

Глава 3

Рациональные числа

§ 3. Уравнения

1. Раскрытие скобок.

С помощью свойств арифметических действий можно выполнять различные преобразования выражений с рациональными числами: перестановку слагаемых, раскрытие скобок и т.д. Понятие отрицательных чисел позволяет получить общее правило раскрытия скобок, упрощающее вычисления и преобразования выражений.

Для вывода этого правила рассмотрим выражения:

$$a + (b + c) \quad \text{и} \quad a - (b + c).$$

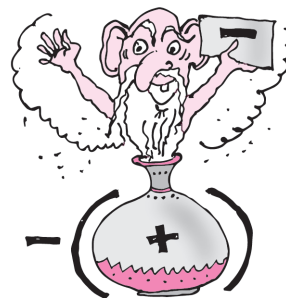
Они отличаются только знаками, стоящими перед скобками. На основании правил прибавления суммы к числу и вычитания суммы из числа имеем:

$$a + (b + c) = a + b + c \quad \text{и} \quad a - (b + c) = a - b - c.$$

Сравнивая полученные выражения, мы видим, что знак «+» перед скобками не меняет знаков слагаемых в скобках, а знак «-» меняет их на противоположные. Таким образом, приходим к следующим правилам раскрытия скобок:

Если перед скобками стоит знак «+», то при раскрытии скобок знаки слагаемых в скобках сохраняются.

Если перед скобками стоит знак «-», то при раскрытии скобок знаки слагаемых в скобках заменяются на противоположные.



Например,

$$3x + (-y + 5) = 3x - y + 5, \quad 3x - (-y + 5) = 3x + y - 5.$$

Для раскрытия скобок в выражениях, содержащих умножение числа на сумму, используется распределительное свойство умножения:

$$a(b + c) = ab + ac.$$

По правилам умножения рациональных чисел, если $a > 0$, то знаки слагаемых b и c не изменятся, а если $a < 0$, то изменятся на противоположные. Например:

$$5(-n + y) = -5n + 5y \quad \text{и} \quad -5(-n + y) = 5n - 5y.$$

Таким образом, при умножении суммы на число можно применять те же самые правила раскрытия скобок.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1.

Раскрыть скобки в выражении $a - (-b + c) + (d - k - m)$.

Решение:

$$a - (-b + c) + (d - k - m) = a + b - c + d - k - m.$$

Пример 2.

Найти значение выражения $(-8 + 35) - (-15 + 13) + (-5 + 19)$.

Решение:

Раскроем скобки в данном выражении и вычислим значение полученной алгебраической суммы:

$$(-8 + 35) - (-15 + 13) + (-5 + 19) = -8 + 35 + 15 - 13 - 5 + 19 = 43.$$

$$1) 35 + 15 + 19 = 69;$$

$$2) 8 + 13 + 5 = 26;$$

$$3) 69 - 26 = 43.$$

Пример 3.

Раскрыть скобки и упростить выражение $-3(a - b) - 5(a + b)$.

Решение:

Раскроем скобки, а затем упростим полученное выражение:

$$-3(a - b) - 5(a + b) = -3a + 3b - 5a - 5b = (-3 - 5)a + (3 - 5)b = -8a - 2b.$$

К

1 Запиши на математическом языке:

а) правило прибавления суммы к числу;

б) правило вычитания суммы из числа;

в) распределительное свойство умножения.

Переведи полученные равенства на русский язык

и проиллюстрируй с помощью графических моделей.



2

Раскрой скобки:

а) $-(a - b)$;

г) $d - (-k + t)$;

ж) $c - (b + c - a) + (-a + b)$;

б) $-(c + d)$;

д) $-m + (a - c)$;

з) $(d - m) - b - (-m + x + d) + x$;

в) $-(-x + y)$;

е) $p - (-n + r - s)$;

и) $k - (y - c) + (d - c - y) + (-k + d)$.

3

Раскрой скобки и найди значения выражений:

а) $-3,64 - (12,45 - 3,64)$;

д) $45 - (-7 + 18) - (34 - 18 + 26)$;

б) $1\frac{3}{8} + (-2\frac{7}{9} + \frac{5}{8})$;

е) $-9,7 + (-3,8 + 5,2) - (2,9 - 5,2 - 9,7) + 3,8$;

в) $(5,6 - 7,2) - (-7,2 + 3,4)$;

ж) $(1,8 - 6,03) - (-4,14 + 2,25 - 6,03) - 4,8$;

г) $(2,4 - \frac{2}{3}) + 2,4 - (1,8 + 1\frac{5}{6})$;

з) $-(5\frac{1}{3} - 4\frac{5}{16}) + 2\frac{1}{16} - (1\frac{2}{3} - 1\frac{5}{16} + 3\frac{11}{16})$.

