - b) : b$.

№ 9, стр. 84.

Записаны изученные свойства чисел: переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения, распределительное свойство умножения. Они верны при всех возможных числовых значениях переменных a, b и c. (К настоящему времени детям известны натуральные числа и 0.)

Переместительное свойство сложения (умножения) означает, что при перестановке слагаемых (множителей) сумма (произведение) не изменяется.

Сочетательное свойство сложения (умножения) означает, что слагаемые (множители) можно по-разному сочетать, т. е. результат сложения (умножения) не зависит от порядка действий.

Распределительное свойство умножения означает, что при умножении суммы на число надо умножить на это число каждое слагаемое.

Все эти свойства помогают упрощать вычисления. Эти свойства используются, например, для решения примеров в №10, *стр.* 84.

№ 10, стр. 84.

а) $\boxed{560}$

Записана сумма 10 слагаемых, каждое из которых равно 56. По смыслу умножения она равна 56 · 10 = 560.

б) 11 000

На основании переместительного и сочетательного свойств сложения переставляем слагаемые и сочетаем их удобным способом:

(398 + 602) + (7864 + 2136) = 1000 + 10 000 = 11 000

в) 2500

Задание также выполняется на основании переместительного и сочетательного свойств сложения. Составляем удобные суммы, сочетая «равноудаленные» от концов слагаемые:

(498 + 502) + (499 + 501) + 500 = 1000 + 1000 + 500 = 2500

г) 37 940

Для решения примера удобно использовать переместительное и сочетательное свойства умножения:

(2 · 5) · 3794 = 10 · 3794 = 37 940.

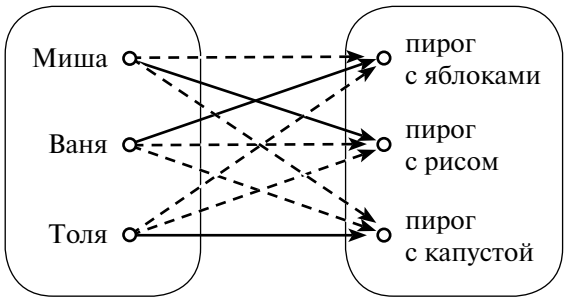
д) 8790

В обоих слагаемых суммы есть одинаковый множитель 879. Поэтому на основании распределительного свойства умножения данную сумму можно записать в виде произведения:

(7 + 3) · 879 = 10 · 879 = 8790.

***№* 11*, *стр.* 84.**

Для решения удобно построить овалы, обозначающие множество детей и множество пирогов. Если соответствие между элементами этих множеств существует, будем соединять их сплошной стрелкой, а если нет — пунктирной.



Так как Миша не любит пирог с яблоками и не ест с капустой, то от него идут к этим пирогам пунктирные стрелки. Значит, Миша выберет пирог с рисом.

Обозначим это сплошной стрелкой.

Ваня не любит пирог с капустой, а пирог с рисом уже у Миши. Значит, для Вани остается один вариант — пирог с яблоками.

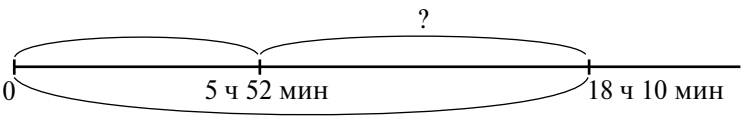
Толя получает оставшийся пирог с капустой.

Итак, Миша выберет пирог с рисом, Ваня — с яблоками, а Толя — с капустой.

***№* 4, *стр.* 85.**

В задании повторяются задачи на определение начала, конца и продолжительности событий. Перед его выполнением целесообразно вспомнить с учащимися соответствующие правила, а при решении задач — использовать графические модели.

а)

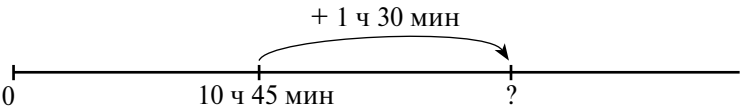


— Чтобы определить долготу дня, можно из времени захода солнца вычесть время его восхода.

18 ч 10 мин — 5 ч 52 мин = 12 ч 18 мин

Ответ: долгота дня 12 ч 18 мин.

б)

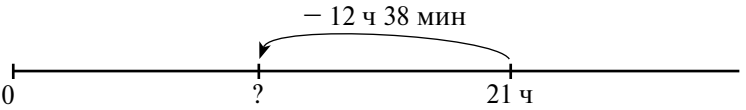


— Чтобы найти время смены солдата на посту, можно ко времени начала дежурства прибавить его продолжительность.

10 ч 45 мин + 1 ч 30 мин = 11 ч 75 мин = 12 ч 15 мин

Ответ: солдата сменили на посту в 12 ч 15 мин.

в)



— Чтобы определить время выхода поезда, можно из времени его прибытия вычесть время, которое он был в пути.

21 ч − 12 ч 38 мин = 8 ч 22 мин

Ответ: поезд выехал в 8 ч 22 мин.

№ 7, стр. 85.

1) 1 ч 48 мин + 5 мин + 1 ч 15 мин = 2 ч 68 мин = 3 ч 8 мин — занимает путь через Марьино.

2) 1 ч 25 мин + 15 мин + 1 ч 35 мин = 2 ч 75 мин = 3 ч 15 мин — занимает путь через Сергеевку.

3) 3 ч 8 мин < 3 ч 15 мин.

Ответ: путь через Марьино занимает меньше времени.

Уроки 38—42

Формулы

Основные цели:

1) Сформировать представление о формуле как равенстве, устанавливающем взаимосвязь между величинами. Научить в простейших случаях выражать зависимости между величинами с помощью формул.

2) Познакомить с формулами периметра и площади прямоугольника, объема прямоугольного параллелепипеда, деления с остатком и показать возможность их использования для решения текстовых задач.

3) Отрабатывать навыки устных и письменных вычислений, повторить и закрепить решение составных уравнений, решение примеров на порядок действий, частные случаи действий с 0 и 1, сравнение многозначных чисел, умножение и деление многозначного числа на однозначное и случаи, сводящиеся к ним.

Понятие формулы является «узловой станцией», в которой пересекаются алгебраическая и функциональная линии курса. Но знакомство с формулами на данном этапе важно не только с точки зрения подготовки учащихся к дальнейшему изучению алгебры и функций. В курсе начальной математики формулы позволяют систематизировать изученные типы простых задач и познакомиться с общим подходом к решению составных задач, что станет прочным фундаментом

обучения школьников этому важнейшему виду математической деятельности. Кроме того, в процессе изучения этой темы тренируются их способности к анализу, сравнению, обобщению, аналогии, развивается речь детей, оформляются деятельностные способности, но при условии, что формулы не даются в готовом виде и не заучиваются механически, а вводятся деятельностным методом.

На **38-м уроке** учащиеся знакомятся с понятием формулы как обобщенным (т. е. буквенным) равенством, верным при всех значениях входящих в него букв. В силу конкретного характера мышления детей под буквами понимаются переменные величины, которые хорошо знакомы им из жизни и с которыми они достаточно много работали на предыдущих уроках: периметр и площадь прямоугольника, квадрата, возраст отца и сына и т. д.

На этапе **актуализации знаний** можно вспомнить с детьми известные им формулы, устанавливающие взаимосвязь между длиной, шириной и площадью прямоугольника:

$$S = a \cdot b,\ a = S : b,\ b = S : a$$

Надо акцентировать внимание детей на том, что эти соотношения называются *формулами* площади прямоугольника.

Формулы помогают решать практические задачи. Введенный новый термин «формула» целесообразно соотнести с образом, который знаком детям с самого раннего возраста. Слово «формула» похоже на слово «форма», и это не случайно. Подобно тому, как формочка для песка помогает лепить из него пирожки, так и формулы помогают решать задачи, задавая форму связей между величинами.

Для актуализации знаний можно использовать задание из рабочей тетради **№ 1, *стр.* 58**.

Для определения, что дети не знают целесообразно воспользоваться заданием **№ 2 (а), *стр.* 58 (РТ)** или можно предложить детям следующее задание:

— Запишите формулу, показывающую, как найти сторону прямоугольника по его периметру и другой стороне.

Там, где это задание окажется слишком легким, можно попросить детей выразить сторону прямоугольника через его периметр и площадь. В менее подготовленных классах может быть достаточно всего лишь предложить записать формулу периметра прямоугольника. Главное, чтобы было создано «преодолимое затруднение», соответствующее уровню подготовки класса.

При постановки проблемы учащиеся должны установить и выразить в речи причину возникшего затруднения, которая заключается в том, что нужной формулы нет в списке известных им формул. Таким образом, ***цель урока*** — построить формулы зависимостей между сторонами, периметром и площадью прямоугольника. Тему можно обозначить так: «Формулы периметра и площади прямоугольника».

Главной задачей на уроке является формирование у детей умения строить формулы зависимостей между величинами, усвоение формул площади и периметра прямоугольника и тренировка способности к использованию этих формул для решения задач.

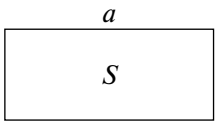
1) С чего начнем?

Учитель выслушивает мнения детей и ориентирует их на построение чертежа прямоугольника и введение обозначений. Дети чертят прямоугольник в тетради и записывают рядом с ним обозначения: a и b — длины сторон, S — площадь, P — периметр. Следует обратить внимание детей на то, что буквы S и P — прописные, а единицы измерения всех величин в формулах должны соответствовать друг другу.

2) Давайте сначала разберемся с формулой площади прямоугольника. Какого равенства недостает во втором столбике? ($b = S : a$.)

Учитель дописывает или выставляет это равенство на доске, а дети записывают все три равенства рядом с чертежом прямоугольника.

Первое равенство подчеркивается или выделяется в рамку как формула площади прямоугольника. О последних двух равенствах говорят, что в них длина стороны прямоугольника выражена через площадь и длину другой стороны (вместо «длина стороны» можно говорить короче — сторона, но подразумевая под этим именно длину стороны).



P — периметр

$$\underline{S = a \cdot b}$$
$$a = S : b$$
$$b = S : a$$

3) Как вы прочитаете первую формулу? (Площадь прямоугольника равна произведению его длины и ширины.) Когда удобно пользоваться такой формулой? (Если нужно найти значение площади.)

4) А что помогут вычислить две последние формулы? (Длину стороны прямоугольника.) Прочитайте их. (Длина неизвестной стороны прямоугольника равна его площади, деленной на длину его известной стороны.)

5) Молодцы! А теперь сами запишите формулу, которая показывает, как связаны между собой периметр и стороны прямоугольника. Но вначале скажите, что такое периметр многоугольника? (Сумма длин его сторон.)

Дети могут предложить разные варианты этой формулы, например:

$P = a + a + b + b$ $\qquad$ $P = a \cdot 2 + b \cdot 2$

$P = a + b + a + b$ $\qquad$ $\boxed{P = (a + b) \cdot 2}$

Все эти варианты являются *правильными*. Но затем дети должны установить, что последнюю формулу удобнее всего использовать для решения задач, так как в ней всего 2 действия, а в остальных — по 3. После этого они должны самостоятельно прочитать эту формулу: периметр прямоугольника равен сумме его длины и ширины, умноженной на 2.

Пользуясь построенной формулой, легко решить поставленную проблему: найти сторону прямоугольника по его периметру и второй стороне. Вначале можно попросить детей сделать это на основе логических рассуждений. Имея перед глазами чертеж, нетрудно сообразить, что сумма длины и ширины — это половина периметра, а чтобы найти одну из сторон, из этой половины надо вычесть другую сторону:

$$a = P : 2 - bt$$

Если дети сами не предложат такой ход рассуждений, то можно помочь им выразить a из построенной формулы как из уравнения (можно букву a закрыть карточкой x):

$$P = (a + b) \cdot 2$$

— Запишите, пользуясь формулой, чему равна сумма a и b. ($a + b = P : 2$.)

— А как теперь найти неизвестное слагаемое a? (Из суммы вычесть второе слагаемое: $a = P : 2 - b$.)

Итак, поставленная проблема разрешена.

В завершение этапа нужно подвести *итог*: проговорить смысл понятия формулы, прочитать построенные формулы площади и периметра прямоугольника. Для этого можно воспользоваться текстом учебника на *стр*. 87. Например, можно попросить детей сравнить формулы, выведенные в классе, с формулами из учебника, прочитать по тексту выделенные предложения.

С более подготовленными учащимися аналогичным образом можно построить, например, формулы:

$$P = (a + S : a) \cdot 2, \qquad S = (P : 2 - b) \cdot b \text{ и т. д.}$$

Однако эта работа выходит за рамки данной программы и может быть предложена либо индивидуально детям, работающим на творческом уровне, либо во внеклассной работе. Для изучения материала данной темы (урок 38, *стр.* 87—88 учебника) целесообразно выделить 2 учебных часа. Материал можно распределить следующим образом. На уроке открытия нового знания на этапе **первичного закрепления** решить с комментированием ***№* 2 (б, в), 3, 7, *стр.* 87—88**, в **самостоятельную работу с самопроверкой в классе** включить ***№* 2 (а), *стр.* 87**, для этапа повторения предложить уравнения ***№* 9 (а, б), *стр.* 88**, а для домашней работы:

1) выучить опорный конспект (формулы: $S = a \cdot b$ и $P = (a + b) \cdot 2$);

2) придумать и решить свою задачу, аналогичную ***№* 2, *стр.* 87**.

Если будет время, то следующий урок можно провести по структуре урока рефлексии. На уроке надо сначала разобрать фронтально ***№* 11, *стр.* 88**, затем выполнить самостоятельно в группах ***№* 6 (а, б), 8 (а), 9 (е), 10 (а), *стр.* 88**. При проверке заданий учащиеся повторяют частные случаи действий с 0 и 1, уточняют понятие формулы, вспоминают изученные формулы.

В ходе проверки они должны исправить свои ошибки и, в случае необходимости, составить для себя работу над ошибками, а именно: выбрать из заданий ***№* 6 (в), 8 (б), 9 (в), 10 (б), *стр.* 88**, записанных учителем на доске, те, которые вызвали у них затруднение, после выполнения выбранных заданий сопоставить свое решение с готовым образцом и убедиться, что проблемы устранены. Группы, у которых ошибок не было, могут решить дополнительно задачу ***№* 5, *стр.* 88** и представить ее решение в конце урока. Дома можно предложить детям выполнить по выбору одно из заданий ***№* 9 (г, д), *стр.* 88**.

Очевидно, что рассмотренный вариант является лишь одним из возможных. Он приведен подробно для того, чтобы показать предполагаемый стиль работы и еще раз пояснить, как можно развивать детей, обеспечивая осмысленное усвоение ими программного материала и не перегружая их.

При выполнении заданий ***№* 2—5, *стр.* 87—88** учащиеся могут пользоваться привычным для них способом записи решения задач. Новый способ записи, принятый в старшей школе, будет показан им позже. При выполнении заданий следует обращать внимание на соответствие единиц измерения и на перевод из одних единиц измерения в другие.

***№* 2, *стр.* 87.**

а) 1) $6 \cdot 9 = 54$ (м^2) — площадь;
2) $(6 + 9) \cdot 2 = 30$ (м) — периметр.
Ответ: площадь прямоугольника 54 м^2, а периметр — 30 м.

б) 1) $58 \cdot 70 = 4060$ (дм^2) − площадь;
2) $(58 + 70) \cdot 2 = 256$ (дм) − периметр.
4060 дм^2 = 40 м^2 60 дм^2, 256 дм = 25 м 6 дм
Ответ: площадь прямоугольника 40 м^2 60 дм^2, а периметр — 25 м 6 дм.

в) 30 см = 3 дм, 80 см = 8 дм
1) $3 \cdot 8 = 24$ (дм^2) — площадь;
2) $(3 + 8) \cdot 2 = 22$ (дм) — периметр.
Ответ: площадь прямоугольника 24 дм^2, а периметр — 22 дм.

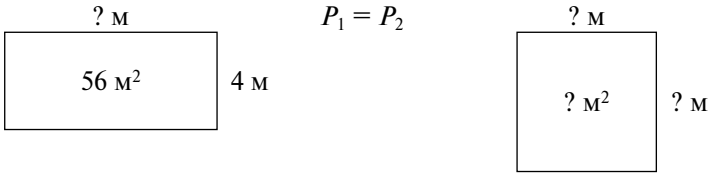
***№* 3, *стр.* 87.**

4800 см^2 = 48 дм^2 60 см = 6 дм

$48 : 6 = 8$ (дм)

Ответ: длина прямоугольника равна 8 дм.

№ 5, *стр.* 88.

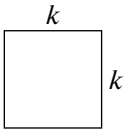


— Чтобы найти площадь квадрата, можно умножить длину его стороны на себя. Сторона квадрата не известна, но мы можем ее узнать, разделив на 4 *его периметр. А периметр квадрата, по условию, равен периметру прямоугольника, одна сторона которого известна, а другую можем найти по формуле площади прямоугольника.*

1) $56 : 4 = 14$ (м) — длина прямоугольника;
2) $(14 + 4) \cdot 2 = 36$ (м) — периметр прямоугольника и квадрата;
3) $36 : 4 = 9$ (м) — сторона квадрата;
4) $9 \cdot 9 = 81$ (м²).

Ответ: площадь квадрата равна 81 м².

№ 6, *стр.* 88.

а) 

$S = k \cdot k$ $P = k \cdot 4$

б) 30 см = 3 дм
1) $3 \cdot 3 = 9$ (дм²) — площадь;
2) $3 \cdot 4 = 12$ (дм) — периметр.
Ответ: площадь квадрата 9 дм², а периметр — 12 дм.

в) 1) $36 : 4 = 9$ (дм) — сторона квадрата;
2) $9 \cdot 9 = 81$ (дм²) — площадь.
Ответ: площадь квадрата 81 дм².

№ 7, *стр.* 88.

По условию, отец старше сына на 21 год. Осмыслить эту взаимосвязь между возрастом отца и сына учащимся помогает первый столбец таблицы: если сыну 1 год, то отцу $1 + 21 = 22$ года.

Затем аналогично можно заполнить остальные клетки таблицы: если сыну 3 года, то отцу $3 + 21 = 24$ года; если отцу 28 лет, то сыну $28 - 21 = 7$ и т. д.

c	1	3	7	14	21
p	22	24	28	35	41

Из условия следует (и это наглядно видно в таблице), что для нахождения возраста отца (p) надо возраст сына (c) увеличить на 21, т. е.: $p = c + 21$.

По таблице легко ответить и на последний вопрос: в возрасте 22 года отец будет в 22 раза старше сына; в возрасте 24 года — в 8 раз; в 28 лет — в 4 раза; в 42 года отец будет старше сына вдвое.

№ 8, *стр.* 88.

Анализируя таблицы, приведенные в учебнике, дети должны установить зависимости между переменными величинами y и x и записать их в виде формул, а затем придумать возможные примеры данных величин, иллюстрирующие найденную взаимосвязь. Таким образом, это задание помогает детям подняться на новую ступень в осмыслении способов описания зависимостей между величинами.

а) Все значения y больше соответствующих значений x на 8. Значит, для получения значения y к значению x надо прибавить 8, т. е. $y = x + 8$.

Предыдущее задание может помочь детям придумать пример величин y и x из жизни: если брат старше сестры на 8 лет, то y — возраст брата, а x — возраст сестры. Возможны и другие примеры: если ручка на 8 руб. дороже карандаша, то y — стоимость ручки, а x — стоимость карандаша; если в саду яблонь на 8 больше, чем вишен, то y — число яблонь, а x — число вишен; если длина прямоугольника на 8 больше ширины, то y — длина прямоугольника, а x — его ширина и т. д.

Следующие задания выполняются аналогично:

б) $y = x \cdot 6$.

Если одна марка стоит 6 руб., а x — число купленных марок, то y — их стоимость; если пешеход проходит за час 6 км, а x — время, которое он был в пути, то y — пройденный путь; если ширина прямоугольника равна x единиц, а его длина — 6 единиц, то y квадратных единиц — его площадь и т. д.

№ 12*, стр. 88.

Наполним 7-литровый сосуд. Перельем из него 5 л в 5-литровый сосуд. Тогда в 7-литровом сосуде останется 2 л. Освободим 5-литровый сосуд и перельем в него 2 л из 7-литрового. Затем наполним вновь 7-литровый сосуд и дополним из него 5-литровый, долив $5 - 2 = 3$ литра. В 7-литровом сосуде останутся искомые $7 - 3 = 4$ литра.

Процесс переливания воды из сосудов показан в таблице.

Номера шагов переливания	I	II	III	IV	V	VI
Объем воды в 3-литровом сосуде	7	2	2	0	7	4
Объем воды в 5-литровом сосуде	0	5	0	2	2	5

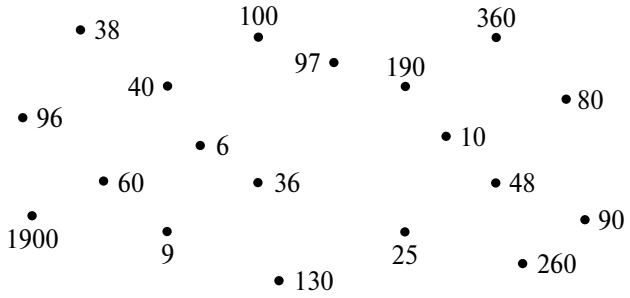
Аналогично проходит работа по построению формул зависимостей между величинами на следующих уроках. Детям предлагается задание, которое обеспечивает включение каждого из них в исследование некоторой конкретной ситуации. Они анализируют эту ситуацию, высказывают свои суждения, сравнивают их, вырабатывают единую точку зрения. Процессом обсуждения руководит учитель с помощью подводящего или побуждающего диалога. После подведения итога с четким фиксированием нового алгоритма действия проводится первичное закрепление этого алгоритма с проговариванием в громкой речи, а затем — этап самоконтроля, на котором принципиально важно создать для каждого ребенка ситуацию успеха в освоении нового знания. Далее в этап повторения учитель включает задания, в которых отрабатываются и выводятся на уровень автоматизированного умственного действия знания, полученные раньше. При подведении итогов урока введения нового знания дети анализируют, что нового они узнали, каким методом; каждый ребенок пытается оценить результат своей деятельности и деятельности класса. Уроки рефлексии предполагают, наряду с определенным тренингом, повторением и закреплением знаний по различным содержательно-методическим линиям, осмысление ребенком своих проблем, построение и реализацию «проекта» их преодоления.

На **уроке 39** дети уточняют представления о прямоугольном параллелепипеде и его элементах — ребрах, гранях, вершинах; знакомятся с кубом как частным случаем прямоугольного параллелепипеда, строят формулы их объема и некоторые другие формулы зависимостей между их элементами. Вся эта работа непосредственным образом должна быть связана с моделями куба и прямоугольного параллелепипеда — они должны быть в руках у *каждого* ребенка. Еще лучше — на уроках труда (технологии) построить модель прямоугольного параллелепипеда

или куба. Дополнительно к этому для данного урока учителю и каждому ребенку необходимо иметь коробку с кубиками. У учителя она может быть заменена демонстрационной каркасной моделью, которая заполняется небольшим числом ярких кубиков.

Для **актуализации знаний** можно предложить детям некоторое вычислительное задание, которое одновременно тренирует использование формул и, по выбору учителя, использование изученных свойств чисел, решение уравнений и т. д. Тем или иным способом это задание должно вывести детей на модель прямоугольного параллелепипеда (например, расшифровать слово «параллелепипед», нарисовать чертеж прямоугольного параллелепипеда и т. д.).

Рассмотрим один из вариантов проведения этого этапа на данном уроке. Каждому ребенку выдается листок, на котором отмечены точки с числами:



На этом листке дети находят точки с ответами заданий математического диктанта, которые читает учитель, и последовательно соединяют их отрезками. Необходимые для проведения этого диктанта задания и формулы ($S = a \cdot b$, $P = (a + b) \cdot 2$) учитель предварительно записывает или выставляет на доске.

Математический диктант:

1) Вычислите удобным способом:

а) $360 - 97 + 97$;

б) $18 + 19 + 20 + 21 + 22$;

в) $562 - (462 + 60)$;

г) $2 \cdot 19 \cdot 5$.

2) Вычислите, пользуясь формулами периметра и площади прямоугольника и квадрата:

а) площадь прямоугольника со сторонами 9 м и 40 м;

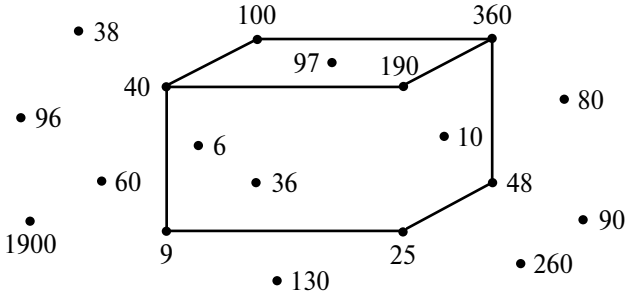
б) периметр квадрата со стороной 12 м;

в) площадь квадрата со стороной 5 м;

г) сторону прямоугольника, вторая сторона которого равна 20 м, а площадь — 180 м^2;

д) периметр прямоугольника со сторонами 8 м и 12 м.

После проверки правильности вычислений на листках у детей получится рисунок:



— Какую фигуру напоминает вам получившийся рисунок? (Коробку, или прямоугольный параллелепипед.)

— Какие точки надо соединить, чтобы получилось правильное изображение прямоугольного параллелепипеда? (Точки 190 и 25.)

Детям раздаются модели прямоугольных параллелепипедов и коробки с кубиками.

— Возьмите в руки прямоугольные параллелепипеды. Какими фигурами являются его грани, вершины, ребра? Покажите их. (Вершины — точки, ребра — отрезки, грани — прямоугольники или квадраты.)

— А теперь покажите равные грани, равные ребра. Покажите его длину, ширину, высоту. Сколько у прямоугольного параллелепипеда вершин? (8.) Ребер? (12.) Граней? (6.)

Дети показывают элементы, которые называет учитель, на своих моделях, все эти понятия уточняются.

— А куб является прямоугольным параллелепипедом? В чем его особенность? (Куб — это особый прямоугольный параллелепипед, у него равны все ребра и грани, причем грани являются квадратами.)

— Пригодятся ли нам построенные формулы периметра и площади прямоугольника и квадрата для решении задач о прямоугольных параллелепипедах? В каком случае? (Да, если надо найти площадь его граней, длину ребер.)

— А какая еще величина характеризует прямоугольный параллелепипед в силу того, что это *пространственная* фигура? (Объем.)

Для создания проблемной ситуации можно предложить детям задание:

— Запишите формулу объема прямоугольного параллелепипеда.

Зависимость между объемом и измерениями прямоугольного параллелепипеда уже обсуждалась во 2 классе, но здесь детям предлагается более высокий уровень абстракции — записать эту зависимость в общем виде. Очевидно, что в большинстве случаев у них возникнет затруднение.

При постановки проблемы учащиеся должны установить и выразить в речи отсутствие этой формулы в перечне изученных. (Проблему можно поставить и при выполнении **№ 2 (а), *стр.* 59 (РТ)**) Таким образом, ***цель урока*** — построить формулу объема прямоугольного параллелепипеда. Соответственно формулируется и тема урока.

Открывая с детьми новые знания учитель вводит обозначения длин ребер и объема прямоугольного параллелепипеда:

— Обозначим объем прямоугольного параллелепипеда буквой V (читают: «*вэ* большое»), а его длину, ширину и высоту — соответственно буквами a, b и c.

Постройте формулу, выражающую зависимость между этими величинами.

Далее дети под руководством учителя выдвигают свои версии и обосновывают их. Очень важно, чтобы построение новой формулы сопровождалось практическими действиями детей с кубиками: сначала они выставляют кубики на дно — их всего $a \cdot b$, а затем берут число таких слоев, равное c. Поэтому формула объема прямоугольного параллелепипеда имеет вид:

$$V = (a \cdot b) \cdot c \qquad \text{или} \qquad V = a \cdot b \cdot c.$$

При подведении итога дети сравнивают построенную формулу с текстом учебника на *стр.* 89. На остальных этапах урока выполняются по выбору задания **№ 2—8, *стр.* 89—90 (*№* 3—4, *стр.* 59 (РТ))**.

***№* 3, *стр.* 89.**

В задании закрепляется способность к восприятию изображения прямоугольного параллелепипеда. Пунктирными линиями на этом изображении обозначены закрытые грани, или, как говорят, «невидимые» ребра. Ответы на вопро-

сы целесообразно сопровождать работой с предметными моделями прямоугольного параллелепипеда.

а) Верхняя грань: *MNPK*; правая грань: *DKPC*.

б) Ребра, равные ребру *AM*: *NB*, *PC*, *KD*.

в) Вершины, принадлежащие задней грани: *B*, *N*, *P*, *C*.

г) Нижней грани прямоугольного параллелепипеда равна верхняя грань *MNPK*.

№ 4, стр. 90.

При выполнении данного и следующих заданий следует обратить внимание учащихся на правильность чтения формул (см. *стр.* 89 учебника), необходимость отслеживания соответствия единиц измерения величин и их выражение в удобных для вычисления единицах измерения.

$V = a \cdot b \cdot c$

а) $a = 8$ см, $b = 10$ см, $c = 9$ см;

$8 \cdot 10 \cdot 9 = 720$ (см^3).

Ответ: объем прямоугольного параллелепипеда равен 720 см^3.

б) $a = 30$ м, $b = 20$ м, $c = 70$ м;

$30 \cdot 20 \cdot 70 = 42\,000$ (м^3).

Ответ: объем прямоугольного параллелепипеда равен 42 000 м^3.

в) $a = 2$ дм, $b = 70$ см $= 7$ дм, $c = 50$ см $= 5$ дм;

$2 \cdot 7 \cdot 5 = 70$ (дм^3).

Ответ: объем прямоугольного параллелепипеда равен 70 дм^3.

№ 5, стр. 90.

Данный прямоугольный параллелепипед имеет 4 ребра, равных 12 см, и $4 \cdot 2 = 8$ ребер, равных 3 см. Значит, проволоки на его изготовление потребуется:

$12 \cdot 4 + 3 \cdot (4 \cdot 2) = 72$ см.

№ 6, стр. 90.

Формула объема куба получается из формулы объема прямоугольного параллелепипеда подстановкой переменной a вместо переменных b и c. Таким образом, формула объема куба имеет вид:

$V = a \cdot a \cdot a$

1) $a = 4$ см;

$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ (см^3).

Ответ: объем куба равен 64 см^3.

2) $a = 60$ м;

$60 \cdot 60 \cdot 60 = 216\,000$ (м^3).

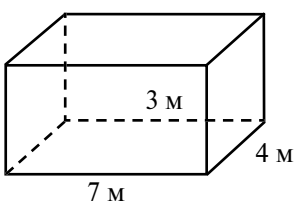
Ответ: объем куба равен 216 000 м^3.

3) $a = 900$ см $= 9$ м;

$9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$ (м^3).

Ответ: объем куба равен 729 м^3.

№ 7, стр. 90.



— Для того чтобы вычислить объем комнаты, надо вычислить объем прямоугольного параллелепипеда, форму которого она имеет. Для этого длину комнаты надо умножить на ширину и на высоту. (Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений.)

Пол и потолок — это равные прямоугольники со сторонами 4 *м и* 7 *м. Чтобы найти площадь прямоугольника, надо перемножить его стороны.*

Стены в комнате — это тоже прямоугольники: два прямоугольника со сторонами 3 *м и* 4 *м, а два других — со сторонами* 3 *м и* 7 *м. Перемножив стороны прямоугольников, найдем площадь каждой стены. Затем полученные числа сложим и сумму удвоим — найдем общую площадь всех стен.*

1) $3 \cdot 4 \cdot 7 = 84$ (м^3) — объем комнаты;

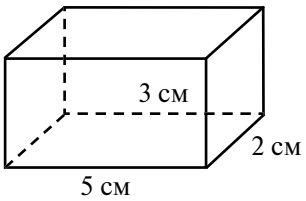
2) $4 \cdot 7 = 28$ (м^2) — площадь пола и площадь потолка;

3) $(3 \cdot 4 + 3 \cdot 7) \cdot 2 = 66$ (м^2) — площадь стен.

Ответ: объем комнаты 84 м^3, площадь пола и площадь потолка — 28 м^2, а общая площадь стен — 66 м^2.

№ 8, *стр.* 90.

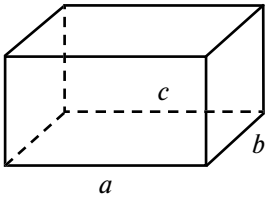
а)



— У прямоугольного параллелепипеда всего 6 *граней, причем противоположные грани равны. Найдем площади неравных граней со сторонами* 5 *см и* 2 *см,* 5 *см и* 3 *см,* 2 *см и* 3 *см, сложим их и удвоим полученную сумму.*

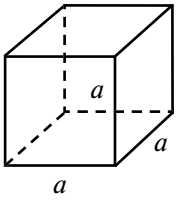
$(5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3) \cdot 2 = 62$ (см^2)

б)



$S_{\text{пов.}} = (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) \cdot 2$

в)



$S_{\text{пов.}} = (a \cdot a) \cdot 6$

№ 12, *стр.* 92.

999 999; 8 699 999; 43 059 999; 105 249 999.

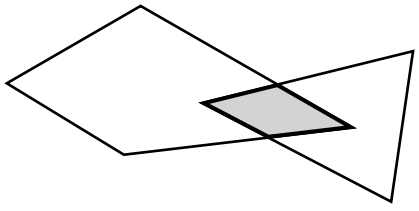
№ 13, *стр.* 92.

88 000; 417 100; 65 045 080; 203 100 050 000.

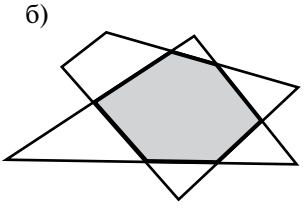
№ 15, *стр.* 92.

Пересечение фигур:

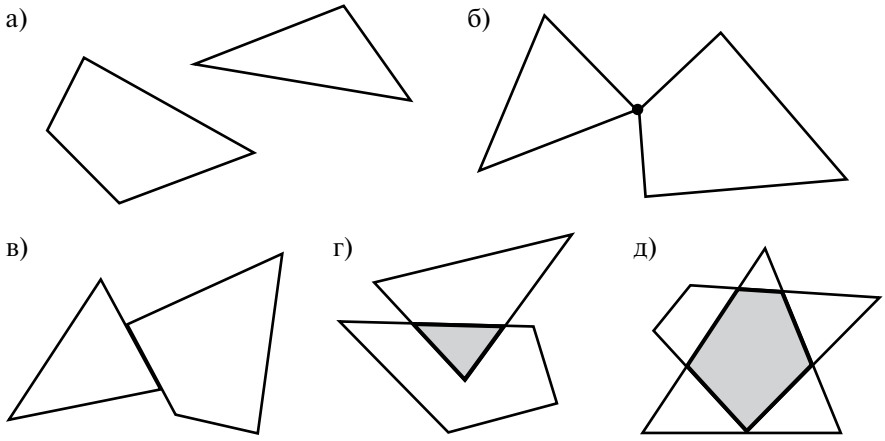
а)



б)



Пересечением треугольника и четырехугольника, кроме рассмотренных случаев, могут быть, например: а) пустое множество (фигуры не пересекаются); б) точка; в) отрезок; г) треугольник; д) пятиугольник.



На **уроке 41** строится формула деления с остатком. Этот урок имеет особое значение не только потому, что в практических задачах «из жизни» деление с остатком встречается значительно чаще, чем деление без остатка. Алгоритм деления с остатком лежит в основе деления многозначных чисел, которое еще предстоит изучать детям в 4 классе. А главное — здесь происходит переход от описания с помощью формул зависимостей между реальными величинами к отвлеченным числовым зависимостям. Таким образом, дети делают следующий существенный шаг вперед в развитии их функционального мышления.

Подготовительная работа к изучению данной темы проводится на предыдущем уроке в ***№* 5—6, *стр.* 91**. Актуализацию знаний можно построить на заданиях ***№* 1—3, *стр.* 93 (*№* 1—2, *стр.* 62 (РТ))**, где дети вспоминают смысл деления с остатком и названия компонентов действий. В силу абстрактного характера выполняемых преобразований все они связываются с графическими моделями. В результате дети получают графические изображения трех равенств, в каждом из которых делимое обозначено буквой a, делитель — b, частное — c и остаток — r. На доске учитель может выписать эти равенства, а внизу под ними разместить карточки с буквенными обозначениями компонентов действий:

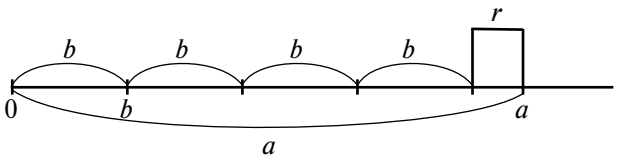
$13 = 5 \cdot 2 + 3$
$16 = 3 \cdot 5 + 1$
$17 = 6 \cdot 2 + 5$
$\boxed{a}\ \ \boxed{b}\boxed{c}\ \ \boxed{r}$

Затем ставится проблема — построить формулу зависимости между делимым a, делителем b, частным c и остатком r (**№ 3, *стр.* 93** или **№ 3(а), *стр.* 62 (РТ)**). Знаний, полученных детьми на предыдущих уроках, достаточно для самостоятельного построения ими обобщенного равенства и установления соотношения между делителем и остатком:

$$a = b \cdot c + r, \text{ где } r < b.$$

Это и есть формула деления с остатком. Для более глубокого ее осмысления учащимся можно предложить построить в тетради в клетку обобщенную графическую модель: провести луч, начало обозначить нулем, отметить на луче произвольные числа a — делимое и b — делитель и, наконец, выполнить на чертеже деление a на b, т. е. узнать, сколько раз по b содержится в a и сколько останется. Все построения одновременно выполняются на доске. Большую дугу, обозначающую

число a, и маленькие дуги, обозначающие b и r, лучше выделить соответственно тремя разными цветами:



Затем дети в тетрадях записывают формулу деления с остатком для своего конкретного значения c. Например, для чертежа на доске получается равенство:

$$a = b \cdot 4 + r, \text{ где } r < b.$$

Различные результаты, полученные детьми, учитель выписывает на доске, размещая их «столбиком». Это могут быть:

$a = b \cdot 4 + r$, где $r < b$,
$a = b \cdot 2 + r$, где $r < b$,
$a = b \cdot 5 + r$, где $r < b$,
$a = b \cdot 3 + r$, где $r < b$ и т. д.

После проведенной работы каждый ребенок легко запишет все полученные равенства с помощью одной обобщенной формулы: $a = b \cdot c + r$, где $r < b$. Дети фиксируют ее в тетради, и теперь формула деления с остатком приобретает для каждого из них реальную основу, поскольку легко переводится в зримый образ. Для подведения итога проведенного исследования учащимся можно предложить сравнить выводы, полученные ими самостоятельно, с текстом учебника на *стр.* 93.

Подчеркнем еще раз, что описанный вариант открытия нового знания на данном уроке является лишь одним из возможных. Например, если уровень подготовки детей позволяет построить обобщенную формулу без подготовительной работы в **№ 1—3, *стр.* 93**, то этап **актуализации знаний** можно провести, включив в него привычные для детей классификации, поиск закономерностей, вычислительный тренинг и т. д.

Задания **№ 5—9, *стр.* 94** также относятся к новой теме и могут использоваться учителем на остальных этапах урока. Если кто-то из учеников при построении обобщенной графической модели получит результаты типа $a = b \cdot 6$, $a = b \cdot 3$ и т. д., т. е. a разделится на b без остатка, то это послужит хорошей подготовкой к выполнению **№ 8, *стр.* 94**. При фронтальном обсуждении решения всех заданий на этапе **первичного закрепления** и других этапах обязательно *проговаривание в громкой речи* алгоритма нахождения делимого при делении с остатком: ***делимое равно произведению делителя и частного плюс остаток (остаток меньше делителя)***.

***№* 4, *стр.* 94.**

Это задание направлено на закрепление алгоритма деления с остатком, фиксацию его в речи учащихся, усвоение формулы и формирование способности к ее использованию для вычисления значений делимого.

$a = b \cdot c + r$, где $r < b$

1) $b = 7, \quad c = 4, \quad r = 1$
$a = 7 \cdot 4 + 1 = 29$

2) $b = 12, \quad c = 6, \quad r = 3$
$a = 12 \cdot 6 + 3 = 75$

***№* 5, *стр.* 94.**

Закрепление формулы деления с остатком в данном задании сопровождается вычислительным тренингом, направленным на повторение и закрепление алгоритмов умножения и деления многозначных чисел. Чтобы соотнести компо-

ненты деления с их буквенными обозначениями, дети могут в записи деления внизу записывать соответствующую букву карандашом:

а) $\underbrace{1662}_{a} : \underbrace{7}_{b} = \underbrace{237}_{c}$ (ост. $\underbrace{3}_{r}$)

$$\begin{array}{r|l} 1662 & 7 \\ \hline 14 & 237 \\ \hline 26 & \\ 21 & \\ \hline 52 & \\ 49 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Проверка:

$a = b \cdot c + r$, где $r < b$

$a = 7 \cdot 237 + 3 = 1662$ (и)

$$\begin{array}{r} {}^{2\,4} \\ 237 \\ \times \quad 7 \\ \hline 1659 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1} \\ 1659 \\ + \quad 3 \\ \hline 1662 \end{array}$$

б) $\underbrace{4764}_{a} : \underbrace{5}_{b} = \underbrace{952}_{c}$ (ост. $\underbrace{4}_{r}$)

$$\begin{array}{r|l} 4764 & 5 \\ \hline 45 & 952 \\ \hline 26 & \\ 25 & \\ \hline 14 & \\ 10 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

Проверка:

$a = b \cdot c + r$, где $r < b$

$a = 5 \cdot 952 + 4 = 4764$ (и)

$$\begin{array}{r} {}^{2\,1} \\ 952 \\ \times \quad 5 \\ \hline 4760 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1} \\ 4760 \\ + \quad 4 \\ \hline 4764 \end{array}$$

в) $\underbrace{3458}_{a} : \underbrace{4}_{b} = \underbrace{864}_{c}$ (ост. $\underbrace{2}_{r}$)

$$\begin{array}{r|l} 3458 & 4 \\ \hline 32 & 864 \\ \hline 25 & \\ 24 & \\ \hline 18 & \\ 16 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

Проверка:

$a = b \cdot c + r$, где $r < b$

$a = 4 \cdot 864 + 2 = 3458$ (и)

$$\begin{array}{r} {}^{2\,1} \\ 864 \\ \times \quad 4 \\ \hline 3456 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1} \\ 3456 \\ + \quad 2 \\ \hline 3458 \end{array}$$

г) $\underbrace{36\,529}_{a} : \underbrace{6}_{b} = \underbrace{6088}_{c}$ (ост. $\underbrace{1}_{r}$)

$$\begin{array}{r|l} 36529 & 6 \\ \hline 36 & 6088 \\ \hline 52 & \\ 48 & \\ \hline 49 & \\ 48 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

Проверка:

$a = b \cdot c + r$, где $r < b$

$a = 6 \cdot 6088 + 1 = 36\,529$ (и)

$$\begin{array}{r} {}^{5\,4} \\ 6088 \\ \times \quad 6 \\ \hline 36528 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1} \\ 36528 \\ + \quad 1 \\ \hline 36529 \end{array}$$

д) $\underbrace{63\,570}_{a} : \underbrace{7}_{b} = \underbrace{9081}_{c}$ (ост. $\underbrace{3}_{r}$)

$$\begin{array}{r|l} 63570 & 7 \\ \hline 63 & 9081 \\ \hline 57 & \\ 56 & \\ \hline 10 & \\ 7 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Проверка:

$a = b \cdot c + r$, где $r < b$

$a = 7 \cdot 9081 + 3 = 63\,570$ (и)

$$\begin{array}{r} {}^{5} \\ 9081 \\ \times \quad 7 \\ \hline 63567 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1} \\ 63567 \\ + \quad 3 \\ \hline 63570 \end{array}$$

е) $\underbrace{46\,476}_{a} : \underbrace{8}_{b} = \underbrace{5809}_{c}$ (ост. $\underbrace{4}_{r}$)

$$
\begin{array}{r|l}
46476 & 8 \\
\underline{40} & 5809 \\
64 & \\
\underline{48} & \\
76 & \\
\underline{72} & \\
4 &
\end{array}
$$

Проверка:

$a = b \cdot c + r$, где $r < b$

$a = 8 \cdot 5809 + 4 = 46\,476$ (и)

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 6\ \ 7} \\
5809 \\
\times\ \ 8 \\
\hline
46472
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
46472 \\
+\ \ 4 \\
\hline
46476
\end{array}
$$

№ 6, стр. 94.