4 Упрости выражения:

а) $2,8 - (a - 1,4)$;

д) $(6,4 - x) - (5,8 + x)$;

б) $-(-b + 3,2) + 0,7$;

е) $y - (4,3 + y) + 3,9$;

в) $c - (1,6 + c)$;

ж) $(-0,7 - m) - (-m + 0,5)$;

г) $(-5,9 + d) - d$;

з) $-(1,2 - n) + (n - 0,8)$.



5 Реши уравнения:

а) $-4,3 - (-1,8 - x) = 3$;

в) $(c - 6) - (4,5 - c) = -1,5$;

б) $(n + 1\frac{2}{9}) - 4\frac{2}{9} = -4,8$;

г) $1\frac{5}{6} - (k - \frac{7}{12}) + 2\frac{1}{12} = 0,9$.

6 Переведи на математический язык и реши задачи:

а) В трех конкурсах приняли участие 80 человек. В первом конкурсе участвовало 28 человек, а во втором – на 6 человек меньше, чем в третьем. Сколько человек участвовало в третьем конкурсе?

б) Периметр треугольника равен 48,5 см. Одна его сторона равна 15,8 см, а вторая – на 1,9 см меньше, чем третья. Чему равна длина второй стороны?

7 Упрости выражения, используя распределительное свойство умножения:

а) $5(a + 2) - 12$;

г) $2(m - n) - (m + n)$;

ж) $3(b - 1) - 2(b - 2)$;

б) $9 - 2(-c + 4)$;

д) $(x - y) - 2(x + y)$;

з) $-2(d + 3) + 3(2 - d)$;

в) $m - 3(2 - m) + 8$;

е) $-2(a + b) + 2(a - b)$;

и) $5y - 2(y - 1) + 3(-y - 4)$.

8 Найди значение выражения. Есть ли в задаче лишние данные?

а) $3(x - 4) + 2(-x + 6)$, если $x = -1,8$;

б) $3b - 2(a - b) + a - 5(a + b)$, если $a = -0,5$, $b = \frac{1}{7}$.

9 Составь и упрости выражения:

а) К утроенной разности чисел m и n прибавить их удвоенную сумму.

б) Из удвоенной суммы чисел x и y вычесть разность утроенного числа x и числа y .

10 Составь выражение и найди его значение при данных значениях переменных:

а) Сначала поезд ехал 2 ч со скоростью v км/ч, потом он увеличил скорость на 10 км/ч и с этой скоростью проехал еще 3 ч. Затем поезд проехал 1 ч со скоростью на 5 км/ч меньшей, чем вначале. Сколько километров ему еще осталось проехать, если весь его путь составляет 625 км? ($v = 70, 80, 90$.)

б) Фермер отвез в первый магазин n мешков картофеля, а во второй – на 4 мешка больше, чем в первый. Сколько тонн картофеля у него еще осталось, если весь его урожай составил 3,2 т, а в каждом мешке по 50 кг? ($n = 10, 15, 20$.)

11 Раскрой скобки и упрости выражения:

а) $4x - (3x + (2x - 1))$; б) $y - (2y - (3y - 4))$; в) $z - (2z + (3z - (4z + 5)))$.

12 а) Докажи, что для любого натурального числа n сумма удвоенного предыдущего и утроенного последующего числа при делении на 5 дает остаток, равный 1.

б) Докажи, что сумма четырех последовательных натуральных чисел, кратных 3, при делении на 12 дает остаток, равный 6.

13 Расставь скобки так, чтобы получилось верное равенство:

а) $m - n - m + n = 2m - 2n$;

б) $m - n - m + n = 2m$.

π **14** Вычисли устно:

а) $-7 - (-3)$; б) $-2,5 \cdot (-8)$; в) $|90| : |-0,3|$; г) $0 : (-7,6)$;

$0,4 - 0,9$; $-\frac{3}{4} \cdot 1,6$; $|-2,4| \cdot \left|\frac{1}{3}\right|$; $-1 \cdot \left(-1\frac{2}{9}\right)$;

$-1,2 + 5$; $4,2 : (-0,7)$; $|-0,6| - |-4|$; $4,5 : (-1)$;

$-0,7 - 0,8$; $(-0,125) : \frac{1}{8}$; $|-5,6| + |-0,2|$; $\left(3,4 - 3\frac{2}{5}\right) \cdot 6,4$.

15 Вычисли устно, расположи ответы в порядке возрастания и сопоставь их соответствующим буквам. Зачеркни две буквы так, чтобы получилось название геометрической фигуры. Сможешь ли ты ее нарисовать? А дать определение?

28	0,2	1	1,8	-6	4
$\cdot 0,25$	$\cdot 0,3$	$: 0,25$	-5	$\cdot 0,5$	$: 0,8$
-0,6	+1,2	-6	+1,7	+2	-2,6
$: 1,6$	$: 0,6$	$\cdot 3,5$	$: 0,3$	-0,2	$: 0,03$
$: 0,1$	-0,9	+5,6	$\cdot 0,9$	$: 0,6$	$\cdot 0,2$
Б	У	О	Р	К	М

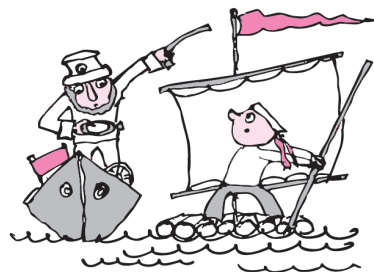
16 БЛИЦтурнир

а) Автобус проехал за первый час a км, за второй $-b$ км, а за третий $-c$ км. С какой средней скоростью он ехал?

б) Пешеход первые 5 мин шел со скоростью n м/мин, а следующие 15 мин — со скоростью k м/мин. Найди среднюю скорость пешехода на этом участке.

в) Лодка прошла d км по течению реки за 2 ч, а против течения — за 3 ч. Чему равна собственная скорость лодки? Чему равна скорость течения реки?

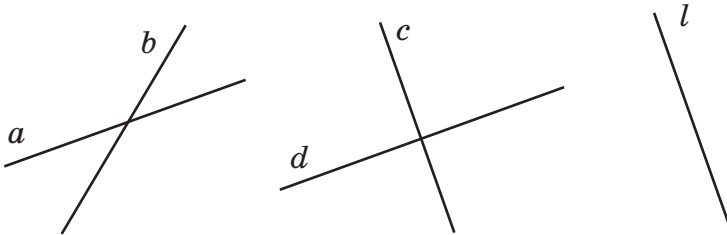
г) Катер и плот плывут по реке в одном направлении: катер — со скоростью x км/ч, а плот — со скоростью реки, равной y км/ч. Какое расстояние проплывет катер за 4 ч против течения реки, если его собственная скорость не изменится?



17 Реши уравнение и отметь его корни на координатной прямой. Найди координаты середины отрезка, соединяющего отмеченные точки. Что ты замечаешь?

а) $|a - 4| = 1$; б) $|b - 2| = 3$; в) $|c + 1| = 2$; г) $|d + 3| = 4$.

18 Найди на чертеже и перечисли все пары: а) пересекающихся прямых; б) непересекающихся прямых; в) параллельных прямых; г) перпендикулярных прямых. В каких из заданий (а) – (г) оказались одни и те же пары прямых? Как ты думаешь, почему?



19 Найди значения выражений, сопоставь их соответствующим буквам и расшифруй название геометрической фигуры. По справочнику найди определение этой фигуры и начерти ее в тетради.

Р $-4,5 + (-a + 5,6)$, если $a = -2,9$; **П** $(-1,1 + m) - (3,1 - m)$, если $m = 0,9$;

О $-(2b - 3) + b$, если $b = 1,4$; **Л** $-(n - 4,6) + (2,9 - n)$, если $n = 4,5$;

Г $c - (1,8 - c)$, если $c = 0,7$; **Е** $0,5 - (2x + 1,2) - x$, если $x = -0,3$;

М $-d - (0,7 - 3d)$, если $d = -0,8$; **А** $(y - 5,4) - (-2,6 + y)$, если $y = 3$.

-2,4	-2,8	4	-2,8	-1,5	-1,5	0,2	-1,5	1,6	-0,4	4	-2,8	-2,3	-2,3

20 Реши уравнения и сделай проверку:

а) $-(a + 4) - 19 = 7$; б) $2\frac{1}{3} - (y - \frac{5}{12}) = 1,75$.

21 Переведи на математический язык и реши задачу:

В цирковом представлении участвовало 8 жонглеров, акробатов было на 6 больше, чем клоунов, а дрессировщиков – на 7 меньше, чем акробатов. Сколько было клоунов, если всего в этом представлении участвовало 28 артистов?



22 Докажи, что для любого натурального числа n среднее арифметическое его предыдущего и последующего чисел равно этому числу.

23 Найди значения выражений, сопоставь их соответствующим буквам и расположи полученные числа в порядке убывания. Расшифруй название математического термина. Что он означает?

Н $-4(a + 1) - 5$, если $a = -0,7$;

Б $4(n - 2) - 3(n + 2)$, если $n = 7,6$;

Е $2b - 3(b - 4)$, если $b = 6,8$;

О $-2(7 + d) + 3(-d + 5)$, если $d = -1,9$;

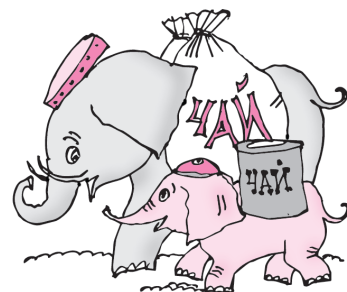
Р $-m + 2(-m + 3)$, если $m = -0,8$;

К $-x + (3 - 2x) - 2(x + 4)$, если $x = -3,4$.

24 Составь выражение и найди его значение при данных значениях букв:
Пароход плыл 5 ч по течению реки и 3 ч против течения. С какой средней скоростью он плыл, если его собственная скорость равна v км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч? ($v = 28; 29,7; 35,5$.)