а) *Чтобы узнать, какое минимальное количество* 5*-тонных грузовиков потребуется, можно определить, сколько раз по* 5 *т содержится в* 48 *т, и к полученному числу грузовиков прибавить* 1 *грузовик (для перевозки остатка).*

1) 48 : 5 = 9 (ост. 3 т) (гр.) — количество полных грузовиков.

2) 9 + 1 = 10 (гр.).

Ответ: потребуется 10 грузовиков.

б) *Чтобы узнать, сколько мешков сахара можно купить на* 5000 *руб., надо эту сумму денег разделить на стоимость одного мешка —* 600 *руб. Остаток от деления покажет оставшуюся сумму денег.*

5000 : 600 = 8 (ост. 200 руб.) (м.)

Ответ: можно купить 8 мешков сахара, и останется 200 руб.

№ 7, стр. 94.

По сравнению с предыдущим заданием новым здесь является то, что значения *b*, *c* и *r* не даны в готовом виде, а их нужно выделить из текста условия, т. е., другими словами, записать этот текст на математическом языке. Запись может быть прежняя:

$a = b \cdot c + r$, где $r < b$

а) $b = 15, \quad c = 6, \quad r = 9$

$a = 15 \cdot 6 + 9 = 99$

б) $b = 36, \quad c = 7, \quad r = 28$

$a = 36 \cdot 7 + 28 = 280$

№ 8, стр. 94.

При $r = 0$ формула деления с остатком приобретает вид: $a = b \cdot c$, т. е., другими словами, a делится на b без остатка. В этом случае можно сказать, что число a кратно числам b и c, или что числа b и c являются делителями числа a.

Введение формулы деления с остатком позволяет объяснить детям на понятийном уровне происхождение правила деления круглых чисел и способ его использования в случае деления с остатком.

Действительно, равенство $a = b \cdot c$ означает, что при делении a на b получается частное c, т. е. что a делится на b без остатка. Отбрасывание одного, двух, трех и т. д. нулей у чисел a и b означает деление обеих частей этого равенства на 10, 100, 1000 и т. д., что его не нарушает. В равенстве же $a = b \cdot c + r$ справа стоит сумма, поэтому при делении обеих его частей на 10, 100, 1000 и т. д. на это же число делится и слагаемое r.

Подчеркнем, однако, что рассмотрение этого вопроса лежит вне рамок программы и может быть проведено либо на занятиях математического кружка, либо индивидуально с детьми, интересующимися математикой.

Урок 42 можно проводить как урок открытия нового знания или как урок рефлексии.

Если проводить урок рефлексии, то можно использовать задания из рабочей тетради ***№ 1—2 стр. 63***. Приведем пример организации урока — урока открытия нового знания. На этом уроке у них формируется представление о фор-

муле не просто как о языке, помогающем зафиксировать наблюдаемые закономерности, но и как инструменте, позволяющем быстрее и легче решать практические задачи. Заметим, что подробное изучение этого вопроса предполагается начиная с 5 класса. Здесь же ведется ознакомительная, пропедевтическая работа, главной целью которой является отработка вычислительных навыков в условиях переноса знаний, закрепление изученных формул, интеллектуальное развитие учащихся.

Для постановки проблемы можно использовать одну из изученных детьми формул. Предлагаем возможный вариант проведения первых нескольких этапов этого урока.

Актуализация знаний.

1) Рассмотрите предложения с переменными, записанные на доске. Какое из них лишнее? ($a \cdot 2 + b \cdot 2$; $a - b - c$ — выражение, а остальные — равенства (формулы).)

$S = a \cdot b$ $\qquad$ $V = a \cdot b \cdot c$

$P = (a + b) \cdot 2$ $\qquad$ $a = b \cdot c + r\ (r < b)$

$a \cdot 2 + b \cdot 2$ $\qquad$ $a - b - c$

Карточки с выражениями $a \cdot 2 + b \cdot 2$; $a - b$ — c убираем.

2) Пользуясь формулами, решите задачи и запишите ответы в тетради через запятую.

а) Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями 3 м, 4 м и 10 м.

б) Какое число при делении на 40 дает частное 2 и остаток 25?

в) Чему равна площадь прямоугольника со сторонами 15 см и 6 см? (120 м^3, 105, 90 см^2).

При проверке правильности выполнения задания следует обратить внимание на чтение единиц площади и объема: 120 *кубических* метров, 90 *квадратных* сантиметров.

3) Что интересного в числах 120, 105, 90? (В записи есть 0, расположены в порядке убывания, уменьшаются на 15, сумма цифр увеличивается на 3 и т. д.)

4) Какое число лишнее? (90 — двузначное, а остальные трехзначные; 105 — нечетное, а остальные четные; 120 кратно 40, а остальные — нет и т. д.)

5) Какое число будет следующим, если закономерность сохранится? Почему? (75 = 90 − 15.)

Для постановки проблемы учитель предлагает детям самостоятельно решить задачу: «Периметр прямоугольника равен 80 м, а его длина — 24 м. Найти ширину прямоугольника».

Поскольку задача нестандартная и требует нескольких шагов для решения, то, возможно, у детей возникнет несколько вариантов ответов.

При обосновании решения у учащихся возникнет затруднение, так как подобных задач им еще не встречалось. Возникшее затруднение подводит детей к формулировке ***цели урока***: найти решение задачи, используя формулу. Тема урока:

«Решение задач с помощью формул».

Организуя открытие нового знания, учитель спрашивает детей:

— Какая формула может помочь нам при решении данной задачи? (Формула периметра прямоугольника.)

Запишите формулу и подставьте в нее известные значения величин P и a. Что вы получили? (Учащиеся записывают формулу $P = (a + b) \cdot 2$ и уравнение: $80 = (24 + b) \cdot 2$.)

Умеете ли вы решать такое уравнение? (Это составное уравнение $(24 + b) \cdot 2 = 80$.)

Решите данное уравнение.

$24 + b = 80 : 2$

$24 + b = 40$

$b = 40 - 24$

$b = 16$.

Учитель подводит детей к выводу: *если известные значения величин подставить в формулу, то ответ на вопрос задачи можно найти, решая уравнение.*

Если позволит время, можно аналогичным образом разобрать с детьми другой способ решения подобных задач: *из формулы можно выразить значение любой величины и найти ее значение, подставив соответствующие числа в полученное выражение.*

Для остальных этапов урока по данной теме в учебник включены задания **№ 2, 5—9, *стр.* 95**.

***№* 2, *стр.* 95.**

$a = b \cdot c + r$, где $r < b$

1) $b = 6$, $c = 8$, $r = 4$, $a = ?$

$a = 6 \cdot 8 + 4 = 52$

2) $a = 29$, $c = 3$, $r = 2$, $b = ?$

$29 = b \cdot 3 + 2$

$b \cdot 3 + 2 = 29$

$b \cdot 3 = 29 - 2$

$b \cdot 3 = 27$

$b = 27 : 3$

$b = 9$

3) $a = 38$, $b = 7$, $r = 3$, $c = ?$

$38 = 7 \cdot c + 3$

$7 \cdot c + 3 = 38$

$7 \cdot c = 38 - 3$

$7 \cdot c = 35$

$c = 35 : 7$

$c = 5$

***№* 5, *стр.* 95.**

Подставим в формулу периметра прямоугольника $P = (a + b) \cdot 2$ известные значения величин $P = 48$, $b = 6$.

$48 = (a + 6) \cdot 2$

$(a + 6) \cdot 2 = 48$

$a + 6 = 48 : 2$

$a + 6 = 24$

$a = 24 - 6$

$a = 18$

Ответ: длина прямоугольника равна 18 см.

Можно разобрать с учащимися и второй способ решения задачи: выразить a из формулы периметра прямоугольника и найти значение полученного выражения для $P = 48$, $b = 6$.

$a = P : 2 - b = 48 : 2 - 6 = 18$ (см)

***№* 6, *стр.* 95.**

$V = a \cdot b \cdot c$

I *способ*

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 240$ см^3, $a = 5$ см, $b = 8$ см

$240 = 5 \cdot 8 \cdot c$

$40 \cdot c = 240$

$c = 240 : 40$

$c = 6$

Ответ: высота прямоугольного параллелепипеда равна 6 см.

II *способ*

— Чтобы найти высоту прямоугольного параллелепипеда, можно его объем разделить на произведение его длины и ширины.

$c = V : (a \cdot b) = 240 : (5 \cdot 8) = 6$ (см)

Рассмотрим решение заданий на повторение.

№ 9, стр. 88.

Здесь впервые в базовую часть курса включено «3-ступенчатое» уравнение (е), выражение в записи которого содержит 3 действия, а значит, решение предполагает троекратное применение правил нахождения неизвестных компонентов действий. Это уравнение целесообразно разобрать в классе фронтально. Остальные уравнения можно предложить детям в ходе каждого урока на этапе повторения или для домашней работы.

а) 9; б) 5; в) 12; г) 3; д) 45; е) 3.

е) $(9 \cdot t + 37) : 8 = 8$ $9 \cdot t + 37 = 8 \cdot 8$	Неизвестно делимое $9 \cdot t + 37$. Чтобы найти делимое, надо делитель умножить на частное. 9, умноженное на t, плюс 37 равно произведению числа 8 на себя, или 64.
$9 \cdot t + 37 = 64$ $9 \cdot t = 64 - 37$ $9 \cdot t = 27$	Теперь неизвестно слагаемое. Чтобы найти слагаемое, нужно из суммы вычесть второе слагаемое. $9 \cdot t$ равно разности чисел 64 и 37, или 27.
$9 \cdot t = 27$ $\underline{t = 3}$	Неизвестен множитель. Чтобы его найти, надо произведение разделить на второй множитель. t равно частному 27 и 9, или 3.
$(9 \cdot 3 + 37) : 8 = 8$ $8 = 8$ (и)	Проверка: подставим в уравнение вместо t число 3 и сосчитаем левую часть. $9 \cdot 3 = 27$, $27 + 37 = 64$, $64 : 8 = 8$ — верно. Значит, уравнение решено правильно.

№ 10, стр. 88.

а) 1) 750; 2) 325 964; 3) **351 910**.

б) 1) 32 108; 2) 8027; 3) 4535; 4) **12 562**.

№ 9, стр. 90.

7; 68; 6.

№ 10, стр. 90.

При выполнении этого задания следует проговорить с учащимися смысл равенств, выражающих частные случаи действий с 0 и 1.

$\boxed{a + 0 = 0 + a = 0}$	При сложении числа с нулем получается то же самое число.
$\boxed{\begin{array}{l} a - 0 = a \\ a - a = 0 \end{array}}$	При вычитании нуля из числа получается то же самое число, а при вычитании самого этого числа — нуль.
$\boxed{\begin{array}{l} a : 1 = a \\ a : a = 1 \\ 0 : a = 0 \end{array}}$	При делении числа на единицу получается то же самое число, при делении на само себя — единица, а при делении нуля на число получается нуль.
$\boxed{\begin{array}{l} a \cdot 1 = 1 \cdot a = a \\ a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0 \end{array}}$	При умножении числа на единицу получается то же самое число, а при умножении на нуль получается нуль.

Все равенства, кроме $a : a = 1$ и $0 : a = 0$, верны для всех значений a, а последние равенства верны для всех значений a, кроме 0 (так как делить на нуль нельзя).

Заметим, что рассмотренные равенства верны для всех значений переменной a из множества ее допустимых значений. Такие равенства имеют свое название — тождества.

№ 11, стр. 90.

а) $\overset{2}{3}\overset{5}{7}\underbrace{5 \cdot 0}_{0} + \overset{3}{2}\overset{6}{9}\underbrace{4 : 2}_{1}\overset{1}{9}\underbrace{4 - (\overset{4}{1}\underbrace{6 - 1}_{0}\underbrace{6) : 2}_{0}}_{0} = 0 + 1 - 0 = 1;$

б) $\overset{3}{7} : (\overset{1}{1}\underbrace{5 : 1}_{1}\overset{6}{5}) - (\overset{2}{2}\underbrace{1 - 2}_{0}\overset{4}{1}) \cdot \overset{7}{5} + \overset{5}{1} \cdot \underbrace{9}_{9} = 7 - 0 + 9 = 16.$

В приведенных примерах на порядок действий учащиеся должны применить частные случаи действий с 0 и 1.

№ 12*, стр. 90.

У 6 котлет всего 12 сторон. Поскольку на сковородке умещается только 4 котлеты, то повару потребуется $5 \cdot (12 : 4) = 15$ минут.

Котлеты можно жарить, например, так: сначала в течение 5 мин пожарить одну сторону 4 котлет, затем 2 котлеты перевернуть, а 2 другие — снять со сковородки и положить вместо них 2 новые. Через 5 мин 2 зажаренные с двух сторон котлеты снять, 2 другие — перевернуть и добавить к ним те 2, которые были сняты после первых 5 минут. Еще через 5 мин все котлеты будут зажарены. Таким образом, будет истрачено $5 \cdot 3 = 15$ минут.

№ 5—6, стр. 91.

В этих заданиях готовится введение на следующем уроке формулы деления с остатком.

В № 5 дети вспоминают смысл деления с остатком (делимое равно произведению делителя и частного плюс остаток) и связь между остатком и делителем (остаток всегда меньше делителя). Поэтому первый пример Игорь выполнил неверно, так как остаток 11 больше делителя 7. Во втором примере также сделана ошибка, поскольку

$80 \cdot 5 + 2 \neq 420.$

В № 6 учащиеся самостоятельно выполняют деление многозначного числа на однозначное.

а) $45 : 6 = 7$ (ост. 3)	$7 \cdot 6 + 3 = 45;$
б) $78 : 14 = 5$ (ост. 8)	$5 \cdot 14 + 8 = 78;$
в) $81\,580 : 9 = 9064$ (ост. 4)	$9064 \cdot 9 + 4 = 81\,580;$
г) $672\,043 : 8 = 84\,005$ (ост. 3)	$84\,005 \cdot 8 + 3 = 672\,043;$
д) $402\,600 : 500 = 805$ (ост. 100)	$805 \cdot 500 + 100 = 402\,600;$
е) $1\,218\,460 : 60 = 20\,307$ (ост. 40)	$20\,307 \cdot 60 + 40 = 1\,218\,460.$

№ 16*, стр. 92.

Подходит кубик «Е».

При ответе на вопрос задачи надо мысленно перевернуть кубик в пространстве так, чтобы 1 точка была расположена на передней грани, а 2 точки — на правой. Тогда грань с 3 точками должна быть вверху, при этом точки на правой и верхней гранях должны располагаться на тех же диагоналях, что и на кубике «М».

Например, у кубика «А», если поставить его так же, как кубик «М», на правой грани тоже 2 точки, а на верхней — 3. Но этот кубик не подходит, так как точки расположены на других диагоналях.

Если учащиеся сделают к этому времени свои модели кубиков, то они могут использовать их для проверки своих выводов. Для этого достаточно поставить на кубик точки так же, как у кубика «М», и сравнить его с остальными кубиками, переворачивая в пространстве.

№ 10, стр. 94.
99 999, 712 021, 70 000 031, 75 994 608, 75 994 600 315.

№ 11, стр. 94.
9; 153; 3.

№ 12, стр. 94.
$x + y$ — общая стоимость шапки и шарфа.
$x - y$ — на сколько рублей шапка дороже шарфа.
$x : y$ — во сколько раз шапка дороже шарфа.
$x \cdot 5 + y \cdot 2$ — общая стоимость 5 шапок и 2 шарфов.

$x \cdot 3 + y \cdot 3$
$(x + y) \cdot 3$
} — общая стоимость 3 шапок и 3 шарфов.

$x \cdot 8 - y \cdot 8$
$(x - y) \cdot 8$
} — на сколько рублей 8 шапок дороже 8 шарфов.

№ 13*, стр. 94.
Построим таблицу, в которой будем отмечать число монет в возможных вариантах размена, ведя перебор по количеству 1-рублевых монет.

Если число 1-рублевых монет (т. е. число в первой строчке) обозначить a, число 2-рублевых монет (во второй строчке) — b, а число 5-рублевых монет (в третьей строчке) — c, то по условию задачи для каждого столбца таблицы должно выполняться: $1 \cdot a + 2 \cdot b + 5 \cdot c = 10$. Это соотношение можно использовать для проверки правильности найденных вариантов.

Достоинство монеты	Число монет									
1 руб.	10	8	6	5	4	3	2	1	0	0
2 руб.	0	1	2	0	3	1	4	2	5	0
5 руб.	0	0	0	1	0	1	0	1	0	2

Ответ: всего 10 способов размена.

№ 14*, стр. 94.
Если половина половины числа равна 10, то его половина равна $10 \cdot 2 = 20$, а само число равно $20 \cdot 2 = 40$.
Ответ: число 40.

№ 10*, стр. 95.
а) $4 \cdot 4 + 4 = 20$ (и) $\quad x = 4$
б) $(8 - 1) \cdot (8 + 1) = 63$ (и) $\quad x = 8$

Учащиеся еще не знают алгоритмов решения уравнений данного вида. Надо объяснить им, что в этом случае корни уравнений можно найти подбором. Так,

подставляя в первое уравнение числа 0, 1, 2, 3 и т. д., убеждаемся, что подходит число $x = 4$:

$$4 \cdot 4 + 4 = 20 \text{ (и)}$$

Других корней у первого уравнения нет (на множестве изученных чисел), так как при увеличении x слагаемые тоже будут увеличиваться, а при уменьшении — уменьшаться. Значит, верного равенства при подстановке других значений x получиться не может.

Аналогично для второго уравнения находится корень $x = 8$. Здесь также не сложно обосновать его единственность (на рассматриваемом множестве чисел).

Внимание детей можно обратить на то, что прежде, чем делать перебор, полезно «прикинуть» вероятные значения искомого числа. Так, во втором уравнении $x - 1$ и $x + 1$ — это делители числа 63, причем отличающиеся на 2. Легко сообразить, что подходящими числами являются 7 и 9, а значит, $x = 8$. Таким образом, смекалка помогает избегать громоздких вычислений и быстро находить нужный ответ.

***№* 11*, *стр.* 95.**

Числа в ряду составляются по правилу: к имеющемуся числу слева приписывается число, предыдущее для того, которое было приписано слева на предыдущем шаге, а справа − приписывается последующее того, которое было приписано справа на предыдущем шаге. Значит, на 4-м шаге слева надо приписать 5, а справа — 11; на 5-м шаге слева надо приписать 4, а справа — 12. Таким образом, получим ряд:

8, 789, 678 910, 567 891 011, 456 789 101 112.

567 891 011 — 567 миллионов 891 тысяча 11;

456 789 101 112 — 456 миллиардов 789 миллионов 101 тысяча 112.

МАТЕМАТИКА–3, часть 3

В третьей части учебника «Математика–3» основное внимание уделено построению формулы пути $s = v \cdot t$ и ее аналогов: формулы стоимости $C = a \cdot n$ и формулы работы $A = w \cdot t$. Учащиеся знакомятся с новыми величинами (скорость, производительность и т. д.), выделяют зависимые характеристики процессов, устанавливают взаимосвязи между ними и описывают их с помощью формул, таблиц и графических моделей. В завершение строится обобщенная формула произведения $a = b \cdot c$, выявляющая аналогию между всеми изученными зависимостями.

При решении текстовых задач продолжается работа по обучению детей их самостоятельному анализу. Вводится табличный способ краткой записи условия, который используется при решении задач на формулы пути, стоимости, работы. Построение формулы произведения позволяет провести классификацию всех изученных видов простых задач и на этой основе познакомить с общим подходом к построению алгоритмов решения составных задач, который станет для учащихся в дальнейшем надежным основанием для этого вида математической деятельности.

Получает дальнейшее существенное развитие числовая линия: дети строят алгоритм умножения многозначных чисел сначала на двузначное число, потом на трехзначное, а затем распространяют построенные алгоритмы на общий случай умножения произвольных многозначных чисел.

Одновременно идет отработка вычислительных навыков, построение и закрепление изученных ранее вопросов, обеспечивающих непрерывное развитие всех содержательно-методических линий курса. Учащиеся систематически повторяют и закрепляют нумерацию, сложение и вычитание многозначных чисел, решение примеров на порядок действий, решение уравнений и текстовых задач, исследуют свойства геометрических фигур и т. д. В завершение предлагаются задачи на повторение, в которых, с одной стороны, систематизируется весь материал, изученный в течение учебного года, а с другой — намечается перспектива для дальнейших математических исследований.

Знания, умения и навыки учащихся по учебнику «Математика, 3 класс», часть 3:

1) Уверенно владеть приемами устных вычислений в пределах 100 и в случаях, сводящихся к ним.

2) Уметь читать, записывать, сравнивать, складывать и вычитать многозначные числа, выполнять умножение многозначного числа на двузначное и трехзначное, деление многозначного числа на однозначное и сводящиеся к нему случаи деления круглых чисел.

3) Уметь применять правило порядка действий в выражениях с многозначными числами, содержащими 4—5 действий.

4) Уметь строить графические модели движения на числовом луче, записывать результаты изменений величин в таблицы и в простейших случаях выражать зависимости между величинами с помощью формул.

5) Знать формулы пути ($s = v \cdot t$), стоимости ($C = a \cdot n$), работы ($A = w \cdot t$), площади и периметра прямоугольника ($S = a \cdot b$ и $P = (a + b) \cdot 2$), уметь их использовать для решения текстовых задач.

6) Уметь составлять по тексту задач буквенные выражения в 1—2 действия.

7) Уметь записывать в буквенном виде переместительное и сочетательное свойства сложения и умножения, частные случаи действий с 0 и 1.

8) Уметь решать составные уравнения, сводящиеся к решению двух простых ($2 \cdot x + 5 = 19$, $(x - 4) : 3 = 6$ и т. д.).

9) Знать соотношения между табличными единицами длины, площади, объема, массы, времени, выполнять перевод единиц и действия с именованными числами.

Результаты обучения (РО)
(Математика–3, часть 3)

1) Продолжи ряд на 2 числа: а) 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22 ...
б) 52 915, 52 939, 52 963 ...
в) 4480, 2240, 1120 ...

2) Выполни действия:

76 · 47	806 · 490	56 160 000 : 800
124 · 56	1280 · 375	27 505 : 9
302 · 945	5090 · 30 400	834 000 : 4000

3) Составь программу действий и вычисли:
а) 359 · (1 456 000 : 700) − 814 · 912;
б) 328 · 45 − (80 916 + 477 564) : 60 + 1908;
в) 483 · 1 + (725 − 725) : 50 − 236 : 236.

4) Заполни таблицы, используя:
а) формулу пути:

S	*v*	*t*
?	30 км/ч	5 ч
420 м	70 м/с	?
56 дм	?	4 мин

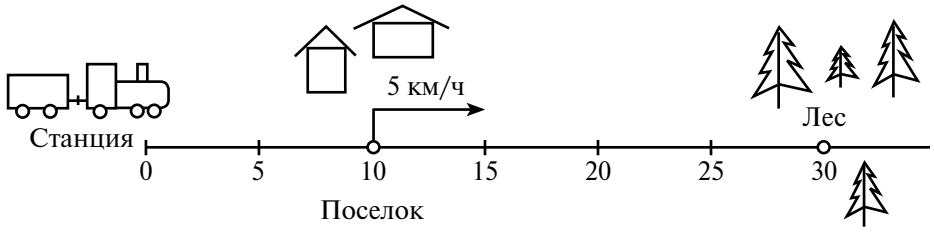
б) формулу стоимости:

C	*a*	*n*
800 р.	?	2 шт.
?	15 р./шт.	8 шт.
1200 р.	300 р.	?

в) формулу работы:

A	*w*	*t*
16 дет.	2 дет./с	?
360 м	?	12 ч
?	8 шт./мин	6 мин

5) а) Определи по рисунку скорость и направление движения грибника. Изобрази его движение на числовом луче.



б) Пусть s км — путь, пройденный грибником, *d* км — его расстояние до станции, а *t* ч — время в пути. Заполни таблицу и запиши формулы зависимости величин *s* и *d* от времени движения *t* .

t ч	0	1	2	3	4	*t*
s км						
d км						

s = _____

d = _____

б) Легковая машина, двигаясь со скоростью 120 км/ч, прошла расстояние между двумя городами за 3 ч, а автобус прошел это же расстояние за 5 ч. С какой скоростью шел автобус?

	s	*v*	*t*
Легковая машина			
Автобус			

7) На 3600 руб. можно купить 4 м шелка или 18 м полотна. На сколько рублей 1 м полотна дешевле 1 м шелка?

	C	*a*	*n*
Шелк			
Полотно			

8) На одном станке-автомате изготовили 280 одинаковых деталей за 7 ч, а на другом станке изготовили 720 таких же деталей. Сколько времени работал второй станок, если производительность станков одинаковая?

	A	*w*	*t*
I станок			
II станок			

9) а) Площадь прямоугольного участка земли равна 960 м^2, а одна из его сторон — 30 м. Сколько метров изгороди потребуется, чтобы огородить этот участок?

б) Периметр квадрата равен 24 см. Чему равна его площадь?

10) Длина ящика, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, 8 дм, ширина — 6 дм, а высота — 4 дм. Сколько кубических дециметров порошка войдет в этот ящик?

11) При делении некоторого числа на 50 получилось частное 9 и остаток 26. Какое число делили?

12) Составь выражение:

а) Лыжник шел 3 ч со скоростью m км/ч. Какое расстояние он прошел?

б) За 4 одинаковых костюма заплатили k руб. Чему равна цена одного такого костюма?

в) Трактор, работая с постоянной производительностью, за x дней вспахал 48 000 м^2 земли. Чему равна его производительность?

г) Ширина прямоугольника y см, а длина — на 3 см больше ширины. Чему равна его площадь?

13) Мама сначала купила 3 кг картошки, а потом еще 5 кг такой же картошки. Во второй раз она заплатила на 24 рубля больше, чем в первый. Сколько рублей заплатила мама за всю картошку?

	C	*a*	*n*
I			
II			
II − I			
I + II			

14) Реши уравнения и сделай проверку:

а) $x : 3 - 15 = 35$;

б) $(180 - x) \cdot 4 = 560$;

в) $32 + 70 : x = 46$.

15) Вырази в указанных единицах измерения:

а) 14 дм = _____ мм;
б) 3 км 25 м = _____ м;
в) 78 000 см = _____ м;
г) 2 м^2 6 дм^2 = _____ дм^2;
д) 54 дм^3 20 см^3 = _____ см^3;
е) 9 т 42 кг = _____ кг;
ж) 6 000 000 г = _____ ц;
з) 4 сут. 7 ч = _____ ч;
и) 3000 с = _____ мин;
к) 9 ч 8 мин = _____ мин.

16) Выполни действия и вырази результат в возможно более крупных единицах измерения:

а) 6 м 24 см − 15 дм;
б) 2 дм 18 см + 520 мм;
в) 8 км 40 м − 680 м;
г) 7 см 5 мм · 80;
д) 2 м^2 8 дм^2 32 см^2 : 4;
е) 3 т 8 ц 12 кг + 238 кг;
ж) 52 кг 40 г − 3 кг 560 г;
з) 2 ч 35 мин + 1 ч 45 мин;
и) 6 мин 40 с · 18;
к) 4 сут. 9 ч : 7.

Уроки 1—11

Скорость. Время. Расстояние. Формула пути. Задачи на движение

Основные цели:

1) Сформировать представление о новой величине «скорость» и единицах ее измерения.

2) На основе исследования графических моделей движения на числовом луче выявить зависимости между величинами, характеризующими движение тел, — скоростью, временем и расстоянием, сформировать умение строить формулы, выражающие эти зависимости.

3) Построить формулу пути $s = v \cdot t$ и сформировать умение ее использовать для решения задач на движение.

4) Тренировать вычислительные навыки, повторить и закрепить свойства чисел, частные случаи действий с 0 и 1, приемы действий с многозначными числами, решение примеров на порядок действий, решение составных уравнений и текстовых задач, соотношения между единицами измерения длины и массы, теоретико-множественную символику.

Решение задач на движение является традиционной темой для школьного курса математики и, в частности, для курса начальной математики. Значимость ее в данной программе определяется не только практической целесообразностью в связи с широкой распространенностью различных видов движения в повседневной жизни. Зависимости между величинами, характеризующими равномерное движение тел, допускают использование таблиц, наглядную графическую интерпретацию и потому удобны для создания общей рамки, в которую вписываются аналогичные процессы. На этой основе в дальнейшем развивается функциональное мышление детей и проводится систематизация различных видов текстовых задач, что является важнейшим этапом в обучении их решению.

Таким образом, особенностями изучения задач на движения в данном курсе являются:

1. Соотнесение зависимостей между скоростью, временем и расстоянием с графическими моделями и выражение их в буквенном виде.

2. Систематическое использование таблиц для фиксации и анализа условия текстовых задач.

3. Введение в курс задач на движение с буквенными данными.

Введение понятия скорости на **уроке 1** связано с решением проблемы о том, какая величина характеризует, быстрее или медленнее движется объект. Как обычно, обсуждение этой проблемы связывается с отработкой вычислительных навыков и повторением тех вопросов, которые учитель считает дидактически целесообразным включить в данный урок в конкретной ситуации его класса. Приведем один из возможных вариантов постановки проблемы на данном уроке.

Актуализация знаний.

На доске выставлена запись:

$\boxed{S = a \cdot b}$

$S = 720$ см^2;
$a = 6$ см, 9 см, 12 см, 20 см;
$b = ?$

1) Найдите длину стороны прямоугольника, площадь которого равна 720 см^2, а вторая сторона принимает значения 6 см, 9 см, 12 см, 20 см. Ответы запишите в тетради. (120, 80, 60, 36.)

2) Какое число лишнее? (120 — трехзначное число, а остальные двузначные; 80 — не кратно 3, а остальные числа кратны 3; 36 — не круглое число, а остальные круглые и т. д.)

3) В каком порядке расположены числа? (В порядке убывания.)

4) Сравните изменение одной и другой стороны в прямоугольнике. (Одна сторона увеличивается, а вторая уменьшается.)

5) Как вы думаете, почему так происходит? (Площадь — это произведение, а длины сторон — множители. Произведение в данном случае постоянно — 720, поэтому с увеличением одного множителя другой уменьшается.)

6) А о чем еще в реальной жизни можно сказать «увеличивается» или «уменьшается»? (О массе, времени, объеме, температуре и т. д.)

Среди ответов на вопрос может прозвучать *скорость*.

7) Мы говорим с вами о величинах: *длина*, *площадь*, *объем* и т. д. Какие свойства объектов они характеризуют? (*Длина* характеризует протяженность предмета или фигуры; *площадь* — больше или меньше места фигура занимает на плоскости; *объем* — место, занимаемое фигурой в пространстве; *время* — продолжительность событий.)

Многие дети без труда скажут, что скорость характеризует, быстрее или медленнее движется объект. Если они сами не назовут эту величину, можно спросить их:

— А как говорят, когда человек бежит быстрее или медленнее или машина, самолет, автобус движутся быстрее или медленнее?

8) Мы умеем измерять величины, которые вы назвали. А как измерить скорость? Например, как на спортивных соревнованиях измеряют, быстрее или медленнее бежал спортсмен? (Дают старт, спортсмены вместе выбегают, а затем измеряют время — кто меньше времени затратил, тот быстрее бежал.)

Для создания проблемной ситуации можно предложить задание:

— Хорошо! Тогда представьте, что вам надо рассудить спор двух друзей — Миши и Игоря. Они учатся в разных школах и никак не могут разобраться, кто из них быстрее бегает на лыжах. Миша на соревнованиях в своем классе прошел 80 м за 20 с, а Игорь — 45 м за 15 с. Каждый из них считает себя лучшим спортсменом: Игорь говорит, что затратил меньше времени, а Миша с ним не соглашается — ведь он бежал большее расстояние. Запишите каждый на своем листке имя того, кто из ребят, по вашему мнению, пробежал быстрее.

Учащиеся высказывают свои версии. В процессе беседы устанавливается, что ни время, ни расстояние сами по себе не являются характеристиками скорости движения, хотя скорость и зависит от них.

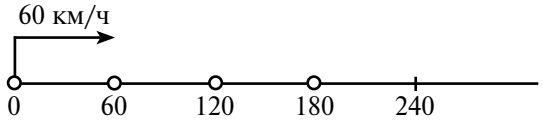
Далее можно спросить детей:

— Как вы сформулируете задачу нашего сегодняшнего урока?

Обобщая их предложения, учитель формулирует ***цель урока***: установить, как измеряют скорость и как она связана со временем и расстоянием. Тема урока: «Скорость. Время. Расстояние».

Для открытия детьми нового знания учитель подводит учащихся к мысли о том, что для сравнения скоростей Миши и Игоря нужно узнать, сколько метров пробегает каждый из них за 1 секунду. Миша пробежал за секунду $80 : 20 = 4$ метра, а Игорь — $45 : 15 = 3$ метра. Значит, скорость Миши была больше, чем Игоря.

Итак, скорость характеризуется не временем отдельно и не расстоянием, а *расстоянием, пройденным в единицу времени*. Поэтому, чтобы найти скорость, надо расстояние разделить на время. Так, скорость автомобиля, который за 3 часа проехал 180 км, равна $180 : 3 = 60$ километрам в час. Соответствующий чертеж, который знакомит детей с графическим изображением движения, они должны нарисовать в тетради:



В качестве подготовки к следующему уроку можно показать учащимся общепринятые обозначения величин скорость (v), время (t) и расстояние (s) и предложить им записать полученный вывод в обобщенной буквенной форме:

$$v = s : t$$

(в отличие от площади, пройденный путь обозначается «маленькой», т. е. строчной буквой s).

У детей может возникнуть вопрос: что же, на соревнованиях неправильно определяют, кто бежал быстрее, а кто — медленнее? Построенное соотношение поможет легко ответить на данный вопрос. Спортсмены бегут *одинаковое* расстояние, значит, частное $s : t$ тем больше, чем меньше время t. Поэтому скорость больше у того, кто затратил меньшее время.

При подведении итога можно предложить учащимся сверить полученные выводы с текстом учебника: прочитать определение скорости, найти общепринятое краткое обозначение единиц скорости (км/ч, м/мин и т. д.). Здесь же следует обратить внимание на необходимость соответствия единиц расстояния и времени при сравнении скоростей, сопоставить построенный чертеж с чертежом в учебнике.

Для закрепления понятия скорости и организации этапа самоконтроля предназначены задания ***№ 2—5, стр. 3—4*** из учебника и ***№ 1—2, стр. 3*** из рабочей тетради, а задание ***№ 6, стр. 4*** (одну задачу на выбор) можно предложить учащимся для домашней работы.

№ 2, стр. 3.

а) Самолет за 1 час пролетает расстояние, равное 800 км.

б) Теплоход за 1 час проплывает 45 км.

в) Человек за 1 час проходит 4 км.

г) Земля за 1 секунду проходит по орбите 30 км.

д) Черепаха за 1 мин проползает 4 м.

№ 3, стр. 4.

В задании закрепляется понятие скорости и одновременно готовится выполнение следующего задания, в котором у учащихся формируется представление о скоростях объектов, о которых они слышат или с которыми встречаются в жизни.

а) 56 : 8 = 7 (км/с);
б) 16 : 4 = 4 (км/ч);
в) 120 : 3 = 40 (км/ч);
г) 36 : 2 = 18 (км/ч).

№ 4, стр. 4.

Учащиеся высказывают свои суждения о возможных значениях скоростей указанных объектов. Под руководством учителя они выбирают для них подходящее значение скорости.

Скорость 20 км/ч наиболее характерна для велосипедиста, 6 км/с — для ракеты, 900 км/ч — для самолета, а 5 км/ч — для пешехода. Со скоростями 60 км/ч, 90 км/ч могут ехать и автомобиль, и поезд.

№ 5, стр. 4.

а) — *Чтобы узнать скорость вертолета, можно скорость поезда умножить на* 3, *так как, по условию, она в* 3 *раза больше скорости поезда. Скорость поезда неизвестна, но сказано, что он прошел* 224 *км за* 4 *часа. Поэтому скорость поезда можем найти, разделив* 224 *на* 4, *а затем ответим на вопрос задачи.*

1) 224 : 4 = 56 (км/ч) − скорость поезда;
2) 56 · 3 = 168 (км/ч).

Ответ: скорость вертолета 168 км/ч.

б) — *Чтобы найти, чья скорость больше — плота или лодки — и на сколько, надо их найти и из большей скорости вычесть меньшую.*

По условию, плот проплыл 27 *км за* 9 *ч, значит, его скорость равна частному* (27 : 9) *км/ч. Аналогично, чтобы найти скорость лодки, можно* 24 *км разделить на* 2 *ч. Сравним полученные числа и ответим на вопрос задачи.*

1) 27 : 9 = 3 (км/ч) — скорость плота;
2) 24 : 2 = 12 (км/ч) — скорость лодки;
3) 12 км/ч > 3 км/ч;
12 − 3 = 9 (км/ч).

Ответ: скорость лодки на 9 км/ч больше скорости плота.

№ 6, стр. 4.

а) — *Чтобы ответить на вопрос задачи, можно скорость легковой машины разделить на скорость грузовой.*

По условию, легковая машина проехала 280 *км за* 4 *ч, значит, ее скорость равна частному* 280 *км и* 4 *ч. Аналогично найдем скорость грузовой машины, разделив* 280 *км на* 8 *ч, а затем ответим на вопрос задачи.*

1) 280 : 4 = 70 (км/ч) — скорость легковой машины;
2) 280 : 8 = 35 (км/ч) — скорость грузовой машины;
3) 70 : 35 = 2 (раза).

Ответ: скорость грузовой машины в 2 раза меньше скорости легковой.

б) — *Чтобы узнать, на сколько километров в час скорость велосипедиста меньше скорости мотоциклиста, можно из большей скорости вычесть меньшую.*

По условию, велосипедист проехал 57 *км за* 3 *ч, значит, его скорость равна частному* (57 : 3) *км/ч. Чтобы найти скорость мотоциклиста, надо сначала вычислить пройденное им расстояние. Оно на* 71 *км больше, чем путь велосипедиста, то есть оно равно сумме* 57 *км и* 71 *км. Разделив полученное число на* 2, *найдем скорость мотоциклиста и ответим на вопрос задачи.*

1) 57 : 3 = 19 (км/ч) — скорость велосипедиста;
2) 57 + 71 = 128 (км) — путь мотоциклиста;
3) 128 : 2 = 64 (км/ч) — скорость мотоциклиста;
4) 64 − 19 = 45 (км/ч).

Ответ: скорость мотоциклиста на 45 км/ч больше скорости велосипедиста.

На **уроке 2** учащиеся строят формулу пути $s = v \cdot t$, устанавливающую взаимосвязь между величинами скорость, время и расстояние. С этими величинами они уже познакомились на предыдущем уроке. Теперь перед ними ставится задача установить взаимосвязь между этими величинами и записать ее в виде равенства.

Актуализация знаний.

1) Вычислите наиболее удобными способами и ответы запишите в тетради. (560, 420, 280.)

56 + 56 +56 +56 +56 +56 +56 +56 +56 +56

420 − 287 + 287

(964 + 80) − 764

2) Что интересное вы замечаете? (Все числа круглые, трехзначные, кратны 7, уменьшаются на 140 и т. д.)

3) Продолжите ряд на 2 числа. (560, 420, 280, 140, 0.)

4) *Математический диктант.*

- Одна сторона прямоугольника 140 см, а другая — на 40 см меньше. Чему равна его площадь? (14 000 см^2, либо 140 дм^2.)
- Найдите сторону квадрата с периметром 280 м. (70 м.)
- При делении некоторого числа на 420 получилось частное 2 и остаток 60. Какое число делили? (900.)

Для актуализации знаний можно использовать ***№* 1, *стр.* 4** из рабочей тетради.

Учащиеся записывают ответы через запятую в тетради. При проверке правильности выполнения задания учитель выставляет карточки с формулами, которые использовались для их решения: $S = a \cdot b$; $P = a \cdot 4$; $a = b \cdot c + r$, где $r < b$.

Для фиксации затруднения целесообразно предложить выполнить задание ***№* 2(а), *стр.* 4 (РТ)**.

1) Какие еще формулы вы знаете?

Дети называют формулу периметра прямоугольника, площади квадрата, объема прямоугольного параллелепипеда. Карточки с этими формулами учитель выставляет на доске:

$\boxed{S = a \cdot a}$ $\boxed{P = (a + b) \cdot 2}$ $\boxed{V = a \cdot b \cdot c}$

2) Можно ли использовать эти формулы для решения задач на движение? (Нет.) Почему? (В этих формулах другие величины.)

3) Какие величины характеризуют движение? (Скорость, время, расстояние.)

4) Можете ли вы записать формулу, связывающую эти величины?

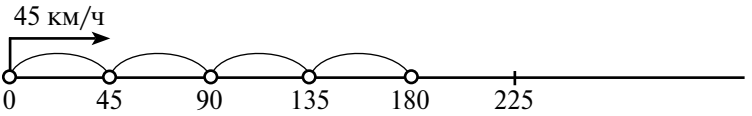
Вероятно, дети не смогут выполнить это задание. Возникшая проблема мотивирует ***цель урока***: *построить формулу пути*, связывающую величины скорость, время и расстояние, и научиться использовать ее для решения задач на движение.

Если учитель на предыдущем уроке показал запись, выражающую определение скорости $v = s : t$, и кто-то из детей ее вспомнит, то цель урока можно скорректировать так: *найти более удобный способ записи этой формулы* (вместо *построить*) и научиться использовать ее для решения задач на движение. Итак, тема урока: «Формула пути».

Для организации открытия нового знания можно использовать задания ***№* 2—3, *стр.* 5** из учебника или ***№* 2 (б), *стр.* 4** из рабочей тетради. Перед их выполнением учитель знакомит или напоминает учащимся общепринятые буквенные обозначения скорости (v), времени (t) и расстояния (s). Затем дети показывают дугами движение объектов, заполняют таблицу и записывают формулы зависимости

между величинами s и t. Чтобы детям было легче понять, как можно составить формулу, значения величин, которые уравниваются, можно обвести овалом.

№ 2, стр. 5.



t ч	1	2	3	4	t
s км	45	90	135	180	$45 \cdot t$

$v = 45$ км/ч
$s = 45 \cdot t$

№ 3, стр. 5.

Учитель записывает на доске одно под другим соотношения:

$$s = 45 \cdot t$$
$$s = 2 \cdot t$$

и спрашивает, какой станет, по их мнению, формула пути, если скорость движущегося объекта 9 км/ч, 36 км/ч, 150 км/ч и т. д. Предложенные детьми формулы $s = 9 \cdot t$, $s = 46 \cdot t$, $s = 150 \cdot t$ и т. д. записываются в тот же столбик до тех пор, пока дети не будут готовы самостоятельно записать обобщенную формулу пути:

$$s = v \cdot t$$

Из нее выводятся две формулы, выражающие значения скорости и расстояния (первая из них фактически выражает смысл понятия скорость: расстояние, пройденное в единицу времени):

$$v = s : t \qquad t = s : v$$

Таким образом, проблема урока разрешена. В завершение учащиеся сравнивают полученные выводы с текстом учебника на *стр.* 5. Для того чтобы они не читали текст заранее, а пришли к новому знанию самостоятельно, можно использовать следующий прием: закрыть текст полосками бумаги и открывать их по мере необходимости (полоски надо прикрепить так, чтобы они легко снимались). Совпадение полученных выводов с текстом учебника в этом случае вызывает у детей множество положительных эмоций и активизирует их дальнейшую деятельность.

Для первичного закрепления построенной формулы и проведения этапа самоконтроля предназначены задания **№ 4—7, *стр.* 6** или **№ 3—4, *стр.* 4—5 (РТ)**. Особое внимание при выполнении этих заданий следует обратить на новую модель анализа условия задач — таблицу, которая в дальнейшем будет часто использоваться при решении задач на взаимосвязь величин вида $a = b \cdot c$.

№ 4, стр. 6.

Перед выполнением задания целесообразно проговорить с учащимися, что в формуле пути $s = v \cdot t$ величина s является произведением, а величины v и t — множителями. При заполнении таблицы дети должны определить, какая из величин неизвестна — произведение или множитель. Если неизвестно произведение, то множители перемножаются, а если неизвестен множитель, то произведение делится на второй множитель.

Результаты вычислений записываются в таблице:

а)

s	v	t
45 м	5 м/с	9 с
48 км	***8 км/ч***	6 ч
21 км	7 м/мин	***3 мин***

б)

s	v	t
320 км	***4 км/ч***	80 ч
810 м	9 м/мин	***90 мин***
3000 м	60 м/с	50 с

Задание (а) выполняется с обязательным проговариванием в громкой речи, а задание (б) удобно использовать для проведения этапа самоконтроля. При проверке правильности решения следует обращать внимание не только на выбор действия, но и на выбор единиц измерения.