25* Раздели 25 рублей на 2 части так, чтобы одна часть была в 49 раз больше другой.

26* **Старинная задача**
Имеет некто чай двух сортов – цейлонский по 5 гривен за фунт и индийский по 8 гривен за фунт. В каких долях надо смешать эти два сорта, чтобы получить чай стоимостью 6 гривен за фунт?



2. Коэффициент.

Если выражение со скобками представляет собой произведение чисел, то для его преобразования можно воспользоваться законами умножения. При этом используются известные нам правила знаков.

Пример 1.

Упростить выражение $12x \cdot 0,25 \cdot (-5y)$.

Решение:

Данное выражение представляет собой произведение множителей 12; x ; 0,25; -5 и y . На основании сочетательного закона умножения можно отдельно сгруппировать числовые и буквенные множители:

$$12x \cdot 0,25 \cdot (-5y) = (12 \cdot 0,25 \cdot (-5)) \cdot (xy) = -15xy.$$

Число -15 , полученное в результате умножения всех числовых множителей, называют **коэффициентом**. Коэффициент обычно записывают перед буквенными множителями. Вообще, *если выражение является произведением числа и буквенной части, то числовой множитель в этом выражении называют коэффициентом*.

Например, коэффициент выражения $\frac{5}{6}a^2b$ равен $\frac{5}{6}$, а коэффициент выражения $-3,8tn^3$ равен $-3,8$.

Если в записи буквенного выражения отсутствует числовой множитель, то на помощь приходят равенства:

$$a = 1 \cdot a \quad \text{и} \quad -a = -1 \cdot a.$$

Эти равенства показывают, что коэффициентом выражения a является число 1, а выражения $(-a)$ – число (-1) . Аналогично коэффициентом выражения, например, $(-xy^2z)$ считают число -1 , а коэффициент выражения kr равен числу 1.

Пример 2.

Раскрыть скобки и упростить выражение $-2(5x - y + 4)$.

Решение:

Раскроем скобки и упростим каждое слагаемое:

$$-2(5x - y + 4) = -2 \cdot 5x + 2y - 2 \cdot 4 = -10x + 2y - 8.$$



Пример 3.

Раскрыть скобки и упростить выражение $3(-2a + b) - 2(a + 7b)$.

Решение:

$$3(-2a + b) - 2(a + 7b) = -6a + 3b - 2a - 14b = -8a - 11b.$$

К

27

Назови коэффициенты выражений. Какое из этих выражений может быть «лишним»? Почему?

- а) $2xy$; б) k^5 ; в) $-3ab^4$; г) $-\frac{5}{6}m^3n^2$; д) $7c^4d \cdot (-2)$.

28

Прочитай выражения. Чем они похожи и чем отличаются? Найди их коэффициенты и буквенные части:

- а) $(-2x)^2$, $-2x^2$ и $(-2)^2x$; б) $(-2m)^4$, $-2m^4$ и $(-2)^4m$.

29

Определи коэффициент выражения (устно):

- а) $-a \cdot (-b) \cdot (-c) \cdot d$; в) $(-c)^2 \cdot (-m)^3$; д) $(-a)^5 \cdot (-b)^4$;
б) $-x \cdot (-y) \cdot (-n) \cdot (-m)$; г) $(-c^2) \cdot (-m^3)$; е) $(-a^5) \cdot (-b^4)$.

30

Определи коэффициент и буквенную часть выражения (устно):

- а) $2a \cdot 7$; г) $4mn \cdot (-0,2)$; ж) $2c \cdot (-c) \cdot (-8)$; к) $(-5a)^2$;
б) $3b \cdot (-5c)$; д) $-x \cdot 2p \cdot (-0,5)$; з) $y \cdot 6y \cdot (-0,01y)$; л) $-5a^2$;
в) $-\frac{1}{2}x \cdot (-y)$; е) $-b \cdot (-3d) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$; и) $-0,25n \cdot (-4n^2)$; м) $(-5)^2a$.

31

Упрости выражение и подчеркни его коэффициент:

- а) $-3a \cdot (-2b)$; в) $-1,5a \cdot (-a) \cdot 2a$; д) $0,8dy \cdot (-12,5y^2)$; ж) $(-0,7n)^2$;
б) $\frac{5}{12}x \cdot (-4y)$; г) $c \cdot \left(-\frac{4}{9}c\right) \cdot 0,9$; е) $-\frac{1}{3}m^2 \cdot (-15mb)$; з) $-3x \cdot (-3x)^2$.

32 Раскрой скобки и упрости выражение. Найди слагаемые, которые являются буквенными выражениями, и назови их коэффициенты:

- а) $-3(-2a + 5)$; в) $4(-x + 3y) - 2(x + 5y)$; д) $5(3c - 2) + 2(4 - 7c)$;
 б) $2(5b - 4c + 3)$; г) $-2(6d - k) + 3(4d - 2k)$; е) $3(-8 + 2y) - 4(2y - 6)$.

33 Запиши на математическом языке переместительное и сочетательное свойства умножения. Пользуясь ими, найди значения выражений:

- а) $-5 \cdot (-0,78) \cdot 2 \cdot (-2,5) \cdot (-4)$; б) $-0,4 \cdot \frac{9}{17} \cdot (-0,25) \cdot 1,25 \cdot (-8) \cdot 17$.

34 Опровергни утверждения и построй их отрицания:

- а) $\forall a \in \mathbb{Q}: (-a)^2 = -a^2$; в) $\exists a \in \mathbb{Q}: (-a)^2 \neq a^2$;
 б) $\forall a \in \mathbb{Q}: (-a)^2 \neq -a^2$; г) $\exists a \in \mathbb{Q}: (-a)^3 \neq -a^3$.
 ($\mathbb{Q}$ – множество рациональных чисел.)



35 Прочитай выражения:

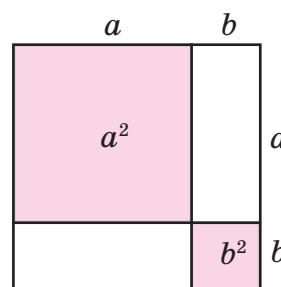
$$(a + b)^2; \quad a^2 + b^2; \quad a^2 + 2ab + b^2.$$

Найди значения этих выражений, если:

- а) $a = 3, b = 5$; б) $a = -1, b = -4$; в) $a = -2, b = 3$.

Что ты замечаешь?

Проверь свою гипотезу для произвольно выбранных значений a и b . Попробуй обосновать ее, используя графическую модель.



36 Арифметический фокус

Объясни арифметический фокус, используя математический язык:

Задумали число, увеличили его на 7, сумму умножили на 3, к произведению прибавили 4 и из результата вычли утроенное задуманное число. В ответе получилось 25.

37 Задумали число, умножили его на 8, произведение вычли из 100, разность удвоили, результат вычли из 15 и получили 7. Какое число задумали?

38 Упрости выражение и подчеркни его коэффициент:

- а) $5 \cdot (-1,2x)$; в) $-2n \cdot 0,4n$; д) $(-4c)^2$;
 б) $-\frac{2}{9}a \cdot (-3b)$; г) $y^2 \cdot (-6y) \cdot (-0,5)$; е) $(-0,1d)^3$.

39 Раскрой скобки и при необходимости упрости выражение:

- а) $-2(c + 7)$; б) $5(2a - 3) - 4(3a - 4)$; в) $-2(2x + 3y) + 3(-x + 2y)$.

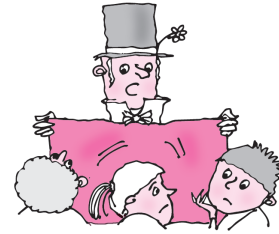
40 а) Задумали число, вычли из него 16, разность умножили на 7, результат вычли из 40 и получили 12. Какое число задумали?

б) Придумай и реши свою задачу про задуманное число.



41*

Учитель показал ребятам арифметический фокус: он предложил задумать положительное число, умножить его само на себя, к полученному результату прибавить удвоенное задуманное число и еще 1. По объявленному результату он назвал задуманное число. Как это сделал учитель?



3. Приведение подобных слагаемых.

При работе с выражениями вначале их обычно *упрощают*, переходя к выражениям, записанным в более компактной, удобной форме.

Пусть, например, требуется найти значение выражения

$$-4,2x + 0,3x - 8,9x + x + 1,8x$$

при $x = 2,56$. Вычисления значительно упростятся, если заметить, что все слагаемые имеют один и тот же буквенный множитель x .

На основании распределительного закона умножения общий множитель можно вынести за скобки. Тогда в скобках останется сумма коэффициентов слагаемых, равная (-10) . Поэтому данное выражение равно $(-10x)$:

$$-4,2x + 0,3x - 8,9x + x + 1,8x = (-4,2 + 0,3 - 8,9 + 1 + 1,8)x = -10x.$$

Аналогичные преобразования можно выполнить во всех случаях, когда слагаемые имеют одинаковую буквенную часть. Такие слагаемые называются **подобными**, а сами преобразования называются *приведением подобных слагаемых*.

Пример 1.

Найти значение выражения $1,4ab^2 - 9ab^2 + 3,6ab^2 - ab^2$ при $a = 2$, $b = -0,5$.

Решение:

В данном выражении все слагаемые подобны, так как они имеют одну и ту же буквенную часть ab^2 . Приведем подобные слагаемые:

$$1,4ab^2 - 9ab^2 + 3,6ab^2 - ab^2 = (1,4 - 9 + 3,6 - 1)ab^2 = -5ab^2.$$

Если $a = 2$, $b = -0,5$, то $-5ab^2 = -5 \cdot 2 \cdot (-0,5)^2 = -10 \cdot 0,25 = -2,5$.

Ответ: $-2,5$.

Пример 2.

Привести подобные слагаемые в выражении $-2x - y + 4 + 5y - 8x - 6 + x$.