№ 5, стр. 6.

Задание выполняется в тетрадях с комментированием. По тексту учебника учащиеся выделяют и записывают в таблице известные значения величин и вопрос задачи. В тетрадях выполняются вычисления. Задание (а) можно выполнить фронтально, а задания (б) и (в) предложить для работы в парах или группах:

а)

s	*v*	*t*
? км	8 км/ч	4 ч

$8 \cdot 4 = 32$ (км)

б)

s	*v*	*t*
120 км	? км/ч	2 ч

$120 : 2 = 60$ (км/ч)

в)

s	*v*	*t*
360 м	6 м/ч	? с

$360 : 6 = 60$ (с)

Задание ***№ 6, стр. 6*** для данного урока является заданием повышенной трудности.

№ 6, стр. 6.

s	*v*	*t*
250 км	? км/ч	(15—10) ч

— Чтобы найти, с какой скоростью ехала машина, можно пройденное расстояние 250 *км разделить на время движения. Время не дано, но сказано, что машина выехала в* 10 *ч, а прибыла в* 3 *ч дня, или* 15 *ч. Значит, время можно найти, если из* 15 *ч вычесть* 10 *ч.*

1) $15 - 10 = 5$ (ч) — время движения;

2) $250 : 5 = 50$ (км/ч).

Ответ: скорость машины 50 км/ч.

Таким образом, на данном этапе завершено создание понятийной базы для дальнейшего обучения учащихся решению задач на движение: создан язык для описания процесса движения — формулы, графические модели, таблицы; выделены зависимые характеристики этого процесса — скорость, время и расстояние; установлено соотношение между ними — формула пути $s = v \cdot t$. Кроме того, накоплен первичный опыт решения задач на движение на основе использования введенного математического инструментария. На последующих уроках разной целевой направленности (введения нового знания, рефлексии, развивающего контроля и т. д.) шаг за шагом расширяется спектр рассматриваемых вопросов, тренируются и формируются новые способности детей к решению различных видов задач на движение.

На **уроке 3** формируется умение применять формулу движения при решении задач.

№ 2, стр. 7.

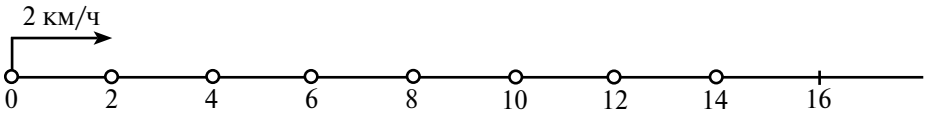
а)

s	*v*	*t*
60 км	***20 км/ч***	3 ч
360 м	9 м/мин	40 мин
75 дм	3 дм/с	***25 с***

б)

s	*v*	*t*
48 м	2 м/мин	***24 мин***
540 дм	***30 дм/с***	18 с
256 км	64 км/ч	4 с

№ 3, стр. 7.



t ч	1	3	5	7	*t*
s км	2	6	10	14	2 · *t*

v = 2 км/ч
s = 2 · *t*

№ 4, стр. 7.

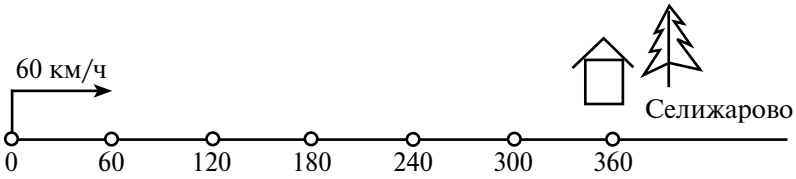
а) 441 : 9 = 49 (с)
б) 80 · 8 = 640 (м)
в) 228 : 6 = 38 (км/ч)
г) 35 : 5 = 7 (ч)

На **уроке 4** учащиеся продвигаются, с одной стороны, в умении строить графические модели и формулы зависимости между величинами, описывающие конкретные виды движения (***№ 1, стр. 9 (У), № 1, стр. 8 (РТ)***), а с другой — в использовании таблиц для краткой записи задач на движение и анализа условия (***№ 2—4, стр. 9—10 (У), № 2—3, стр. 8 (РТ)***). В зависимости от психолого-педагогических особенностей учащихся количество выполненных заданий и формы работы на уроке могут быть различными — фронтальная, индивидуальная, групповая и др.

Перед выполнением заданий ***№ 1, стр. 9*** следует повторить с учащимися формулу пути *s* = *v* · *t* и ее следствия *v* = *s* : *t* и *t* = *s* : *v*. Построение формул зависимости между скоростью, временем и расстоянием для конкретных случаев движения поможет детям не только закрепить эти формулы, лучше их «прочувствовать», но и осознать их обобщенный характер.

№ 1, стр. 9.

Задание целесообразно выполнить фронтально с проработкой графической модели движения на доске.



t ч	1	2	3	4	5	6	*t*
s км	60	120	180	240	300	360	60 · *t*

v = 60 км/ч
s = 60 · *t*

Формула *s* = 60 · *t* является частным случаем формулы пути *s* = *v* · *t* при *v* = 60 км/ч.

№ 2, стр. 9.

t ч	1	2	3	4	*t*
v км/ч	180	90	60	45	180 : *t*

s = 180 км
v = 180 : *t*

№ 3, стр. 10.

v км/ч	70	82	90	100	*v*
s км	350	410	450	500	*v* · 5

t = 5 ч
s = *v* · 5

№ 4, стр. 10.

v км/ч	10	12	15	20	v
t ч	6	5	4	3	$60 : v$

$s = 60$ км
$t = 60 : v$

№ 5, стр. 10.

а)

s		v	t
160 км	? км	18 км/ч	9 ч

?

— Для ответа на вопрос задачи можно сравнить 160 *км с расстоянием, которое катер прошел за* 9 *ч. Чтобы найти это расстояние, скорость катера умножим на время его движения* 9 *ч.*

1) $18 \cdot 9 = 162$ (км) — путь, пройденный за 9 ч.

2) 162 км > 160 км.

Ответ: катер успеет пройти 160 км за 9 ч.

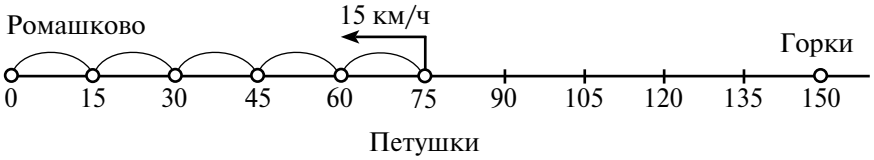
На **уроке 5** учащиеся делают следующий шаг в усвоении формулы пути. В ***№ 1, стр. 11 (№ 1, стр. 9 (РТ))*** рассматривается более сложный вид зависимости — между временем движения и расстоянием до фиксированной точки. Подобные задания чрезвычайно важны для развития функционального мышления школьников. Кроме того, здесь закладывается фундамент исследования в 4 классе закономерностей изменения расстояния между двумя одновременно движущимися объектами и решения текстовых задач на одновременное движение двух тел.

№ 1, стр. 11.

В этом задании дети впервые встречаются с графической моделью движения, в которой объект перемещается справа налево, и с таблицей, где в множество значений переменной включено значение $t = 0$.

При ответе на вопросы заданий (а) и (б) важно, чтобы учитель на доске дугами показал, о каких расстояниях идет речь. При заполнении последней клетки таблицы и построении формулы можно использовать подводящий диалог, приведенный ниже.

а)



в)

t, ч	0	1	2	3	4	5	t
s, км	0	15	30	45	60	75	$15 \cdot t$
d, км	75	60	45	30	15	0	$75 - 15 \cdot t$
D, км	75	90	105	120	135	150	$75 + 15 \cdot t$

— Уменьшается или увеличивается расстояние до Ромашково?

(Уменьшается.)

— От какого числа? (От 75.)

— На сколько? (За 1 час на 15 км, за 2 часа — на 30 км и т. д.) А за t часов? (На $15 \cdot t$ километров, т. е. на пройденный путь.)

— Каким же оно станет через t часов, если вначале было равно 75 км, а потом уменьшилось на $15 \cdot t$ км? ($75 - 15 \cdot t$ километров.)

— Запишите формулу зависимости d от t ($d = 75 - 15 \cdot t$.)

— Уменьшается или увеличивается расстояние до Горок?

(Увеличивается.)

— От какого числа? (От 75.)

— На сколько? (За 1 час на 15 км, за 2 часа — на 30 км и т. д.) А за t часов?

(На $15 \cdot t$ километров, т. е. на пройденный путь.)

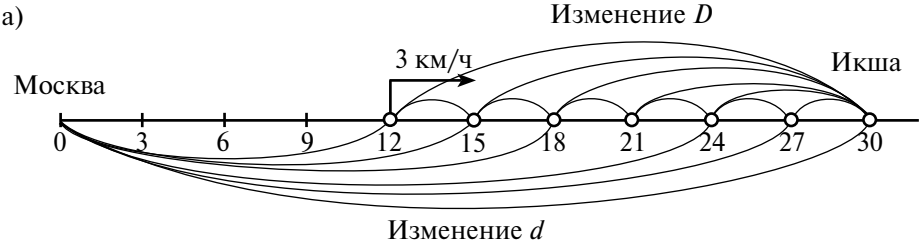
— Каким оно станет через t часов, если вначале было равно 75 км, а потом увеличивалось на $15 \cdot t$ км? ($75 + 15 \cdot t$ километров.)

— Запишите формулу зависимости D от t ($D = 75 + 15 \cdot t$.)

№ 2, стр. 11.

Графическая модель движения выносится на доску; дети строят изображение движения в тетрадях, сопоставляя свои построения с построениями на доске, и заполняют вторую строку таблицы с комментированием своих действий. Учитель так же показывает дугами, как изменяются расстояния до Москвы и до Икши. Но, в отличие от предыдущего задания, дети пытаются сами построить формулы зависимости между величинами — подводящий диалог используется только тогда, когда дети не смогут сами предложить и обосновать свою версию.

а)



б)

t ч	0	1	2	3	4	5	6	t	
s км	0	3	6	9	12	15	18	$3 \cdot t$	$s = 3 \cdot t$
d км	12	15	18	21	24	27	30	$12+3 \cdot t$	$d = 12 + 3 \cdot t$
D км	18	15	12	9	6	3	0	$18-3 \cdot t$	$D = 18 - 3 \cdot t$

— Уменьшается или увеличивается расстояние до Москвы? (Увеличивается.)

— От какого числа? (От 12.)

— На сколько? (На пройденный путь, т.е. на $3 \cdot t$ километров.)

— Каким оно станет через t часов? ($12 + 3 \cdot t$ километров.)

— Запишите формулу зависимости d от t. ($d = 12 + 3 \cdot t$.)

— Уменьшается или увеличивается расстояние до Икши? (Уменьшается.)

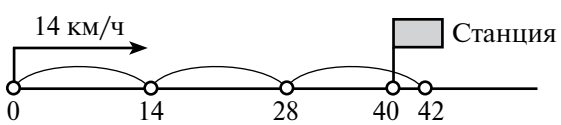
— От какого числа? (От $30 - 12 = 18$.)

— На сколько? (На пройденный путь, т. е. на $3 \cdot t$ километров.)

— Каким оно станет через t часов? ($18 - 3 \cdot t$ километров.)

— Запишите формулу зависимости D от t. ($D = 18 - 3 \cdot t$.)

№ 3, стр. 12.



— Чтобы узнать, успеет ли всадник доскакать до станции, можно найти расстояние, которое он проскачет за 3 *ч, а затем сравнить его с расстоянием от деревни до станции.*

1) $14 \cdot 3 = 42$ (км) — пройденный путь.

2) 42 км > 40 км.

Ответ: всадник успеет доскакать до станции за 3 ч.

№ 4, *стр.* 12.

— Чтобы узнать, какое расстояние осталось пройти туристам, можно из всего расстояния вычесть пройденный путь. Все расстояние известно — 30 *км. Пройденный путь найдем, умножив скорость движения туристов* 6 *км/ч на их время в пути —* 3 *ч, и вычтем полученное число из* 30 *км. Для ответа на второй вопрос задачи разделим оставшееся расстояние на скорость движения туристов.*

1) $6 \cdot 3 = 18$ (км) — пройденный путь.

2) $30 - 18 = 12$ (км) — оставшийся путь.

3) $12 : 6 = 2$ (ч).

Ответ: туристам осталось пройти 12 км; они пройдут их за 2 ч.

№ 5, *стр.* 12.

а) $n : k$; б) $b \cdot a$; в) $x : 5 - x : 6$.

На последующих уроках задачи на движение постепенно усложняются. На этих уроках предполагается проведение обучающих самостоятельных работ, главная цель которых — осмысление каждым ребенком своих затруднений в изучении данной темы и, в случае необходимости, построение и осуществление проекта их исправления (работа над ошибками). Приоритетные формы работы — групповые.

№ 1, *стр.* 13.

а) Автобус вышел из Москвы, едет в город Вологда со скоростью 80 км/ч.

б)

t ч	0	1	2	3	4	5	6	t
s км	0	80	160	240	320	400	480	$80 \cdot t$
d км	480	400	320	240	160	80	0	$480 - 80\,t$
D км	160	240	320	400	480	560	640	$160 + 80\,t$

$s = 80 \cdot t$ $d = 480 - 80 \cdot t$ $D = 160 + 80 \cdot t$

№ 2, *стр.* 13.

а) Автобус вышел из Москвы, едет в город Брянск со скоростью 60 км/ч.

б)

t ч	0	1	2	3	4	5	6	t
s км	0	60	120	180	240	300	360	$60\,t$
d км	360	300	240	180	120	60	0	$360 - 60\,t$
D км	120	180	240	300	360	420	480	$120 + 60\,t$

$s = 60 \cdot t$ $d = 360 - 60 \cdot t$ $D = 120 + 60 \cdot t$

№ 4, *стр.* 14.

1) $18 \cdot 4 = 72$ (км) — расстояние от Тучково до Маросейкино.

2) $18 + 72 = 90$ (км) — расстояние от Солнечного до Маросейкино.

3) $90 : 45 = 2$ (ч).

Ответ: все расстояние автобус пройдет за 2 ч.

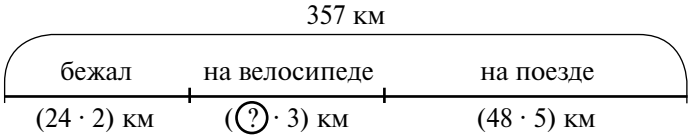
№ 5, *стр.* 14.

1) $72 \cdot 3 = 216$ (км) — ехали на машине.

2) $9 \cdot 2 = 18$ (км) — ехали на лошадях.

3) 250 − (216 + 18) = 16 (км) — шли пешком.
4) 16 : 4 = 4 (км/ч).
Ответ: геологи шли со скоростью 4 км/ч.

№ 2, стр. 15.



— Чтобы узнать, с какой скоростью ехал Заяц на велосипеде, можно расстояние, которое он проехал на велосипеде, разделить на время. Время известно — 3 ч. А расстояние можно найти, если из всего пути Зайца вычесть путь, который он пробежал и проехал на поезде. Весь путь известен — 357 км, а остальные расстояния найдем по формуле пути, умножив скорость движения Зайца на каждом участке на время.

1) 24 · 2 = 48 (км) − Заяц бежал.
2) 48 · 5 = 240 (км) − ехал на поезде.
3) 357 − (48 + 240) = 69 (км) − ехал на велосипеде.
4) 69 : 3 = 23 (км/ч).
Ответ: Заяц ехал на велосипеде со скоростью 23 км/ч.

№ 3, стр. 16.

а)

	s	*v*	*t*
Вертолет	840 км	? км/ч	3 ч
Автомобиль	840 км	? км/ч	7 ч

на? км/ч

— Чтобы сравнить скорости вертолета и автомобиля, можно сначала найти их значения, а затем из большего числа вычесть меньшее. Значения скоростей найдем по формуле пути, разделив пройденное расстояние на время движения.

1) 840 : 3 = 280 (км/ч) — скорость вертолета.
2) 840 : 7 = 120 (км/ч) — скорость автомобиля.
3) 280 − 120 = 160 (км/ч).
Ответ: скорость вертолета больше скорости автомобиля на 160 км/ч.

б)

	s	*v*	*t*
I	320 км	одинаковая	5 ч
II	? км		8 ч

— Чтобы найти расстояние, пройденное поездом, можно его скорость умножить на время движения. Время известно по условию — 8 ч. Скорость движения поезда можем найти, зная, что за 5 ч он прошел 320 км. Поэтому по формуле пути скорость поезда равна частному (320 : 5) км/ч.

1) 320 : 5 = 64 (км/ч) — скорость поезда.
2) 64 · 8 = 512 (км).
Ответ: за 8 ч поезд пройдет 512 км.

в)

	s		*v*	*t*
I	? км	? км	9 км/ч	8 ч
II	? км		8 км/ч	6 ч
III	? км		7 км/ч	9 ч

— Чтобы узнать, сколько километров прошли верблюды за 3 дня, можно сложить расстояния, пройденные ими за каждый из этих дней. (Ищем целое.) Эти рас-

стояния не известны, но мы можем их вычислить по формуле пути, умножив скорость на время.

1) 9 · 8 = 72 (км) — путь, пройденный в I день.
2) 8 · 6 = 48 (км) — путь, пройденный во II день.
3) 7 · 9 = 63 (км) — путь, пройденный в III день.
4) 72 + 48 + 63 = 183 (км).
Ответ: за 3 дня караван прошел 183 км.

***№ 1, стр.* 18.**

а) У Пети скорость больше на 11 м/мин.

б) 9 м/с

в)

	s	*v*	*t*
I	51 км	? км/ч на ? км/ч	3 ч
II	(51+6) км	? км/ч	3 ч

— Чтобы узнать, на сколько скорость одного лыжника больше скорости другого, можно из большей скорости вычесть меньшую. Значения скоростей можно найти по формуле пути, но для этого вначале надо вычислить путь второго лыжника. По условию известно, что он на 6 *км больше* 51 *км, то есть равен* (51 + 6) *км.*

1) 51+ 6 = 57 (км) − путь второго лыжника.
2) 51 : 3 = 17 (км/ч) − скорость первого лыжника.
3) 57 : 3 = 19 (км/ч) − скорость второго лыжника.
4) 19 − 17 = 2 (км/ч).
Ответ: скорость второго лыжника на 2 км/ч больше, чем скорость первого.

Заметим, что данную задачу можно решить значительно проще, разделив разность расстояний − 6 км на время движения лыжников — 3 ч. Действительно, если второй лыжник за 3 ч прошел на 6 км больше первого, то за 1 ч он проходил на 2 км больше. А это и означает, что его скорость была на 2 км/ч больше, чем скорость первого лыжника.

Дети редко находят этот способ решения самостоятельно, но после того, как они предложат и осуществят свою версию, полезно посредством подводящего диалога обратить их внимание на более «красивый», одношаговый вариант.

***№ 2, стр.* 18.**

а) В этом задании следует обратить внимание детей на несоответствие единиц измерения скорости и расстояния: скорость выражена в метрах в минуту, а расстояние — в километрах. Поэтому вначале нужно 4 км выразить в метрах и только потом выполнять действия.

— Чтобы узнать, сколько времени потребуется Ване на оставшийся путь, можно расстояние, которое ему осталось пройти, разделить на его скорость. Скорость Вани известна — 80 *м/мин. Оставшийся путь можем найти, если из всего расстояния от деревни до станции вычесть путь, пройденный Ваней. Он равен скорости* 80 *м/мин, умноженной на время движения —* 30 *мин.*

4 км = 4000 м
1) 80 · 30 = 2400 (м) — прошел Ваня за полчаса.

2) 4000 − 2400= 1600 (м) — оставшийся путь.
3) 1600 : 80 = 20 (мин).
Ответ: Ване потребуется еще 20 мин.

б)

	s	*v*	*t*
I	480 км	v_1 км/ч	6 ч
II	? км	(v_1 + 12) км/ч	6 ч

— Чтобы найти расстояние, которое мог бы проехать автомобиль, можно скорость его движения умножить на время в пути. Время известно — 6 *ч, а о скорости сказано, что она увеличилась на* 12 *км/ч. Мы сможем ее найти, если вычислим первоначальную скорость. Для этого* 480 *км надо разделить на* 6 *ч.*

1) 480 : 6 = 80 (км/ч) — первоначальная скорость.
2) 80 + 12 = 92 (км/ч) — новая скорость.
3) 92 · 6 = 552 (км).
Ответ: автомобиль мог бы проехать 552 км.

***№* 3, *стр.* 18.**

а) $(a + b) : t$; б) $(a + (a + b)) : t$; в) $(a + a : b) : v$.

***№* 4, *стр.* 19.**

Новым элементом в данном задании является построение обобщенных буквенных выражений, содержащих несколько действий, и нахождение значений этих выражений при данных значениях букв. Особое внимание здесь следует обратить на построение и заполнение таблиц учащимися с проговариванием соответствующих строк и столбцов в громкой речи. Как обычно, внимание уделяется также обучению детей самостоятельному анализу задач.

а)

	s	*v*	*t*	
Туда	*a* км	*b* км/ч	? ч	на ? ч
Обратно	*a* км	*c* км/ч	? ч	

$a : b + a : c$

$a = 30$, $b = 10$, $c = 6$
30 : 10 + 30 : 6 = 8 (ч)

— Чтобы узнать, какое время затратит лодка на весь путь, можно сложить время, которое она затратит на путь по течению реки, и время на обратный путь. Время туда и обратно можно найти, разделив пройденное расстояние на скорость движения.

б)

	s	*v*	*t*
Валя	*x* км	? км/ч	*k* ч
Сережа	*y* км	? км/ч	*k* ч

на? км/ч

$y : k - x : k$

$x = 12$, $y = 15$, $k = 3$
1513—1213 = 1 (км/ч)

— Чтобы ответить на вопрос задачи, можно из скорости Сережи вычесть скорость Вали. По формуле пути скорость равна частному пройденного расстояния и времени движения.

в)

	s	*v*	*t*
I	*d* км	одинаковая	*n* ч
II	? км		*m* ч

$(d : n) \cdot m$

$d = 240$, $n = 4$, $m = 7$
(240 : 4) · 7 = 420 (км)

— Чтобы узнать, какое расстояние пройдет машина за ***m*** *часов, можно скорость ее движения умножить на* ***m****. Скорость не известна, но сказано, что машина за* ***n*** *часов прошла путь* ***d*** *километров. Поэтому скорость можно найти, разделив* ***d*** *на* ***n****.*

На **уроках 9—11** тренируются и развиваются способности учащихся в решении задач на движение, сформированные на предыдущих уроках. В большинстве

заданий убираются опорные схемы и таблицы: при необходимости дети должны теперь их строить самостоятельно. Способность к использованию формулы пути, в том числе и в задачах с буквенными данными, постепенно переводится в умственный план. Усложняются структуры задач. Здесь также могут широко использоваться групповые формы работы с включением игровых элементов, формы обучающего и текущего контроля.

***№* 1, *стр.* 20.**

а) — *Чтобы узнать, через какое время вспышку увидят на Земле, можно по формуле пути расстояние от Земли до Солнца разделить на скорость света.*

$330 \cdot 5 = 1650$ (м)

1650 м = 1 км 650 м

Ответ: молния ударила на расстоянии 1 км 650 м от Марины.

б) — *По формуле пути, чтобы найти скорость звука, надо пройденное расстояние разделить на время.*

$150\,000\,000 : 300\,000 = 500$ (с)

500 с = 8 мин 20 с

Ответ: вспышку увидят на Земле через 8 мин 20 с.

***№* 2, *стр.* 20.**

а) 1) $45 \cdot 4 = 180$ (км) — расстояние туда.

2) $45 + 15 = 60$ (км/ч) — скорость на обратном пути.

3) $180 : 60 = 3$ (ч) — время на обратной дороге.

4) $4 - 3 = 1$ (ч).

Ответ: на обратный путь затрачено на 1 ч меньше.

б) 1) $432 : 8 = 54$ (км/ч) — первая скорость автобуса.

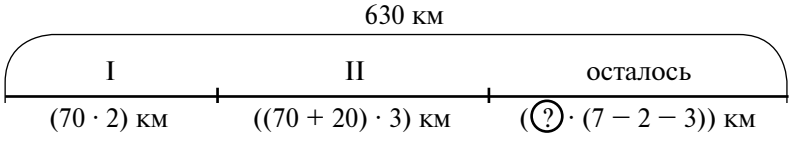
2) $432 : 6 = 72$ (км/ч) — вторая скорость.

3) $72 - 54 = 18$ (км/ч).

Ответ: надо увеличить скорость на 18 км/ч.

***№* 4, *стр.* 20.**

Анализ задачи можно провести с помощью схемы или таблицы (либо схемы и таблицы).



	s		*v*	*t*	
I	? км	630 км	70 км/ч	2 ч	7 ч
II	? км		(70 + 20) км/ч	3 ч	
осталось	? км		? км/ч	? ч	

— *Чтобы узнать, с какой скоростью должен ехать автомобиль оставшийся путь, можно длину оставшегося пути разделить на время. Время можно найти, зная, что на весь путь должно быть затрачено* 7 *ч, а на первые два участка соответственно* 2 *ч и* 3 *ч. Чтобы найти оставшееся расстояние, можно из всего пути* 630 *км вычесть длину пройденных участков. Скорость и время движения на этих участках известны, поэтому их можно найти, умножив скорость на время.*

1) $70 \cdot 2 = 140$ (км) — длина I участка.

2) $70 + 20 = 90$ (км/ч) — скорость на II участке.

3) $90 \cdot 3 = 270$ (км) — длина II участка.

4) $630 - (140 + 270) = 220$ (км) — оставшийся путь.

5) $7 - (2 + 3) = 2$ (ч) — время на оставшийся путь.
6) $220 : 2 = 110$ (км/ч).
Ответ: автомобиль должен ехать со скоростью 110 км/ч.

№ 5, стр. 21.
— Чтобы узнать, какой путь проделал Иван Иванович от дома до озера, можно сложить два расстояния — которое он проехал на поезде и прошел пешком. По формуле пути эти расстояния равны произведению скорости и времени движения.
1) $75 \cdot 3 = 225$ (км) — путь на поезде.
2) $4 \cdot 2 = 8$ (км) — путь пешком.
3) $225 + 8 = 233$ (км).
Ответ: путь от дома до озера равен 233 км.

№ 6, стр. 21.
$a : 2 - a : 5$
$a = 90$ $\qquad 90 : 2 - 90 : 5 = 45 - 18 = 27$ (км/ч)

№ 9, стр. 21.
$s = 6 \cdot t$ $\qquad d = 30 - 6 \cdot t$ $\qquad D = 30 + 6 \cdot t$

№ 2, стр. 22.
а) 1) $18 : 2 = 9$ (км/ч) — начальная скорость.
2) $9 + 3 = 12$ (км/ч) — новая скорость.
3) $12 \cdot 2 = 24$ (км)
Ответ: 24 км.

б) 1) $24 \cdot 5 = 120$ (км) — расстояние по течению реки.
2) $120 : 6 = 20$ (км/ч).
Ответ: скорость лодки против течения 20 км/ч.

№ 4, стр. 22.
14 ч.

№ 9, стр. 23.
а) $(a : 2) \cdot 5$; б) $b : 3 - b : 4$; в) $n \cdot 3 + m \cdot 2$; г) $d - c \cdot 5$.

В задачах на повторение, включенных в **уроки 1—11**, закрепляются изученные формулы (периметра и площади прямоугольника, объема прямоугольного параллелепипеда и т. д.), свойства чисел (правила вычитания числа из суммы и суммы из числа), отрабатываются вычислительные навыки, в том числе приемы действий с многозначными числами, частные случаи действий с 0 и 1. Как обычно, учащиеся решают составные уравнения, примеры на порядок действий и перевод единиц измерения длины и времени и повторяют некоторые другие вопросы, обеспечивающие непрерывное развитие всех содержательно-методических линий курса и подготовку к изучению следующих вопросов. Особое внимание в задачах на повторение на этих уроках уделяется множествам и операциям над ними.

№ 7, стр. 4.
а) 7; б) 540; в) 70.

№ 8, стр. 4.
а) 84 247 144; б) 4 707 182; в) 18 112 000; г) 504 600.

№ 9*, стр. 4.
Учащиеся знают, что у утят и гусят по 2 ноги, а у козлят — по 4. Поэтому всего по двору гуляют: $22 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 44$ (ноги).

№ 7, стр. 6.

1) $50 \cdot 35 \cdot 40 = 70\,000$ (см^3) — объем аквариума;

2) $(50 \cdot 40) \cdot 2 + (35 \cdot 40) \cdot 2 = 6800$ (см^2).

Ответ: объем аквариума равен 70 000 см^3, а площадь поверхности стекла — 6800 см^2.

№ 8, стр. 6.

а) 16; б) 5; в) 30.

№ 9, стр. 6.

$D(11) = \{1, 11\}$, $K(11) = \{11, 22, 33, 44, ...\}$.

№ 10, стр. 6.

а) 58 284 535; б) 6 977 636.

№ 11*, стр. 6.

а) $365 : 7 = 52$ (ост. 1), $366 : 7 = 52$ (ост. 2). Значит, в простом году 52 недели и 1 день, а в високосном — 52 недели и 2 дня.

б) Год простой, значит, в нем 52 недели и 1 день. По условию, в нем 53 вторника. Следовательно, первый и последний дни этого года, в том числе и 1 января, — вторники.

№ 5, стр. 8.

а) 7; б) 34.

№ 8, стр. 8.

5 ч 6 мин > 56 мин	9 мин 20 с = 560 с	1 сут. 15 ч < 115 ч
108 мин > 1 ч 8 мин	734 с < 7 мин 34 с	206 ч > 2 сут. 6 ч

№ 9, стр. 8.

а) 6; б) 8.

№ 10, стр. 8.

$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $K(12) = \{12, 24, 36, 48, ...\}$.

№ 11, стр. 8.

$A = \{5, \square, d, \triangle\}$ $A \cap B = \{d, \triangle\}$

$B = \{d, \triangle, 3, 7, n\}$ $A \cup B = \{5, \square, d, \triangle, 3, 7, n\}$

№ 12*, стр. 8.

I *способ*

$(20 - 1 - 3) : 2 = 8$ (гусей).

II *способ*

x	
$\cdot 2$	
$+ 3$	
$+ 1$	
20	

III *способ*

$x \cdot 2 + 3 + 1 = 20$

$x \cdot 2 + 4 = 20$

$x \cdot 2 = 20 - 4$

$x \cdot 2 = 16$

$x = 16 : 2$

$x = (20 - 1 - 3) : 2 = 8$ $x = 8$

Ответ: в стае было 8 гусей.

№ 6, стр. 10.

а) 60; б) 5; в) 40.

№ 7, стр. 10.

$D(13) = \{1, 13\}$, $K(13) = \{13, 26, 39, 52, ...\}$.

№ 8, *стр.* 10.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 5\,0\,0\,\boxed{6} \\ +\ \boxed{1}\,7\,\boxed{4}\,8 \\ \hline 6\,\boxed{7}\,5\,4 \end{array}$$

1) В разряде единиц: □ + 8 = 14. Значит, □ = 6, и 1 десяток запоминаем.
2) В разряде десятков: 1 + 0 + □ = 5. Значит, □ = 4.
3) В разряде сотен: 0 + 7 = 7. Значит, □ = 7.
4) В разряде тысяч: 5 + □ = 6. Значит, □ = 1.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\,4\,7} \\ \times\ \boxed{6}\,\boxed{3}\,5\,9\,\boxed{0} \\ 8\,0\,0 \\ \hline 5\,0\,8\,\boxed{7}\,2\,\boxed{0}\,\boxed{0}\,\boxed{0} \end{array}$$

1) В разряде единиц I множителя: □ = 0, так как иначе II множитель должен быть расположен на разряд правее.
2) В произведении в трех разрядах класса единиц стоят нули.
3) В разряде десятков тысяч произведения: 9 · 8 = 72, 5 · 8 + 7 = 47, □ = 7, и 4 сотни тысяч запоминаем.
4) В разряде десятков тысяч I множителя: 8 · □ + x = 50. Значит, □ = 6, x = 2.
5) В разряде тысяч I множителя: 8 · □ + 4 = 28. Значит, □ = 3.

$$\begin{array}{r|l} -\boxed{3}\,\boxed{2}\,\boxed{2}\,\boxed{4} & 8 \\ \cline{2-2} \underline{3\,\boxed{2}\phantom{\,\boxed{2}\,\boxed{4}}} & \boxed{4}\,\boxed{0}\,\boxed{3} \\ -\,2\,\boxed{4} & \\ \underline{\boxed{2}\,\boxed{4}} & \\ 0 & \end{array}$$

1) В разряде тысяч делимого: □ = 3, так как □ − 3 = 0.
2) В разряде сотен делимого: □ = 2, так как число, кратное 8 и имеющее в разряде десятков цифру 3, — это 32.
3) В разряде сотен частного: □ = 4, так как 32 : 8 = 4.
4) В разряде десятков делимого: □ = 2.
5) В разряде десятков частного: □ = 0, так как 2 на 8 не делится.
6) В разряде единиц делимого: □ = 4, так как число, кратное 8 и имеющее в разряде десятков цифру 2, — это 24.

Таким образом, делимое — 3224, а делитель − 8. Выполняя деление, дописываем в «окошки» остальные цифры.

№ 9, *стр.* 10.

$a = b \cdot c + r$, где $r < b$

По условию, a = 48 236, b = 8. При делении у Кати получилось c = 629, r = 2.

Чтобы проверить вычисления, можно делитель умножить на частное и прибавить остаток. Так как 629 · 8 + 2 = 5034, а делимое, по условию, равно 48 236, то вычисления Катя выполнила неверно.

$$\begin{array}{r|l} -\,4\,8\,2\,3\,6 & 8 \\ \cline{2-2} \underline{4\,8} & 6\,0\,2\,9 \\ -\,2\,3 & \\ \underline{1\,6} & \\ -\,7\,6 & \\ \underline{7\,2} & \\ 4 & \end{array}$$

Проверка:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2\,7} \\ \times\ 6\,0\,2\,9 \\ 8 \\ \hline 4\,8\,2\,3\,2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,8\,2\,3\,2 \\ +\ 4 \\ \hline 4\,8\,2\,3\,6 \end{array}$$

№ 10, стр. 10.

а) $14 : 5 = 2$ (ост. 4) $\Leftrightarrow$ $14 = 5 \cdot 2 + 4$ (и)
б) $6 : 3 = 2$ (ост. 0) $\Leftrightarrow$ $6 = 3 \cdot 2 + 0$ (и)
в) $2 : 3 = 0$ (ост. 2) $\Leftrightarrow$ $2 = 3 \cdot 0 + 2$ (и)

№ 11, стр. 10.

а) 484 566 253; б) 2 577 382 213; в) 222 540 000; г) 420 080.

№ 12*, стр. 10.

а) 1 сутки; б) 1000 часов; в) 1 год.

№ 6, стр. 12.

1) Равенства выражают свойства чисел, они верны при всех значениях a, b и c. Так, первое равенство показывает, как можно вычесть сумму из числа:

$$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$$

Оно означает, что при вычитании суммы из числа из этого числа можно вычесть сначала одно слагаемое, а потом другое.

2) Второе равенство показывает, как можно вычесть число из суммы:

$$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$$

Оно означает, что при вычитании числа из суммы это число можно вычесть сначала из одного слагаемого и к полученной разности прибавить второе слагаемое.

№ 7, стр. 12.

Вычисления удобно выполнить на основе правил вычитания числа из суммы и суммы из числа:

а) $894 - (294 + 80) = (894 - 294) - 80 = 600 - 80 = 520$
б) $715 - 99 - 101 = 715 - (99 + 101) = 715 - 200 = 515$
в) $(586 + 245) - 486 = (586 - 486) + 245 = 100 + 245 = 345$
г) $(324 + 498) - 298 = 324 + (498 - 298) = 324 + 200 = 524$
д) $232 - (95 + 132) = (232 - 132) - 95 = 100 - 95 = 5$
е) $(629 + 56) - 629 = (629 - 629) + 56 = 0 + 56 = 56$

№ 8, стр. 12.

а) 6; б) 70; в) 7.

№ 9, стр. 12.

а) 1) 6 578 100; 2) 730 900; 3) 49 063 000; 4) 490 630; 5) 240 270.
б) 1) 17 700; 2) 72 567; 3) 8063; 4) 81 642 141; 5) 84 631 826.

№ 3, стр. 13

а) 230 285; б) 529 529; в) 146 671 000; г) 750 030.

№ 6, стр. 14.

а) 8; б) 60.

№ 7, стр. 14.

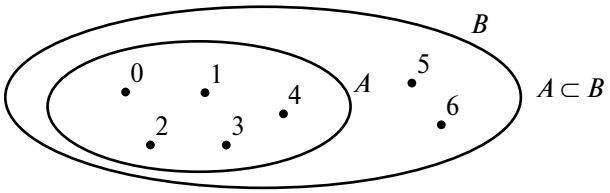
Л — 241 465 А — 2 164 000 В — 96 402
О — 241 456 К — 2 034 400 Ь — 809 300
ВОЛЬКА

№ 8, стр. 14.

$D(14) = \{1, 2, 7, 14\}$, $K(14) = \{14, 28, 42, 56, ...\}$.

№ 9, стр. 14.

а) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.



в) Так как множество A является подмножеством множества B, то их пересечение совпадает с множеством A, а объединение — с множеством B:

$A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

№ 4, стр. 16.

а) 60; б) 180; в) 5.

№ 6, стр. 17.

1) 40 560 = 40 000 + 500 + 60

2) В разряде сотен числа 40 560 имеется 5 единиц сотен, а всего в этом числе 405 сотен.

а) 40 560 = 405 с. 60 ед.; б) 40 560 = 40 тыс. 560 ед.

3) При выполнении этого задания учащиеся должны заметить, что они фактически должны выразить число 40 560 либо в тысячах и единицах, либо в сотнях и единицах.

40 560 м = 40 км 560 м; 40 560 кг = 40 т 560 кг;
40 560 мм = 40 м 560 мм; 40 560 кг = 405 ц 60 кг;
40 560 мм = 405 дм 60 мм; 40 560 г = 40 кг 560 г.

№ 7, стр. 17.

Проверка выполняется на основе взаимосвязи между делимым, делителем, частным и остатком, выраженной в формуле деления с остатком.

$a = b \cdot c + r$, *где* $r < b$

711 842 : 9 = 79 093 (ост. 5) 40 715 : 8 = 5089 (ост. 3)

№ 8, стр. 17.

$D(15) = \{1, 3, 5, 15\}$, $K(15) = \{15, 30, 45, 60, ...\}$.

№ 9, стр. 17.

64	282	244	400
И	Л	Ь	Я

420	300	214	135	420	327	118
М	У	Р	О	М	Е	Ц

ИЛЬЯ МУРОМЕЦ — главный богатырь русских былин, о котором сложено наибольшее количество сюжетов («Илья Муромец и Соловей-разбойник», «Илья Муромец и Идолище Поганое» и др.). Образ Ильи Муромца, самоотверженного и бесстрашного, могучего и справедливого, возник в 11—12 в. как художественное воплощение представлений народа об идеальном воине-герое, защитнике народа от внешних врагов.

№ 10*, стр. 17.

Наибольшее число дней в обоих случаях в 3 квартале (92 дня). Наименьшее число дней в обычном году в 1 квартале (90 дней), а в високосном — в 1, 2 и 4 квартале (91 день).

№ 5, стр. 19.

$a + b$ — сумма длины и ширины (полупериметр) прямоугольника;
$a - b$ —на сколько длина прямоугольника больше его ширины;
$a \cdot 2 + b \cdot 2$, $(a + b) \cdot 2$ — периметр прямоугольника;

$a \cdot b$ — площадь прямоугольника;
$a : b$ — во сколько раз длина прямоугольника больше его ширины.

№ 6, *стр.* 19.
а) 80 м^2; б) 65 дм^2 60 см^2.

№ 7, *стр.* 19.
а) 3; б) 90.

№ 8, *стр.* 19.
а) 27; б) 0.

№ 9, *стр.* 19.
$D(16) = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $K(16) = \{16, 32, 48, 64, ...\}$.

№ 10*, *стр.* 19.
В первой таблице числа второй строчки получаются из чисел первой строчки посредством умножения на себя. Поэтому вместо знака вопроса надо поставить число $9 \cdot 9 = 81$.

Во второй таблице числа сначала умножаются на себя, а затем уменьшаются на 1. Поэтому в последней клетке вместо знака вопроса должно стоять число: $10 \cdot 10 - 1 = 99$.

В третьей таблице числа также сначала умножаются на себя, но потом увеличиваются на 1. Значит, неизвестное число: $5 \cdot 5 + 1 = 26$.

3	5	7	9
9	25	49	81

4	6	8	10
15	35	63	99

2	3	4	5
5	10	17	26

№ 3, *стр.* 20.
25 м^2 49 см^2 16 дм 20 см^2
20 м

№ 7, *стр.* 21.
а) $800 \cdot n$
$n = 70\,540$ $800 \cdot 70\,540 = 56\,432\,000$
б) $278\,100 : c$
$c = 90$ $278\,100 : 90 = 3090$

№ 8, *стр.* 21.
а) 8; б) 9.

№ 10, *стр.* 21.
$D(17) = \{1, 17\}$, $K(17) = \{17, 34, 51, 68, ...\}$.

№ 11*, *стр.* 21.
99 999 999 999 999 — 99 триллионов 999 миллиардов 999 миллионов 999 тысяч 999.

№ 1, *стр.* 22.
а) 8016 м; 5009 мм; 2036 кг; 407 008 г.
б) 3445 мин; 11 566 с; 14 ч 30 мин; 58 мин 40 с.

№ 3, *стр.* 22.
54 м^3 48 дм^2

№ 5, *стр.* 22.
а) $10\,000 - x : 70$
$x = 644\,560$ $10\,000 - 644\,560 : 70 = 792$
б) $(y \cdot 6004) : 500$
$y = 4000$ $(4000 \cdot 6004) : 500 = 48\,032$

№ 6, стр. 22.
а) 240; б) 13.

№ 7, стр. 23.
а) $41 - x \cdot 5 = 16$ б) $(50 - x) : 7 = 7$ в) $(54 : x + 26) : 8 = 4$
$x = 5$ $x = 1$ $x = 9$

№ 8, стр. 23.
а) 15; б) 190.

№ 10, стр. 23.
$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, $K(18) = \{18, 36, 54, 72, ...\}$.

№ 11, стр. 23.
а) 7 529 494 − 4 945 187 = 2 584 307
б) 403 500 · 80 = 32 280 000

№ 12*, стр. 23.
Ответ: дальше всех проехал Илья, а ближе всех — Костя.

№ 3, стр. 24.
а) 1 ч 24 мин; б) 21 мин 35 с; в) 63 ц; г) 6 т 7 ц 60 кг.

№ 4, стр. 24.
а) 1; б) 10.

№ 5, стр. 24.
а) 2; б) 15.

№ 6, стр. 24.
1) 50 : 2 − 15 = 10 (см) — ширина.
2) 15 · 10 = 150 (см^2).
Ответ: площадь — 150 см^2.

№ 7, стр. 25.
1) 7200 : (20 · 30) = 12 (см) — высота коробки.
2) 20 · 30 = 600 (см^2), 600 см^2 = 6 дм^2.
(20 + 30) · 2 = 100 (см).
Ответ: площадь дна коробки равна 6 дм^2, а периметр — 100 см.
3) 30 · 2 + 20 · 2 + 12 · 4 + 26 = 174 (см), 174 см = 1 м 74 см.
Ответ: длина ленты 1 м 74 см.

№ 8, стр. 25.
Для обоснования выбора знака сравнения используются свойства арифметических действий и взаимосвязи между их компонентами и результатами. Приведем возможные варианты обоснования решения:

3974 + 815 > 815 + 3794, так как при перестановке слагаемых сумма не изменяется, а 3974 > 3794;

76 012 − 32 < 76 012 — 23, так как при уменьшении вычитаемого разность увеличивается;

9083 − 96 < 9100 − 96, так как чем больше уменьшаемое, тем больше и разность;

786 · 29 > 786 + 29, так как слева больше слагаемых, чем справа, и сами слагаемые больше;

3420 : 6 < 3420 · 2, так как при делении на число, большее 1, делимое уменьшается, а при умножении − увеличивается;

2158 : 26 > 2158 : 83, так как при увеличении делителя частное уменьшается.

№ 9, стр. 25.

$D(19) = \{1, 19\}$, $K(19) = \{19, 38, 57, 76, ...\}$.

№ 10—11, стр. 25.