Решение:

В этом выражении есть три группы подобных слагаемых:

- 1) слагаемые $-2x$, $-8x$ и x имеют буквенную часть x ;
- 2) слагаемые $-y$ и $5y$ имеют буквенную часть y ;
- 3) слагаемые 4 и -6 не имеют буквенной части (их называют *свободными членами*).

Приведем подобные слагаемые в каждой из выделенных групп:

$$\begin{aligned} -\underline{2x} - \underline{y} + \underline{4} + \underline{5y} - \underline{8x} - \underline{6} + \underline{x} &= (-2 - 8 + 1)x + (-1 + 5)y + (4 - 6) = \\ &= -9x + 4y - 2. \end{aligned}$$

О т в е т: $-9x + 4y - 2$.

Пример 3.

Упростить выражение $4(2n - 3k) - 2(-n - 3k + 6) - 3(k - 5)$.

Р е ш е н и е:

Раскроем скобки в выражении и приведем подобные слагаемые:

$$\begin{aligned} 4(2n - 3k) - 2(-n - 3k + 6) - 3(k - 5) &= 8n - 12k + 2n + 6k - 12 - 3k + 15 = \\ &= (8 + 2)n + (-12 + 6 - 3)k + (-12 + 15) = 10n - 9k + 3. \end{aligned}$$

О т в е т: $10n - 9k + 3$.

К

42

Что общего у слагаемых в каждом выражении? Упрости их, используя распределительное свойство умножения.

а) $-4n + n + 2n$; в) $-0,3a - a + 2,1a$; д) $1,8y - 2y + y - 0,4y - 1,3y$;

б) $3x - 7x - x$; г) $c - 1,6c - 0,9c$; е) $-\frac{4}{5}b + 0,2b - \frac{5}{6}b + b + \frac{1}{3}b$.

43

Найди подобные слагаемые и назови их коэффициенты:

а) $4a - \frac{1}{7}b + 2,3b - \frac{3}{7}a$; в) $-5a^2 + 9a - 4 + a^2 + 7 - 18a$;

б) $-0,3x^2y + xy^2 + 5x^2y - 2,1xy^2$; г) $2n^3m + 4,3nm^3 - 0,5n^2m^2 + 3,6nm^3$.

44

Приведи подобные слагаемые (устно):

а) $-3y + 12 - y - 5$; б) $2k - k^2 - 3k + 4$; в) $0,6x - x + 1,6y + 0,4x$.

45

Приведи подобные слагаемые:

а) $-7c + 3d + 8c - 5d$; в) $\frac{3}{5}k - \frac{2}{7}n - 3k - \frac{5}{7}n + 0,4k$;

б) $-9 + 2m - 4 - m + 8$; г) $-1 + p^2 - 3p + 0,2 - 0,5p^2 + 0,8 + 2,4p$.

46

Найди значения выражений:

а) $-\frac{2}{3}m + 4c + \frac{1}{2}m - 2,5c + \frac{1}{6}m$, если $c = -4$, $m = 5,6$;

б) $1,8x^2 + 0,6y^2 - 5,1y^2 + 3,2x^2 + 4,5y^2$, если $x = -0,8$, $y = 2,7$.

47

Раскрой скобки и приведи подобные слагаемые:

а) $-(y - 16) + 4(2y - 3)$; г) $-b(1 + x) + b(1 - x)$;

б) $5(a - 2b) + 3(-a + 3b)$; д) $1,6(2p - k) - 0,8(4p - 5k)$;

в) $4(m + 5n) - 5(m - 3n)$; е) $-0,2(5c + 3d) - 0,5(-4c + 0,8d)$.

48 Реши уравнения:

а) $8(x - 4) + 3(2 - x) = -21$;

в) $3(2n - 5) - 2(3 - 4n) = 0$;

б) $2(3y + 4) - (9y - 7) = 15$;

г) $-4(0,3k - 0,4) + 6(-0,8k + 0,2) = 0$.

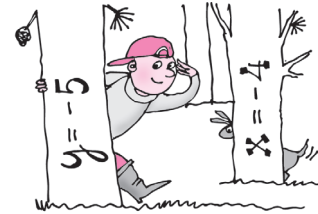
49 Найди значения выражений:

а) $2(6a - 1) + 4(2 - a)$, если $a = -0,625$;

б) $15b - 3(2b + 5) + 2(-5b + 7)$, если $b = -0,8$;

в) $2n(n - 4) - n(n - 8)$, если $n = -1,5$;

г) $x(x + y) - y(x - y)$, если $x = -4$, $y = -5$.



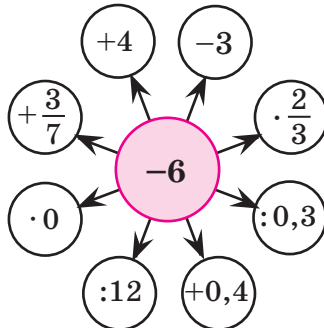
50 а) В магазин привезли 32 кг конфет. Их разложили в пакеты и коробки, причем пакетов было на 16 меньше, чем коробок. В каждый пакет положили по 1,5 кг конфет, а в каждую коробку – по 0,5 кг. Сколько всего пакетов и коробок для этого потребовалось?