В этих заданиях идет подготовительная работа к следующему уроку. В № 10 учащиеся вспоминают распределительный закон умножения, который иллюстрируется с помощью прямоугольников. Так, площадь большого прямоугольника можно найти, с одной стороны, как произведение длин его сторон:

$(50 + 6) \cdot 38 = 56 \cdot 38 = ?$

С другой стороны, площадь этого же прямоугольника можно найти как сумму двух его частей:

$50 \cdot 38 + 6 \cdot 38 = 1900 + 228 = 2128$ (м^2).

В первом случае для вычисления площади прямоугольника нужно использовать неизвестный на данный момент прием умножения на двузначное число, а во втором случае все вычисления легко выполняются. Таким образом, учащиеся могут заметить, что умножение на двузначное число можно свести к известным случаям, если представить это число в виде суммы разрядных слагаемых.

№ 12, стр. 25.

1 831 200	952 500	337 732	337 723	80 880	78 480
Г	У	Д	В	И	Н

ГУДВИН — имя волшебника из сказки А. Волкова «Волшебник Изумрудного города».

№ 13, стр. 25.

$D \cap M = \varnothing$, $D \cup M$ — множество всех учеников класса.

№ 14*, стр. 25.

Наташа взяла 10 слив.

Уроки 12—17

Умножение на двузначное число. Формула стоимости. Умножение многозначных круглых чисел

Основные цели:

1) Сформировать умение выполнять умножение многозначного числа на двузначное.

2) Сформировать представление о величинах «стоимость», «цена», «количество товара», выявить зависимость между ними и построить формулу стоимости $C = a \cdot n$.

3) Тренировать вычислительные навыки, повторить и закрепить решение задач на формулу пути, правила сравнения величин, решение уравнений, формулу деления с остатком и объема прямоугольного параллелепипеда.

Алгоритм умножения многозначного числа на двузначное вводится на основе алгоритма умножения многозначного числа на однозначное и распределительного свойства умножения. Поэтому данные вопросы следует включить на уроке 12 в этап актуализации знаний. Рассмотрим один из возможных вариантов построения на этом уроке алгоритма умножения на двузначное число.

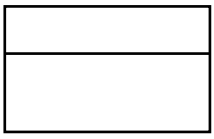
Актуализация знаний.

Каждому ребенку выдается листок со следующими рисунками и записями:

1) ..... см

..... см

2) *a*



b

c

3) $21 \cdot 56$

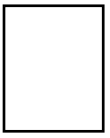
$21 \cdot (50 + 6)$

$21 \cdot 50 + 6$

$21 \cdot 50 + 50 \cdot 6$

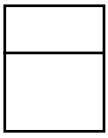
$21 \cdot 50 + 21 \cdot 6$

21



56

21



6

50

Такие же рисунки и записи последовательно открываются на доске по мере выполнения заданий. Учащиеся выполняют задания сначала самостоятельно на своих листках. Затем рассматриваются все полученные варианты решений и выбирается верный вариант. В завершение каждый ребенок сопоставляет свое решение с полученным вариантом на доске и, в случае необходимости, исправляет ошибки.

Учитель предлагает следующие задания:

1) — Длина прямоугольника в сантиметрах — предыдущее числа 600, а ширина — последующее числа 399. Запишите на чертеже, чему равна длина и ширина прямоугольника. (599 см, 400 см.)

— Найдите площадь этого прямоугольника.

Большинство детей станут, вероятно, выполнять умножение в столбик. При проверке задания следует проговорить с ними правильную запись умножения на однозначное число, обратить внимание детей на выражение площади в различных единицах измерения:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 3\ 3} \\ 5\,9\,9 \\ \times\quad 4\,0\,0 \\ \hline 2\,3\,9\,6\,0\,0 \end{array} \ (\text{см}^2)$$

$239\,600\ \text{см}^2 = 2396\ \text{дм}^2 = 23\ \text{м}^2\ 96\ \text{дм}^2$

Кто-то из детей может предложить прием устного умножения, его также целесообразно проговорить с учащимися:

$599 \cdot 400 = 600 \cdot 400 - 400 = 240\,000 - 400 = 239\,600$

2) — Запишите двумя различными способами, чему равна площадь прямоугольника, изображенного на чертеже. ($a \cdot (b + c)$ или $a \cdot b + a \cdot c$.)

— Равны ли полученные выражения? Почему? (Равны, так как площадь прямоугольника не зависит от способа вычисления.)

— Какое свойство чисел выражает полученное равенство? (Распределительное свойство умножения.)

— Объясните его смысл. (Чтобы умножить число на сумму, можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные произведения сложить.)

3) — Записаны пять числовых выражений. Какие из них равны? Почему? (Равны первое, второе и пятое. Во втором выражении множитель 56 представлен

в виде суммы 50 и 6, а пятое получается из второго на основании распределительного свойства умножения.)

— Подберите к этим выражениям подходящий чертеж. (Для первого выражения подходит первый чертеж, а для второго и пятого — второй.) Также для актуализации можно рассмотреть задание из рабочей тетради **№ 1, *стр.* 23**.

Для создания проблемной ситуации можно использовать **№ 2 (а), *стр.* 23 (РТ)** или следующее задание:

— Вычислите площадь прямоугольника со сторонами 21 и 56 единиц длины.

Это задание, очевидно, вызовет затруднение у большинства детей. Вместе с тем проведенная подготовительная работа поможет некоторым детям попытаться выполнить вычисления на основе использования распределительного свойства умножения. Возникшая проблемная ситуация, несогласованность в способах действия должны быть зафиксированы и выражены в речи.

Дальше устанавливается причина возникшего затруднения.

— Чем отличается новый пример от тех, что мы решали раньше? (Здесь двузначный множитель, а раньше всегда были однозначные множители.)

— Как же нам найти ответ? (Построить алгоритм умножения на двузначное число.)

Таким образом, ***цель урока*** — построить алгоритм умножения на двузначное число и научиться умножать на двузначное число. Соответственно, тема урока: «Умножение на двузначное число».

Если кто-либо из детей сумеет правильно вычислить значение произведения, то подводящий диалог может быть построен на побуждении ребенка объяснить свой способ действий.

— Объясни, как ты рассуждал.

В случае необходимости учитель помогает объяснить, задавая наводящие вопросы:

— Каким свойством ты воспользовался? (Распределительным свойством умножения.)

— Для этого какой суммой ты заменил двузначный множитель? (Суммой разрядных слагаемых.)

— Всегда ли это можно сделать? (Да.)

— Расскажи, как выполнено умножение? (Сначала первый множитель 21 я умножил на слагаемое 50, потом — на слагаемое 6, а потом полученные числа сложил.)

— Молодец! А теперь давайте подумаем, поможет ли Димин способ умножения в других подобных примерах. Повторите еще раз последовательность операций. (Вначале множитель 56 представили в виде суммы разрядных слагаемых, затем по распределительному свойству умножили число 21 на 50 и на 6 и полученные произведения сложили.)

— Всегда ли выполнимы эти операции? (Да.) Решили мы свою задачу? (Да.)

— Итак, теперь мы сможем выполнить умножение на любое двузначное число. Нам остается только договориться о записи решения. Рассмотрите **№ 1 (б), *стр.* 26** и объясните, как получена запись этого примера в столбик. (В первом столбике записана сумма произведений числа 21 на 6 и на 50, т. е. чисел 126 и 1050. Во втором столбике вверху дополнительно записаны сами множители, а в последнем столбике — на конце второго слагаемого нет 0.)

— А почему здесь можно не писать 0? (Потому что при сложении с 0 число не меняется.)

— Всегда ли здесь будет получаться 0? Почему? (Всегда, так как мы умножаем на десятки.)

— Верно, поэтому короче сразу 21 умножить не на 50, а на 5, но в сумме сдвинуть произведение 105 на разряд влево. А какая запись удобнее — в строчку или в столбик? (В столбик.) Значит, мы ею и будем пользоваться.

В завершение учитель подводит итог беседы: чтобы умножить любое число на двузначное, можно умножить это число сначала на единицы, а затем на десятки и полученные произведения сложить. В записи суммы число десятков сдвигают на 1 разряд влево.

Вывод сопоставляется с текстом учебника на *стр.* 26. Проблема урока разрешена.

Если никто из детей на этапе постановки проблемы не предложит своего варианта умножения, то учитель может использовать подводящий диалог, основываясь на приведенных выше рисунках к заданию 3 этапа актуализации знаний:

— Попробуем свести новый случай умножения к уже изученным. Для этого рассмотрите рисунки. Равны ли площади прямоугольников? Почему? (Да, так как равны их стороны.)

— Значит, как иначе можно вычислить произведение $21 \cdot 56$? (Заменить произведением $21 \cdot (50 + 6)$, а потом раскрыть скобки.)

— Сможем ли мы выполнить умножение числа 21 на разрядные слагаемые? (Да, так как оно сводится к умножению на однозначное число.)

— Каким свойством умножения для этого можно воспользоваться? (Распределительным.)

— Что получится? И т. д.

Для этапов **первичного закрепления и самостоятельной работы с самопроверкой в классе** предназначены ***№* 2—4, *стр.* 26—27.** В ***№* 5, *стр.* 27 (*№* 3—4, *стр.* 23 (РТ))** новый алгоритм используется для решения текстовых задач, а в остальных заданиях повторяются различные вопросы, изученные ранее, — решение задач на движение, сравнение величин, составление выражений с переменными по тексту задач и нахождение значений переменных, действия с многозначными числами, решение простых уравнений, понятия множества делителя и кратного, задачи на перебор вариантов. Работу с этими заданиями можно организовать по-разному. Например, на этапе **первичного закрепления** можно устно выполнить задания ***№* 2, 3, *стр.* 26—27**, а письменно в тетради в клетку — ***№* 4, *стр.* 27** (1-я строчка — а, в, д, ж) с фронтальным комментированием и ***№* 4 (б, г), *стр.* 27** с комментированием в парах. Для **самостоятельной работы с самопроверкой** в классе можно использовать ***№* 4 (е, з), *стр.* 27**.

***№* 2, *стр.* 26.**

Ответы на поставленные вопросы содержатся в записи решения примера: в 8 рядах 256 мест, в 10 рядах — 320 мест, а в 18 рядах — 576 мест.

№ 3, *стр.* 27.

В задании отрабатывается способ комментирования умножения на двузначное число. Дети могут сказать, что комментирование должно быть более подробным, например:

— Умножим 145 на 7 единиц. $7 \cdot 5 = 35$, 5 единиц пишем, 3 десятка запоминаем. $7 \cdot 4 = 28$, $28 + 3 = 31$, 1 десяток пишем, 3 сотни запоминаем. $7 \cdot 1 = 7$, $7 + 3 = 10$. Значит, $145 \cdot 7 = 1015$.

***№* 4, *стр.* 27.**

а) 8188	в) 7728	д) 13 590	ж) 112 048
б) 5415	г) 6808	е) 59 556	з) 651 672

Остальные задания выполняются по выбору в разных формах в зависимости от уровня подготовки класса и от того, какие задания на данном этапе обучения учитель считает целесообразным повторить и закрепить.

На дом можно предложить учащимся придумать и решить свой пример на новый случай умножения, а из **№ 8—9, *стр.* 27** выбрать и решить один любой. Задание **№ 10*, *стр.* 27** дети могут выполнить дополнительно по желанию.

На **уроке 15** рассматривается случай умножения круглых чисел, сводящийся к умножению многозначного числа на двузначное. Построение нового алгоритма основывается на изученном ранее алгоритме умножения круглых чисел, который выводился с помощью переместительного и сочетательного свойств умножения. Потому данные вопросы целесообразно включить в этап актуализации знаний (например, **№ 1, *стр.* 28 (РТ)**).

Актуализация знаний.

1) — Вычислите удобным способом:

$24 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 10$

$3 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 4$

$(6 \cdot 2 \cdot 2) \cdot 5 \cdot 5$ (2400, 1200, 600.)

— Какие свойства умножения вы использовали? (Переместительное, сочетательное.) Найдите карточки с записью этих свойств.

На доске выставляются карточки:

$a \cdot b = b \cdot a$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

— Что общего в полученных числах? (Круглые, по 2 нуля на конце, кратны 100, 6, 600 и т. д.)

— Какая цифра стоит в разряде сотен первого числа? (4.) Сколько в нем всего сотен? (24.)

— Назовите предыдущие этих чисел. (2399, 1199, 599.) Последующие? (2401, 1201, 601.)

— Какое число лишнее? (600 — трехзначное, а остальные четырехзначные; 1200 — сумма цифр 3, а у остальных — 6 и т. д.)

— Что интересного в их расположении? (Расположены в порядке убывания, уменьшаются в 2 раза.)

— Назовите следующие 3 числа. (300, 150, 75.)

— Составьте и решите аналогичный пример на переместительное и сочетательное свойства умножения.

2) — Можно ли утверждать, что значения выражений будут одинаковы? Почему?

$400 \cdot 70$

$(4 \cdot 100) \cdot (7 \cdot 10)$

$(7 \cdot 4) \cdot (10 \cdot 100)$

$28 \cdot 1000$

(Да. Во втором выражении множители 400 и 70 представлены в виде произведения. В третьем — использованы переместительное и сочетательное свойства умножения. В четвертом — вычислены выражения в скобках.)

— Чему равны значения всех этих выражений? (28 000.)

— Вывод какого правила напоминают вам эти выражения? (Правила умножения круглых чисел: круглые числа умножают, не глядя на нули, а потом приписывают столько нулей, сколько в обоих множителях вместе.)

3) Выполните умножение круглых чисел:

$200\,060 \cdot 900$

$15\,080 \cdot 7200$

Несколько учащихся записывают решение примеров на скрытых досках, а остальные — в своих тетрадях в клетку, причем для решения первого примера вы-

зываются наиболее сильные дети, а для решения второго примера — дети, вероятность ошибки у которых наиболее высокая.

При проверке решения первого примера проговаривается алгоритм записи умножения круглых чисел в случае, сводящемся к умножению многозначного числа на однозначное:

1. Мысленно отбрасываем нули и записываем числа так, чтобы однозначный множитель был расположен под единицами многозначного множителя.

2. Выполняем умножение, не глядя на нули.

3. Приписываем столько нулей, сколько в обоих множителях вместе.

4. Читаем полученное число.

Во втором примере могут появиться ошибки как у учеников, работающих у доски, так и у учеников, работающих за партами. Возникает проблемная ситуация, для разрешения которой прежде всего требуется установить причину возникшего затруднения.

Поэтому после фиксации проблемной ситуации учитель может спросить:

— Похожи ли примеры? (Да.) Чем? (В обоих примерах рассматривается умножение круглых чисел.)

— А чем отличается второй пример от первого? (Сводится к умножению на двузначный множитель, а не на однозначный.)

Для фиксации затруднения можно воспользоваться заданием из рабочей тетради ***№* 2 (а), *стр.* 28**.

— У нас есть такой алгоритм? (Нет.)

Далее учащиеся под руководством учителя формулируют ***цель урока***: построить алгоритм и научиться решать примеры на умножение круглых чисел в случае, сводящемся к умножению на двузначное число. Тема урока, соответственно: «Умножение круглых чисел (15 080 · 7200)».

Если все дети правильно выполнят умножение, что маловероятно, учитель и в этом случае подводит детей к фиксации признака отличия второго примера от первого. Тогда в формулировке цели урока слова «построить алгоритм» заменяются словами «потренироваться в решении».

Для построения нового алгоритма можно использовать задание ***№* 2 (б), *стр.* 28** или следующий подводящий диалог:

— Как вы думаете, какой из известных алгоритмов поможет нам вывести новый алгоритм? (Алгоритм умножения круглых чисел для случая умножения на однозначное число.)

— Что в нем изменится, а что — нет? (Изменится способ записи чисел, а не изменится общее правило умножения круглых чисел.)

— Попробуйте сформулировать алгоритм для нового случая. (1. Мысленно отбрасываем нули и записываем числа так, чтобы *единицы и десятки двузначного множителя были расположены соответственно под единицами и десятками многозначного множителя.*

2. Выполняем умножение, не глядя на нули.

3. Приписываем столько нулей, сколько в обоих множителях вместе.)

В завершение этапа соответственно этому алгоритму комментируется решение примера 15 080 · 7200, использованного для создания проблемной ситуации:

$\begin{array}{r} \times\ 15080 \\ \underline{\quad\ 7200} \\ 3016 \\ + \quad 10556 \\ \hline 108576000 \end{array}$	1. Мысленно отбрасываем нули и записываем цифру 2 под цифрой 8, а цифру 7 — под нулем. 2. Умножаем 1508 на 72 ... получаем 108 576. 3. Приписываем 3 нуля. 4. *Ответ:* 108 576 000.

На этапах **первичного закрепления и самостоятельной работы с самопроверкой в классе** можно использовать ***№* 2, 3, *стр.* 32 (*№* 3, *стр.* 28 (РТ))**. Например, про-

комментировать фронтально **№ 2 (в, г)**, затем выполнить по одному примеру из **№ 3** с комментированием в парах и последующей расшифровкой предложенного слова и, в завершение, выполнить самостоятельно по вариантам **№ 2 (а, б)**.

***№* 2, *стр.* 32.**

а) $360 \cdot 7500 = 2\,700\,000$ в) $50\,900 \cdot 62 = 3\,155\,800$

б) $2800 \cdot 940 = 2\,632\,000$ г) $73\,050 \cdot 8600 = 628\,230\,000$

***№* 3, *стр.* 32.**

Ш — 334 800 А — 15 428 000 И — 1 840 500

Т — 2 821 700 У — 635 100 М — 475 127 000

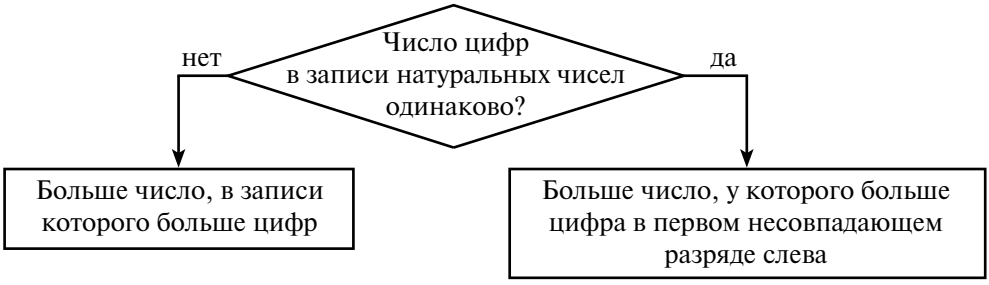
Если расположить числа в порядке убывания (на доске можно выстроить соответствующие карточки с буквами), то получится слово МАТИУШ — имя короля Матиуша I из одноименной повести польского писателя Януша Корчака.

Перед тем как сравнивать числа, целесообразно повторить с учащимися правило сравнения натуральных чисел:

1) Если число цифр различно, то больше число, у которого больше цифр.

2) Если число цифр одинаково, то больше число, у которого больше цифра в первом несовпадающем разряде слева.

Этот алгоритм сравнения можно представить в виде блок-схемы:



На **уроке 13** учащиеся строят формулу стоимости, устанавливающую взаимосвязь между величинами стоимость (C), цена (a), количество товара (n). Работа ведется аналогично тому, как строилась формула пути: в задачах на покупку товаров выделяются зависимые характеристики процесса — величины стоимость, цена, количество товара, — устанавливается взаимосвязь между ними, вводятся обозначения, и выявленная взаимосвязь записывается в виде буквенного равенства $C = a \cdot n$. Как и в предыдущем случае, для анализа и поиска решения задач на стоимость используются таблицы, однако теперь учащиеся опираются не на графические модели, а на аналогию новой формулы с формулой пути. Особое внимание при изучении данной темы следует уделить обсуждению вопроса о значимости математических обобщений.

На этапе актуализации знаний следует повторить с учащимися понятие формулы, целесообразность их построения, вспомнить известные формулы (например, **№ 1, *стр.* 24 (РТ)**). Проблемная ситуация связана с недостаточностью знаний детей для выражения в общем виде (т. е. с помощью формулы) взаимосвязи между величинами, характеризующими покупку товара (например **№ 2 (а), *стр.* 24 (РТ)**).

Приведем пример организации этапа актуализации знаний.

1) — Вычислите удобным способом:

$98 + 36 + 2 + 64$

$152 + 27 + 173 + 48$

$4 + 100 + 219 + 196 + 81$ (200, 400, 600.)

— Какие свойства сложения вы использовали? (Переместительное, сочетательное.) Найдите карточки, выражающие эти свойства в общем виде.

На доске выставляются карточки:

$$\boxed{a + b = b + a} \qquad \boxed{(a + b) + c = a + (b + c)}$$

— Смысл этих свойств в том, что значение суммы не меняется при перестановке слагаемых и их различном сочетании. Как вы думаете, эти свойства мы можем использовать только для наших трех примеров или для всех подобных примеров? (Для всех подобных примеров.)

— Молодцы! Вы отметили самое главное свойство буквенных равенств: они выражают *существенные связи* и тем самым помогают решать огромное количество конкретных задач. А теперь скажите, какую закономерность вы наблюдаете в полученном ряде чисел? (Числа увеличиваются на 200.)

— Назовите 5-е число этого ряда. (1000.) Как вы находили?

Вероятно, дети скажут, что прибавили к числу 600 сначала 200, а потом еще 200. Тогда учитель может спросить:

— Удобно ли с помощью такого метода найти, например, 4 000 000-й член этого ряда? (Нет, нужно много времени.)

— Да, действительно, если за секунду находить по одному члену ряда, то нам потребуется более 10 лет, чтобы заниматься на уроках математики только этим.

А давайте попробуем записать n-й член ряда с помощью формулы. Чем мы можем заменить сложение одинаковых слагаемых? (Умножением.)

— На сколько умножаются последовательно числа натурального ряда? 1-й член — это 200, умноженное на ? (1.) А дальше? ($200 \cdot 2$, $200 \cdot 3$.)

— А как получить n-й член? ($200 \cdot n$.)

— Значит, если обозначить n-й член a_n, то как будет выглядеть формула?

— Допишите равенство в тетради: $a_n = \ldots$ ($a_n = 200 \cdot n$.)

— А теперь найдите по этой формуле 4 000 000-й член. ($200 \cdot 4\,000\,000 = 800\,000\,000$.)

— Значит, с помощью формулы мы за 1 минуту смогли сделать то задание, которое без формулы надо было бы выполнять 10 лет обучения в школе на каждом уроке. В этом и состоит значение формул. А какие еще формулы вы знаете? (Формулы периметра и площади прямоугольника, пути, объема прямоугольного параллелепипеда, деления с остатком.)

Соответствующие формулы выставляются на доске:

$$\boxed{P = (a + b) \cdot 2} \qquad \boxed{S = a \cdot b} \qquad \boxed{V = a \cdot b \cdot c}$$

$$\boxed{a = b \cdot c + r, r < b} \qquad \boxed{s = v \cdot t}$$

Для создания проблемной ситуации можно предложить учащимся следующее задание.

— Я буду читать задачи, а вы пишите в тетрадях формулы, описывающие взаимосвязь между величинами в этих задачах, и устно решите их, основываясь на формулах.

- Пешеход прошел 18 км за 3 ч. С какой скоростью он шел? ($s = v \cdot t$. Чтобы найти скорость, надо пройденный путь разделить на время движения. Значит, скорость пешехода равна $18 : 3 = 6$ км/ч.)
- Длина прямоугольника равна 5 дм, а ширина — 2 дм. Чему равна его площадь? ($S = a \cdot b$. Площадь прямоугольника равна произведению длин его сторон, т. е. $5 \cdot 2 = 10$ дм^2.)
- За 4 пирожка заплатили 48 рублей. Чему равна цена 1 пирожка? (???)

При решении последней задачи большинство детей не смогут записать формулу, а если и смогут, то буквенные обозначения будут разными, могут получать-

ся разные ответы, а некоторые учащиеся не дадут никакого ответа. Возникает проблемная ситуация, в процессе обсуждения которой дети устанавливают причину затруднения.

— Почему вы не записали формулу? (Нет подходящей формулы.)

— А часто ли приходится решать задачи на покупку товаров? (Да, очень часто.)

После этого формулируется цель урока: установить, какие величины характеризуют процесс покупки товаров, ввести обозначения и построить формулу, количественно описывающую этот процесс. Эта формула называется формулой стоимости, поэтому тема урока: «Формула стоимости». С помощью этой формулы можно будет проверить, кто правильно решил последнюю задачу, а кто — нет.

Для построения формулы стоимости можно использовать задачи из учебника ***№* 1, *стр.* 28** или из рабочей тетради ***№* 2 (б), *стр.* 24**. Решая их, учащиеся выделяют величины, о которых идет речь в этих задачах: общая *стоимость товара*, его *цена*, т. е. стоимость единицы товара, и *количество товара*. Сравнивая решения задач:

а) $17 \cdot 5 = 85$ (руб.);

б) $120 \cdot 3 = 360$ (руб.);

в) $a \cdot n$ (руб.),

учащиеся замечают, что во всех задачах стоимость вычисляется как произведение цены и количества товара. Учитель знакомит их с общепринятым обозначением этих величин: стоимость товара — C, цена — a, количество товара — n, и просит записать формулу, связывающую эти величины. Затем учащиеся предлагают свои варианты формул, при этом в качестве критерия выступают установленные числовые равенства. В результате они должны прийти к общей формуле:

$$C = a \cdot n$$

Далее выводятся соотношения, показывающие, как найти из этой формулы цену a и количество товара n:

$$a = C : n \qquad n = C : a$$

В завершение полученный вывод проговаривается, сопоставляется с учебником и решается задача, вызвавшая затруднение. По формуле стоимости цена пирожка равна частному их стоимости — 48 руб. и количества — 4.

$$48 : 4 = 12 \text{ (руб.)}.$$

Таким образом, цена пирожка равна 12 руб. Проблема урока разрешена.

На этапах первичного закрепления и самостоятельной работы с самопроверкой в классе можно использовать задания ***№* 2—4, *стр.* 28—29 (*№* 3—5, *стр.* 24—25 (РТ))**.

***№* 2, *стр.* 28.**

Результаты вычислений записываются в таблице:

а)

C	a	n
360 руб.	60 руб./кг	***6 кг***
200 руб.	5 руб./шт.	40 шт.
950 руб.	***190 руб./м***	5 м

б)

C	a	n
840 руб.	***210 руб./шт.***	4 шт.
56 руб.	8 руб./л	***7 л***
350 руб.	70 руб./кг	5 кг

№ 3, стр. 28.

В задании строятся формулы зависимости величин, описывающие покупку товаров в конкретных случаях. Учащиеся заполняют таблицу, записывают равенства, выражающие взаимосвязь между стоимостью, ценой и количеством товара в указанных случаях, и убеждаются, что они являются частными случаями общего соотношения $C = a \cdot n$ при данных значениях a и C.

n штук	2	4	6	n
C руб.	90	180	270	$45 \cdot n$

$a = 45$ руб./шт.
$C = 45 \cdot n$

№ 4, стр. 29.

a руб./шт.	10	12	15	20	a
n штук	24	20	16	12	$240 : a$

$C = 240$ руб.
$n = 240 : a$

На **уроке 14** в ***№ 2, 4, 5, стр. 30*** отрабатывается и закрепляется формула стоимости, а в ***№ 8—9, стр. 30*** — решение задач на движение. Здесь предполагается использование групповых форм работы, организация рефлексии учащимися своих затруднений в изучении данных тем. Открытия детей связаны с выявлением причин собственных затруднений, построением и реализацией проектов работы над ошибками. На данном уроке можно использовать задания ***№ 1—2, стр. 26—27*** из рабочей тетради.

№ 1, стр. 30.

а) 2844 в) 29 210 д) 38 100 ж) 407 885
б) 918 г) 10 678 е) 20 746 з) 549 183

№ 2, стр. 30.

а)

C	a	n
174 руб.	58 руб./м	3 м
420 руб.	70 руб./кг	***6 кг***
1000 руб.	***50 руб./шт.***	20 шт.

б)

C	a	n
800 руб.	***40 руб./кг***	20 кг
450 руб.	50 руб./шт.	9 шт.
1800 руб.	300 руб./л	***6 л***

№ 3, стр. 30.

а) 2008 м
208 см
208 мм
2008 мм

б) 128 мин
3360 ч
2008 кг
2800 кг

№ 4, стр. 30.

а) $90 \cdot 2 = 180$ (руб.)
б) $800 : 5 = 160$ (руб.)

№ 5, стр. 30.

$2000 : 800 = 2$ (б.) (ост. 400 руб.)

На **уроках 16—17** отрабатывается и закрепляется формула стоимости. Эти уроки проводятся как уроки рефлексии.

№ 2, стр. 34.

а) 1) $7 - 2 = 5$ (з.) — купила Вера.

2) $140 : 2 = 70$ (руб.) — цена одной заколки.

3) $70 \cdot 7 = 490$ (руб.).

4) $70 \cdot 5 = 350$ (руб.).

Ответ: цена одной заколки 70 руб., Маша заплатила 490 руб., а Вера — 350 руб.

б) 1) $720 - 240 = 480$ (руб.) — заплатил Дима.

2) $720 + 480 = 1200$ (руб.) — стоимость всей покупки.

3) $1200 : 20 = 60$ (руб.) — цена одного солдатика.

4) $720 : 60 = 12$ (сол.).

5) $480 : 60 = 8$ (сол.).

Ответ: Саша купил 12 солдатиков, а Дима — 8 солдатиков.

№ 3, стр. 34.

а) 1) $234 : 9 = 26$ (руб.) — цена пирожного.

2) $26 \cdot 7 = 162$ (руб.).

Ответ: 7 пирожных стоят 162 рубля.

б) 1) $40 \cdot 3 + 40 \cdot 2 = 200$ (руб.).

Ответ: мама заплатила 200 руб.

№ 4, стр. 34.

1) $15 \cdot 60 = 900$ (руб.) — стоят тюльпаны.

2) $60 - 25 = 35$ (п.) — купили нарциссов.

3) $15 - 3 = 12$ (руб.) — цена нарциссов.

4) $12 \cdot 35 = 420$ (руб.) — стоят нарциссы.

5) $900 + 420 = 1320$ (руб.).

Ответ: вся покупка стоит 1320 рублей.

№ 1, стр. 36.

а) 66 868 в) 196 460 000

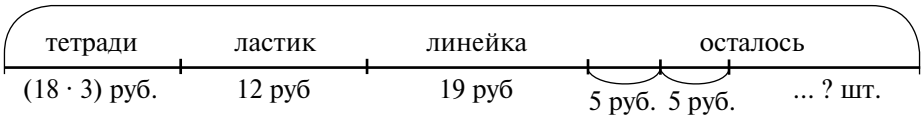
б) 3 230 000 г) 27 636 800

№ 3, стр. 36.

а) $a \cdot 3 + b \cdot 5$; б) $n \cdot 6 + t$; в) $y - k \cdot 7$; г) $a \cdot (b + c)$.

№ 4, стр. 36.

$(5 \cdot 6 + 10 \cdot 2 + 50)$ руб.



— Чтобы ответить на вопрос задачи, можно деньги, оставшиеся у Алеши, разделить на цену жвачек. Цена жвачек известна — 5 руб. Оставшиеся деньги можно найти, если из всей имеющейся суммы вычесть деньги, затраченные на тетради, ластик и линейку. (Ищем часть.) Стоимость тетрадей равна произведению их цены и количества, а сумму денег, которая была у Алеши, найдем, умножив достоинство монет и купюр на их количество и сложив полученные суммы.

1) $5 \cdot 6 + 10 \cdot 2 + 50 = 100$ (руб.) — было у Алеши.

2) $18 \cdot 3 = 54$ (руб.) — стоят тетради.

3) $54 + 12 + 19 = 85$ (руб.) — стоит вся покупка.

4) $100 - 85 = 15$ (руб.) — осталось у Алеши.

5) $15 : 5 = 3$ (шт.).

Ответ: Алеша сможет купить 3 жвачки.

В задачах на повторение, приведенных в данном разделе, отрабатывается и закрепляется изученный ранее материал, обеспечивающий непрерывность раз-

вития содержательно-методических линий курса: свойства чисел и алгоритмы их вычислений, решение текстовых задач, правила сравнения величин, решение уравнений, формула пути, деления с остатком и объема прямоугольного параллелепипеда и др. Предлагаются задачи на развитие вариативности мышления, пространственных представлений, логических и творческих способностей. Приведем решение некоторых из этих задач.

№ 7, стр. 27.

а) $60 \cdot x = 4320$
$x = 4320 : 60$
$x = 72$

б) $x : 700 = 506$
$x = 506 \cdot 700$
$x = 354\,200$

в) $8500 : x = 500$
$x = 8500 : 500$
$x = 17$

№ 8, стр. 27.

$D(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$, $K(20) = \{20, 40, 60, 80, ...\}$.

№ 9, стр. 27.

а) 4 ч 58 мин + 2 ч 17 мин − 3 ч 29 мин = 3 ч 46 мин
б) 18 мин 9 с − 7 мин 46 с + 48 мин 35 с = 58 мин 58 с
в) 4 мин 52 с · 5 = 292 с · 5 = 1460 с = 24 мин 20 с
г) 7 ч 3 мин : 9 = 423 мин : 9 = 47 мин

№ 10*, стр. 27.

Из вазы можно либо ничего не взять, либо взять один фрукт, два или три. Всего получается 7 способов «взятия» фруктов:

1) один персик;
2) один ананас;
3) один банан;
4) персик и ананас;
5) персик и банан;
6) банан и ананас;
7) персик, банан и ананас.

№ 5, стр. 29.

а) $85 \cdot 54 = 4590$
б) $279 \cdot 68 = 18\,972$
Сумма: 880 694
в) $406 \cdot 49 = 19\,894$
г) $9032 \cdot 97 = 876\,104$
Разность: 871 514

№ 6, стр. 29.

а) $415 \cdot 36 = 14\,940$
б) $709 \cdot 79 = 56\,011$
в) $3705 \cdot 68 = 251\,940$
г) $20\,507 \cdot 94 = 1\,927\,658$

№ 7, стр. 29.

— Чтобы узнать, в котором часу мотоциклист выехал из Москвы, можно из времени прибытия вычесть время, которое он был в пути. Время прибытия известно — 13 *ч* 20 *мин. А время в пути равно сумме времени, которое мотоциклист ехал, и времени, затраченного на остановки.*

1) 90 : 45 = 2 (ч) — время, которое мотоциклист ехал.
2) 25 + 35 = 60 (мин) — время, затраченное на остановки.
60 мин = 1 ч
3) 2 ч + 1 ч = 3 ч — был в пути мотоциклист.
4) 13 ч 20 мин − 3 ч = 10 ч 20 мин.

Ответ: мотоциклист выехал в 10 ч 20 мин.

№ 8, стр. 29.

а) 3 см 5 мм = 35 мм
3 дм 5 см = 35 см
3 дм 5 мм = 305 мм
3 дм 5 см = 350 мм
3 м 5 дм = 350 см

б) 3 км 5 м = 3005 м
3 км 5 м = 30 050 дм
3 км 5 м = 300 500 см
3 км 5 м = 3 005 000 мм
3 км 5 см = 3 000 050 мм

№ 9, стр. 29.

а) (30 км − 5 км 964 м) : 6 = 4006 м = 4 км 6 м
б) 40 км 20 м − 78 м 28 мм · 500 = 1006 м = 1 км 6 м

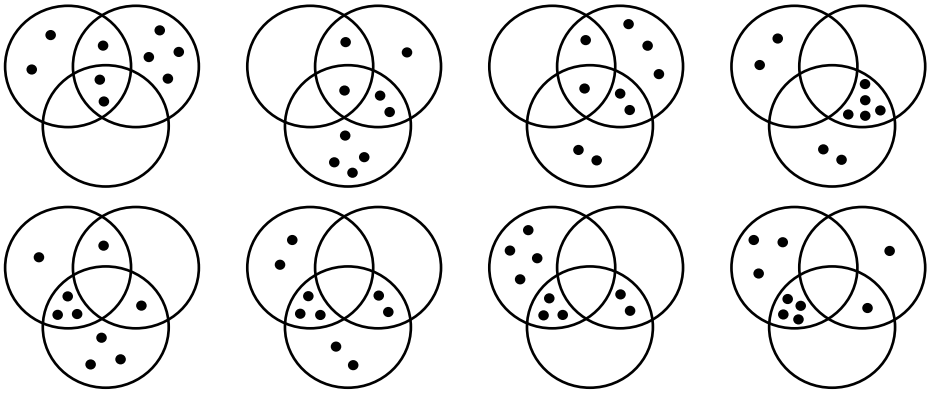
№ 10, *стр.* 29.

$D(21) = \{1, 3, 7, 21\}$; $K(21) = \{21, 42, 63, 84, ...\}$.

№ 11*, *стр.* 29.

Поиск решения задачи учащиеся осуществляют методом проб и ошибок. Полный перебор возможных вариантов не предполагается. Логика поиска решения может основываться на известной учащимся информации о том, что при нахождении суммы элементов двух, трех, четырех и т. д. множеств число элементов пересечения складывается соответственно два, три, четыре и т. д. раз. Значит, при подсчете числа пересечения трех множеств элементы, расположенные в их общей части, подсчитываются трижды, а элементы пресечения только двух множеств — дважды.

Всего в трех множествах разложено 9 элементов, но за счет расположения некоторых элементов в областях пересечения сумма числа их элементов увеличивается до 2 + 5 + 7 = 14. Разность равна 14 − 9 = 5. Значит, элементы надо располагать так, чтобы сумма числа повторов элементов была равна 5, причем очевидно, что в общей части трех множеств не может быть более 2 элементов, а в общей части двух множеств — более 5. Возможны следующие варианты:



№ 6, *стр.* 30.

а) 360; б) 5.

№ 7, *стр.* 30.

— Чтобы узнать, сколько печатных знаков уместится на 64 *страницах, можно число знаков на одной странице умножить на* 64. *Число знаков на одной странице не известно, но мы можем его узнать, умножив число знаков в одной строке на число строк.*

1)
$$\begin{array}{r} 56 \\ \times\ 36 \\ \hline 336 \\ +\ 168 \\ \hline 2016 \end{array}$$
(зн.) — на одной странице;

2)
$$\begin{array}{r} 2016 \\ \times\ 64 \\ \hline 8064 \\ +\ 12096 \\ \hline 129024 \end{array}$$
(зн.).

Ответ: на 64 страницах уместится 129 024 знаков.

№ 8, *стр.* 30.

а)

	s	*v*	*t*
I	? км } ? км	76 км/ч	18 ч
II	? км }	72 км/ч	16 ч

— Чтобы узнать, сколько километров прошел поезд за все время движения, можно сложить расстояния, пройденные им за первые 18 *ч и за следующие* 16 *ч.*

(Ищем целое.) Эти расстояния не известны, но мы можем их вычислить по формуле пути, умножив скорость на время движения.

1) 76 · 18 = 1368 (к) — прошел поезд за 18 ч.

2) 72 · 16 = 1152 (км) — прошел поезд за 16 ч.

3) 1368 + 1152 (км).

Ответ: поезд прошел всего 2520 км.

б)

	s	*v*	*t*
I	36 км } ? км	v_1 км/ч	2 ч
II	s_1 км	(v_1 − 2) км/ч	3 ч

— Чтобы узнать, сколько километров проехал почтальон, можно сложить расстояния, пройденные им за первые 2 *ч и за следующие* 3 *ч. (Ищем целое.) Первое расстояние известно —* 36 *км. Чтобы найти второе расстояние, можно скорость движения на этом участке умножить на время его движения —* 3 *ч. Остается найти скорость на втором участке. Для этого вначале можно вычислить по формуле пути скорость движения на первом участке, а затем уменьшить ее на* 2 *км/ч.*

1) 36 : 2 = 18 (км/ч) — скорость на I участке.

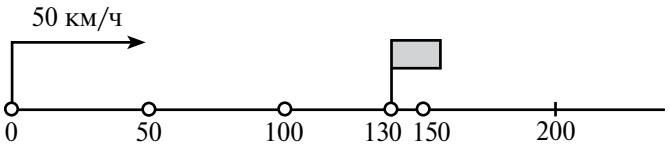
2) 18 − 2 = 16 (км/ч) — скорость на II участке.

3) 16 · 3 = 48 (км) − длина II участка.

4) 36 + 48 = 84 (км).

Ответ: почтальон проехал на велосипеде 84 км.

№ 9, *стр.* 30.



— Чтобы узнать, успеет ли голубь доставить донесение за 2 *ч и за* 3 *ч, можно вычислить расстояния, которые пролетит голубь за это время, и сравнить их со* 130 *км.*

1) 50 · 2 = 100 (км) — пролетит голубь за 2 ч.

2) 50 · 3 = 150 (км) — пролетит голубь за 3 ч.

3) 100 км < 130 км < 150 км.

Ответ: за 2 ч голубь не успеет доставить донесение, а за 3 ч — успеет.

№ 10, *стр.* 31.

а) $m - n = 17$, или $m = n + 17$, или $n = m - 17$;

б) $y : x = 8$, или $y = x \cdot 8$, или $x = y : 8$;

в) $b - a = 92$, или $b = a + 92$, или $a = b - 92$;

г) $k : d = 5$, или $k = d \cdot 5$, или $d = k : 5$.

№ 11, *стр.* 31.

В сутках 24 часа, поэтому продолжительность ночи равна разности 24 ч и продолжительности дня t ч, т. е. $24 - t$ часов.

$\underline{24 - t}$

$t = 8$ $\quad 24 - t = 24 - 8 = 16$ (ч);

$t = 10$ $\quad 24 - t = 24 - 10 = 14$ (ч);

$t = 12$ $\quad 24 - t = 24 - 12 = 12$ (ч).

Данное задание можно использовать для подготовки следующего урока, обратив внимание детей на то, что буквенные выражения позволяют давать обобщенное решение задач, которое включает в себя бесконечное множество конкретных ситуаций. В данном случае мы решили одновременно не только предло-

женные 3 задачи, но и все задачи такого вида, в которых переменная t принимает любые значения от 0 до 24.

№ 12, *стр.* 31.

$$(2488 + 4512) \cdot 593 - (485\,830 - 37\,598) : 8 = 4\,094\,971$$

(1) (3) (5) (2) (4)

1) $2488 + 4512 = 7000$

2) $485830 - 37598 = 448232$

3) $593 \times 7000 = 4151000$

4) $448232 : 8 = 56029$

4	4	8	2	3	2	| 8
4	0					5 6 0 2 9
	4	8				
		4	8			
			2	3		
				1	6	
				7	2	
					7	2
						0

5) $4151000 - 56029 = 4094971$

№ 13, *стр.* 31.

М — 3	О — 18	Т — 5	А — 4	Р — 17
И — 60	С — 28	К — 35	Н — 76	

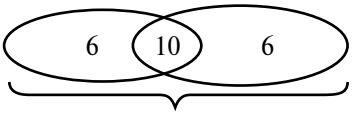
3	4	5	17	18	28	35	60	76
М	А	Т	Р	О	С	К	И	Н

№ 14, *стр.* 31.

$D(22) = \{1, 2, 11, 22\}$; $K(22) = \{22, 44, 66, 88, ...\}$.

№ 15*, *стр.* 31.

M — 16 чел. $П$ — 16 чел.



$M \cup П$ — ? чел.

1) 16 − 10 = 6 (чел.) — будут заниматься только математикой.
2) 16 − 10 = 6 (чел.) — будут заниматься только природоведением.
3) 6 + 6 + 10 = 22 (чел.) — записались в кружки.
4) 25 − 22 = 3 (чел.).
Ответ: 3 учащихся класса не записались ни в один из этих кружков.

№ 4, *стр.* 32.

а) 1) 68;	2) 774 000;	3) 1350;	4) 91 800;	5) **682 200**;
б) 1) 201;	2) 5628;	3) 5 121 480;	4) 62 308;	5) **5 059 172**.

№ 5, *стр.* 32.

$a = b + 18$	a больше, чем b, на 18;
$k - t = 5$	k больше, чем t, на 5;
$x = y - 9$	y больше, чем x, на 9;
$n - 4 = m$	n больше, чем n, на 4.

№ 6, *стр.* 33.

а) 48; б) 15.

№ 7, *стр.* 33.

а) 40 · 7 = 280 (руб.) б) 60 : 12 = 5 (шт.) в) 1800 : 20 = 90 (руб.)

№ 8, стр. 33.
$(200 - 80) : 4 = 40$ (руб.)

№ 9, стр. 33.
$200 - (15 \cdot 3 + 37 \cdot 2 + 8 \cdot 6) = 33$ (руб.)
Ответ: да, сможет.

№ 10, стр. 33.
$D(23) = \{1, 23\}$; $K(23) = \{23, 46, 69, 92, ...\}$.

№ 11, стр. 33.
$\underline{a + (a - 3) + (a - 3) \cdot 2}$
$a = 8$ $8 + (8 - 3) + (8 - 3) \cdot 2 = 8 + 5 + 10 = 23$ (кг)

№ 13*, стр. 33.
Выражение можно составить различными способами. Приведем несколько примеров:
$7 + 7 - 7 + 7 - 7 + 7 - 7 = 7$,
$777 : 777 \cdot 7 = 7$,
$(77 - 7) : (77 - 7) \cdot 7 = 7$ и т. д.

При расстановке скобок и знаков действий могут получаться выражения, имеющие различные значения, например:
$(7 - 7) \cdot 77\,777 = 0$,
$77 : 7 - (7 + 7) : 7 + 7 = 16$,
$(7 : 7 + 7 - 7) \cdot 7 + 7 \cdot 7 = 56$ и т. д.

Наибольшее значение имеет выражение:
$7777 \cdot 777 = 6\,042\,729$.

№ 5, стр. 35.
Прибавление и вычитание одного и того же числа не меняет результата, поэтому:
а) $126 + 99 = 126 + 100 - 1 = 226 - 1 = 225$;
б) $532 - 98 = 532 - 100 + 2 = 432 + 2 = 434$.
Результат произведения не зависит от порядка множителей (переместительное свойство умножения) и порядка действий (сочетательное свойство умножения), значит:
в) $20 \cdot 142 \cdot 5 = 142 \cdot (20 \cdot 5) = 142 \cdot 100 = 14\,200$;
г) $73 \cdot 25 \cdot 4 = 73 \cdot (25 \cdot 4) = 73 \cdot 100 = 7300$.
На основании распределительного свойства умножения:
д) $997 \cdot 452 + 3 \cdot 452 = 452 \cdot (997 + 3) = 452 \cdot 1000 = 452\,000$.
Пользуясь переместительным и сочетательным свойствами сложения, получаем:
е) $284 + 98 + 116 + 2 = (284 + 116) + (98 + 2) = 400 + 100 = 500$.
Значения двух последних выражений можно найти, пользуясь правилами вычитания числа из суммы и суммы из числа:
ж) $(939 + 56) - 239 = (939 - 239) + 56 = 700 + 56 = 756$;
з) $721 - 96 - 621 = (721 - 621) - 96 = 100 - 96 = 4$.

№ 6, стр. 35.
а) 3 420 000 б) 272 600 000 в) 19 532 000 г) 20 755 200

№ 7, стр. 35.
а) 49; б) 24.

№ 8, стр. 35.
а) $a = 76$, $b = 17$, $c = 4$, $r = 8$
$76 = 17 \cdot 4 + 8$, $8 < 17$ (и)

б) $a = 81$, $b = 26$, $c = 3$, $r = 3$
$81 = 26 \cdot 3 + 3$, $3 < 26$ (и)

№ 9, стр. 35.
$D(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$; $K(24) = \{24, 48, 72, 96, ...\}$.

№ 10, стр. 35.

$n = m \cdot 3$	n больше, чем m, в 3 раза;
$a : b = 6$	a больше, чем b, в 6 раз;
$c \cdot 10 = d$	d больше, чем c, в 10 раз;
$p : 5 = r$	p больше, чем r, в 5 раз;
$k : t = 2$	k больше, чем t, в 2 раза;
$y = x : 8$	x больше, чем y, в 8 раз.

№ 11, стр. 35.

— Чтобы найти объем прямоугольного параллелепипеда, можно перемножить его длину, ширину и высоту — 12 *м,* 8 *м и* 4 *м. Площадь пола и потолка одинаковая, она равна произведению длины и ширины комнаты —* 5 *м и* 8 *м. Площади противоположных стен также равны. Их можно вычислить, перемножая соответствующие длины сторон прямоугольников.*

1) $12 \cdot 8 \cdot 4 = 384$ (м^3) — объем.
2) $12 \cdot 8 = 96$ (м^2) — площадь пола (потолка).
3) $12 \cdot 4 = 48$ (м^2).
4) $8 \cdot 4 = 32$ (м^2).
5) $(48 + 32) \cdot 2 = 160$ (м^2).

Ответ: объем 384 м^3, площадь пола и площадь потолка 96 м^2, площадь всех стен — 160 м^2.

№ 12*, стр. 35.

Данную на рисунке развертку могут иметь параллелепипеды *A*, *D* и *E*. Вначале учащиеся мысленно определяют пространственное расположение фигуры, сравнивая с данной на рисунке разверткой, а затем могут убедиться в этом с помощью предметной модели.

№ 5, стр. 36.
а) 40; б) 62.

№ 6, стр. 37.

$n - 8 = d$	n больше, чем d, на 8 (или d меньше, чем n, на 8);
$p = t + 9$	p больше, чем t, на 9 (или t меньше, чем p, на 9);
$a - k = 2$	a больше, чем k, на 2 (или k меньше, чем a, на 2);
$c : b = 8$	c больше, чем b, в 8 раз (или b меньше, чем c, в 8 раз);
$x \cdot 5 = y$	y больше, чем x, в 5 раз (или x меньше, чем y, в 5 раз);
$r = m : 7$	m больше, чем r, в 7 раз (или r меньше, чем m, в 7 раз).

№ 7, стр. 37.

а) 4 км 25 м = 4025 м
4 м 25 см = 425 см
4 дм 25 мм = 425 мм
4 м 25 мм = 4025 мм
4 м^2 25 дм^2 = 425 дм^2
4 дм^3 25 см^3 = 4025 см^3

б) 4 ц 25 кг = 425 кг
4 т 25 кг = 4025 кг
4 ч 25 мин = 265 мин
4 мин 25 с = 265 с
4 кг 25 г = 4025 г
4 сут. 25 ч = 121 ч

№ 8, стр. 37.

Ё — 47 276	З — 42 750	Р — 427 200
Ь — 190 440	К — 2 484 300	У — 2 165 760

КУРЬЁЗ

№ 9, стр. 37.

$D(25) = \{1, 5, 25\}$; $K(25) = \{25, 50, 75, 100, ...\}$.

№ 10, стр. 37.

Сумма в рублях	500	100	50	10	5	2	1	Всего монет и купюр
298	–	2	1	4	1	1	1	10
364	–	***3***	***1***	***1***	–	***2***	–	***7***
472	–	***4***	***1***	***2***	–	***1***	–	***8***
725	***1***	***2***	–	***2***	***1***	–	–	***6***
1056	***2***	–	***1***	–	***1***	–	***1***	***5***
2939	***5***	***4***	–	***3***	***1***	***2***	–	***15***

№ 11, стр. 37.

Уравнения могут быть решены разными способами. Здесь учащиеся должны подобрать корни уравнений, используя известные свойства умножения. Логика их рассуждений может быть следующая:

Слева записано 4 слагаемых, каждое из которых равно x. На основании переместительного свойства умножения выражение справа может быть представлено в виде произведения $752 \cdot 4$, равного сумме 4 слагаемых 752. Значит, $x = 752$.

На основании распределительного свойства умножения выражение, записанное слева, может быть представлено в виде $y \cdot 5 + 7 \cdot 5$. Сравнивая его с выражением, записанным справа, получаем $y = 8$.

Эти же уравнения можно было решить, используя общий алгоритм и вычисления. Но решение в этом случае было бы громоздким, менее удобным. Таким образом, иногда использование изученных свойств чисел позволяет найти более простое и удобное решение не только примеров, но и уравнений.

№ 12*, стр. 37.

Произведние увеличилось в 4 раза.

Уроки 18—23

Умножение на трехзначное число. Формула работы

Основные цели:

1) Сформировать умение умножать многозначные числа на трехзначные.

2) Сформировать представление о величине «производительность», выявить зависимость между величинами объем выполненной работы (A), производительность (w) и время (t), построить формулу работы $A = w \cdot t$.

3) Повторить и закрепить решение уравнений и примеров на порядок действий, понятия делителя и кратного, формулу деления с остатком, решение задач с использованием формул объема прямоугольного параллелепипеда, пути, стоимости, соотношение между единицами длины, массы, времени, развивать геометрические представления и отрабатывать навыки вычислений.

Алгоритм умножения многозначного числа на трехзначное вводится на **уроке 18** аналогично алгоритму умножения на двузначное число, однако распредели-

тельное свойство умножения, лежащее в основе этого введения, распространяется на три слагаемых.

Для актуализации знания можно рассмотреть **№ 1, *стр.* 33** из рабочей тетради или следующие задания:

1) На доске записаны выражения:

72 : 3

120 : 4

180 : 5

— Что общего в этих выражениях? (Это частные, делитель — однозначное число и т. д.)

— Какое из данных выражений лишнее? (72 : 3, так как делимое в этом выражении двузначное число, а в остальных – трехзначное; делимое здесь не является круглым числом, а в остальных — является; 120 : 4 — так как сумма цифр делимого равна 3, а в остальных выражениях — 9 и т. д.)

— Найдите значения этих выражений и запишите их на индивидуальных досках. (24, 30, 36.)

Вместо индивидуальных досок можно использовать файлы с белым листом внутри.

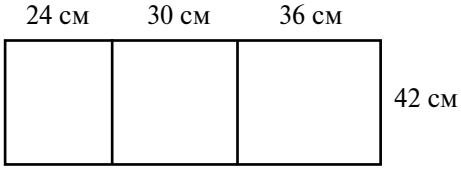
— Какое число следующее? Почему? (42, так как числа увеличиваются на 6.)

— Запишите это число, затем сотрите запятые и прочитайте получившееся 8-значное число. (24 303 642.)

— Какая цифра записана в разряде десятков тысяч этого числа? (Цифра 0.)

Сколько в нем всего десятков тысяч? (2430 десятков тысяч.)

2) На заготовке прямоугольника на доске учитель выставляет карточки с числами 24, 30, 36, 42, которые получились на предыдущем этапе:



— Найдите два различных способа вычисления площади большого прямоугольника. (Можно найти длину большого прямоугольника, а затем умножить ее на ширину, либо можно найти площади маленьких прямоугольников, а затем их сложить.) Запишите эти способы в тетрадях.

Учащиеся записывают в тетрадях выражения:

$(24 + 30 + 36) \cdot 42$

$24 \cdot 42 + 30 \cdot 42 + 36 \cdot 42$

На доске выставляются соответствующие карточки с выражениями.

— Вычислите в течение 1 минуты площадь прямоугольника, выбрав любое из данных выражений.

Большинство учащихся, вероятно, выберут первый способ как наиболее удобный. При проверке задания проговаривается алгоритм записи умножения в столбик и алгоритм умножения круглых чисел:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 42 \\ \times\ \ 90 \\ \hline 3780 \end{array} \ (\text{см}^2)$$

Те, кто будет работать со вторым выражением, очевидно, не успеют за 1 мин выполнить задание до конца. Их можно спросить:

— Зависит ли площадь прямоугольника от способа ее вычисления? (Нет.)

Учитель переставляет на доске карточки и записывает между выражениями знак равенства:

$(24 + 30 + 36) \cdot 42 = 24 \cdot 42 + 30 \cdot 42 + 36 \cdot 42$

— Значит, каким будет значение второго выражения? (Также 3780 см^2.)

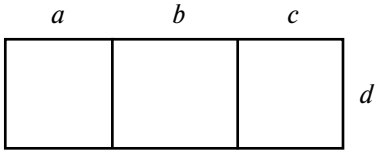
Чтобы вспомнить алгоритм умножения на двузначное число, можно выставить перед учащимися готовое решение:

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 42 \\ \hline 48 \\ +\ 96 \\ \hline 1008 \end{array}\ (\text{см}^2) \qquad \begin{array}{r} 42 \\ \times\ 30 \\ \hline 1260 \end{array}\ (\text{см}^2) \qquad \begin{array}{r} 36 \\ \times\ 42 \\ \hline 72 \\ +\ 144 \\ \hline 1512 \end{array}\ (\text{см}^2) \qquad \begin{array}{r} 1008 \\ +1260 \\ \hline 1512 \\ \hline 3780 \end{array}\ (\text{см}^2)$$

— Почему в данном случае удобнее воспользоваться первым выражением? (Меньше действий, проще вычисления.)

Названия используемых для вычисления алгоритмов умножения чисел можно выставить на доске: умножение на однозначное число, умножение на двузначное число, умножение круглых чисел.

Далее учитель открывает на доске чертеж:



— Пользуясь чертежом, составьте числовое равенство, связывающее различные способы вычисления площади данного прямоугольника.

В тетрадях и на доске записывается равенство:

$$(a + b + c) \cdot d = a \cdot d + b \cdot d + c \cdot d$$

— Сравните полученное равенство с распределительным свойством умножения: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$. (В полученном равенстве не 2, а 3 слагаемых.)

Таким образом, распределительное свойство умножения распространяется на 3 слагаемых. Целесообразно еще раз уточнить его смысл: *при умножении суммы на число можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные произведения сложить*.

В завершение можно уточнить с учащимися, что правило умножения числа на сумму не отличается от правила умножения суммы на число в силу переместительного свойства умножения.

3) Учитель выставляет на доске выражения и просит учащихся найти лишнее выражение:

$156 \cdot 324$

$156 \cdot (300 + 20 + 4)$

$156 \cdot 300 + 156 \cdot 20$

Ответы могут быть разные. Например, учащиеся могут сказать, что лишним является первое выражение, так как для его записи использовано два числа, а для записи остальных — 4. Или что лишним является третье выражение, так как это сумма, а два остальных выражения — произведения. Однако после проведенной подготовительной работы, вероятно, найдутся учащиеся, которые заметят, что значения двух первых выражений равны между собой, а третьего — нет. Если они сами не догадаются, то можно задать им вопрос:

— Значения каких выражений равны между собой? Почему?

Тогда дети, без сомнения, увидят, что во втором выражении множитель 324 заменен суммой разрядных слагаемых, и поэтому значения первых двух выражений равны. Далее учитель спрашивает:

— Что нужно дописать в третье выражение, чтобы оно стало равно первым двум? (Слагаемое 156 · 4.)

В качестве мотивирующей ситуации можно предложить учащимся вычислить самостоятельно в течение 1 мин значение произведения 156 · 324 **(*№* 2 (а), *стр.* 33 (РТ))** (запись ведется на индивидуальных досках). Некоторые дети, возможно, догадаются использовать правило умножения числа на сумму, другие попытаются записать пример в столбик, часть детей заметит, что это новый случай умножения, но проведенная подготовительная работа для них окажется недостаточной, и они не смогут сообразить, как действовать в этом случае. Возникшая проблемная ситуация требует осмысления того, где и почему возникло затруднение. Это осуществляется на следующем этапе урока.

— Чем отличается данный пример от тех, которые встречались нам раньше?

(Здесь перемножаются трехзначные числа, а такого алгоритма у нас нет.)

Далее формулируется ***цель урока***: построить алгоритм и научиться выполнять умножение на трехзначное число, познакомиться с различными способами его записи и выбрать наиболее удобную запись. Соответственно, тема урока: «Умножение на трехзначное число».

Построение нового алгоритма целесообразно начать с обсуждения способа решения поставленной задачи. Учащиеся достаточно подготовлены, чтобы самостоятельно выбрать способ действий: заменить трехзначный множитель суммой разрядных слагаемых и воспользоваться правилом умножения числа на сумму (распределительным свойством умножения).

Для реализации этого проекта можно выполнить задание ***№* 1 (а), *стр.* 38** или ***№* 2 (б), *стр.* 33 (РТ))**. Чтобы детям было интересно вести поиск, задание ***№* 1 (б), *стр.* 38** и готовый алгоритм в рамке вместе с ***№* 2, *стр.* 38** можно закрыть двумя полосками бумаги, написав на них: «Секрет 1», «Секрет 2».

В ***№* 1 (а), *стр.* 38** учащиеся еще раз проговаривают правило умножения числа на сумму и предлагают свои варианты решения, таким образом, последовательно строят новый алгоритм вычисления с помощью этого правила.

1) Заменить трехзначный множитель суммой разрядных слагаемых.

2) Применить правило умножения числа на сумму.

3) Выполнить умножение на единицы, десятки, сотни.

4) Сложить полученные произведения.

Таким образом, новый алгоритм умножения на трехзначное число построен. Однако очевидно, что запись получилась громоздкая, неудобная. Далее учитель может попросить детей придумать свой вариант записи новых примеров в столбик. Дети предложат свои варианты, а после этого, открыв полоску «Секрет 1», они могут сравнить свой способ записи умножения на трехзначное число в столбик с общепринятым.

Далее новый вычислительный прием фиксируется с помощью алгоритма. Для этого достаточно уточнить имеющийся алгоритм умножения на двузначное число. В итоге получаются следующие шаги алгоритма умножения на трехзначное число в столбик:

1) Записать *трехзначный* множитель под данным числом так, чтобы единицы находились под единицами, десятки — под десятками, а *сотни — под сотнями*.

2) Умножить данное число последовательно на единицы, десятки *и сотни трехзначного числа* (в записи суммы сдвинуть число десятков на 1 разряд влево, *а число сотен — на 2 разряда влево*).

3) Сложить полученные произведения.

Затем учащиеся открывают полоску «Секрет 2» и сравнивают полученный алгоритм с правилом в рамке. В приведенном правиле указаны 2-й и 3-й шаги алгоритма. Способ записи множителей не указан, так как, вообще говоря, он может быть различным (в столбик, в строчку и т. д.). В завершение еще раз фиксируются

шаги построенного алгоритма, чтобы подготовить детей к комментированию решения примеров нового типа. Проблема урока разрешена.

На этапах **первичного закрепления** и **самостоятельной работы с самопроверкой в классе** по выбору учителя решаются примеры из ***№* 2—4, *стр.* 38—39 (*№* 3, *стр.* 33 (РТ))**. Дома можно предложить учащимся решить по 1—2 примера из задания ***№* 4, *стр.* 39**, не включенных в классную работу, а также придумать и решить свой собственный пример на новый вычислительный прием.

***№* 2, *стр.* 38.**

Из записи умножения чисел 248 на 536 в столбик следует, что:

- в 536 упаковках 132 928 ластиков;
- в 6 упаковках 1488 ластиков;
- в 30 упаковках 7440 ластиков;
- в 500 упаковках 124 000 ластиков;
- в 5360 упаковках 1 329 280 ластиков.

***№* 3, *стр.* 39.**

По записи приведенных в задании примеров можно определить число автомобилей, которое выпускает завод:

- за год (за невисокосный год —177 025 автомобилей, за високосный год — 177 510 автомобилей);
- за 5 дней (2425 автомобилей);
- за 6 дней (2910 автомобилей);
- за 60 дней (29 100 автомобилей);
- за 300 дней (145 500 автомобилей).

Второе произведение больше первого на 485, так как первое произведение представляет собой сумму 365 слагаемых, равных 485, а второе — 366 таких же слагаемых.

***№* 4, *стр.* 39.**

а) $752 \cdot 128 = 96\,256$;
б) $246 \cdot 496 = 122\,016$;
в) $405 \cdot 527 = 213\,435$;
г) $906 \cdot 358 = 324\,348$;
д) $1029 \cdot 374 = 384\,846$;
е) $8503 \cdot 982 = 8\,349\,946$;
ж) $5007 \cdot 716 = 3\,585\,012$;
з) $30\,209 \cdot 245 = 7\,401\,205$.

На **уроке 19** закрепляется алгоритм умножения на трехзначное число и рассматривается частный случай, когда в разряде десятков трехзначного множителя стоит цифра 0. Для создания проблемной ситуации учитель предлагает учащимся самостоятельно решить пример типа $148 \cdot 106$. Очевидно, некоторые дети допустят ошибки в вычислениях. При постановки проблемы выявляется причина затруднения — отсутствие единиц в разряде десятков трехзначного множителя, формулируется цель урока и его тема: «Умножение на трехзначное число $(148 \cdot 106)$». При открытии нового знания учитель с помощью подводящего диалога помогает учащимся уточнить общий алгоритм умножения на трехзначное число для данного случая.

1) Записать трехзначный множитель под данным числом так, чтобы единицы находились под единицами, десятки — под десятками, а сотни — под сотнями.

2) Умножить данное число последовательно *на единицы и сотни* трехзначного числа *(в записи суммы сдвинуть число сотен на 2 разряда влево)*.

3) Сложить полученные произведения.

На этапах **первичного закрепления** и **самостоятельной работы с самопроверкой в классе** используются задания ***№ 1—4, стр. 41 (№ 2, стр. 35 (РТ))***. В домашнюю работу включается задание: придумать и решить свой пример на новый случай умножения.

№ 2, стр. 41.
а) 963 · 407 = 391 941;
б) 216 · 809 = 174 744;
в) 529 · 104 = 55 016;
г) 745 · 902 = 671 990;
д) 807 · 307 = 247 749;
е) 201 · 508 = 102 108;
ж) 402 · 609 = 244 818;
з) 905 · 106 = 95 930.

№ 3, стр. 41.
Ю — 305 095 И — 349 184
Д — 438 912 М — 578 934

578 934	305 095	349 184	438 912
М	Ю	И	Д

МЮИД — старинная мера жидкости и сыпучих тел во Франции, имеет древнеримское происхождение. Как и все старинные меры, сильно меняется в зависимости от района и измеряемого вещества. Так, например, мюид для жидкостей равен приблизительно 274 л, для сухих веществ — 268 л, для зерна — 1827 л, для соли — 2496 л, для древесного угля — 4062 л и т. д.

№ 4, стр. 41.
$\underline{527 \cdot a}$
$a = 48$ $527 \cdot 48 = 25\,296$
$a = 250$ $527 \cdot 250 = 131\,750$
$a = 673$ $527 \cdot 673 = 354\,671$
$a = 901$ $527 \cdot 901 = 474\,827$

На следующих уроках задания на умножение на трехзначное число включены в блок задач на повторение.

Урок 21 посвящен построению формулы работы $A = w \cdot t$, выражающей взаимосвязь между объемом выполненной работы A, производительностью труда w и временем работы t. Особое внимание при построении новой формулы следует уделить новому для детей понятию производительности труда. Оно вводится на основе аналогии с понятием скорости движения: производительность выступает как скорость выполнения некоторой работы. По возможности понятие *производительности* целесообразно провести через предметные действия детей. Приведем один из возможных вариантов введения формулы работы на **уроке 21**.

Актуализация знаний.
1) У учителя на столе разложены карточки с изученными формулами. На доске нарисована таблица:

s	*v*	*t*
?	60 км/ч	4 ч
720 км	?	6 ч
57 км	19 км/ч	?

По данным таблицы учащиеся составляют задачи и находят неизвестные значения величин: 240 км, 120 км/ч, 3 ч. Далее дети работают с формулами, подготовленными учителем.

— Найдите среди формул те, которые показывают, как найти неизвестные значения пути s, скорости v, времени t.

На доске выставляются соответствующие карточки с формулами:

$$\boxed{s = v \cdot t} \qquad \boxed{v = s : t} \qquad \boxed{t = s : v}$$

Учащиеся комментируют их: путь равен скорости, умноженной на время движения; скорость равна пути, деленному на время движения; время равно пути, деленному на скорость.

— По какому правилу можно получить две последние формулы из первой? (По правилу нахождения неизвестного множителя.)

— А зачем вообще нужны формулы? (Показывают, как решать похожие между собой задачи.)

2) При выполнении следующих заданий учащиеся в течение 20—30 секунд самостоятельно записывают выбранную ими формулу, а затем обсуждение задачи ведется фронтально.

— Подберите формулу для решения первой задачи. ($s = v \cdot t$.) Придумайте по этой формуле задачу, аналогичную первой задаче. (Например: Ира шла 2 ч со скоростью 5 км/ч. Какое расстояние она прошла?)

— Запишите формулу, подходящую задаче: «Один всадник проскакал 70 км за 2 ч, а второй — 90 км за 3 ч. Какой из них скакал быстрее?» ($v = s : t$.)

— Решите эту задачу, пользуясь формулой. (Чтобы узнать, кто из всадников скакал быстрее, нужно сравнить их скорости. Скорость первого всадника равна $70 : 2 = 35$ км/ч, а второго — $90 : 3 = 30$ км/ч. Так как 35 км/ч > 30 км/ч, то первый всадник скакал быстрее.)

Для создания мотивирующей ситуации можно предложить учащимся подобрать формулу к задаче:

— Один мастер сделал 24 детали за 4 ч, а второй — 21 деталь за 3 ч. Кто из них работал быстрее?

Дальше учащиеся приходят к выводу, что подходящей формулы среди изученных нет. Таким образом, ***цель урока*** — установить, какие величины описывают процесс выполнения работы, и установить взаимосвязь между ними. Тема урока: «Формула работы».

Для открытия новых знаний можно использовать следующий подводящий диалог:

— О каких величинах идет речь в последней задаче — о площади, объеме, пройденном пути?.. (Нет. В задаче говорится о количестве деталей, сделанных рабочими, о скорости и времени их работы.)

— Как найти скорость работы мастеров? (Надо количество сделанных деталей разделить на время работы.)

— Скорость работы называют чаще производительностью и обозначают w, всю выполненную работу — A, а время работы — t. Попробуйте установить взаимосвязь между этими величинами.

Дети высказывают свои версии, обосновывают их. В результате они приходят к соотношению $w = A : t$ и решают на основе этого соотношения данную задачу: первый мастер делал за час $24 : 4 = 6$ деталей, а второй — $21 : 3 = 7$ деталей, и поэтому второй мастер работал быстрее первого.

Затем из формулы $w = A : t$ учащиеся выводят две другие формулы: $A = w \cdot t$ и $t = A : w$. Все полученные формулы фиксируются на доске и в тетрадях:

$$A = w \cdot t \qquad w = A : t \qquad t = A : w$$

Для более глубокого усвоения учащимися смысла понятия производительности целесообразно провести практическую работу, в которой каждый из них вычислит производительность своего труда. Например, предложить им в течение 2 мин устно решить и записать на карточке ответы несложных примеров. После проверки задания дети вычисляют свою производительность, разделив количество верно решенных примеров или уравнений на 2, и убеждаются в справедливости полученных соотношений. В завершение учащиеся сравнивают полученные формулы с формулами, приведенными в тексте учебника, фиксируют формулировки. Проблема урока разрешена.

Данные этапы можно организовать, используя задания из рабочей тетради: ***№ 1—2, стр. 38***. На этапе **первичного закрепления** учащиеся проговаривают в громкой речи новое для них понятие производительности труда и взаимосвязь между объемом всей выполненной работы, производительностью и временем работы. Для этого можно использовать ***№ 2—3, стр. 46 (№ 3—5, стр. 38—39 (РТ))***. Задание ***№ 4, стр. 46*** можно предложить учащимся в качестве **самостоятельной работы с самопроверкой в классе**.

№ 2, стр. 46.

В задании отрабатывается понятие производительности труда. В нем приведены шутливые предложения, учащиеся должны их прочитать и объяснить их смысл. Так, предложение (а) означает, что Оля за каждую минуту лепит 2 штуки пельменей, предложение (б) означает, что Денис за 1 день делает 4 табуретки и т. д.

№ 3, стр. 46.

а)

A	*w*	*t*
60 шт.	4 шт./ч	***15 ч***
160 л	8 л/мин	20 мин
450 шт.	***30 шт./с***	15 с

б)

A	*w*	*t*
240 зн.	***30 зн./мин***	8 мин
48 шт.	12 шт./с	4 с
480 т	80 т/ч	***6 ч***

№ 4, стр. 46.

а) $208 \cdot 256 = 53\,248$ (ав.)

б) $10\,800 : 6 = 1800$ (б./ч)

№ 5, стр. 46.

t ч	2	4	6	7	9	*t*
A дет.	16	32	48	56	72	$8 \cdot t$

$w = 8$ дет./ч

$A = 8 \cdot t$

№ 6, стр. 47.

w тар./мин	2	3	4	6	9	*w*
t мин	18	12	9	6	4	$36 : w$

$A = 36$ тар.

$t = 36 : w$

Урок 22 посвящен использованию формулы работы для решения составных текстовых задач. Их оформление, анализ, решение аналогичны оформлению, анализу и решению задач на движение и на стоимость.

№ 1, стр. 48.

— Чтобы узнать, у какого оператора производительность больше и на сколько, можно вычислить их производительности и из большего числа вычесть меньшее. Зна-

чение производительности каждого оператора можно найти, разделив количество напечатанных страниц на время работы.

1) 90 : 5 = 18 (стр./ч) — производительность I оператора.

2) 98 : 7 = 14 (стр./ч) — производительность II оператора.

3) 18 − 14 = 4 (стр./ч).

Ответ: производительность первого оператора на 4 стр./ч больше, чем второго.

№ 2, стр. 48.

а) — *Чтобы узнать, сколько костюмов сошьют на фабрике за год, можно производительность фабрики за день умножить на* 256. *Производительность не известна, но ее можно вычислить, разделив количество костюмов* 1926 *на время, за которое их сшили, —* 6 *дней.*

1) 1926 : 6 = 321 (к./дн.) — производительность фабрики.

2) 321 · 256 = 82 176 (к.).

Ответ: за год на фабрике сошьют 82 176 костюмов.

б) — *Чтобы узнать, сколько метров канавы выкопал экскаватор за все время, можно сложить длину обеих канав. Длину каждой канавы можно вычислить, умножив производительность экскаватора на время, за которое была выкопана каждая канава.*

1) 18 · 7 = 126 (м) — длина I канавы.

2) 18 · 19 = 342 (м) — длина II канавы.

3) 126 + 342 = 468 (м).

Ответ: экскаватор выкопал 468 м канавы.

№ 3, стр. 48.

а)

	A	*w*	*t*
I	360 стр.	3 стр./дн.	? дн.
II	360 стр.	9 стр./дн.	? дн.

— *Чтобы узнать, кто прочитает книгу раньше и на сколько, можно найти, сколько времени затратит на чтение книги каждый из друзей, и из большего числа вычесть меньшее. Чтобы найти время чтения книги, можно число страниц во всей книге разделить на производительность, то есть на число страниц, прочитанных каждым из ребят за один день.*

1) 360 : 3 = 120 (дн.) — прочитает книгу I друг.

2) 360 : 9 = 40 (дн.) — прочитает книгу II друг.

3) 120 − 40 = 80 (дн.).

Ответ: на 80 дней раньше прочитает книгу II друг.

б)

	A	*w*	*t*
Ситуация I	72 дет.	?	3 ч
Ситуация II	? дет.	?	8 ч

— *Чтобы узнать, сколько мастер сделает за* 8 *ч, надо сначала узнать его производительность труда, для этого надо работу (*72 *дет.) разделить на время (*3 *ч).*

1) 72 : 3 = 24 (дет./ч) — производительность мастера.

2) 24 · 8 = 192 (дет.).

Ответ: за 8 часов мастер сделает 192 детали.

№ 4, стр. 48.

1) 18 · 3 = 54 (м) — длина забора, покрашенная за 3дня.

2) 18 + 3 = 21 (м) — новая производительность.

3) 243 − 54 = 189 (м) — осталось покрасить.

4) 189 : 21 = 9 (д.) — потребуется для покраски оставшейся части.
5) 3 + 9 = 12 (д.).
Ответ: потребуется 12 дней.

На **уроке 23**, с одной стороны, закрепляется решение задач на формулы пути, стоимости, работы, а с другой — подготавливается изучение на следующем уроке формулы произведения. Предполагается, что две из четырех задач ***№ 5, стр. 50*** — например, задачи ***№ 5 (в, г)*** — разбираются в классе, а одну из задач № 5 (а, б) дети по выбору решают дома. Разбор решения этих задач на следующем уроке на этапе актуализации знаний и поиск ответа на вопрос, что в них общего, станет основой для изучения нового материала.

№ 1, стр. 50.
а) 5 945 000; б) 176 594; в) 29 697 600; г) 364 312 000

№ 2, стр. 50.
а) 12 р./ч б) 45 с./мин в) 27 ц./ч г) 120 м./д.

№ 3, стр. 50.

A	*w*	*t*
56 шт.	8 шт./с	7 с
900 м	150 м/день	***6 дней***
420 шт.	***30 шт./ч***	14 ч

A	*w*	*t*
72 шт.	***12 шт./ч***	6 ч
150 т	50 т/мин	3 мин
400 домов	80 д./год	***5 лет***

№ 4, стр. 50.
1) 70 · 4 = 280 (д.) — сделал за 4 дня.
2) 70 + 10 = 80 (д./день) — новая производительность.
3) 600 − 280 = 320 (д.) — осталось сделать.
4) 320 : 80 = 4 (дня).
Ответ: весь заказ выполнен за 8 дней.

№ 5, стр. 50.
а) 240 : 3 − 240 : 4 = 20 (дет/дн.).
б) 240 : 3 − 240 : 4 = 20 (руб.).
в) 240 : 3 − 240 : 4 = 20 (км/ч).
г) 240 : 3 − 240 : 4 = 20 ($м^3$/ч).

Все задачи имеют одинаковое решение, хотя в них описываются разные процессы.

Рассмотрим решение задач на повторение.

№ 6, стр. 39.
а) 24; б) 50.

№ 7, стр. 39.
а) $n : (n - 3)$; б) $b + b : 5$; в) $y \cdot 4 - x \cdot 2$; г) $c - d \cdot 6$; д) $(k : 3) \cdot 8$.

№ 8, стр. 40.
Задачи имеют одно и то же решение. Оформить решение можно как по действиям, так и составлением выражения:
а) 560 : 70 + 240 : 60 = 12 (ч).
б) 560 : 70 + 240 : 60 = 12 (м.).

Учащиеся могут составить аналогичные задачи, описывающие как движение, покупку товара, так и другие процессы. Например: «В мешки разложили 560 кг картошки по 70 кг в один мешок и 240 кг по 60 кг в мешок. Сколько получилось мешков?»

Подобные задания важны не только для отработки навыка решения текстовых задач данного вида, но и для формирования представлений о математическом методе исследования реальной действительности: математические выражения позволяют дать обобщенное решение большого количества задач, описывающих разнообразные процессы.

№ 9, стр. 40.

В задании закрепляются частные случаи арифметических действий с 0 и 1, а также отрабатывается умение работать с блок-схемами вычислительных алгоритмов. При правильном выполнении задания получаются следующие ответы:

№ 10, стр. 40.

a	1	3	5	7	9	11
x	0	0	5	7	9	11

a	1	3	5	7	9	11
x	1	3	0	0	0	0

$352 \cdot 218 = 218 \cdot 352$, так как при перестановке множителей произведение не изменяется.

$920 \cdot 614 > 614 + 920$, так как в левой части 614 слагаемых, равных 920, а справа только два, один из которых равен, а другой — меньше 920.

$516 \cdot 724 < 724 \cdot 521$, так как с увеличением множителей произведение увеличивается. В данных произведениях множитель 724 одинаковый, а множитель 516 в первом из них меньше множителя 521 во втором.

$306 \cdot 825 > 294 \cdot 438$, так как оба множителя в первом произведении больше соответствующих множителей во втором, а при уменьшении множителей произведение уменьшается.

$368 : 8 > 368 : 23$, так как с увеличением делителя частное уменьшается. В данных выражениях делимое 368 одинаковое, а делитель 8 в первом выражении меньше делителя 23 во втором.

$504 : 56 < 672 : 56$, так как с увеличением делимого частное увеличивается. В данных выражениях делитель 56 одинаковый, а делимое 504 в первом выражении меньше делимого 672 во втором.

№ 11, стр. 40.

а) $\mathrm{VII} = 5 + 2 = 7$;
$\mathrm{IX} = 10 - 1 = 9$;
$\mathrm{XXIV} = 20 + (5 - 1) = 24$;
$\mathrm{XLVI} = (50 - 10) + (5 + 1) = 46$;
$\mathrm{CCCIV} = 100 + 100 + 100 + (5 - 1) = 304$;
$\mathrm{DCCXII} = 500 + 100 + 100 + 10 + 2 = 712$;
$\mathrm{MLVI} = 1000 + 50 + (5 + 1) = 1056$.

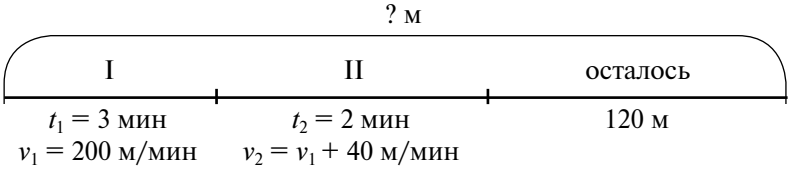
б) $4 = \mathrm{IV}$;
$11 = \mathrm{XI}$;
$36 = \mathrm{XXXVI}$;
$59 = \mathrm{LIX}$;
$93 = \mathrm{XCIII}$;
$125 = \mathrm{CXXV}$;
$408 = \mathrm{CDVIII}$;
$2002 = \mathrm{MMII}$.

№ 12*, стр. 40.

$\mathrm{MDCCXLIX} = 1000 + 500 + 100 + 100 + (50 - 10) + (10 - 1) = 1749$.

№ 5, стр. 41.

Задачи данного задания имеют одинаковое решение. Приведем анализ и запись решения одной из них.



— Чтобы узнать длину всего пути Славы, можно сложить расстояния, которые он пробежал за 3 *мин, за* 2 *мин, и оставшийся путь. (Ищем целое.) Скорость на первом участке известна —* 200 *м/мин. Скорость на втором участке можем найти, прибавив к первоначальной скорости* 40 *м/мин. Тогда расстояние, которое Слава пробежал, узнаем по формуле пути, так как на каждом участке известны скорость и время движения. Оставшееся расстояние тоже известно —* 120 *м.*

I *способ*

1) 200 + 40 = 240 (м/мин) − скорость на II участке.
2) 200 · 3 = 600 (м) − длина I участка.
3) 240 · 2 = 480 (м) − длина II участка.
4) 600 + 480 + 120 = 1200 (м).

II *способ*

200 · 3 + (200 + 40) · 2 + 120 = 1200 (м).

Ответ: всего Славе надо было пробежать 1200 м.

б) 200 · 3 + (200 + 40) · 2 + 120 = 1200 (руб.).

Ответ: у Нины было вначале 1200 руб.

№ 6, стр. 41.

$D(26) = \{1, 2, 13, 26\}$; $K(26) = \{26, 52, 78, 104, ...\}$.

№ 7, стр. 42.

а) 4 дм 5 см + 3 м 7 см = 3 м 5 дм 2 см;
б) 5 км 32 м + 4 км 756 м = 9 км 788 м;
в) 7 дм^2 6 см^2 + 18 дм^2 68 см^2 = 25 дм^2 74 см^2;
г) 8 т 96 кг − 429 кг = 7 т 667 кг;
д) 6 ч 32 мин + 19 ч 58 мин = 26 ч 30 мин;
е) 40 мин 2 с − 34 мин 25 с = 5 мин 37 с.

№ 8, стр. 42.

Задачу можно решать арифметически, «с конца». Однако для нахождения задуманного числа здесь удобнее составить и решить уравнение. При составлении уравнения следует обратить внимание на правильную расстановку скобок.

а) $(26 + x) \cdot 5 - 42 = 138$
$(26 + x) \cdot 5 = 42 + 138$
$(26 + x) \cdot 5 = 180$
$26 + x = 180 : 5$
$26 + x = 36$
$x = 36 - 26$
$x = 10$

б) $(31 - x) : 9 + 8 = 11$
$(31 - x) : 9 = 11 - 8$
$(31 - x) : 9 = 3$
$31 - x = 3 \cdot 9$
$31 - x = 27$
$x = 31 - 27$
$x = 4$

в) $(250 : x - 24) \cdot 2 = 52$
$250 : x - 24 = 52 : 2$
$250 : x - 24 = 26$
$250 : x = 24 + 26$
$250 : x = 50$
$x = 250 : 50$
$x = 5$

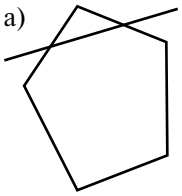
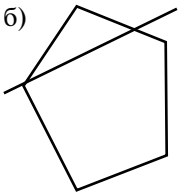
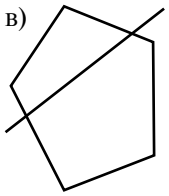
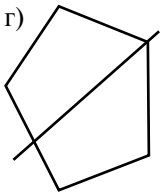
№ 9, стр. 42.

① ③ ② ⑥ ④ ⑤
$(72 \cdot 480 + 789 \cdot 295) - (34\,188 + 392\,012) : 100 = 263\,053$

1) 34 560;
2) 232 755;
3) 267 315;
4) 426 200;
5) 4262;
6) 263 053.

№ 10, стр. 42.

Возможный вариант решения:

а)  б)  в)  г) 

№ 11, стр. 42.

— Для того чтобы узнать, какой из прямоугольных параллелепипедов вместительнее, можно вычислить их объемы и полученные числа сравнить.

1) $87 \cdot 56 \cdot 43 = 209\,496$ (см^3) — объем I прямоугольного параллелепипеда.

2) $62 \cdot 62 \cdot 62 = 238\,328$(см^3) — объем II прямоугольного параллелепипеда.

3) $209\,496$ см$^3 < 238\,328$ см^3.

Ответ: второй прямоугольный параллелепипед вместительнее, чем первый.

№ 12*, стр. 42.

Поверхность куба составляют 6 квадратов со стороной, равной ребру куба. Ребро куба с объемом 8 см^3 равно 2 см. Значит, площадь одной грани куба равна 4 см^2, а площадь его поверхности — $4 \cdot 6 = 24$ см^2.

№ 13*, стр. 42.

Треть половины числа равна половине трети числа.

№ 14*, стр. 42.

Разрезано 4 кусочка.

№ 1, стр. 43.

Вначале для каждого случая учащиеся находят и проговаривают ошибки в решении примеров. В завершение они записывают и решают примеры самостоятельно, проверяя затем правильность решения по готовому образцу.

№ 2, стр. 43.

а) 304 008 б) 221 616 в) 203 907 г) 15 861 120

№ 3, стр. 43.

C руб.	***552***	840	6300	***1000***	8500	3600
a руб.	92	***168***	90	25	500	***30***
n штук	6	5	***70***	40	***17***	120

№ 4, стр. 43.

$45 \cdot 5 + (45 : 3) \cdot 6 = 315$ (руб.)

№ 5, стр. 43.

$(2800 - 1200) : 4 = 400$ (руб.)

№ 6, стр. 43.

а) $600 - 60 \cdot 2 - 80 \cdot t = 480 - 80 \cdot t$

$t \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

t ч	0	1	2	3	4	5	6	*t*
d км	480	400	320	240	160	80	0	$480 - 80 \cdot t$

б) $\underline{d = 480 - 80 \cdot t}$

№ 7, стр. 44.

$180 : (4 - 1) - 180 : 4 = 15$ (км/ч)

Ответ: скорость увеличилась на 15 км/ч.

№ 8, стр. 44.

$x = 0$, так как $7 + 0 = 7$;

$y = 7$, так как $7 - 7 = 0$;

$n = 7$, так как $7 - 0 = 7$;

$t = 7$, так как $7 - 7 = 0$;

корней нет, так как при всех значениях переменной a значение выражения $a - a$ равно 0, а не 7;

корнем является любое значение переменной b. Например, $85 - 85 = 0$.

№ 9, стр. 44.

а) $k : 5 - n : 9$

б) $(a + b) : 2 - a : 3$

в) $d : 4 + m$

г) $s : 2 - s : 5$

№ 10, стр. 44.

а) 1 030 500

б) 414 056

в) 64 720 000

г) 70 080

д) 42 424 200

е) 214 650

№ 11, стр. 44.

Если продолжить прямую l, то она пройдет через точку K. Поэтому прямой l принадлежат точки D, B и K, а остальные точки ей не принадлежат:

№ 12*, стр. 44.

$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, $B = \{1, 3, 9, 27\}$, $A \cap B = \{1, 3, \underline{9}\}$.

Наибольшим общим делителем чисел 18 и 27 является число 9.

№ 7, стр. 47.

а) 58 824; б) 297 168; в) 554 445; г) 235 431.

№ 8, стр. 47.

Я — 23 040
Ф — 38 964
М — 129 360
Е — 37 779
И — 659 175
Н — 813 568

813 568	659 175	129 360	38 964	37 779	23 040
Н	И	М	Ф	Е	Я

НИМФЕЯ — цветок, названный в честь нимф — богинь рек, ручьев, источников, лесов, гор, пещер, лугов в античной мифологии.

№ 9, стр. 47.

а) $234\,240 : 6 \cdot 9 - (20\,030 - 7358) : 4 = 348\,192$

(2)(3)(5) (1) (4)

1) 12 672
2) 39 040
3) 351 360
4) 3168
5) 348 192

б) $834\,024 + 7900 \cdot 25 - (483 \cdot 504) : 8 \cdot 10 = 727\,234$

(5) (2) (6) (1) (3)(4)

1) 243 432
2) 197 500
3) 30 429
4) 304 290
5) 1 031 524
6) 727 234

№ 10, стр. 47.