б) Патрульный катер плывет по реке, скорость течения которой 2 км/ч. За 6 ч по течению реки и 8 ч против течения катер проплыл 164 км. Сколько времени ему потребуется, чтобы проплыть 54 км по озеру, если он будет плыть с той же скоростью?

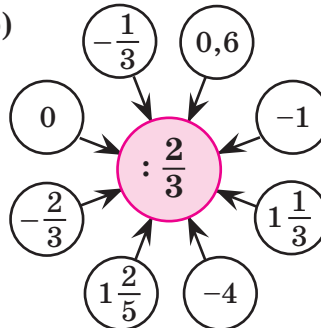
π

51 Вычисли, используя рисунки:

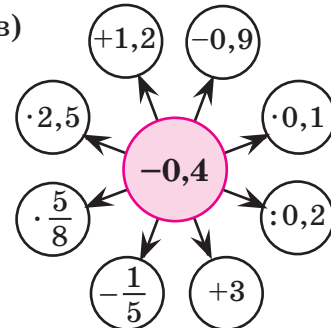
а)



б)



в)



52 Вычисли, применив распределительный закон умножения:

а) $0,8 \cdot 19 + 0,8 \cdot 21$;

в) $6 \cdot (-0,9) + 14 \cdot (-0,9)$;

д) $0,9 \cdot 2,43 - 2,43$;

б) $\frac{2}{9} \cdot 43 + \frac{2}{9} \cdot 32$;

г) $0,3 \cdot \frac{7}{11} - \frac{7}{11} \cdot 5,8$;

е) $1\frac{1}{3} \cdot 4,6 - 1\frac{1}{3} \cdot 4,35$.

53 Прочитай выражения:

$(a - b)^2$;

$a^2 - b^2$;

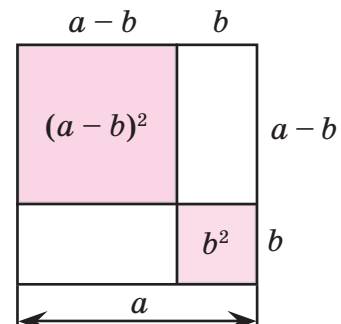
$a^2 - 2ab + b^2$.

Найди значения этих выражений, если:

а) $a = 4$, $b = 1$; б) $a = -3$, $b = 2$; в) $a = -1$, $b = -5$.

Что ты замечаешь?

Проверь свою гипотезу для произвольно выбранных значений a и b . Объясни полученный вывод, используя графическую модель.



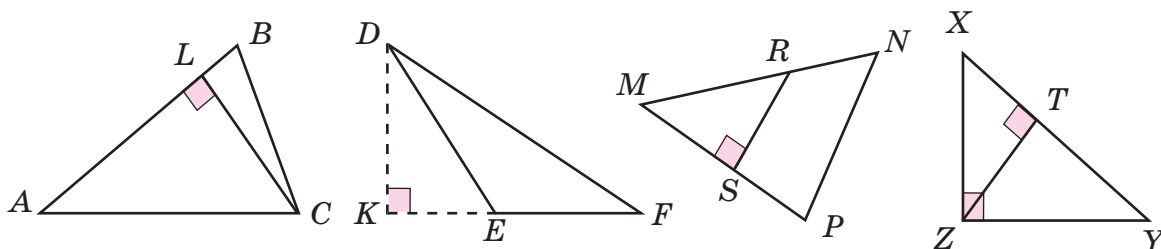
54 Определи, истинно или ложно высказывание. Для ложных высказываний построй отрицания:

- а) $\forall a, b \in \mathbb{Q}: -(a - b) = b - a$; в) $\exists a \in \mathbb{Q}: a^2 > (a + 1)^2$;
 б) $\forall a, b \in \mathbb{Q}: -(a + b) = -a + b$; г) $\exists b \in \mathbb{Q}: b^3 < b^2$.

55 а) Прочитай определение и назови определяемое понятие.

Высотой треугольника называется перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону.

б) Найди отрезки, являющиеся высотами треугольников на рисунке.



в) Сколько высот в треугольнике?

г) Начерти треугольник и проводи все его высоты. Что ты замечаешь? Повтори эксперимент еще раз и сформулируй *гипотезу*. Можно ли считать твою *гипотезу* доказанной на основании выполненных построений?

56 Вырази в процентах указанную часть величины: а) половина; б) четверть; в) пятая часть; г) треть; д) три четверти; е) три пятых.

57 На сколько процентов изменилась величина, если она: а) удвоилась; б) утроилась; в) уменьшилась в 4 раза; г) уменьшилась на четверть; д) увеличилась на половину?