При сравнении значений величин учащиеся выражают их в одинаковых единицах измерения.

7 дм 5 мм > 75 мм, так как 7 дм 5 мм = 700 мм + 5 мм = 705 мм > 75 мм;

9 м 2 дм < 920 дм, так как 9 м 2 дм = 90 дм + 2 дм = 92 дм, а 92 дм < 920 дм;

2 км 32 м = 203 200 см, так как 2 км 32 м = 2032 м = 203 200 см;

6 т 8 ц = 6800 кг, так как 6 т 8 ц = 68 ц = 6800 кг;

6 кг 8 г < 6800 г, так как 6 кг 8 г = 6000 г + 8 г = 6008 г, а 6008 г < 6800 г;

6 ч 8 мин > 68 мин, так как 6 ч 8 мин = 360 мин + 8 мин = 368 мин, а 368 мин > 68 мин.

№ 11, стр. 47.

а) 5; б) 270.

№ 12, стр. 47.

$D(27) = \{1, 3, 9, 27\}$; $K(27) = \{27, 54, 81, 108, ...\}$.

№ 14*, стр. 45.

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$;

$B = \{3, 4, 5, 6\}$;

$A \cap B = \{3, 4\}$;

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

№ 5, стр. 49.

а) Неверно записан второй множитель, неверно вычислена сумма неполных произведений: $5 + 1 + 1 \neq 6$.

$$\begin{array}{r} \times\ 643 \\ \underline{\quad 540} \\ 2572 \\ +\ \underline{3215\ \ } \\ 347220 \end{array}$$

б) Неверно записано второе неполное произведение — число сотен записывается со сдвигом на 2 разряда влево; неверно вычислена сумма неполных произведений: $2 + 1 + 1 \neq 3$.

$$\begin{array}{r} \times\ \ 309 \\ \underline{\quad 709} \\ 2781 \\ +\ \underline{2163\ \ } \\ 219081 \end{array}$$

в) Неверно записано второе неполное произведение – число десятков записывается со сдвигом на 1 разряд влево; неверно вычислена сумма неполных произведений: $3 + 1 \neq 3$.

$$\begin{array}{r} \times\ 908 \\ \underline{\quad 76} \\ 5448 \\ +\ \underline{6356\ \ } \\ 69008 \end{array}$$

№ 6, стр. 49.

а) $254 \cdot 966 = 245\,364$

б) $809 \cdot 421 = 340\,589$

в) $358 \cdot 604 = 216\,232$

г) $705 \cdot 108 = 76\,140$

№ 7, стр. 49.

а) $\underline{a = b \cdot c + r, r < b}$

$b = 8, c = 25, r = 5$ $a = 8 \cdot 25 + 5 = 205$

б) 976 326 : 7 = 139 475 (ост. 1)
Проверка: 139 475 · 7 + 1 = 976 326
702 514 : 5 = 140 502 (ост. 4)
Проверка: 140 502 · 5 + 4 = 702 514

183 600 : 70 = 2622 (ост. 60)
Проверка: 2622 · 70 + 60 = 183 600

№ 8, стр. 49.

① ④ ⑤ ③ ②
(702 − 99) · 324 − (728 + 50 · 90) = 190 144
1) 603 3) 5228 5) 190 144
2) 4500 4) 195 372

№ 9, стр. 49.
а) 30; б) 50.

№ 10, стр. 49.
Я — 0 А — 25 Р — 248
Г — 262 И — 6 Ц — 10

262	248	25	10	6	0
Г	Р	А	Ц	И	Я

ГРАЦИИ — в Древнем Риме богини молодости, изящества и веселья, изображались в виде трех прекрасных девушек («Три грации»).

№ 11, стр. 49.
$D(28) = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$; $K(28) = \{28, 56, 84, 112, ...\}$.

№ 12, стр. 49.
— Площадь поверхности куба равна площади 6 равных квадратов со стороной 11 *см. У куба* 12 *равных ребер. Чтобы найти их сумму, можно* 11 *см умножить на* 12. *Поскольку куб является прямоугольным параллелепипедом, то его объем равен произведению трех его измерений, каждое из которых равно* 11 *см.*
1) 11 · 11 · 6 = 726 ($см^2$) — площадь поверхности куба.
2) 11 · 12 = 132 (см) — сумма длин ребер куба.
3) 11 · 11 · 11 = 1331 ($см^3$) — объем куба.
Ответ: площадь поверхности куба 726 $см^2$, сумма длин его ребер 132 см, а объем — 1331 $см^3$.

№ 13*, стр. 49.
100 000 000 000 000 000 000

№ 14*, стр. 49.
Число квадратов: 14 + 6 = 20.

№ 6, стр. 51.
И — 255 000 С — 2 985 000 Ф — 207 672
Т — 165 866 В — 475 456

2 985 000	475 456	255 000	207 672	165 866
С	В	И	Ф	Т

Джонатан СВИФТ (1667—1745) — великий английский писатель-сатирик, автор известной повести «Путешествие Гулливера».

№ 7, стр. 51.

Данные выражения числовые, составлены из одинаковых чисел и операций над числами, но у них по-разному расставлены скобки. Поэтому они отличаются порядком действий и числовыми значениями.

③ ①②
3 524 120 − 398 705 : 5 · 40 = **334 480**
1) 79 741; 2) 3 189 640; 3) 334 480.

① ②③
(3 524 120 − 398 705) : 5 · 40 = **25 003 320**
1) 3 125 415; 2) 625 083; 3) 25 003 320.

② ① ③
(3 524 120 − 398 705 : 5) · 40 = **137 775 160**
1) 79 741; 2) 3 444 379; 3) 137 775 160.

№ 8, стр. 51.

а) 7 м 85 см · 412 = 785 см · 412 = 323 420 см = 3 км 234 м 20 см
б) 4 $см^2$ 6 $мм^2$ · 503 = 406 $мм^2$ · 503 = 204 218 $мм^2$ = 20 $дм^2$ 42 $см^2$ 18 $мм^2$
в) 6 $дм^3$ 94 $см^3$ · 904 = 6094 $см^3$ · 904 = 5 508 976 $см^3$ = 5 $м^3$ 508 $дм^3$ 976 $см^3$
г) 3 кг 68 г · 706 = 3068 г · 706 = 2 166 008 г = 2 т 166 кг 8 г
д) 8 ч 26 мин · 378 = 506 мин · 378 = 191 268 мин = 132 сут. 19 ч 48 мин
е) 1 ч 15 мин · 576 = 75 мин · 576 = 43 200 мин

Перевод значения времени, полученного в последнем примере, в более крупные единицы — сутки, год — требует деления на двузначное и трехзначное число, поэтому на данном этапе обучения не может быть выполнен. Вместе с тем этот пример может использоваться для мотивации введения алгоритмов деления на многозначное число. Можно предложить детям по желанию придумать его самостоятельно и при наличии времени — обсудить в классе варианты, придуманные детьми. Такая работа станет хорошей подготовкой детей к изучению общего случая деления на многозначное число.

№ 9, стр. 51.

— Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту. Поэтому, чтобы найти высоту этого параллелепипеда, можно его объем разделить на площадь основания.

24 000 : 800 = 30 (см),
30 см = 3 дм.
Ответ: высота параллелепипеда равна 3 дм.

№ 10, стр. 51.

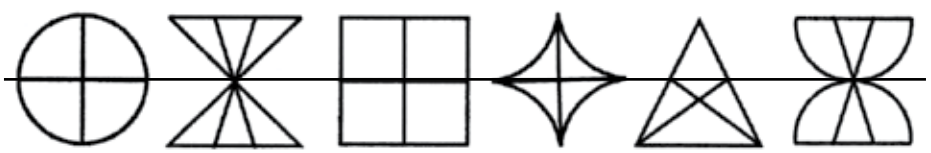
а) $V = 8 \cdot 4 \cdot c$, или $V = 32 \cdot c$; б) $V = 45 \cdot h$; в) $V = S \cdot h$.

№ 11, стр. 51.

а) $y = x \cdot 3$; б) $y = x + 4$.

№ 12*, стр. 51.

Лишней является фигура *Е*, все остальные фигуры симметричны относительно горизонтальной прямой, показанной на рисунке, а фигура *Е* — нет.



Уроки 24—28

Формула произведения. Умножение многозначных чисел

Основные цели:

1) Построить формулу произведения $a = b \cdot c$, выражающую общие свойства взаимосвязей между величинами в формулах пути ($s = v \cdot t$), стоимости ($C = a \cdot n$), работы ($A = w \cdot t$) и др.

2) Систематизировать знания детей об алгоритмах решения простых задач и о методах поиска алгоритмов решения составных задач. Тренировать умение детей решать составные задачи на все изученные виды зависимостей между величинами.

3) Закрепить алгоритм умножения многозначного числа на трехзначное и распространить его на случай умножения на любое многозначное число.

4) Повторить и закрепить действия с именованными числами, решение уравнений и примеров на порядок действий, понятия делителя и кратного, множества и операций над ними, зависимости между компонентами и результатами арифметических действий, составление буквенных выражений и нахождение их значений, развивать геометрические представления и отрабатывать вычислительные навыки.

Обучение решению текстовых задач всегда являлось одной из основных задач школьного курса математики, так как в процессе их анализа и решения эффективно развивается логическое мышление и речь детей, отрабатываются их вычислительные навыки, а главное — устанавливается связь между изучаемыми математическими понятиями и окружающей реальностью, раскрывается практическая значимость математики как науки и формируются первые представления о методе математического моделирования.

Вместе с тем именно текстовые задачи вызывают у детей наибольшие трудности, а иногда и страх, связанный с огромным разнообразием сюжетов и структур и отсутствием четких алгоритмов поиска их решения. Данные уроки направлены на систематизацию знаний детей о текстовых задачах и знакомство с общим способом действий при построении алгоритма решения. Задача учителя на этих уроках – создать условия для того, чтобы дети поверили в свои силы, осознали, что *у каждого из них есть все необходимые знания для решения любой предлагаемой учителем задачи*, вопрос лишь в трудолюбии, терпении, целеустремленности и т. д., т. е. в качествах, которые зависят от самого ребенка. Это чрезвычайно важно на данном возрастном этапе, так как мотивация ребенка к деятельности, в том числе и к решению текстовых задач, во многом зависит от состояния его эмоционально-волевой сферы.

На **уроке 24** учащиеся выявляют общие свойства зависимостей таких величин, как скорость — время — расстояние, стоимость — цена — количество товара, объем выполненной работы — производительность — время работы и т. д., и строят формулу произведения $a = b \cdot c$, объединяющую формулы пути ($s = v \cdot t$), стоимости ($C = a \cdot n$), работы ($A = w \cdot t$) и др. в одно равенство. Полученное равенство $a = b \cdot c$ показывает общие, существенные свойства взаимосвязей между величинами во всех перечисленных формулах, а именно:

1) одна из величин равна произведению двух других;

2) чтобы найти величину-множитель, можно произведение разделить на второй множитель.

Актуализация знаний.

В данный этап должны быть включены задания, в которых тренируется мыслительная операция обобщение, актуализируются операция умножения, название компонентов умножения и решение задач, величины в которых связаны зависимостью вида $a = b \cdot c$. Можно предложить, например, следующие задания.

1) На доске записаны выражения:

$105 \cdot 4$	$50 \cdot 8$	$190 \cdot 2$
$105 \cdot 40$	$50 \cdot 80$	$190 \cdot 20$

— Что общего в выражениях? (Это произведения; в каждом столбике первые множители равны; второй множитель в нижней строчке в 10 раз больше, чем в верхней.)

— Верно ли найдены значения выражений первой строки?

На доске выставляются соответствующие карточки с числами 420, 400, 380, дети проверяют и сообщают принятыми в классе способами (светофоры, хлопки и т. д.) правильность вычислений.

— Пользуясь полученными значениями, найдите значения выражений второй строки и запишите их в тетради. (4200, 4000, 3800.)

— Какую закономерность вы наблюдаете? (Числа уменьшаются на 200.)

— Какое число следующее? (3600.)

— Представьте его в виде произведения. Что у вас получилось? (Дети называют свои варианты, проговаривая названия компонентов умножения.)

2) На предыдущем уроке целесообразно предложить детям в качестве домашнего задания одну из задач по выбору ***№* 5 (а, б), *стр.* 50**. На данном этапе задание сопоставляется с готовым образцом, при этом проговариваются величины, о которых идет речь, и взаимосвязь между ними ($s = v \cdot t$, $C = a \cdot n$). В завершение учащиеся отвечают на вопрос, что общего в этих задачах.

Обычно они легко определяют, что задачи решаются одинаково. Учитель обращает их внимание на то, что величины во всех задачах разные, а решение — одно и то же, и предлагает им за ограниченное время (например, 1 минуту) придумать задачу с таким же решением, но с другими величинами, которые в этом задании еще не встречались.

Возникшее затруднение мотивирует поиск общего свойства рассматриваемых величин. Возможно, что задание не выполнит никто из детей или найдется кто-либо, кто задачу составит верно. В обоих случаях можно их спросить:

— Как определить, какие величины подойдут, а какие — нет? Каким свойством они обладают?

— Почему нам трудно ответить на этот вопрос? (Мы не знаем их общего свойства.)

Таким образом, ***цель урока*** — построить формулу, которая выражает общее свойство всех рассматриваемых величин. «Эту формулу, — сообщает учитель, — назовем формулой произведения, а почему — вы мне сами объясните в ходе урока».

Итак, тема урока: «Формула произведения».

Открытие нового знания можно построить, выполняя ***№* 1, *стр.* 52**. Учащиеся должны по образцу, приведенному в 1-й строке, заполнить таблицу. Заполнение 2-й и 3-й строки можно провести фронтально. Это не вызовет у детей затруднения, так как формулы работы и стоимости уже изучены ими. При заполнении остальных шести строк целесообразно использовать работу в группах. Класс разбивается на группы, и каждой группе предлагается в течение 1 минуты составить по одной формуле. Затем каждая группа обосновывает свое решение, и дети запи-

сывают соответствующие формулы в таблицу. В правом столбике у них получаются записи:

$s = v \cdot t$	$S = a \cdot b$	$T = t \cdot n$
$C = a \cdot n$	$V = a \cdot t$	$M = m \cdot n$
$A = w \cdot t$	$K = k \cdot n$	$P = p \cdot n$

Следует подчеркнуть, что все эти формулы верны только для равномерных процессов (например, путь пройден с постоянной скоростью; работа выполнена с постоянной производительностью, товар куплен по одной и той же цене и т. д.).

Далее обсуждаются вопросы, предложенные в этом задании:

— Что общего у величин в этой таблице? (Одна из них является произведением двух других.)

— Попробуйте записать все эти формулы одним равенством, отвлекаясь от конкретных значений величин.

Обычно учащиеся предлагают буквенное равенство $a = b \cdot c$, но могут появиться и другие обозначения. Важно лишь, чтобы полученное равенство имело ту же структуру. Затем дети высказывают свои обоснования введенного названия формулы и сравнивают полученное равенство с общепринятым по тексту учебника на *стр.* 52.

Можно предложить учащимся придумать свои примеры величин, связанных зависимостью $a = b \cdot c$, например: количество мест в поезде — количество мест в одном вагоне — количество вагонов (при условии, что в каждом вагоне одинаковое количество мест), длина лестницы — длина одного пролета лестницы — количество пролетов (при условии, что длина каждого пролета одинаковая) и т. д. В завершение составляются задачи, аналогичные **№ 5, *стр.* 50**, для одной-двух величин из составленной в **№ 1, *стр.* 52** таблицы по выбору учащихся.

На этапе **первичного закрепления** можно фронтально разобрать решение задачи **№ 2 (а), *стр.* 53**, а затем предложить учащимся решить в группах по одной задаче из № 2 (б, в) в течение 2 минут. Они должны прокомментировать заполнение таблицы и обосновать, почему решать эти задачи не надо, а достаточно написать только ответ. После этого можно предложить группам придумать задачу, аналогичную данной, для какой-нибудь одной из формул таблицы **№ 1, *стр.* 52**. Например, для формулы $K = k \cdot n$ может быть предложена следующая задача: «В одном доме 32 квартиры, а во втором — 24 квартиры, причем число квартир на каждом этаже в обоих домах одинаковое. Сколько этажей в каждом из домов, если в двух домах вместе 14 этажей?»

Эта задача, как и предыдущие, будет иметь точно такие же ответы: 8 этажей и 6 этажей.

Для этапа **самостоятельной работы с самопроверкой в классе** можно предложить задание **№ 2 (г), *стр.* 53 (№ 3, *стр.* 44 (РТ))**. Дети должны объяснить заполнение таблицы, записать формулу зависимости между величинами (обозначения они придумывают сами, например, $P = p \cdot n$) и решить задачу. Задание считается выполненным верно, если при решении использовалась аналогия этой задачи с предыдущими.

Для домашней работы можно предложить учащимся решить по выбору один из примеров **№ 4, *стр.* 54**, одну из задач **№ 3, *стр.* 54** и придумать аналогичную задачу с другими величинами.

***№* 2, *стр.* 53.**

а) — *Чтобы узнать, сколько времени шел турист в* I *и во* II *дни, можно расстояние, пройденное им за каждый день, разделить на скорость его движения. Скорость*

туриста не известна, но ее можно найти по формуле пути, зная, что весь путь — 32 км и 24 км — турист прошел за 14 ч.

1) 32 + 24 = 56 (км) — прошел турист за 2 дня.

2) 56 : 14 = 4 (км/ч) — скорость туриста.

3) 32 : 4 = 8 (ч).

4) 24 : 4 = 6 (ч).

Ответ: турист шел в I день 8 ч, а во II день — 6 ч.

б)

	A	*w*	*t*
I	32 игр.	одинаковая	? ч
II	24 игр.		? ч
I + II	(32 +24) игр.		14 ч

Ответ: I мастер затратил на работу 8 ч, а II — 6 ч.

в)

	C	*a*	*n*
I	32 м.	одинаковая	? ш.
II	24 м.		? ш.
I + II	(32 +24) м.		14 ш.

Ответ: I малышка купила 8 шариков, а II — 6 шариков.

г)

	Расход ткани	Расход ткани на одну юбку	Количество юбок
I	32 м	одинаковый	? юб.
II	24 м		? юб.
I + II	(32 +24) м		14 юб.

Ответ: из I отреза сшили 8 юбок, а из II — 6 юбок.

№ 3, *стр.* 54.

а)

	C		*a*	*n*
Открытки	? руб.	} ? руб.	12 руб./шт.	7 шт.
Календари	? руб.		8 руб./шт.	3 шт.

— Чтобы узнать, сколько всего денег заплатил Алеша за всю покупку, можно сложить стоимость всех открыток и стоимость всех календарей. Их можно найти по формуле стоимости, умножив их цену на количество, которое купил Алеша.

1) 12 · 7 = 84 (руб.) — стоимость открыток.

2) 8 · 3 = 24 (руб.) — стоимость календарей.

3) 84 + 24 = 108 (руб.).

Ответ: Алеша заплатил всего 108 руб.

б)

s	*v*	*t*
216 км	? км/ч	2 ч + 4 ч

— Чтобы узнать скорость фрегата, можно пройденный им путь разделить на все время его движения — (2 + 4) ч.

1) 2 + 4 = 6 (ч) − время движения фрегата.

2) 216 : 6 = 36 (км/ч).

Ответ: скорость фрегата равна 36 км/ч.

в)

	A	*w*	*t*
Дима	12 к.	? к./мин	6 мин
Ира	15 к.	? к./мин	5 мин

на ? к./мин

— Чтобы узнать, кто из ребят чистит картошку быстрее и на сколько, можно вычислить их производительности и из большего числа вычесть меньшее. Производительности можно вычислить, разделив количество картофелин, которые они почистили, на время работы.

1) 12 : 6 = 2 (к./мин) — производительность Димы.
2) 15 : 5 = 3 (к./мин) — производительность Иры.
3) 3 − 2 = 1 (к./мин).

Ответ: Ира чистит картошку быстрее на 1 картофелину в минуту.

На **уроке 25**, с одной стороны, закрепляется материал предыдущих уроков, а с другой — готовится введение общего случая умножения многозначных чисел.

***№* 1, *стр.* 55.**
а) 9; б) 336.

***№* 2, *стр.* 55.**
а) $d : (m : 4)$
б) $s : 2 - s : 3$
в) $k : 6 + n$
г) $(a - b) : t$

***№* 3, *стр.* 55.**
а) 5060 мм
5006 м
5060 дм
5 006 000 мм

б) 506 кг
5006 г
126 ч
306 с
306 мин

***№* 4, *стр.* 55.**
а) 2 ц 58 кг
б) 7 км
в) 1 ч 14 мин
г) 2 м 3 см 4 мм

***№* 5, *стр.* 55.**

	C	*a*	*n*
Красная смородина (К)	250 руб.	одинаковая	? к.
Черная смородина (Ч)	450 руб.		? к.
К + Ч	(250 + 450) руб.		14 к.

на ? больше

— Чтобы ответить на вопрос задачи, можно узнать, сколько было кустов красной и черной смородины, и из большего числа вычесть меньшее. Количество кустов каждого вида можно найти, разделив их стоимость на цену. Стоимость кустов известна, а цену найдем по формуле стоимости, разделив общую стоимость кустов на их общее количество.

1) 250 + 450 = 700 (руб.) — общая стоимость кустов.
2) 700 : 14 = 50 (руб.) — цена 1 куста смородины.
3) 250 : 50 = 5 (к.) — купили красной смородины.
4) 450 : 50 = 9 (к.) — купили черной смородины.
5) 9 − 5 = 4 (к.).

Ответ: купили на 4 куста черной смородины больше, чем красной.

№ 6, стр. 56.

	Общий расход ткани	Расход ткани на 1 комплект	Количество комплектов
I день	? м	одинаковый	24 шт.
II день	? м		(24 + 2) шт.
I день + II день	800 м		(24 + (24 + 2)) шт.

— Чтобы узнать расход ткани за день, можно расход ткани на 1 *комплект умножить на количество комплектов, сшитых в этот день. Количество комплектов, сшитых в первый день, известно —* 24. *Количество комплектов, сшитых во второй день, можем узнать, увеличив* 24 *на* 2. *Расход ткани на* 1 *комплект можно узнать, разделив общий расход ткани* 800 *м на количество комплектов, сшитых за* 2 *дня.*

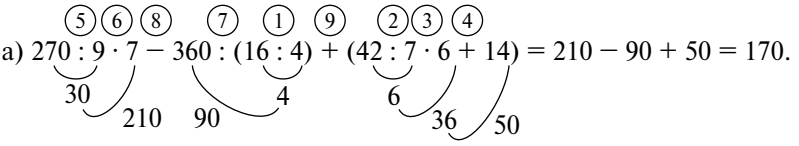
1) 24 + 2 = 26 (к.) — сшили за II день.
2) 24 + 26 = 50 (к.) — сшили за 2 дня.
3) 800 : 50 = 16 (м) — идет на один комплект.
4) 16 · 24 = 384 (м).
5) 16 · 26 = 416 (м).

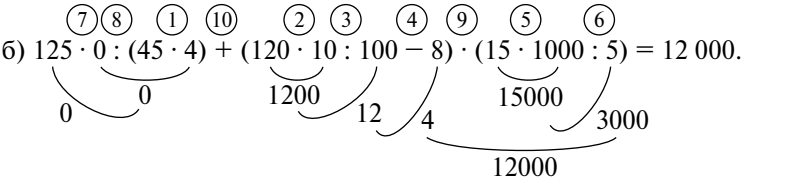
Ответ: в I день израсходовали 384 м, а во II день — 416 м ткани.

Заметим, что задачу можно было бы решить и по-другому. Например, расход ткани во второй день можно найти, вычитая из 800 м расход ткани за первый день или увеличивая расход ткани за первый день на расход ткани на 2 комплекта и т. д. Обсуждение с детьми различных вариантов решения развивает у них способность к анализу, вариативность и гибкость мышления.

№ 7, стр. 56.

Задание выполняется в тетрадях, вычисления выполняются устно «цепочкой»:





№ 8, стр. 56.

1 976 170; 43 092 000; 39 785 100.

Сумма: 45 068 170

Разность: 41 115 830

№ 9, стр. 56.

Поскольку прямые не ограничены с двух сторон, а луч — с одной, то прямая *l* пересекается с лучом *AB* и отрезком *CD*, луч *TS* пересекается с лучом *AB*. Остальные фигуры на чертеже являются непересекающимися.

№ 10*, стр. 56.

а)		б)	
16 = 1 · 16	1 + 16 = 17	36 = 1 · 36	1 + 36 = 37
16 = 2 · 8	2 + 8 = 10	36 = 2 · 18	2 + 18 = 20
16 = 4 · 4	4 + 4 = 8	36 = 3 · 12	3 + 12 = 15
16 = 8 · 2	8 + 2 = 10	36 = 4 · 9	4 + 9 = 13
16 = 16 · 1	16 + 1 = 17	36 = 6 · 6	6 + 6 = 12

в) $64 = 1 \cdot 64$	$1 + 64 = 65$	$36 = 9 \cdot 4$	$9 + 4 = 13$
$64 = 2 \cdot 32$	$2 + 32 = 34$	$36 = 12 \cdot 3$	$12 + 3 = 15$
$64 = 4 \cdot 16$	$4 + 16 = 20$	$36 = 18 \cdot 2$	$18 + 2 = 20$
$64 = 8 \cdot 8$	$8 + 8 = 16$	$36 = 36 \cdot 1$	$36 + 1 = 37$
$64 = 16 \cdot 4$	$16 + 4 = 20$		
$64 = 32 \cdot 2$	$32 + 2 = 34$		
$64 = 64 \cdot 1$	$64 + 1 = 65$		

Проведенное исследование позволяет высказать предположение (или гипотезу), что если число представляется в виде произведения двух множителей, то наименьшая сумма получается в случае, когда множители равны.

Слово *гипотеза* вводится в речевую практику впервые и поясняется детям как термин, который обозначает в науке предположение о закономерной связи между явлениями. Внимание детей целесообразно обратить на то, что исследование трех, пяти, 1000 или даже 1 000 000, т. е. любого числа конкретных примеров, не позволяет обосновать данную гипотезу, так как всегда найдется число, представимое в виде произведения одинаковых множителей, которое не исследовалось, а значит, данному свойству может не удовлетворять.

***№* 12*, *стр.* 57.**

П — 15	Г — 14	Ы — 30	Ь — 600	Ж — 615	Я — 357
О — 6	А — 306	Р — 950	Й — 364	С — 219	Б — 443
Ч — 26	К — 360	М — 904	Д — 457	Л — 293	Ш — 541
Т — 49	Ъ — 900	Е — 54	Ё — 255	В — 506	У — 437
И — 43	Ц — 800	Н — 273			

Зашифрована загадка:

— Число я — меньше десяти.
Тебе легко меня найти.
Но если букве «я» прикажешь рядом стать,
Я все — отец, и ты, и бабушка, и мать.

СЕМЬ — Я

На **уроке 26** проводится систематизация простых задач и знакомство детей с общим способом действий при построении алгоритма решения составных задач.

Приведем возможный вариант открытия нового знания на этом уроке.

Актуализация знаний.

В этап актуализации знаний целесообразно включить простые задачи на формулу произведения, задания на классификацию по разным признакам и вспомнить смысл этого понятия.

1) — Что общего в задачах:

- Поезд едет со скоростью 80 км/ч. Какое расстояние он проедет за 9 ч?
- За одинаковые 3 книги заплатили 270 руб. Сколько стоит одна книга?
- Маляр покрасил 60 м изгороди за 5 ч. Чему равна его производительность?

(Это простые задачи, величины связаны зависимостью $a = b \cdot c$.)

— Придумайте простую задачу, в которой величины связаны этой же зависимостью.

2) На доске запись: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...}.

— Как называется множество чисел, записанных на доске? (Множество натуральных чисел.)

— На какие классы (или группы) можно разбить это множество? (Однозначные, двузначные, трехзначные и т. д.; четные и нечетные; круглые и некруглые и т. д.)

— Мы с вами уже знаем, что разбиение множества на классы, при котором *каждый элемент попадает ровно в один класс*, называется... Как? (Классификацией.)

— А можно ли множество учеников разбить на классы? (Да, например, классы в школе — каждый ученик попадает ровно в один класс.)

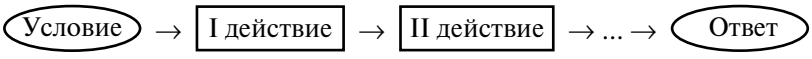
— Зачем нужна классификация? (Появляется порядок, все распределяется по местам.)

— Классифицировать можно любые множества — цветов, деревьев, животных и т. д., поэтому классификациями пользуются все науки. А что можно классифицировать в математике, кроме чисел? (Фигуры, выражения, уравнения...)

— То есть любые математические объекты. Мы знаем, что фигуры бывают плоские и пространственные, выражения — числовые и буквенные, простые уравнения можно разбить на классы по неизвестным компонентам действий. А на какие классы можно разбить простые задачи?

Дети могут предложить разные варианты, однако четкого выделения классов, очевидно, они сделать не смогут. Возникшее затруднение мотивирует «наведение порядка» в множестве простых задач.

При постановки проблемы важно, чтобы дети осознали значимость систематизации задач ввиду огромного разнообразия их сюжетов и структур. Для этого можно задать им вопрос: «Почему задачи труднее решать, чем примеры и уравнения?» — а затем вспомнить, что решение составной задачи представляет собой последовательность операций, ведущую от условия к ответу:



Каждая операция в программе решения составной задачи — это простая задача. Простые задачи являются своеобразными кирпичиками в решении составных задач. Именно поэтому умение решать составные задачи определяется прежде всего умением решать простые задачи. А для этого важно систематизировать изученные виды простых задач.

В результате формулируется ***цель урока***: разбить все изученные простые задачи на группы (классы) по способу решения и научиться решать составные задачи. Тема урока: «Способы решения составных задач».

Вначале, для достижения цели, фронтально можно обсудить вопросы:

— Какие действия с величинами мы выполняем при решении задач? (Сложение, вычитание, умножение, деление.)

— Какие из этих задач связаны с формулой $a = b \cdot c$? (Задачи на умножение и деление.) Где мы записываем условие задач этого вида? (В таблице.)

На доске выставляется таблица:

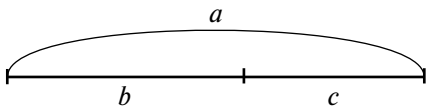
a	b	c

— Таблица помогает определить, что требуется найти — множитель или произведение. Как найти величину−произведение? (Надо множители перемножить.)

— А как найти величину−множитель? (Надо произведение разделить на второй множитель.) Все умеем решать такие задачи? (Да.)

— Составьте аналогичную формулу, описывающую задачи на сложение и вычитание. ($a = b + c$.)

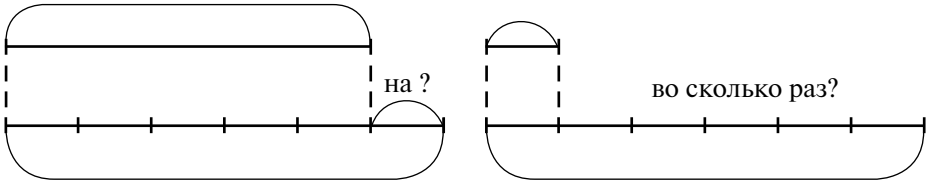
— Какую модель мы используем для их анализа? (Схему.)



— Как найти целое? Как найти часть? Все умеем решать такие задачи? (Да.)

— Что еще можно делать с величинами? (Сравнивать.)

Если дети не сообразят сами, можно выставить опорные схемы:



— Какие бывают виды сравнения? (Разностное: *«На сколько?»* и кратное: *«Во сколько раз?»*) Все умеем решать такие задачи? (Да.)

С помощью «переносного» знака вопроса на схемах можно уточнить, что в каждой схеме «спрятано» по 3 задачи: нахождение большего числа, меньшего числа и на сколько или во сколько раз одно число больше или меньше другого.

— Итак, величины можно сравнивать (*на* и *в*), складывать, вычитать, умножать и делить. Все перечислили? Проверим по учебнику.

Учащиеся сравнивают свои выводы с «компасом» решения простых задач на *стр.* 59 учебника и еще раз уточняют все их виды. В итоге делается вывод, что *у каждого ученика есть все необходимые знания для решения составных задач*.

— Почему же решение задач часто вызывает затруднение? (Трудно составить программу действий, последовательность шагов решения.)

Дети вместе с учителем вспоминают методы поиска решения составных задач: от вопроса к условию («с конца»), от условия к вопросу («с начала»), в обоих направлениях. Таким образом, перебирая возможные виды задач и двигаясь в выбранном направлении, **каждый может решить любую предложенную учителем задачу**. Проблема урока разрешена.

На данном уроке можно воспользоваться заданиями из рабочей тетради: **1—3, *стр.* 48—49**.

На этапах **первичного закрепления** и **самостоятельной работы с самопроверкой в классе** можно использовать по выбору задачи **№ 1—6, *стр.* 59—60**, но особое внимание следует уделить задаче **№ 5, *стр.* 60**, так как этот тип задач встречается впервые.

В процессе решения задач можно предложить учащимся строить блок-схемы алгоритмов решения, используя карточки-блоки с краткими обозначениями видов задач. Например, задачи на взаимосвязь между величинами вида $a = b + c$ и $a = b \cdot c$ можно обозначать самими формулами, задачи на разностное сравнение — символом *РС*, а задачи на кратное сравнение — символом *КС*. Эту работу можно время от времени предлагать учащимся и на последующих уроках.

***№* 1, *стр.* 59.**

а) Часть и целое: 8 грибов.

б) Часть и целое: 7 пирожков.

в) Формула произведения: 80 м/мин.

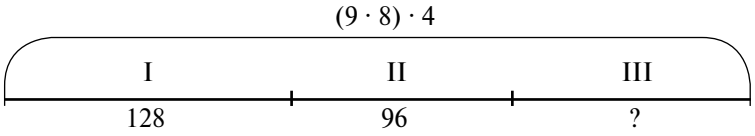
г) Разностное сравнение: нарциссов больше на 6 цветков.

***№* 2, *стр.* 60.**

— Чтобы узнать, сколько всего килограммов фруктов привезли в магазин, можно сложить массу привезенных яблок, груш и персиков. (Ищем целое.) Масса яблок известна — 120 *кг. Разделив ее на* 2, *узнаем массу груш, а увеличив полученное число на* 12 *кг, узнаем массу персиков.*

1) 120 : 2 = 60 (кг) − масса груш.
2) 60 + 12 = 72 (кг) − масса персиков.
3) 120 + 60 + 72 = 252 (кг).
Ответ: всего привезли 252 кг фруктов.

№ 3, *стр.* 60.



— Чтобы найти количество трехкомнатных квартир, можно из числа всех квартир вычесть число однокомнатных и двухкомнатных квартир, то есть сумму 128 *и* 96. *Общее число квартир равно произведению числа квартир на этаже, числа этажей и числа домов.*

1) 9 · 8 = 72 (кв.) — число квартир в одном доме.
2) 72 · 4 = 288 (кв.) — число квартир во всех домах.
3) 128 + 96 = 224 (кв.) — число однокомнатных и двухкомнатных квартир.
4) 288 − 224 = 64 (кв.).
Ответ: в этих домах 64 трехкомнатные квартиры.

№ 4, *стр.* 60.

	s	*v*	*t*
В Минск	720 км	80 км/ч	? ч } ? ч
В Москву	720 км	(80 + 10) км/ч	? ч }

— Чтобы ответить на вопрос задачи, можно сложить время, которое потребуется на дорогу в Минск и обратно. Время можно найти, разделив расстояние на скорость движения. По условию, расстояние между Москвой и Минском 720 *км. Скорость по дороге в Минск также известна —* 80 *км/ч, а скорость на обратном пути узнаем, увеличив* 80 *км/ч на* 10 *км/ч.*

1) 720 : 80 = 9 (ч) − время на дорогу в Минск.
2) 80 + 10 = 90 (км/ч) − скорость по пути в Москву.
3) 720 : 90 = 8 (ч) время на путь в Москву.
4) 9 + 8 = 17 (ч).
Ответ: 17 ч потребуется на путь из Москвы в Минск и обратно.

№ 5, *стр.* 60.

	C	*a*	*n*
I	? руб.	одинаковая	12 м
II	? руб.		8 м
I − II	320 руб.		(12 − 8) м

— Чтобы узнать стоимость каждого куска ткани, можно цену ткани разделить на его длину. Длина кусков известна — 12 *м и* 8 *м. Цену можем найти по формуле стоимости, зная, что разница в их длине стоит* 320 *руб.*

1) 12 − 8 = 4 (м) — длиннее I кусок, чем II.
2) 320 : 4 = 80 (руб.) — цена 1 м ткани.
3) 80 · 12 = 960 (руб.) — стоимость I куска.
4) 80 · 8 = 640 (руб.) — стоимость II куска.
Ответ: стоимость I куска 960 руб., а стоимость II куска — 640 руб.

№ 6, стр. 60.

	S	*a*	*b*
I	? дм^2	одинаковая	4 дм
II	? дм^2		(4 + 3) дм
I + II	220 дм^2		(4 + (4 + 3)) дм

— Чтобы найти общую длину прямоугольников, можно их площадь разделить на сумму ширины первого и второго прямоугольника. Ширина первого прямоугольника известна — 4 дм, а ширину второго можем найти, увеличив 4 дм на 3 дм.
1) 4 + 3 = 7 (дм) — ширина II прямоугольника.
2) 4 + 7 = 11 (дм) — сумма ширины I и II прямоугольников.
3) 220 : 11 = 20 (дм).
Ответ: длина прямоугольников 20 дм.

На **уроке 27** закрепляется материал предыдущих уроков.

№ 2, стр. 61.
1) 42 : (7 − 4) = 14 (к./день) — производительность портнихи.
2) 14 · 20 = 280 (к.).
Ответ: производительность — 14 комплекта в день, за 20 дней портниха сошьет 280 комплектов.

На **уроке 28** вводится общий случай умножения многозначных чисел на основе аналогии с умножением многозначного числа на трехзначное. Рассмотрим возможный вариант введения нового случая умножения.

Актуализация знаний.
В этап актуализации на данном уроке включается тренировка мыслительной операции аналогия и повторение алгоритма умножения на трехзначное число.
1) На доске знаком вопроса закрыто выражение. Учитель предлагает его угадать, пользуясь аналогией:

638 · 71 — 638 · 72

273 · 184 — ?

Учащиеся устанавливают, что карточкой закрыто произведение чисел 273 и 185. Учитель в подтверждение их версии открывает карточку, а затем предлагает детям проанализировать, пользуясь алгоритмом умножения на трехзначное число, готовое решение этого примера и найти с его помощью следующие произведения:

2 7 3 × 1 8 5	273 · 185 = ?	(50 505)
1 3 6 5	273 · 5 = ?	(1365)
+ 2 1 8 4	273 · 8 = ?	(2184)
2 7 3	273 · 80 = ?	(21 840)
5 0 5 0 5	273 · 180 = ?	(21 840 + 27 300= 49 140)
	273 · 105 = ?	(1365 + 27 300= 28 665)

2) На листках у каждого ученика несколько примеров на умножение. Учитель предлагает учащимся разбить примеры на группы по какому-либо признаку:

$$\begin{array}{r} 2222 \\ \times\ 111 \\ \hline 2222 \\ +\ 2222 \\ \hline 2222 \\ \hline 246642 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2222 \\ \times\ 101 \\ \hline 2222 \\ +\ 2222 \\ \hline 224422 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2222 \\ \times\ 1111 \\ \hline 2222 \\ +\ 2222 \\ +\ 2222 \\ \hline 2468642 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2222 \\ \times\ 1011 \\ \hline 2222 \\ +\ 2222 \\ +\ 2222 \\ \hline 2246442 \end{array}$$

Дети могут предложить различные варианты разбиения, например:

а) по количеству цифр во втором множителе: в первых двух примерах умножение на трехзначное число, а в последних двух — на четырехзначное;

б) по наличию нулей в записи второго множителя: в первом и третьем примерах во втором множителе нет нулей, а во втором и четвертом — есть.

Могут быть и другие версии, например: в первых трех примерах ответы являются палиндромами, а в четвертом — нет. Далее учитель спрашивает:

— В каких примерах встретился новый, еще не известный нам случай умножения?

Дальше важно выявить существенный признак, который отличает новый случай умножения от предыдущих. Палиндромы в ответах и нули в множителях уже встречались. Новым здесь является умножение на четырехзначное число.

Таким образом, ***цель урока*** — распространить известный случай умножения на трехзначное число на случай четырехзначного и вообще любого многозначного множителя. Тема урока: «Умножение многозначных чисел».

Суть открытия учащихся на данном уроке заключается в распространении известного им алгоритма умножения на трехзначное число на общий случай.

Дети должны догадаться, что умножение на любое многозначное число, в отличие от трехзначного, не ограничивается умножением на единицы, десятки и сотни, а продолжается дальше на столько разрядов, сколько их в записи множителя: единицы тысяч, десятки тысяч и т. д. Поэтому новое правило умножения приобретает следующий вид:

> Чтобы умножить любое число на многозначное, надо это число умножить последовательно на единицы, десятки, сотни ***и т. д.***, а затем полученные произведения сложить.
>
> В записи суммы число десятков сдвигается на 1 разряд влево, число сотен — на 2 разряда влево ***и т. д.***

Таким образом, в правило (и, соответственно, алгоритм) умножения на любое многозначное число добавляется лишь сочетание «***и т. д.***». Как и прежде, каждый нуль в записи множителя увеличивает сдвиг следующего неполного произведения на 1 разряд влево. При этом правило умножения круглых чисел не изменяется.

На этапе **первичного закрепления** можно использовать, например, задания **№ 1, *стр.* 63** и **№ 2 (а, в), *стр.* 63 (№ 2, *стр.* 52 (РТ))**, для **самостоятельной работы с самопроверкой в классе — № 2 (б), *стр.* 63**, а в этап повторения включить по выбору **№ 3—10, 13, *стр.* 63—65**. Дома можно предложить учащимся самостоятельно придумать и решить пример на умножение на многозначное число, выполнить **№ 12, *стр.* 65** и одно из заданий данного урока (лучше по выбору), которое не вошло в классную работу. Задания со звездочкой — **№ 11, 15, 16, *стр.* 64—65** — выполняются дополнительно по желанию учащихся.

Рассмотрим решение задач на повторение, включенных в эти уроки.

№ 4, стр. 54.

а) 1) 15 480; 2) 1720; 3) 282; 4) 1438; 5) 1223; 6) 1300; 7) 1 869 400.

б) 1) 6; 2) 6 840 000; 3) 6840; 4) 16; 5) 1744; 6) 9; 7) 5096; 8) 5087.

№ 5, стр. 54.

$D(7) = \{1, 7\}$; $D(31) = \{1, 31\}$.

У чисел 7 и 31 есть общий делитель — число 1; всего у них по 2 делителя — число 1 и сами данные числа.

№ 7, стр. 54.

Б — 3 525 000 Р — 844 760 И — 659 856

Е — 374 066 М — 440 882 У — 1 021 650

3 525 000	1 021 650	844 760	659 856	440 882	374 66
Б	У	Р	И	М	Е

БУРИМЕ (от франц. *bouts rimés* — рифмованные концы) — литературная игра, заключающаяся в составлении стихотворения, обычно шуточного характера, на заранее заданные, неожиданные и далекие по смыслу рифмы.

№ 8*, стр. 54.

{171, 252, 333};

$1 + 7 + 1 = 9$; $2 + 5 + 2 = 9$; $3 + 3 + 3 = 9$.

№ 7, стр. 60.

а) 28 050; в) 33 830 000; д) 80 700;

б) 119 856; г) 23 284 800; е) 30 050.

№ 8, стр. 60.

а) $(18\,560 - 17\,915) \cdot (4235 : 5 + 9535) = 6\,696\,390$.

1) 645; 2) 847; 3) 10 382; 4) 6 696 390.

б) $(600\,300 - 728 \cdot 604) : 4 \cdot (1700 \cdot 390) = 26\,617\,461\,000$.

1) 439 712; 2) 160 588; 3) 663 000; 4) 40 147; 5) 26 617 461 000.

№ 9*, стр. 60.

$\bigstar + \bigstar = \bigstar$, следовательно, $\bigstar = 0$;

$\triangle - 2 = \square$, следовательно, $\square = 6 - 2 = 4$;

$\ast + \ast = \triangle$, следовательно, $\ast + \ast = 6$, а $\ast = 3$;

$\square + \ast = \bigcirc$, следовательно, $\bigcirc = 4 + 3 = 7$;

$9 - \square = \diamond$, следовательно, $\diamond = 9 - 4 = 5$;

$2 + \triangle = 8$, следовательно, $\triangle = 6$.

Подставляя вместо фигур соответствующие цифры в примеры и выполняя вычисления, получим:

$\ast \diamond \bigstar \bigstar \cdot \triangle \triangle \bigstar = 3500 \cdot 660 = 2\,310\,000$;

$\diamond \triangle \bigstar \triangle \cdot \square \bigcirc \ast = 5604 \cdot 473 = 2\,650\,692$;

$\bigcirc \triangle \bigcirc \cdot \diamond \bigstar \square = 767 \cdot 504 = 386\,568$.

№ 3, стр. 61.

а) $(x + 19) \cdot 5 - 16 = 139$

$(x + 19) \cdot 5 = 16 + 139$

$(x + 19) \cdot 5 = 155$

$x + 19 = 155 : 5$

$x + 19 = 31$

$x = 31 - 19$

$x = 12$

б) $(480 - x) : 6 + 89 = 165$

$(480 - x) : 6 = 165 - 89$

$(480 - x) : 6 = 76$

$480 - x = 76 \cdot 6$

$480 - x = 456$

$x = 480 - 456$

$x = 24$

№ 5, стр. 61.

а) 72 360	в) 210 678 000	д) 5 768 020
б) 320 943	г) 45 568 000	е) 81 631 200

№ 6, стр. 62.

а) 10 ч 14 мин	в) 750 кг
б) 5 мин 27 с	г) 8 кг

№ 7, стр. 62.

— Чтобы узнать, сколько спортсменов прибыли к финишу, можно число людей в одном экипаже умножить на число экипажей, которые прибыли к финишу. Известно, что каждый экипаж состоял из 3 *человек. Число машин, которые прибыли к финишу, можем узнать, если из общего числа машин вычтем машины, которые не доехали до финиша.*

1) 420 − 248 = 172 (м.) — прибыли к финишу.
2) 3 · 172 = 516 (чел.).
Ответ: к финишу прибыли 516 спортсменов.

№ 8, стр. 62.

Число оставшихся рыб	Число рыб у одного мальчика	Число мальчиков
→ 55	11	?

1) 10 · 2 = 20 (р.) — получили 2 мальчика.
2) 75 − 20 = 55 (р.) — получили остальные мальчики.
3) 55 : 11 = 5 (м.) — получили по 11 рыб.
4) 2 + 5 = 7 (м.).
Ответ: всего было 7 мальчиков.

№ 9, стр. 62.

Задачи данного задания являются взаимно обратными.

1)

	M	*m*	*n*
Малиновое варенье (М)	? кг	одинаковая	20 б.
Вишневое варенье(В)	? кг		16 б.
М − В	8 кг		(20 − 16) б.

— Чтобы узнать массу проданного варенья каждого сорта, можно массу варенья в одной банке умножить на число банок. Число банок известно — 16 *и* 20. *Массу варенья в одной банке можно узнать, разделив разницу в массе банок на разницу в их количестве.*

1) 20 − 16 = 4 (б.) — больше банок малинового варенья, чем вишневого.
2) 8 : 4 = 2 (кг) — масса варенья в одной банке.
3) 2 · 20 = 40 (кг) — масса малинового варенья.
4) 2 · 16 = 32 (кг) — масса вишневого варенья.
Ответ: масса малинового варенья 40 кг, а масса вишневого варенья — 32 кг.

2)

	M	*m*	*n*
Малиновое варенье (М)	40 кг	одинаковая	? б.
Вишневое варенье(В)	32 кг		? б.
М − В	(40 − 32) кг		4 б.

— Чтобы узнать количество банок малинового и вишневого варенья, проданных за день, можно массу варенья каждого сорта разделить на массу варенья в одной банке. Масса варенья известна — 40 *кг и* 32 *кг. Массу варенья в одной банке можно узнать, разделив разницу в массе малинового и вишневого варенья на разницу в количестве банок.*

1) 40 − 32 = 8 (кг) — больше малинового варенья, чем вишневого.
2) 8 : 4 = 2 (кг) — масса варенья в одной банке.
3) 40 : 2 = 20 (б.) — малинового варенья.
4) 32 : 2 = 16 (б.) — вишневого варенья.

Ответ: продано 20 банок малинового варенья и 16 банок вишневого.

№ 10, *стр.* 62.

$118 + n > n + 45$	$k : 4 > k : 6$	$a \cdot b - c < b \cdot a + c$
$29 - b < 40 - b$	$14 \cdot d < 21 \cdot d$	$m \cdot (n + k) > m \cdot n + k$
$x - 35 > x - 45$	$50 : m > 15 : m$	$4 \cdot x + 8 \cdot x = (x \cdot 6) \cdot 2$

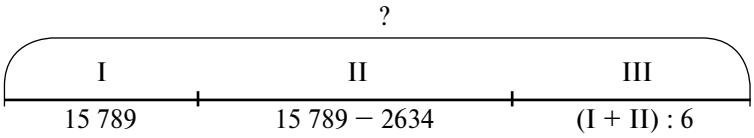
№ 12*, *стр.* 62.

а) 75, 90, 105, 120, 135 б) 36, 49, 64, 81, 100

№ 2, *стр.* 63.

а) 14 781 264 б) 628 381 600 в) 69 215 060

№ 5, *стр.* 64.



— Чтобы узнать общее количество книг в трех хранилищах, можно сложить число книг в каждом из них. Число книг в I *хранилище известно —* 15 789. *Число книг во* II *хранилище на* 2634 *меньше, чем в* I. *Значит, мы можем его узнать, уменьшив* 15 789 *на* 2634. *Чтобы узнать, сколько книг в* III *хранилище, надо сумму книг в* I *и* II *хранилищах разделить на* 6.

1) 15 789 − 2634 = 13 155 (кн.) — во II хранилище.
2) 15 789 + 13 155 = 28 944 (кн.) — в I и II хранилищах вместе.
3) 28 944 : 6 = 4824 (кн.) — в III хранилище.
4) 28 944 + 4824 = 33 768 (кн.).

Ответ: в библиотеке 33 768 книг.

№ 6, *стр.* 64.

	Стоимость отреза		Цена ткани	Длина отреза
I	? руб.	43 200 руб.	одинаковая	7 м
II	? руб.			(7 · 2) м
III	? руб.			(7 · 2 − 5) м

— Чтобы узнать стоимость каждого отреза, можно цену отреза умножить на его длину. Длина I *отреза известна —* 7 *м. Длину* II *и* III *отрезов можем найти, зная*

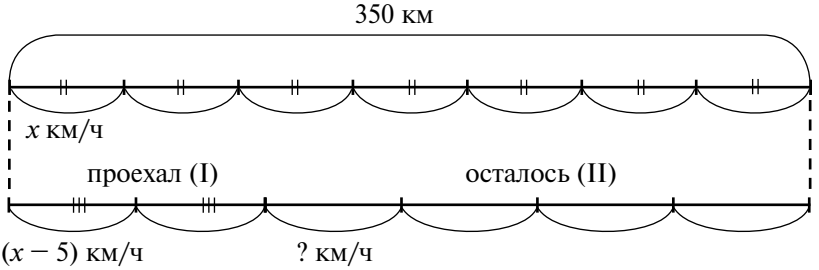
соотношения между отрезами: II *в два раза больше, чем* I, *а* III *— на* 5 *м меньше, чем* II. *Разделив общую стоимость отрезов на сумму их длин, найдем цену ткани, а затем ответим на вопрос задачи.*

1) $7 \cdot 2 = 14$ (м) — длина II отреза.
2) $14 - 5 = 9$ (м) — длина III отреза.
3) $7 + 14 + 9 = 30$ (м) — общая длина трех отрезов.
4) $43\,200 : 30 = 1440$ (руб.) — цена 1 м ткани.
5) $1440 \cdot 7 = 10\,080$ (руб.) — стоимость I отреза.
6) $1440 \cdot 14 = 20\,160$ (руб.) — стоимость II отреза.
7) $1440 \cdot 9 = 12\,960$ (руб.).

Ответ: стоимость отрезов 10080 руб., 20 160 руб., 12 960 руб.

№ 7, *стр.* 64.

Для анализа условия задачи можно построить схему или таблицу.



— Чтобы узнать скорость автобуса на оставшемся участке пути, можно длину участка разделить на время движения. Время равно разности 7 *ч и* 2 *ч, а длина оставшегося участка — разности всего пути и пройденного пути. Весь путь равен* 350 *км. Пройденный путь можем найти, умножив скорость автобуса на время движения —* 2 *ч. Остается найти скорость автобуса. Для этого вначале найдем первоначальную скорость, разделив* 350 *км на* 7 *ч, а затем уменьшим полученное значение на* 5 *км/ч.*

1) $350 : 7 = 50$ (км/ч) — скорость автобуса по плану.
2) $50 - 5 = 45$ (км/ч) — скорость в первые 2 часа.
3) $45 \cdot 2 = 90$ (км) — пройденный путь.
4) $350 - 90 = 260$ (км) — оставшийся путь.
5) $7 - 2 = 5$ (ч) — время на оставшийся путь.
6) $260 : 5 = 52$ (км/ч).

Ответ: автобус должен ехать со скоростью 52 км/ч.

№ 8, *стр.* 64.

$\underline{b - a : (a : b + 50)}$

$a = 1000, b = 5$ $\qquad 5 - 1000 : (1000 : 5 + 50) = 1$ (мин)

№ 9, *стр.* 64.

$\underline{450 - 9 \cdot x}$

$x = 0$	$450 - 9 \cdot 0 = 450$
$x = 1$	$450 - 9 \cdot 1 = 441$
$x = 6$	$450 - 9 \cdot 6 = 396$
$x = 8$	$450 - 9 \cdot 8 = 378$
$x = 9$	$450 - 9 \cdot 9 = 369$
$x = 40$	$450 - 9 \cdot 40 = 90$

Наибольшее значение, которое может принимать переменная x в данном выражении, равно 50, так как $450 - 9 \cdot 50 = 0$.

№ 10, *стр.* 64.

$D(32) = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$; $\qquad K(32) = \{32, 64, 96, 128, ...\}$.

***№* 14*, *стр.* 64.**

$$1 \cdot 9 + 2 = 11$$
$$12 \cdot 9 + 3 = 111$$
$$123 \cdot 9 + 4 = 1111$$
$$1234 \cdot 9 + 5 = 11\,111$$
$$12\,345 \cdot 9 + 6 = 111\,111$$
$$123\,456 \cdot 9 + 7 = 1\,111\,111$$
$$1\,234\,567 \cdot 9 + 8 = 11\,111\,111$$
$$12\,345\,678 \cdot 9 + 9 = 111\,111\,111$$
$$\mathbf{123\,456\,789 \cdot 9 + 10 = 1\,111\,111\,111}$$

***№* 11, *стр.* 65.**

A 1) 6908; 2) 10 362 000; 3) 25 905; 4) 505 050.

B 1) 123 450; 2) 22 221 000; 3) 7407; 4) 50 505.

$A : B = 505\,050 : 50\,505 = 10$

Ответ: A больше *B* в 10 раз.

***№* 15*, *стр.* 65.**

По вертикали:

1. Четырехугольник
2. Два
3. Уравнение
4. Час
5. Высказывание
6. Неравенство
7. Сумма
8. Разность
9. Год
10. Луч

По горизонтали:

4. Часы
5. Выражение
11. Корень
12. Равенство
13. Весы
14. Масса
15. Формула
16. Календарь
17. Куб
18. Частное
19. Сто

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

№ 1, стр. 66.

а) 0, 19, 38, 57, 76, 95, 114... (Число 19 последовательно умножается на 0, 1, 2, 3...)

б) 318, 422, 526, 630, 734, 838... (Числа последовательно увеличиваются на 104.)

в) 72 574, 72 561, 72 548, 72 535, 72 522, 72 509... (Числа последовательно уменьшаются на 13.)

г) 1, 9, 25, 49, 81, 121, 144, 169, ... (Каждое нечетное число умножается на себя.)

д) 0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56 (Первое число увеличивается на 2, второе на 4, третье на 6 и т. д.)

е) 2, 3, 5, 8, 12, 17, 23, 30, 38 (Первое число увеличивается на 1, второе на 2, третье на 3 и т. д.)

№ 2, стр. 66.

В примерах каждого столбика одинаковые приемы вычислений. Для обоснования решения примеров первого столбика используется сочетательное свойство сложения, второго – правило вычитания суммы из числа, третьего — распределительное свойство умножения, четвертого — правило деления суммы на число, пятого — взаимосвязь между компонентами деления и умножения ($a : b = c \Leftrightarrow c = a \cdot b$).

№ 3, стр. 66.

а) *Переместительное свойство*: значение суммы (произведения) не зависит от порядка слагаемых (множителей).

$$a + b = b + a \qquad a \cdot b = b \cdot a$$

б) *Сочетательное свойство*: значение суммы (произведения) не зависит от порядка действий.

$$(a + b) + c = a + (b + c) \qquad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

в) *Распределительное свойство умножения*: при умножении суммы на число можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные произведения сложить.

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

г) *Правило деления суммы на число*: при делении суммы на число можно разделить на это число каждое слагаемое и полученные частные сложить.

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

д) *Правило вычитания числа из суммы*: чтобы вычесть число из суммы, можно вычесть это число из одного слагаемого и прибавить второе слагаемое.

$$(a + b) - c = (a - c) + b = (b - c) + a$$

е) *Правило вычитания суммы из числа*: чтобы вычесть сумму из числа, можно вычесть из этого числа сначала одно слагаемое, а потом второе слагаемое.

$$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$$

№ 4, стр. 66.

На основании переместительного и сочетательного свойств сложения имеем:

$99 + 1 + a = (99 + 1) + a = \underline{100 + a}$;

$16 + b + 9 = b + (16 + 9) = \underline{b + 25}$.

Пользуясь правилами вычитания числа из суммы и суммы из числа, получаем:

$34 - (27 + c) = (34 - 27) - c = \underline{7 - c}$;

$(d + 46) - 45 = d + (46 - 45) = \underline{d + 1}$.

Аналогично, по переместительному и сочетательному свойствам умножения:

$8 \cdot m \cdot 3 = (8 \cdot 3) \cdot m = 24 \cdot m$;

$n \cdot 25 \cdot 4 = n \cdot (25 \cdot 4) = n \cdot 100$.

По распределительному свойству умножения:

$5 \cdot x - 2 \cdot x = (5 - 2) \cdot x = \underline{3 \cdot x}$;

$9 \cdot y + y = 9 \cdot y + 1 \cdot y = (9 + 1) \cdot y = \underline{10 \cdot y}$.

№ 5, стр. 66.

На основании переместительного и сочетательного свойств сложения имеем:

а) $32 + 34 + 36 + 38 = (32 + 38) + (34 + 36) = 70 + 70 = 140$;

б) $5 \cdot 19 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = (19 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) = 57 \cdot 10 \cdot 10 = 5700$;

в) $47 \cdot 15 + 53 \cdot 15 = (47 + 53) \cdot 15 = 100 \cdot 15 = 1500$;

г) $(786 + 195) - 586 = (786 - 586) + 195 = 200 + 195 = 395$;

д) $903 - 672 - 28 = 903 - (672 + 28) = 903 - 700 = 203$;

е) $245 \cdot 64 - 245 \cdot 54 = 245 \cdot (64 - 54) = 245 \cdot 10 = 2450$.

№ 6, стр. 66.

а) $a + (a - c)$; б) $n - x - k$; в) $(d + k) : 3$; г) $a \cdot 4 - a$; д) $t \cdot 4 + m$.

№ 7, стр. 67.

а) $\underline{6 \cdot x}$

$x = 17$ $6 \cdot 17 = 102$

б) $\underline{90 - y : 8}$

$y = 64$ $90 - 64 : 8 = 82$

в) $\underline{(75 + a) - (94 + b)}$

$a = 25$, $b = 3$ $(75 + 25) - (94 + 3) = 100 - 97 = 3$

№ 8, стр. 67.

Т − 8	И − 134	Р − 32	Ц − 130	А − 45	С − 4
К − 3	Ч − 98	Й − 160	М − 96	О − 10	В − 81

96	10	130	45	32	8
М	О	Ц	А	Р	Т

98	45	160	3	10	81	4	3	134	160
Ч	А	Й	К	О	В	С	К	И	Й

Вольфган Амадей МОЦАРТ (1756—1791) — великий австрийский композитор. Он уже с 4 лет играл на клавесине, с 5 лет сочинял музыку, в 8 лет создал первые сонаты и симфонии, в 11 лет — оперу, в 14 лет избран в члены прославленной Филармонической академии в Болонье. Он создал такие известные и в наше время произведения, как «Дон Жуан», «Волшебная флейта», «Свадьба Фигаро» и др. Но жизнь «чудо-ребенка» сложилась трагически. Он умер в Вене, не достигнув 36 лет, успев закончить уже больным свое последнее крупное произведение «Реквием».

Петр Ильич ЧАЙКОВСКИЙ (1840—1893) − великий русский композитор. Им создано более 10 известных опер и балетов («Чародейка», «Пиковая дама», «Евгений Онегин», «Щелкунчик» и др.), 6 симфоний и 30 других оркестровых сочинений, около 200 пьес и романсов и многое другое. Именем П. И. Чайковского названа Московская консерватория. Перед зданием Московской консерватории воздвигнут памятник П. И. Чайковскому.

№ 11, стр. 67.

$817 = 800 + 10 + 7$

$3029 = 3000 + 20 + 9$

$53\,082 = 50\,000 + 3000 + 80 + 2$

$706\,480 = 700\,000 + 6000 + 400 + 80$

№ 12, *стр.* 68.

а) 4549; б) 8020; в) 76 009; г) 318 690;
д) 439 972 508; е) 5 002 016; ж) 29 000 396; з) 4 007 000.

№ 13, *стр.* 68.

а) 9999; б) 1000; в) 108; г) 9959; д) 99799; е) 9876; ж) 1023.

№ 15, *стр.* 68.

352 > 235 4003 > 999 7425 < 74 000
98 < 3060 5300 > 5299 82 016 < 82 106

№ 16, *стр.* 68.

а) 284 009;
б) 602 401;
в) 5 000 205;
г) 79 463 583;
д) 26 992 241;
е) 919 142 326;
ж) 1 600 000 100;
з) 27 277 387.

№ 17, *стр.* 68.

1) 23 260; 2) 16 074; 3) 7 186; 4) 1 234 567.

№ 18, *стр.* 69.

а)
$$\begin{array}{r} 40912 \\ -\ 32856 \\ \hline 8056 \end{array}$$

Ответ: число 32 856 на 8056 меньше числа 40 912.

б)
$$\begin{array}{r} 51045 \\ -\ 6387 \\ \hline 44658 \end{array}$$

Ответ: число 51 045 на 44 658 больше числа 6387.

№ 19, *стр.* 69.

1) 97 930; 2) 5445.

№ 20, *стр.* 69.

а) I *способ*
18 см − 6 см − 9 см = 3 см

II *способ*
18 см − (6 см + 9 см) = 3 см

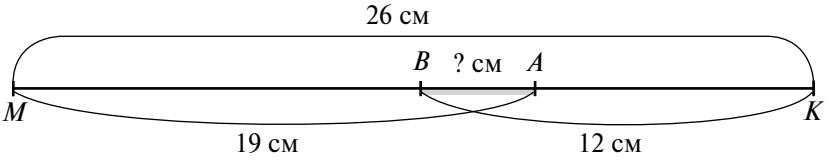
б) I *способ*
(23 мм + 29 мм) − 36 мм = 16 мм

II *способ*
29 мм − (36 мм − 23 мм) = 16 мм

г) I *способ*
(48 м − 34 м) + 6 м = 20 м

II *способ*
48 м − (34 м − 6 м) = 20 м

№ 21, *стр.* 69.



I *способ*
(12 см + 19 см) − 26 см = 5 см

II *способ*
19 см − (26 см − 12 см) = 5 см

№ 23, *стр.* 69.

1) $x = 22\,369$; 2) $y = 43\,793$; 3) $z = 37\,528$.

№ 24, *стр.* 69.

80 − (24 + (24 − 3)) = 35 (автомобилей).

№ 25, стр. 69.

$(5 + (5 + 12)) \cdot 2 = 44$ (плюшки).

№ 27, стр. 70.

а) $64 - (14 + 14 \cdot 2) = 22$ (дм) б) $24 + 24 : 2 + (24 + 5) = 65$ (см)

№ 28, стр. 70.

а) 348 м, 7560 м^2 б) 5 м

№ 29, стр. 70.

а) $8 \cdot 8 + 5 \cdot 3 = 79$ (м^2) б) $56 \cdot 40 - 20 \cdot 14 = 2240 - 280 = 1960$ (см^2)

№ 31, стр. 70.

Ответ: объем классной комнаты 480 м^3.

№ 32, стр. 70.

При выполнении задания следует обратить внимание на аналогию между десятичной системой записи чисел и десятичной системой мер.

а) 15 340 = 1534 д. = 153 с. 40 ед. = 15 тыс. 340 ед.

б) 15 340 см = 1534 дм = 153 м 40 см

в) 15 340 м = 15 км 340 м

г) 15 340 г = 15 кг 340 г

д) 15 340 кг = 153 ц 40 кг = 15 т 340 кг

№ 33, стр. 71.

а) 5 м 96 см + 32 дм 4 см = 596 см + 324 см = 920 см = 9 м 2 дм

б) 6 дм 3 см 2 мм − 48 см = 632 мм − 480 мм = 152 мм = 1 дм 5 см 2 мм

в) 4 км 788 м + 6 км 20 м = 10 км 808 м

г) 12 км 52 м − 8 км 258 м = 12052 м − 8258 м = 3794 м = 3 км 794 м

д) 9 кг 200 г − 5 кг 540 г = 9200 г − 5540 г = 3660 г = 3 кг 660 г

е) 17 ц 69 кг + 3 т 831 кг = 1769 кг + 3831 кг = 5600 кг = 5 т 600 кг

ж) 15 м^2 2 см^2 − 9 м^2 5 дм^2 27 см^2 = 150 002 см^2 − 90 527 см^2 = 59 475 см^2 = = 5 м^2 94 дм^2 75 см^2

з) 12 дм^3 − 3 дм^3 4 см^3 = 12 000 см^3 − 3004 см^3 = 8996 см^3 = 8 дм^3 996 см^3

№ 34, стр. 71

$$\overset{①\ ③\ ⑥\ ④\ ②\ \ ⑤}{(a + b) \cdot c - d : (k + m) \cdot n}$$

$$\overset{②\ ①\ \ ⑥\ \ ③\ ④\ \ ⑤}{(a + b \cdot c) - (d : k + m) \cdot n}$$

№ 35, стр. 71.

$a + 0 = a$ или $a - 0 = a$ $a : a = 1$

$a - a = 0$ $0 \cdot a = 0$ или $0 : a = 0$

$1 \cdot a = a$ $a \cdot 0 = 0$

$a \cdot 1 = a$ или $a : 1 = a$ $0 + a = a$

№ 36, стр. 71.

а) $\overset{③\ ⑥\ \ ①\ ②\ \ \ ④\ ⑦\ ⑤}{24 : 1 - (4 \cdot 5 - 14) \cdot 4 + 8 : 8} = 24 - 24 + 1 = 1$

24, 20, 6, 24, 1

б) $\overset{④\ \ ①\ \ ⑤\ ⑧\ \ ②\ ③\ \ ⑥\ \ ⑨\ ⑦}{0 \cdot (15 - 6) : 3 + (7 \cdot 8 + 4) : 60 - 1 \cdot 0} = 0 + 1 - 0 = 1$

0, 0, 56, 60, 1, 0

№ 38, стр. 71.

1) $x = 36\,504$ 2) $x = 3002$ 3) $x = 70\,380$

№ 39, стр. 71.

а) 520 200	в) 2 760 000	д) 1 070	ж) 30 090
б) 141 800	г) 15 030 000	е) 5208	з) 56 003

№ 40, стр. 71

6 (ост. 2)	16 (ост. 3)	2 (ост. 1)	3 (ост. 7)	3 (ост. 12)
7 (ост. 5)	11 (ост. 4)	5 (ост. 10)	6 (ост. 9)	1 (ост. 15)

№ 41, стр. 72.

а) $5108 : 7 = 729$ (ост. 5)	Проверка: $729 \cdot 7 + 5 = 5108$
б) $3275 : 3 = 1091$ (ост. 2)	Проверка: $1091 \cdot 3 + 2 = 3275$
в) $40\,153 : 5 = 8030$ (ост. 3)	Проверка: $8030 \cdot 5 + 3 = 40\,153$
г) $603\,240 : 9 = 67\,026$ (ост. 6)	Проверка: $67\,026 \cdot 9 + 6 = 603\,240$
д) $840\,260 : 80 = 10\,503$ (ост. 20)	Проверка: $10\,503 \cdot 80 + 20 = 840\,260$
е) $360\,450 : 60 = 6007$ (ост. 30)	Проверка: $6007 \cdot 60 + 30 = 360\,450$

№ 42, стр. 72.

$m + 48 < 80 + m$	Слагаемое m в суммах одинаковое, а слагаемое 48 первой суммы меньше, чем слагаемое 80 второй суммы. С увеличением слагаемых сумма увеличивается. Поэтому ставим знак «<».
$60 - n > 25 - n$	Вычитаемые в разностях одинаковые, а уменьшаемое в первой разности больше, чем во второй. Чем больше уменьшаемое, тем больше разность. Значит, надо поставить знак «>».
$k - 18 > k - 53$	Уменьшаемые в разностях одинаковые, а вычитаемое в первой разности меньше, чем во второй. Чем больше вычитаемое, тем меньше разность. Следовательно, первая разность больше второй. Ставим знак «>».
$a + a + a > 2 \cdot a$	Слева три слагаемых, равных a, а справа — только два, так как по переместительному свойству умножения $2 \cdot a = a \cdot 2 = a + a$. Значит, надо поставить знак «>».
$36 : x > 24 : x$	Делитель в обоих выражениях одинаковый, а делимое слева больше, чем справа. Если делимое уменьшается, то и частное уменьшается, поэтому ставим знак «>».
$b : 5 < b : 3$	Делимое в данных выражениях одинаковое, а делитель слева больше, чем справа. Если делитель уменьшается, то частное увеличивается, поэтому надо поставить знак «<».
$(9 + c) \cdot 4 > 9 + c \cdot 4$	В левой части равенства по распределительному свойству умножения произведение равно сумме $9 \cdot 4 + c \cdot 4$. Выражение справа отличается тем, что у него первое слагаемое равно 9, а не $9 \cdot 4$, поэтому оно меньше. Значит, и вся сумма справа больше. Ставим знак «>».
$d \cdot 6 - d = d \cdot 5$	Слева имеется $6 - 1 = 5$ слагаемых, равных d, и справа 5 таких слагаемых. Следовательно, при всех значениях d значения выражений равны. Ставим знак «=».

№ 43, стр. 72.

$(60 : 5 + 4) : 8 = 2$ (г.)

Ответ: хомяк живет 2 года.

№ 44, *стр.* 72.
$(45 \cdot 4 - 36) : 3 = 48$ (м.)
Ответ: в каждом пакете 48 морковок.

№ 45, *стр.* 72.
$50 - 2 \cdot 5 - 3 \cdot 3 = 31$ (яб.)
Ответ: у Хрюши осталось 31 яблоко.

№ 46, *стр.* 72.
$(40 \cdot 6) : 30 = 8$ (п.)
Ответ: Мышка может испечь 8 пирогов.

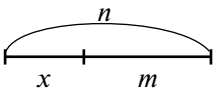
№ 47, *стр.* 72.
1) $40 : 5 \cdot 7 = 56$ (гр.)
2) $200 : 8 = 25$ (д.)
Ответ: за 7 дней белочка соберет 56 грибов, 200 грибов она соберет за 25 дней.

№ 49, *стр.* 72.
$(312 + 312 : 2 + (312 : 2 + 28)) - 652 = 0$ (абрикос)
Ответ: у Пантелея не осталось ни одного абрикоса.

№ 48, *стр.* 72.
1) $(36 + 14) : 2 = 25$ (раз);
2) $25 - 14 = 11$ (раз).
Ответ: Корней подтянулся 25 раз, а Матвей — 11 раз.

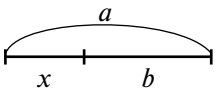
№ 50, *стр.* 73.

1) $x + m = n$



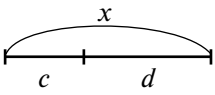
$x = n - m$

2) $a - x = b$



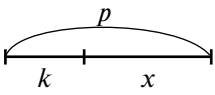
$x = a - b$

3) $x - c = d$



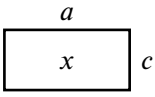
$x = c + d$

4) $k + x = p$



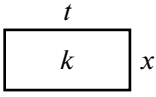
$x = p - k$

5) $x : a = c$



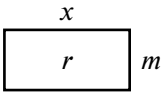
$x = a \cdot c$

6) $t \cdot x = k$



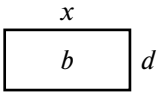
$x = k : t$

7) $x \cdot m = r$



$x = r : m$

8) $b : x = d$



$x = b : d$

№ 51, *стр.* 73.

$a + 3 \cdot b$	**Сумма** числа a и произведения чисел 3 и b.
$x : 2 - y$	**Разность** частного чисел x и 2 и числа y.
$(c + d) \cdot (m - n)$	**Произведение** суммы чисел c и d и разности чисел m и n.
$(8 \cdot k) : (p + 4)$	**Частное** произведения чисел 8 и k и суммы чисел p и 4.

№ 52, *стр.* 73.
а) 7; б) 8.

№ 53, *стр.* 73.
По условию задачи можно составить и решить следующее уравнение:
$((x \cdot 7 - 9) : 6 + 15) : 3 = 8$
$(x \cdot 7 - 9) : 6 + 15 = \underbrace{8 \cdot 3}_{24}$
$(x \cdot 7 - 9) : 6 = \underbrace{24 - 15}_{9}$

$x \cdot 7 - 9 = \underbrace{6 \cdot 9}_{54}$

$x \cdot 7 = \underbrace{54 + 9}_{63}$

$x = 63 : 7$

$x = 9$

№ 54, *стр.* 73.

а) $35 \cdot 18 = 630$

б) $279 \cdot 42 = 11\,718$

в) $74 \cdot 953 = 70\,522$

г) $506 \cdot 125 = 63\,250$

д) $817 \cdot 304 = 248\,368$

е) $608 \cdot 207 = 125\,856$

ж) $123\,450 \cdot 7800 = 962\,910\,000$

з) $69\,080 \cdot 10\,500 = 725\,340\,000$

№ 55, *стр.* 73.

а) 1) 5832; 2) 358 668; 3) 364 500; 4) 1302; 5) 804; 6) 4050; 7) 3 256 200.

Вычисления в данном примере можно заметно упростить, если заметить, что в обоих слагаемых первой скобки есть одинаковые множители, а сумма двух остальных — круглое число. По распределительному свойству умножения значение этого выражения равно $729 \cdot 500 = 364\,500$.

б) 1) 206; 2) 2736; 3) 368; 4) 800; 5) 83 430; 6) 13 905; 7) 1095; 8) 15 000.

№ 56, *стр.* 73.

а) $(m - n) : 7$

$m = 17$, $n = 3$ $\qquad (17 - 3) : 7 = 2$ (порции)

б) $(m - n) : 7$

$m = 500$, $n = 150$ $\qquad (500 - 150) : 7 = 50$ (км)

Одинаковые буквенные выражения помогают увидеть, что задачи имеют одинаковый алгоритм решения. Но в них говорится о разных величинах и даны разные значения величин.

№ 58, *стр.* 74.

$80 : (32 : 2) = 5$ (ч)

Ответ: велосипедисту потребуется 5 часов.

№ 59, *стр.* 74.

$140 : (84 : 3 + 7) = 4$ (ч)

Ответ: катер проплывет это расстояние за 4 часа.

№ 60, *стр.* 74.

$6 - 90 : (90 : 6 + 3) = 1$ (ч)

Ответ: мастер сделал работу на 1 час быстрее, чем предполагал.

№ 61, *стр.* 74.

$48 : 8 - 48 : 12 = 6 - 4 = 2$ (м)

Ответ: Лида купила на 2 м тесьмы больше, чем Оля.

№ 62, *стр.* 74.

1) $120 : (19 - 14) \cdot 14 = 336$ (д.) — отдыхало в лагере «Следопыт».

2) $336 + 120 = 456$ (д.).

Ответ: в лагере «Следопыт» отдыхало 336 детей, а в лагере «Орленок» — 456 детей.

№ 63, *стр.* 74.
(960 − 720) : 3 · 7 = 560 (км)
Ответ: автомобиль проедет 560 км.

№ 64, *стр.* 74.
а) 1) (45 + 75) : 8 = 15 (шт.) — учебников в одной пачке.
2) 45 : 15 = 3 (п.).
3) 8 − 3 = 5 (п.).
Ответ: один класс получил 3 пачки учебников, а второй — 5 пачек.

б) 1) 120 : (3 + 5) = 15 (шт.) — учебников в одной пачке.
2) 15 · 3 = 45 (уч.).
3) 15 · 5 = 75 (уч.).
Ответ: один класс получил 45 учебников, а второй — 75 учебников.

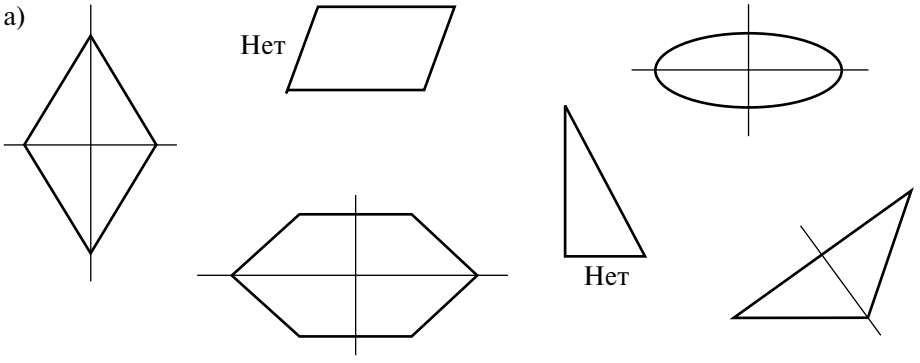
В задачах (а) и (б) одинаковые величины и значения величин, однако условие и вопрос в них поменялись местами. Такие задачи называют взаимно обратными.

№ 65, *стр.* 75.
500 − 450 : (12 + 18) · 12 = 320 руб.
Ответ: Вадим должен вернуть соседу 320 руб.

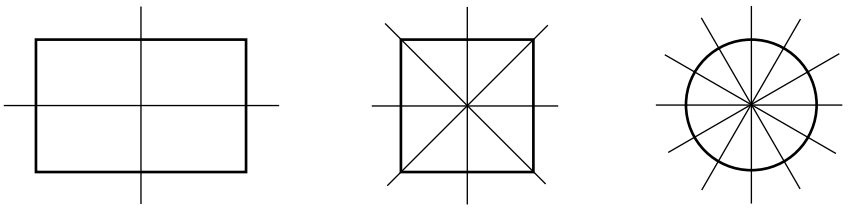
№ 66, *стр.* 75.
27 : 3 − (27 + 13) : (3 + 2) = 1 ($м^2$/ч)
Ответ: производительность первого маляра больше на 1 $м^2$/ч.

№ 67, *стр.* 75.
Точку *M* следует отметить остро заточенным карандашом, луч *KA* имеет начало в точке *K*, луч *EF* имеет начало в точке *E*, а прямая *BC* — не ограничена с двух сторон.

№ 74, *стр.* 76.



б) Прямоугольник имеет 2 оси симметрии, квадрат — 4, а круг — бесконечно много.



№ 75, стр. 76.

а) (3 мин 48 с + 16 мин 36 с − 6 мин 54 с) · 120 = (228 с + 996 с − 414 с) · 120 =
= 810 с · 120 = 97 200 с = 1620 мин = 27 ч = 1 сут. 3 ч;

б) (4 сут. 6 ч 15 мин −18 ч 29 мин + 5 сут. 12 ч 14 мин) : 9 =
= (9 сут. 18 ч 29 мин − 18 ч 29 мин) : 9 = 9 сут. : 9 = 1 сут.

№ 76, стр. 76.

а) $y = x + 9$; б) $y = x \cdot 9$.

№ 77, стр. 76.

а) $x = 5$, так как $5 \cdot 5 + 4 = 29$; б) $x = 2$, так как $(2 - 2) \cdot (2 + 5) = 0$.

№ 78, стр. 76.

а) экипаж; б) сад; в) поток машин; г) караван.

№ 79, стр. 76.

Марс $\in K$, Земля $\in K$, Луна $\notin K$, Полярная звезда $\notin K$.

№ 80, стр. 77.

$724 \in A$	$42 \notin A$	$531 \in A$	$1022 \notin A$	$738 \in A$	$63 \notin A$
$724 \notin B$	$42 \in B$	$531 \notin B$	$1022 \in B$	$738 \notin B$	$63 \notin B$

№ 82*, стр. 77.

$A = \{$м, о, р, е$\}$, $D = \{$д, о, м$\}$, $E = \{$д, ы, м$\}$.

Чтобы построить пересечение множеств A и D, надо найти их общие элементы: $A \cap D = \{$м, о$\}$. Аналогично $D \cap E = \{$д, м$\}$.

Множество $(A \cap D) \cap E$ представляет собой пересечение множества $A \cap D$ с множеством E. Поэтому для его построения нужно найти общие элементы этих множеств. Значит, $(A \cap D) \cap E = \{$м$\}$.

Аналогично при построении множества $A \cap (D \cap E)$ находим общие элементы множеств A и $D \cap E$. Получаем: $A \cap (D \cap E) = \{$м$\}$.

Сравнивая полученные множества, вспоминаем вывод о том, что результат пересечения множеств не зависит от порядка действий.

№ 83*, стр. 77.

$M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $K = \{5, 10\}$, $T = \{3, 6, 9\}$.

Чтобы построить объединение множеств M и K, надо к элементам множества M добавить недостающий элемент из множества K — число 10: $M \cup K =$ $= \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$. Аналогично $K \cup T = \{5, 10, 3, 6, 9\}$.

Множество $(M \cup K) \cup T$ представляет собой объединение множества $M \cup K$ с множеством T. Поэтому для его построения нужно к элементам множества $M \cup K$ добавить недостающий элемент из множества T — число 6. Значит, $(M \cup K) \cup T = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 6\}$.

Аналогично при построении множества $M \cup (K \cup T)$ к элементам множества M добавляем недостающие элементы из множества $K \cup T$. Получаем: $M \cup (K \cup T) = \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 6\}$.

Сравнивая полученные множества, вспоминаем вывод о том, что результат объединения множеств не зависит от порядка действий.

№ 86*, стр. 77.

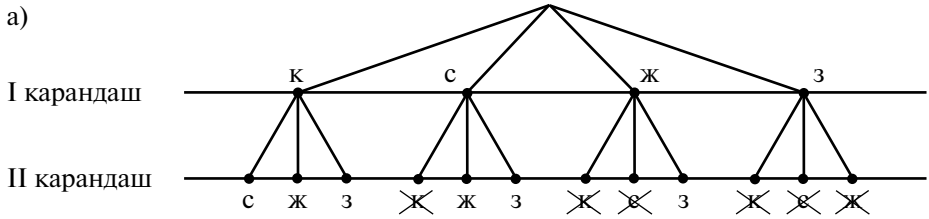
По вертикали: a) 45; b) 418; c) 1427; d) 2609; e) 354; t) 21.
По горизонтали: a) 4; c) 152; k) 134; m) 615; n) 729.

№ 87*, стр. 77.

По вертикали: a) MDCCX; b) MCCXI; c) CCXXV; d) MC D; e) CLI.
По горизонтали: a) MMC; d) MDCCC; f) CCCXL; k) DCXXI; m) XIV.

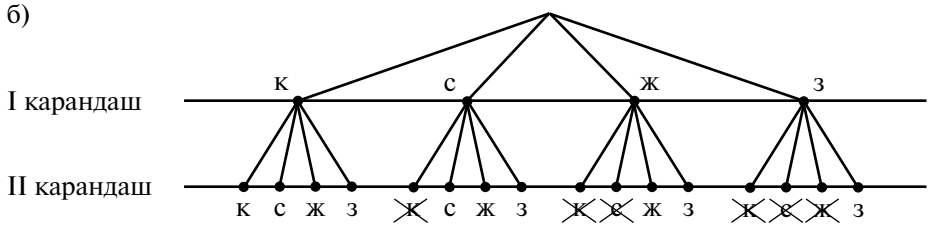
№ 84*, стр. 77.

а)



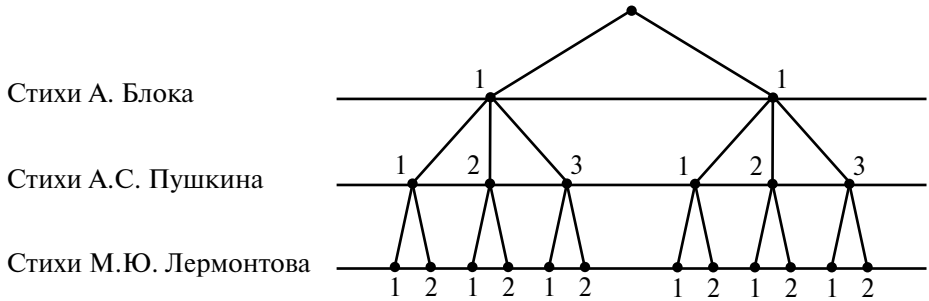
(На схеме вычеркнуты повторяющиеся варианты. Их можно не рисовать.)
Ответ: 6 способов — *кс, кж, кз, сж, сз, жз.*

б)



Ответ: 10 способов — *кк*, *кс*, *кж*, *кз*, *сс*, *сж*, *сз*, *жж*, *жз*, *зз.*

№ 85*, стр. 77.



Ответ: 12 способов.

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

119121, Москва, ул. Погодинская, 8
тел. 245-1641
факс 246-8177/8595
E-mail: VADIMIL@MAIL333.COM

От 14.07.2006 **№** 01-255/5/5

Органы управления образованием

Учреждения профессионального педагогического образования

Институты повышения квалификации и переподготовки работников образования

Общеобразовательные учреждения

ЗАКЛЮЧЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ ОБРАЗОВАНИЯ

о работе экспериментальных площадок Ассоциации «Школа 2000...» и Центра системно-деятельностной педагогики «Школа 2000...» Академии повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования Министерства образования и науки РФ по созданию образовательной системы деятельностного метода обучения и об использовании ее в широкой практике

Российская академия образования ознакомилась с научно-педагогическим проектом «Образовательная система деятельностного метода обучения «Школа 2000...», реализованного Ассоциацией «Школа 2000...» с 1995 по 2006 год. В основу данного проекта положена дидактическая система деятельностного метода «Школа 2000...», научно-методические и учебные материалы, подготовленные и изданные по итогам экспериментальной и инновационной деятельности Ассоциации «Школа 2000...» в Москве и регионах России в 2000—2006 гг. (более 1000 образовательных учреждений на ступенях: дошкольная подготовка, начальная и средняя школа, среднее и высшее профессиональное педагогическое образование, система повышения квалификации и профессиональной переподготовки педагогических кадров). Всего по учебникам программы «Школа 2000...» работают в настоящее время около 10 000 образовательных учреждений во всех регионах России. ***Научный руководитель*** проекта — доктор педагогических наук, профессор кафедры начального и дошкольного образования АПК и ППРО Министерства образования и науки РФ, директор ЦСДП «Школа 2000...» **Л. Г. Петерсон**.

Основой для заключения явились тематические научные сборники Ассоциации «Школа 2000...»: «Непрерывность образования: дидактическая система деятельностного метода», выпуски 1—6, 1998—2006; книги Л. Г. Петерсон «Теория и практика построения непрерывного образования», 2001; Л. Г. Петерсон, Ю. В. Агапова, М. А. Кубышевой, В. А. Петерсона «Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии», 2006; Л. Г. Петерсон «Технология деятельностного метода обучения», М. А. Кубышевой «Уроки разной целевой направленности по дидактической системе «Школа 2000...»; сборник «Образовательная система деятельностного метода обучения «Школа 2000...»: построение непрерывной сферы образования», 2006. Также на предмет соответствия заявленным научно-методическим положениям дидактической системы «Школа 2000...» проведен выборочный анализ ряда учебников и методических пособий для дошкольной подготовки, начальной и средней общеобразовательной школы,

написанных в рамках проекта. Имеются заключения специалистов и академиков РАО на учебники, написанные в рамках проекта «Школа 2000...» и поданные в Российскую академию образования Министерством образования и науки РФ для экспертизы по линии Федерального совета по учебникам.

Авторскому коллективу «Школа 2000...» Указом Президента Российской Федерации присуждена премия Президента РФ в области образования за 2002 год за создание дидактической системы деятельностного метода для общеобразовательных учреждений.

Российская академия образования отмечает, что авторскому коллективу Ассоциации «Школа 2000...» удалось создать современную образовательную систему для массовой школы, которая полностью соответствует государственной политике и направлениям модернизации российского образования и эффективно реализует современные идеи восстановления единства образовательного пространства на этапе его перехода к деятельностной парадигме образования, методологизации содержания образования, непрерывно и преемственно организованного от дошкольной подготовки до окончания общеобразовательной школы, а затем и в системе среднего и высшего профессионального образования.

Образовательная система «Школа 2000...» ставит достаточно четко сформулированные цели формирования общекультурных и деятельностных способностей, общеучебных умений учащихся как наиболее полно отвечающие сов-ременным тенденциям развития образования во всем мире. Она располагает теоретической концепцией, которая раскрывает методологические, педагогические, дидактические и психологические особенности ее подходов, и сочетает глубокую научную обоснованность с принципами простоты и доступности для учителей, методистов, школьных психологов и руководителей образовательных учреждений и систем образования.

Во всех учебниках и учебных пособиях образовательной системы «Школа 2000...» используются единые технологии деятельностного метода обучения, которые построены на основе системно-деятельностного подхода и внедрены с учетом специфики возраста учащихся. Создан полный набор учебников и учебных пособий по математике, обеспечивающих на основе предложенной концепции и технологий реализацию непрерывного и преемственного образования в соответствии с поставленными целями на ступенях дошкольное образование, начальная и основная школа.

Разработанные образцы применения технологии деятельностного метода в преподавании других предметов убедительно показывают, что ее инвариантное концептуальное ядро является вполне понятным и применимым педагогами на материале различных учебных дисциплин и любых ступенях образования, начиная с дошкольного уровня, начальной и средней школы вплоть до среднего и высшего профессионального образования и системы повышения квалификации и профессиональной переподготовки педагогических кадров, что убедительно доказывают результаты экспериментальной и инновационной деятельности Ассоциации «Школа 2000...».

Надпредметный характер дидактической системы деятельностного метода «Школа 2000...», преемственность с традиционной школой и, одновременно, синтез не конфликтующих между собой идей из новых концепций образования деятельностной направленности позволяет говорить о существенном вкладе Ассоциации «Школа 2000...» в решение проблемы создания в России единого дидактического пространства.

Ассоциация «Школа 2000...» имеет сеть образовательных учреждений, систематически работающих в тесном сотрудничестве с авторами и методистами, в которых проводится апробация новых учебных материалов. Она располагает на-

лаженной системой подготовки и переподготовки педагогических кадров в г. Москве и регионах России и обеспечивает регулярное общение всех заинтересованных сторон (прежде всего, учителей, методистов, школьных психологов и руководителей образовательных учреждений, муниципальных и региональных систем образования) посредством конференций, использования средств массовой информации, Интернета.

С 1995 по 2006 год авторским коллективом Ассоциации «Школа 2000...» велась активная и последовательная работа по построению образовательной системы деятельностного метода «Школа 2000...». В течение этого времени сформулировано развернутое научное обоснование на всех уровнях: от методологической системно-деятельностной трактовки сущности образования, нового понимания содержания и структуры учебной и педагогической деятельности, методологического направления в обновлении предметного содержания до методических рекомендаций по преподаванию математики и других отдельных предметов, от создания системы подготовки и переподготовки педагогических кадров до развертывания на базе региональных управлений образования систем сетевого взаимодействия по внедрению в образовательную практику деятельностного метода обучения.

К заслугам группы разработчиков образовательной системы «Школа 2000...» нужно отнести следующее:

I. Разработана дидактическая концепция методологической непрерывности и преемственности образования, опирающаяся на идею поэтапного развертывания содержания и форм организации учебной деятельности, на впервые введенное и разработанное авторским коллективом понятие системно-структурного строения и развертывания учебной деятельности. Это понимание также начинает внедряться в практику в многочисленных учебниках и программах, используемых в практическом преподавании на разных этапах обучения в школе и ДОУ, а также в подготовке педагогов-практиков.

II. Разработана концепция развития в ходе обучения общекультурных и деятельностных способностей учащихся, формирования на основе механизмов рефлексивной самоорганизации готовности школьника к самоизменению и саморазвитию.

III. Разработана система дидактических принципов деятельностного метода обучения, а именно:

1) Принцип *деятельности*, заключающийся в том, что ученик, получая знания не в готовом виде, а, добывая их сам, осознает при этом содержание и формы своей учебной деятельности, понимает и принимает систему ее норм, активно участвует в их совершенствовании, что способствует активному успешному формированию его общекультурных и деятельностных способностей, общеучебных умений.

2) Принцип *непрерывности*, означающий преемственность между всеми ступенями обучения на уровне технологии, предметного и надпредметного содержаний и методик их усвоения.

3) Принцип *целостного представления о мире*, предполагающий формирование у учащихся обобщенного системного представления о мире (природе, обществе, социокультурном мире и мире деятельности, о себе самом, о роли различных наук и знаний).

4) Принцип *минимакса*, заключающийся в следующем: школа должна предложить ученику возможность освоения содержания образования на максимальном для него уровне и обеспечить при этом усвоение на уровне социально безопасного минимума (государственного стандарта знаний, умений, способностей).

5) Принцип *психологической комфортности*, предполагающий снятие всех стрессообразующих факторов учебного процесса, создание в школе и на уроках доброжелательной атмосферы, ориентированной на реализацию идей педагогики сотрудничества, развитие диалоговых форм общения.

6) Принцип *вариативности*, предполагающий формирование у учащихся способностей к принятию решений в ситуациях выбора в условиях решения задач и проблем.

7) Принцип *творчества*, означающий максимальную ориентацию на творческое начало в учебной деятельности учащихся, приобретение ими собственного опыта творческой деятельности.

Выделены педагогические особенности использования разработанной дидактической системы на всех ступенях обучения: дошкольные образовательные учреждения — школа — вуз.

IV. Определены и реализованы ключевые направления разработки адекватных системно-деятельностному подходу образовательных технологий как в общедидактическом плане, так и применительно к методике преподавания математики и других отдельных предметов.

Разработана и соотнесена с различными возрастными ступенями технология деятельностного метода обучения (включающая структуру современного урока и системную типологию уроков), которая позволяет заменить методы «объяснения» нового материала построением осознанных учащимися способов самостоятельного «открытия» новых знаний, проектирования способов решения задач, коррекции и самооценки собственной деятельности, рефлексии ее результатов.

Такая технология результативна, поскольку не только обеспечивает высокое качество предметных знаний и умений, эффективное развитие интеллекта и творческих способностей, воспитание социально значимых личностных качеств при сохранении здоровья учащихся, но и способствует активному формированию способностей к рефлексивной самоорганизации, что позволяет учащимся становиться самостоятельными субъектами своей учебной деятельности и в целом успешно ориентироваться и самоопределяться в жизни.

Технология деятельностного метода имеет при этом общедидактический характер, то есть может быть реализована на любом предметном содержании и любой образовательной ступени с учетом возрастных особенностей и предшествующего уровня развития рефлексивно-организационных деятельностных способностей.

Выделены уровни освоения педагогами технологии деятельностного метода, которые позволяют, с одной стороны, повысить качество и систематизировать работу учителя в условиях вариативности образования на основе единого дидактического базиса, а с другой — открывают путь к их саморазвитию в процессе инновационной деятельности по внедрению в индивидуальную практику механизмов коммуникативного взаимодействия и рефлексивной самоорганизации.

V. Предложена на основе системно-деятельностного подхода целостная дидактическая концепция школьных учебников нового поколения. Эта концепция реализована в учебниках непрерывного курса математики для дошкольной ступени, начальной и средней школы, подготовленных, изданных и внедренных в образовательную практику. Обеспечена возможность использования данного непрерывного курса математики, реализующего деятельностный метод обучения, с широким спектром учебников Федерального перечня без акцентировки на комплектность на основе *системы дидактических принципов* — деятельности, непрерывности, целостного представления о мире, психологической комфортности,

минимакса, вариативности, творчества, и адекватной ей *структуры урока*, соотнесенной с различными типами урока и возрастными этапами.

Теоретически обоснованный выход за пределы определенного учебно-методического комплекта является еще одним важным отличием образовательной системы «Школа 2000...» от других инновационных образовательных систем (Л. В. Занкова, В. В. Давыдова, «Школа 2100»), что позволяет расширить границы образовательного пространства и систематизировать работу педагогов и управленцев в условиях вариативности образования.

VI. Разработана система педагогического контроля и оценивания достижений школьников на разных этапах образовательного процесса. Основными составляющими новой технологии контроля и оценивания результатов учебной деятельности являются фиксация не только предметных знаний и умений, но и общеинтеллектуальных умений, способностей к рефлексивной самоорганизации в учебной процессе. Отсюда важным направлением в осуществлении системы оценивания является развитие у учащихся умений самоконтроля и адекватной самооценки.

VII. Разработана и внедрена оригинальная система электронного мониторинга успеваемости учеников, занимающихся по учебникам «Школы 2000...». Созданы электронные приложения к ряду важнейших учебников, позволяющие отследить на принципах самоконтроля и самооценки уровни обученности учащихся. Разработана и проведена система объективного (в сравнении с возрастной группой) мониторинга успеваемости учеников, обучающихся по учебникам программы «Школа 2000...».

VIII. Предложено новое понимание процессов воспитания с учетом современного методологического системно-деятельностного понимания значения базовых ценностных ориентиров и систем ценностей и личностных качеств в формировании способностей к рефлексивной самоорганизации. В соответствии с таким пониманием необходимо создавать благоприятные условия для формирования у учащихся по мере их внутренней готовности ценностных ориентиров, способствующих усвоению культурных критериев организации собственного поведения и действий в сложных проблемных ситуациях общения, коммуникации, деятельности.

При поддержке базовых школ и региональных центров методической работы по дидактической системе «Школа 2000...» за последние 11 лет было проведено и ведется ряд экспериментов:

1. По проблемам апробации и внедрения учебников и учебно-дидактических и методических комплексов.

2. По проблеме преемственности и непрерывности между дошкольным звеном и начальной школой, начальной школой и основной средней школой.

3. По проблеме создания в рамках школы единого механизма и модели организации образовательного пространства деятельностной направленности.

4. По проблеме становления и функционирования региональных центров, способствующих распространению и внедрению дидактической системы «Школа 2000...» в широкую образовательную практику.

5. По проблеме комплексного мониторинга обученности и уровней развития способностей учащихся, занимающихся по учебникам дидактической системы деятельностного метода «Школа 2000...».

6. По проблеме построения образцов обучения на материале различных учебных дисциплин в рамках требований дидактической системы и технологий деятельностного метода.

7. По проблемам подготовки студентов педколледжей и педуниверситетов к работе в рамках требований ДСДМ «Школа 2000...».

8. По проблемам подготовки преподавателей педагогических колледжей к работе со студентами на материале различных дисциплин в рамках требований дидактической системы деятельностного метода «Школа 2000...».

Все эксперименты показали продуктивные результаты.

Российская академия образования на основании итогов работы авторского коллектива Ассоциации «Школа 2000...» и ЦСДП«Школа 2000...» АПК и ППРО Министерства образования и науки РФ по созданию образовательной системы деятельностного метода обучения «Школа 2000...» рекомендует кафедрам педагогики и частных методик педагогических вузов, региональным институтам повышения квалификации кадров и региональным управлениям образования активно использовать опыт образовательной системы «Школа 2000...» в решении задач модернизации и повышении качества российского образования.

Пезидент **Н. Д. Никандров**

Тематическое планирование к учебнику «Математика» автора Л. Г. Петерсон
3 класс

4 ч в неделю, всего 136 ч[8]

Темы, входящие в разделы программы	Тема	Характеристика видов деятельности учащихся
I четверть (35 часов)		
Счет предметов. Чтение и запись чисел от нуля до тысячи. Классы и разряды. Представление многозначных чисел в виде суммы разрядных слагаемых. Сравнение и упорядочение чисел, знаки сравнения.	**1–7** (ч. I, задачи на повторение, уроки 1–5) Множество и его элементы. Способы задания множества. Равные множества. Число элементов множества. Пустое множество. Знак ∅. Диаграмма Венна. Знаки ∈ и ∉. Решение вычислительных примеров, задач, уравнений на повторение курса 2 класса. (7 ч)	**Составлять** множества, заданные перечислением и общим свойством элементов. **Обозначать** множества, **определять** принадлежность элемента множеству, равенство и неравенство множеств, **использовать** для обозначения принадлежности элемента множеству знаки ∈ и ∉. **Использовать** знак ∅ для обозначения пустого множества. **Наглядно изображать** множества с помощью диаграмм Эйлера– Венна. **Повторять** основной материал, изученный во 2 классе: нумерацию и способы действия с натуральными числами в пределах 1000, общий принцип и единицы измерения величин, таблицу умножения и деления, внетабличное умножение и деление, деление с остатком, анализ и решение текстовых задач и уравнений, решение примеров на порядок действий. **Понимать** значение веры в себя в учебной деятельности, **использовать** правила, формирующие веру в себя, и **оценивать** свое умение применять эти правила (на основе согласованного эталона).
Алгоритмы письменного умножения и деления многозначных чисел. Решение текстовых задач арифметическим способом. Планирование хода решения задачи. Представление текста задачи (схема).	**8–18** (ч. I, уроки 6–16, 19) Подмножество. Знаки ⊂ и ⊄. Разбиение множества на части по свойствам (классификация). Упорядочение и систематизация информации	**Устанавливать**, является ли одно множество подмножеством другого, **записывать** результат с помощью знаков ⊂ и ⊄, **изображать** множество и его подмножество на диаграмме Эйлера– Венна. **Находить** объединение и пересечение множеств, **записывать** результат с помощью знаков ∩ и ∪, **изображать** объединение и пересечение множеств на диаграмме Эйлера– Венна, **моделировать** пересечение геометрических фигур с помощью предметных моделей.

[8] Реализация принципа минимакса в образовательном процессе позволяет использовать данный курс при 5 ч в неделю за счет школьного компонента, всего 170 ч.

Продолжение таблицы

Темы, входящие в разделы программы	Тема	Характеристика видов деятельности учащихся
	в справочной литературе. Пересечение и объединение множеств. Знаки ∩ и ∪. Переместительное и сочетательное свойства пересечения и объединения множеств, их аналогия с переместительным и сочетательным свойствами сложения и умножения. Сложение и вычитание непересекающихся множеств, свойства и аналогия со сложением и вычитанием чисел. Запись внетабличного умножения в столбик. Задачи на приведение к 1 (на четвертое пропорциональное). Решение логических задач с использованием множеств. (11 ч)	**Исследовать свойства** объединения и пересечения множеств (переместительное, сочетательное) с помощью диаграмм Эйлера– Венна, **записывать** в буквенном виде, **устанавливать** их аналогию с переместительным и сочетательным свойствами сложения и умножения чисел. **Разбивать** множества на части (классифицировать). **Анализировать** свойства объединения непересекающихся множеств (сложения) и нахождения части множества (вычитания), **устанавливать** их аналогию со сложением и вычитанием чисел. **Использовать** язык множеств для решения логических задач. **Строить** общий способ решения задач на приведение к единице, **применять** его для решения задач. **Строить** способ записи внетабличного умножения в столбик, **применять** его для вычислений. **Решать** вычислительные примеры, на порядок действий, уравнения изученных типов, простые и составные задачи с числовыми и буквенными данными (2–6 действий), **сравнивать** разные способы вычислений и решения задач, выбирать наиболее рациональный способ **Находить** значения буквенных выражений при данных значениях букв, **представлять** данные в таблице, **выявлять** закономерности. **Использовать** взаимосвязь между компонентами и результатами сложения и вычитания для упрощения вычислений. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Применять** простейшие приемы развития своей памяти и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).
	19 – 20 (ч. I, уроки 1–19) ***Развивающая контрольная работа № 1*** (2 ч)	**Применять** изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях. **Контролировать** правильность и полноту выполнения изученных способов действий. **Выявлять причину** ошибки и **корректировать** ее, **оценивать** свою работу.

Сбор и представление информации, связанной со счётом (пересчётом), измерением величин; фиксирование, анализ полученной информации.	**21–22** (ч. I, уроки 20–21) Выполнение проектных работ по теме ***«Как люди научились считать»*** («Системы счисления», «Первые цифры», «Открытие нуля», «О бесконечности натуральных чисел» и др.). (2 ч)	**Планировать** поиск и организацию информации, **искать** информацию в учебнике, справочниках, энциклопедиях, Интернет-ресурсах, **оформлять** и **представлять** результаты выполнения проектных работ. **Работать в группах:** распределять роли между членами группы, планировать работу, распределять виды работ, определять сроки, представлять результаты с помощью сообщений, рисунков, средств ИКТ, составлять «Задачник класса», оценивать результат работы. **Фиксировать** индивидуальное затруднение при построении нового способа действия, **определять** его место и причину и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения соответствующих эталонов).
Счёт предметов. Чтение и запись чисел от нуля до миллиона. Классы и разряды. Представление многозначных чисел в виде суммы разрядных слагаемых. Сравнение и упорядочение чисел, знаки сравнения. Сложение, вычитание. Решение текстовых задач арифметическим способом.	**23–33** (ч. II, уроки 22–32) Множество натуральных чисел. Позиционная десятичная система записи натуральных чисел. Разряды и классы. Нумерация натуральных чисел в пределах триллиона (12 разрядов), аналогия с десятичной системой мер. Запись многозначных чисел римскими цифрами. Сравнение, сложение и вычитание многозначных чисел. Решение примеров, уравнений и задач на изученные случаи действий с числами. (11 ч)	**Читать** и **записывать** натуральные числа в пределах триллиона (12 разрядов), **выделять** классы, разряды, число единиц каждого разряда. **Определять** и **называть** цифру каждого разряда, общее количество единиц данного разряда, содержащихся в числе, **представлять** числа в виде суммы разрядных слагаемых. **Устанавливать аналогию** десятичной позиционной системы записи чисел и десятичной системы мер. **Устанавливать** правила поразрядного сравнения натуральных чисел, **применять** их для сравнения многозначных чисел. **Записывать** многозначные числа римскими цифрами. **Складывать** и **вычитать** многозначные числа, **решать** примеры, задачи и уравнения на сложение и вычитание многозначных чисел. **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов, **составлять** числовые и буквенные выражения к задачам и задачи по заданным выражениям. **Сравнивать** выражения на основе взаимосвязи между компонентами и результатами действий. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Составлять план** своей учебной деятельности при открытии нового знания на уроке и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).

Продолжение таблицы

Темы, входящие в разделы программы	Тема	Характеристика видов деятельности учащихся
	34 – 35 (ч. I, уроки 20–32) ***Развивающая контрольная работа № 2*** (2 ч)	**Применять** изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях. **Контролировать** правильность и полноту выполнения изученных способов действий. **Выявлять причину** ошибки и **корректировать** ее, **оценивать** свою работу.
II четверть (27 часов)		
Умножение и деление.	**36–41** (ч. I, уроки 33–38) Умножение и деление чисел на 10, 100, 1000... Умножение и деление круглых чисел (без остатка). (6 ч)	**Строить** и **применять** алгоритмы умножения и деления на 10, 100 и т.д., умножения и деления круглых чисел (без остатка). **Обосновывать** правильность своих действий с помощью построенных алгоритмов, **осуществлять самоконтроль**, **коррекцию** своих ошибок. **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов. **Составлять** числовые и буквенные выражения к задачам, находить их значение, **закреплять** сложение и вычитание многозначных чисел. **Находить** подмножества, объединение и пересечение заданных множеств, строить диаграмму Эйлера – Венна. **Решать** задачи на нахождение периметра треугольника, площади фигур, составленных из прямоугольников. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Составлять план** своей учебной деятельности при открытии нового знания на уроке и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).
Измерение величин; сравнение и упорядочение величин. Единицы длины (мм, см, дм, м, км). Единицы массы (грамм, килограмм, центнер, тонна). Соотношения между единицами измерения однородных величин. Сравнение и упорядочение однородных величин.	**42–46** (ч. I, уроки 39–43) Единицы длины: миллиметр, сантиметр, дециметр, метр, километр, соотношения между ними. Единицы массы: грамм, килограмм, центнер, тонна, соотношения между ними.	**Уточнять** соотношение между единицами длины, **устанавливать** соотношения между единицами массы: 1 г, 1 кг, 1 ц, 1 т. **Выводить** общее правило перехода к большим меркам и перехода к меньшим меркам, **применять** это правило для преобразования единиц длины и массы. **Сравнивать, складывать** и **вычитать** однородные величины (длина, масса). **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов, **находить** некорректные формулировки задач и корректировать их, **составлять** числовые и буквенные выражения к задачам и **находить** их значение. **Выполнять** задания поискового и творческого характера.

Решение текстовых задач арифметическим способом. Планирование хода решения задачи. Представление текста задачи (схема).	Преобразование, сравнение, сложение и вычитание однородных величин. Решение задач на сложение и вычитание однородных величин. (5 ч)	**Применять** алгоритм сравнения и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).
	47 – 48 (ч. I, уроки 33–43) ***Развивающая контрольная работа № 3*** (2 ч)	**Применять** изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях. **Пошагово контролировать** правильность и полноту выполнения изученных способов действий. **Выявлять причину** ошибки и **корректировать** ее, **оценивать** свою работу.
Алгоритмы письменного сложения, вычитания, умножения и деления многозначных чисел. с остатком. Чтение и заполнение таблицы. Интерпретация данных таблицы. Решение текстовых задач арифметическим способом.	**49–62** (ч. II, уроки 1–14) Умножение и деление многозначного числа на однозначное (и сводящиеся к нему случаи). Запись деления углом. Деление углом с остатком. Деление с остатком многозначных круглых чисел. Решение задач «по сумме и разности». Анализ и интерпретация данных таблицы. (14 ч)	**Строить** и **применять** алгоритмы умножения и деления многозначного числа на однозначное (и сводящиеся к ним случаи). **Записывать** деление углом (с остатком и без остатка). **Строить** алгоритм деления с остатком многозначных круглых чисел. **Строить** общий способ решения задач «по сумме и разности». **Анализировать** и **интерпретировать** данные таблицы. **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов, **составлять** задачи по заданным выражениям. **Составлять**, **читать** и **записывать** числовые и буквенные выражения, содержащие все 4 арифметические действия, **находить** значения выражений. **Преобразовывать** единицы длины и массы, **выполнять** сравнение, сложение и вычитание именованных чисел. **Выполнять** простейшие геометрические построения с помощью циркуля и линейки, **составлять фигуры** из частей. **Определять** вид многоугольников, **находить** в них прямые, тупые и острые углы. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Определять** вид модели, **применять** метод моделирования в учебной деятельности, и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона). **Применять** алгоритм обобщения и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).

Продолжение таблицы

Темы, входящие в разделы программы	Тема	Характеристика видов деятельности учащихся
III четверть (46 часов)		
	63 (ч. II, уроки 1–14) Повторение (1 ч) **64 – 65** (ч. II, уроки 1–14) ***Развивающая контрольная работа № 4*** (2 ч)	**Применять** изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях. **Контролировать** правильность и полноту выполнения изученных способов действий. **Выявлять причину** ошибки и **корректировать** ее, **оценивать** свою работу.
Взаимное расположение предметов в пространстве и на плоскости (выше—ниже, слева—справа, сверху—снизу, ближе—дальше, между и пр.). Распознавание и изображение геометрических фигур: точка, линия (кривая, прямая), отрезок, ломаная, угол, многоугольник, треугольник, прямоугольник, квадрат, окружность, круг. Использование чертёжных инструментов для выполнения построений.	**66–71** (ч. II, уроки 15–20) Перемещение фигур на плоскости. Симметрия относительно прямой. Симметричные фигуры. Построение симметричных фигур на клетчатой бумаге. Палиндромы. Творческие работы учащиеся по теме ***«Красота и симметрия»***. (6 ч)	**Выполнять** преобразование фигур на плоскости (на клетчатой бумаге). **Устанавливать** свойства фигур, симметричных относительно прямой, чертить симметричные фигуры (на клетчатой бумаге). **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов. **Наблюдать** зависимости между величинами и фиксировать их с помощью таблиц. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Наблюдать** симметрию в рисунках, буквах, словах, текстах, в стихах, музыке, в природе, **собирать** материал по заданной теме, свои симметричные фигуры, **составлять** узоры с помощью параллельного переноса, **описывать** правила их составления. **Применять** метод моделирования в учебной деятельности и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).
Измерение величин; сравнение и упорядочение величин. Единицы времени (секунда, минута, час). Соотношения между единицами измерения однородных величин.	**72–79** (ч. II, уроки 21–28) Измерение времени. Единицы измерения времени: год, месяц, неделя, сутки, час, минута, секунда. Часы. Определение времени по часам.	**Сравнивать** события по времени непосредственно. **Устанавливать соотношения** между общепринятыми единицами времени: год, месяц, неделя, сутки, час, минута, секунда; **преобразовывать**, **сравнивать, складывать** и **вычитать** значения времени, выраженные в заданных единицах измерения. **Разрешать** житейские ситуации, требующие умения находить значение времени событий. **Определять** время по часам; **использовать** календарь, название месяцев, дней недели.

	Название месяцев и дней недели. Календарь. Соотношения между единицами времени. Преобразование, сравнение, сложение и вычитание единиц времени. Выполнение творческих работ по теме ***«Из истории календаря»*** («Измерения времени в древности», «Юлианский календарь», «Григорианский календарь», «Из истории российского календаря», «Как возникла неделя», «Какие бывают часы» и др.) (8 ч)	**Решать задачи** на нахождение начала события, завершения события, продолжительности события. **Собирать** и **представлять** информацию по заданному плану и теме, выбранной из заданного списка тем. **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов. **Составлять**, **читать** и **записывать** числовые и буквенные выражения, содержащие все 4 арифметические действия, **находить** значения выражений. **Измерять** длины отрезков, строить отрезки заданной длины, **определять** вид углов многоугольника, **исполнять** алгоритмы, **преобразовывать** фигуры клетчатой бумаге (параллельный перенос). **Применять** метод наблюдения в учебной деятельности и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).
Построение простейших выражений с помощью логических связок и слов («и»; «не»; «если... то...»; «верно/неверно, что...»; «каждый»; «все»; «некоторые»); истинность утверждений.	**80–82** (ч. II, уроки 29–31) Переменная. Выражение с переменной. Значение выражения с переменной. Высказывание. Верное и неверное высказывание. Определение истинности и ложности высказываний. Построение простейших высказываний с помощью логических связок и слов «верно (неверно), что ...»,	**Обозначать** переменную буквой, **составлять** выражения с переменной, **находить** в простейших случаях значение выражения с переменной и множество значений выражения с переменной. **Находить** верные (истинные) и неверные (ложные)высказывания, **обосновывать** в простейших случаях их истинность и ложность, **строить** верные и неверные высказывания с помощью логических связок и слов «верно (неверно), что ...», «не», «если ..., то ...», «каждый», «все», «найдется», «всегда», «иногда». **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов. **Строить** на клетчатой бумаге фигуры, симметричные данной. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Применять** правила ведения диалога в учебной деятельности и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).

Продолжение таблицы

Темы, входящие в разделы программы	Тема	Характеристика видов деятельности учащихся
	«не», «если ..., то ...», «каждый», «все», «найдется», «всегда», «иногда». (3 ч)	
Сравнение и упорядочение чисел, знаки сравнения. Истинность утверждений.	**83–88** (ч. II, уроки 32–37) Равенство и неравенство, обоснование их истинности или ложности. Уравнение. Корень уравнения. Классификация простых уравнений. Составные уравнения, сводящиеся к цепочке простых. Упрощение уравнений. Решение составных уравнений с комментированием по компонентам действий. Связь уравнений с решением задач. (6 ч)	**Определять, обосновывать** и **опровергать** истинность и ложность равенств и неравенств, **находить** множество значений переменной, при которых равенство (неравенство) является верным, **записывать** высказывания на математическом языке в виде равенств. **Различать** выражения, равенства и уравнения, **повторять** и **систематизировать** знания о видах и способах решения простых уравнений ($a+x=b$; $a-x=b$; $x-a=b$, $a\cdot x=b$; $a:x=b$; $x:a=b$). **Составлять** в простейших случаях уравнение как математическую модель текстовой задачи. **Строить** и **применять** алгоритм решения составных уравнений, **решать** простые и составные уравнения, **комментировать** решение, называя компоненты действий. **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов. **Составлять**, **читать** и **записывать** числовые и буквенные выражения, содержащие все 4 арифметические действия, **определять** порядок действий в выражениях, **находить** значения выражений. **Составлять** таблицы, **анализировать интерпретировать** их данные. **Моделировать** пересечение геометрических фигур с помощью предметных моделей. **Систематизировать** основные свойства сложения и умножения, **записывать** их в буквенном виде, **применять** для упрощения вычислений. **Определять** время по часам, **выполнять** сравнение, сложение и вычитание значений времени. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Применять** правила самостоятельного закрепления нового знания и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).

	89 – 90 (ч. II, уроки 15–37) ***Развивающая контрольная работа № 5*** (2 ч)	**Применять** изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях. **Контролировать** правильность и полноту выполнения изученных способов действий. **Выявлять причину** ошибки и **корректировать** ее, **оценивать** свою работу.
Вычисление периметра многоугольника. Вычисление площади прямоугольника. Деление с остатком. Геометрические формы в окружающем мире. Распознавание и называние: куб, параллелепипед. Решение текстовых задач арифметическим способом.	**91–95** (ч. II, уроки 38–42) Формула. Формулы площади и периметра прямоугольника: $S = a \cdot b$, $P = (a + b) \times 2$. Формулы площади и периметра квадрата: $S = a \cdot a$, $P = 4 \cdot a$. Формула объема прямоугольного параллелепипеда: $V = a \times b \times c$. Формула объема куба: $V = a \times a \times a$. Формула деления с остатком: $a = b \cdot c + r$, $r < b$. Решение задач с использованием формул. Построение разверток куба и склеивание из них моделей. (5 ч)	**Строить** формулы площади и периметра прямоугольника ($S = a \cdot b$, $P = (a + b) \times 2$), площади и периметра квадрата ($S = a \cdot a$, $P = 4 \cdot a$), объема прямоугольного параллелепипеда ($V = a \times b \times c$), куба ($V = a \times a \times a$), деления с остатком ($a = b \cdot c + r$, $r < b$), **применять** их для решения задач. **Составлять** таблицы, **анализировать интерпретировать** их данные, **обобщать** выявленные закономерности и **записывать** их в виде формул. **Систематизировать** частные случаи арифметических действий с 0 и 1, **записывать** в буквенном виде, **применять** для вычислений. **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов, **составлять** задачи по заданным выражениям. **Изготавливать** предметную модель куба по ее развертке. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Выполнять** самоконтроль и самооценку своих учебных действий, и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона). **Находить** место и причину своей ошибки и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).
Зависимости между величинами, характеризующими процессы движения. Скорость, время, путь. Чтение и заполнение таблицы. Интерпретация данных таблицы. Решение текстовых задач арифметическим способом. Планирование хода решения задачи. Представление текста задачи (таблица).	**96–106** (ч. III, уроки 1–11) Скорость, время, расстояние. Изображение движение объекта на числовом луче. Наблюдение зависимостей между скоростью, временем и расстоянием и их фиксирование с помощью таблиц. Формула пути: $s = v \cdot t$.	**Наблюдать** зависимости между величинами «скорость — время — расстояние» при равномерном прямолинейном движении с помощью графических моделей, **фиксировать** значения величин в таблицах, **выявлять** закономерности и **строить** соответствующие формулы зависимостей. **Строить** формулу пути ($s = v \times t$), **использовать** ее для решения задач на движение, **моделировать** и **анализировать** условие задач с помощью таблиц. **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов. **Отмечать** на чертеже точки, принадлежащие и не принадлежащие данной прямой, **обозначать** точки и прямые, **записывать** принадлежность точки прямой с помощью знаков $\in$ и $\notin$.

Продолжение таблицы

Темы, входящие в разделы программы	Тема	Характеристика видов деятельности учащихся
	Построение формул зависимости между величинами, описывающими движение, с использованием таблиц и числового луча. Решение задач на движение с использованием формулы пути, схем и таблиц. (10 ч)	**Систематизировать** основные свойства вычитания, **использовать** их для упрощения вычислений. **Устанавливать** соотношения между единицами времени, преобразовывать их, **сравнивать**, **складывать** и **вычитать** значения времени. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Фиксировать** шаги учебной деятельности (12 шагов), **определять** место и причину затруднения в коррекционной деятельности и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения соответствующих эталонов).
	107 – 108 (ч. II, уроки 38–42) (ч. III, уроки 1–11) ***Развивающая контрольная работа № 6*** (2 ч)	**Применять** изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях. **Контролировать** правильность и полноту выполнения изученных способов действий. **Выявлять причину** ошибки и **корректировать** ее, **оценивать** свою работу.
IV четверть (28 часов)		
Алгоритмы письменного умножения и деления многозначных чисел. Способы проверки правильности вычислений (алгоритм, обратное действие, вычисление на калькуляторе).Зависимости между величинами, характеризующими процессы куплипродажи. Количество товара, его цена и стоимость.	**109–114** (ч. III, уроки 12–17) Умножение на двузначное число. Умножение круглых чисел, сводящееся к умножению на двузначное число. Проверка решения с помощью калькулятора. Стоимость, цена, количество товара. Наблюдение зависимостей между стоимостью, ценой и количеством товара и их фиксирование с помощью таблиц.	**Строить** и **применять** алгоритмы умножения на двузначное число и сводящихся к нему случаев умножения круглыхчисел, **записывать** умножение на двузначное число в столбик, **проверять** правильность выполнения действий с помощью алгоритма и вычислений на калькуляторе. **Наблюдать** зависимости между величинами «стоимость — цена — количество товара» с помощью таблиц, **выявлять** закономерности и **строить** соответствующие формулы зависимостей. **Строить** формулу стоимости ($C = a \times n$), **использовать** ее для решения задач на покупку товара, **моделировать** и **анализировать** условие задач с помощью таблиц. **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов. **Фиксировать** с помощью равенства отношения «больше (меньше) на...», «больше (меньше) в...», и наоборот, **устанавливать** данные отношения между переменными по равенствам.

	Формула стоимости: $C = a \cdot n$ Решение задач на величины, описывающие процессы купли-продажи с использованием формулы стоимости и таблиц. (6 ч)	**Определять** делители и кратные заданного числа. **Преобразовывать** единицы длины, площади, массы, времени, стоимости. **Использовать** взаимосвязи между компонентами и результатами арифметических действий и их свойства для сравнения выражений и упрощения вычислений. **Исследовать** взаимное расположение фигур на плоскости и в пространстве, **находить** и **сравнивать** объемы куба и прямоугольного параллелепипеда. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Фиксировать** шаги коррекционной деятельности (12 шагов) и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).
Алгоритмы письменного умножения и деления многозначных чисел. Планирование хода решения задачи. Представление текста задачи (схема, таблица и другие модели).	**115–117** (ч. III, уроки 18–20) Умножение на трехзначное число. Раскрытие аналогии между задачами на движение и задачами на стоимость. (3 ч)	**Строить** и **применять** алгоритмы умножения на трехзначное число, **записывать** умножение на трехзначное число в столбик, **проверять** правильность выполнения действий с помощью алгоритма и вычислений на калькуляторе. **Устанавливать** аналогию между задачами на движение и задачами на стоимость. **Преобразовывать** и **выполнять** сложение и вычитание значений длины, площади, массы, времени. **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов. **Чертить** прямые с помощью линейки, **устанавливать** принадлежность точки прямой, **записывать** результат с помощью знаков $\in$ и $\notin$. **Читать** и **записывать** числа римскими цифрами. **Исполнять** вычислительные алгоритмы, заданные в виде схем и блок-схем, **фиксировать** результаты вычислений в таблице, **записывать** заданную программу действий с помощью числового выражения. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Применять** правила критериальной оценки своей деятельности и оценивать свое умение это делать (на основе применения эталона).
Зависимости между величинами, характеризующими процессы работы. Объём работы, время, производительность труда.	**118–120** (ч. III, уроки 21–23) Работа, производительность, время работы. Наблюдение зависимостей между работой, производительностью и временем работы и их фиксирование с помощью таблиц.	**Наблюдать** зависимости между величинами «объем выполненной работы — производительность — время работы» с помощью таблиц, **выявлять** закономерности и **строить** соответствующие формулы зависимостей. **Строить** формулу работы ($A = w \times t$), **использовать** ее для решения задач на работу, **моделировать** и **анализировать** условие задач с помощью таблиц. **Решать** вычислительные примеры, уравнения, простые и составные задачи изученных типов. **Сравнивать** значения единиц длины, массы, времени.

Продолжение таблицы

Темы, входящие в разделы программы	Тема	Характеристика видов деятельности учащихся
	Формула работы: $A = w \times t$. Решение задач на величины, описывающие работу, с использованием формулы работы и таблиц. (3 ч)	**Записывать** заданную программу действий с помощью числового выражения. **Перечислять** элементы множества, заданного свойством, **находить** объединение и пересечение множеств, **строить** диаграмму Эйлера — Венна множеств. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Применять** простейшие приемы погашения негативных эмоций при работе в паре, группе и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).
	121 – 122 (ч. III, уроки 12–23) ***Развивающая контрольная работа № 7*** (2 ч)	**Применять** изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях. **Контролировать** правильность и полноту выполнения изученных способов действий. **Выявлять причину** ошибки и **корректировать** ее, **оценивать** свою работу.
Алгоритмы письменного умножения. Способы проверки правильности вычислений (алгоритм, обратное действие, вычисление на калькуляторе).Зависимости между величинами, характеризующими процессы движения, работы, куплипродажи и др. Решение текстовых задач арифметическим способом.	**123–127** (ч. III, уроки 24–28) Общий случай умножения многозначных чисел. Проверка решения примеров с помощью калькулятора. Решение задач на формулу пути, стоимости, работы, раскрытие аналогии между ними. Формула произведения: $a = b \cdot c$. Классификация простых задач изученных типов. Общий способ анализа и решения составной задачи. Решение разнообразных составных задач всех изученных	**Строить** и **применять** алгоритмы умножения круглых чисел, сводящегося к умножению на трехзначное число, и общего случая умножения многозначных чисел, **записывать** умножение в столбик, **проверять** правильность выполнения действий с помощью алгоритма и вычислений на калькуляторе. **Выявлять** аналогию между задачами на движение, стоимость, работу, **строить** общую формулу произведения $a = b \cdot c$ и **определять** общие методы решения задач на движение, покупку товара, работу, **подводить** под **формулу** $a = b \cdot c$ различные зависимости, описывающие реальные процессы окружающего мира. **Классифицировать** простые задачи изученных типов по виду модели, **устанавливать** на этой основе общие методы к решению составной задачи (аналитический, синтетический, аналитико-синтетический), **применять** их для решения составных задач в 2–5 действий. **Решать** вычислительные примеры, уравнения изученных типов. **Строить** формулы зависимостей между величинами по данным таблиц, тексту условия задач, **решать задачи** по изученным формулам. **Находить** объединение и пересечение геометрических фигур, точки пересечения линий, делители и кратные данных чисел. **Записывать** заданную программу действий с помощью числового выражения.

	типов в 2–5 действий по общему алгоритму решения составной задачи. Умножение круглых чисел, сводящееся к умножению на трехзначное число. (5 ч)	**Сравнивать** значения выражений на основе взаимосвязи между компонентами и результатами арифметических действий, **находить значение** числовых и буквенных выражений при заданных значениях букв. **Выполнять** умножение единиц длины, площади, массы, времени на число. **Исследовать** свойства чисел, **выдвигать** гипотезу, **проверять** ее для конкретных значений чисел, **делать вывод** о невозможности распространения гипотезы на множество всех чисел. **Перечислять** элементы множества, заданного свойством, **находить** объединение и пересечение множеств, **строить** диаграмму Эйлера – Венна множеств. **Выполнять** задания поискового и творческого характера. **Применять** правила выстраивания дружеских отношений с одноклассниками и **оценивать** свое умение это делать (на основе применения эталона).
	128 – 129 (ч. III, уроки 24–28) ***Развивающая контрольная работа № 8*** (2 ч)	**Применять** изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях. **Контролировать** правильность и полноту выполнения изученных способов действий. **Выявлять причину** ошибки и **корректировать** ее, **оценивать** свою работу.
	130–136 (Повторение) Обобщение и систематизация знаний, изученных в 3 классе. Проектные работы по теме: «Дела и мысли великих людей». *Портфолио ученика 3 класса.* ***Переводная и итоговая контрольные работы*** (7 ч)	**Повторять** и **систематизировать** изученные знания. **Применять** изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях, **обосновывать** правильность выполненного действия с помощью обращения к общему правилу **Пошагово контролировать** выполняемое действие, при необходимости **выявлять причину** ошибки и **корректировать** ее. **Собирать** информацию в справочной литературе, Интернет-источниках о великих людях, **кодировать** и **расшифровывать** их высказывания (действия с числами в пределах 100), фамилии (умножение многозначных чисел), **составлять** «Задачник 3 класса». **Работать в группах:** *распределять* роли между членами группы, *планировать* работу, *распределять* виды работ, *определять* сроки, *представлять* результаты с помощью сообщений, рисунков, средств ИКТ, *оценивать* результат работы. **Систематизировать** свои достижения, **представлять** их, **выявлять** свои проблемы, **планировать** способы их решения.

Содержание

Введение 3

Математика−3, часть 1 32
- **Урок 1.** Множество и его элементы 35
- **Урок 2.** Способы задания множеств 38
- **Урок 3.** Равные множества. Пустое множество 41
- **Урок 4.** Решение задач 43
- **Урок 5.** Диаграмма Эйлера−Венна. Знаки $\in$ и $\notin$ 44
- **Урок 6.** Решение задач 48
- **Урок 7.** Подмножество. Знаки $\subset$ и $\not\subset$ 51
- **Урок 8.** Задачи на приведение к единице 54
- **Урок 9.** Решение задач. 56
- **Урок 10.** Пересечение множеств. Знак пересечения 58
- **Урок 11.** Свойства пересечения множеств 61
- **Урок 12.** Решение задач 63
- **Урок 13.** Обратные задачи на приведение к единице 65
- **Урок 14.** Объединение множеств. Знак $\cup$ 67
- **Урок 15.** Решение задач на повторение 70
- **Урок 16.** Умножение чисел в столбик. 71
- **Урок 17.** Свойства объединения множеств 73
- **Урок 18.** Разбиение множества на части 74
- **Урок 19.** Решение задач на повторение 77
- **Уроки 20—21.** Как люди научились считать. 79
- **Уроки 22—25.** Многозначные числа.
  Сравнение натуральных чисел.
  Решение задач.
  Сумма разрядных слагаемых. 84
- **Уроки 26—32.** Сложение и вычитание многозначных чисел.
  Преобразование единиц счета.
  Порядок действий. Свойства действий 89
- **Уроки 33—38.** Умножение и деление на 10, 100, 1000...
  Умножение и деление круглых чисел 94
- **Уроки 39—43.** Единицы длины.
  Единицы массы 98

Математика−3, часть 2 106
- **Уроки 1—5.** Умножение на однозначное число.
  Умножение круглых чисел в столбик.
  Нахождение числа по сумме и разности 109
- **Уроки 6—14.** Деление на однозначное число углом.
  Деление круглых чисел углом.
  Деление круглых чисел с остатком. 114
- **Уроки 15—20.** Преобразование фигур.
  Симметрия относительно прямой.
  Построение симметричных фигур.
  Симметрия фигуры 123
- **Уроки 21—28.** Меры времени.
  Календарь.
  Таблица мер времени. Часы.
  Преобразование единиц времени. 130
- **Уроки 29—30.** Переменная.
  Выражение с переменной 145
- **Уроки 31—33.** Верно и неверно.
  Высказывания.
  Равенство и неравенство 155

Уроки 34—37. Уравнения. 164
Уроки 38—42. Формулы. 177

Математика−3, часть 3 197
Уроки 1—11. Скорость. Время. Расстояние.
Формула пути. Задачи на движение. 200
Уроки 12—17. Умножение на двузначное число.
Формула стоимости.
Умножение многозначных круглых чисел 222
Уроки 18—23. Умножение на трехзначное число.
Формула работы. 239
Уроки 24—28. Формула произведения.
Умножение многозначных чисел. 256

Задачи на повторение 273

Приложение 1. 283
Приложение 2. 289