58 БЛИЦтурнир

- а) В одном классе a человек, а в другом – на 20% больше. Сколько человек в двух классах?
 б) Товар продали за b р. Прибыль составила 8% от себестоимости. Чему равна себестоимость товара?
 в) До снижения цены футболка стоила x р., а после снижения – y р. На сколько процентов снизилась цена?
 г) Зарплату рабочего, равную n р., повысили сначала на 10%, а потом еще на 40% от новой суммы. Какой стала зарплата после второго повышения?
 д) Цену на компьютер снизили сначала на 20%, а потом еще на 50% от новой цены. После этого компьютер стал стоить k р. Какой была его первоначальная цена?



59 Реши уравнения методом *проб и ошибок*:

а) $x^2 = 4$; б) $x^2 = -1$; в) $x^2 + 9 = 0$; г) $x^2 - 25 = 0$.

60 Обед в столовой состоит из салата, борща, котлет и компота. Салат стоит 24 р., стоимость борща составляет 25% стоимости всего обеда, котлеты на 60% дороже борща, а компот – на 16 р. дешевле борща. Сколько стоит обед в этой столовой?

Д **61** Найди значения выражений:

а) $2a - 9b + 7a + b + 5b - 8a$, если $a = 2,5$, $b = \frac{1}{4}$;

б) $8x + 3 - 9x - 7 + 5 - x$, если $x = -0,3$;

в) $-m^2 + 2m - 4 - 3m - 6 + 2m^2 + m$, если $m = -5$.



62 Раскрой скобки и приведи подобные слагаемые:

а) $-3(a + b) + 2(a - b)$;

в) $5(x - 5) - 3(2x - 9)$;

б) $2(m - 4n) - 4(m - 2n)$;

г) $2y^2 - y(y - 3) + y(2 - y)$.

63 Реши уравнения:

а) $-2(x - 9) + 5(x - 4) = 25$;

б) $4(5 - n) - 3(2n + 7) = 0$.

64 Составь выражение и найди его значение:

а) Чернослив при сушке теряет 64% своей массы. Сколько надо взять свежего чернослива, чтобы получить 27 кг сушеного?

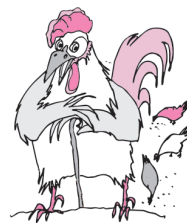
б) Коммерческое предприятие продало товара на 5100 р. Убыток составил 15% от себестоимости. Чему равна себестоимость этого товара?

в) Метр ткани до повышения цен стоил 96 р., а после повышения стал стоить 120 р. На сколько процентов повысилась цена?

65 В магазин привезли 180 кг яблок. Некоторая часть яблок была продана по цене 16 р., а затем их цена увеличилась на 25%. После продажи всех яблок выручка составила 3360 р. Какая часть яблок была продана по более высокой цене?

66 Найди значение выражения:

$$10,2 : \left(18,5 - \left(5 \frac{2}{3} \cdot 1,75 - 3 \frac{2}{3} \cdot 1,75 \right) : 2 \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{80,64 : 1,6 - 3,4 : \frac{1}{6}}{1}$$



С **67*** Найди целые корни уравнения методом *проб и ошибок*:

а) $x^2(x + 1) = 80$;

б) $x^4 + x^2 = 20$;

в) $x^5 - x^4 = 162$.

68* Крестьянина на рынке спросили: «Сколько стоит десяток яиц?» Он ответил замысловато: «Двадцать пять яиц без полушки стоят пять полушек без пяти яиц». По какой цене продавал крестьянин десяток яиц? (1 полушка – это $\frac{1}{4}$ копейки.)

4. Понятие уравнения.

При построении математической модели задачи часто приходится по ее условию составлять равенство, обозначая неизвестную величину какой-либо буквой – обычно буквой x .

Так поступали математики еще в древности. При этом равенство с неизвестной величиной (или величинами) стали называть *уравнением*.

С уравнениями мы встречались, например, когда решали задачи методом проб и ошибок и методом перебора – мы находили неизвестное число x испытанием различных «кандидатов» на его роль. Фактически мы рассматривали букву x как переменную, а само уравнение – как равенство с переменной.

Итак, **уравнением** будем называть равенство, содержащее переменную, значение которой надо найти. Например, уравнениями являются равенства

$$x^4 = 16,$$

$$2y + 3 = y^2,$$

$$0,06 = (n - 0,1)(n - 0,2).$$

Напротив, записи

$$17 - 4x,$$

$$y + 8 \geq 25,$$

$$12 + 3 = 15$$

уравнениями не являются: первые две записи не являются равенствами, а в равенстве $12 + 3 = 15$ нет переменной.

Таким образом, уравнение характеризуется двумя свойствами:

- 1) уравнение – это *равенство*;
- 2) в этом равенстве *имеется буква*, значение которой надо найти.

Отметим, что уравнение может содержать две и более переменных, но подробнее такие уравнения мы будем изучать в старших классах.

Уравнение, как и всякое предложение с переменной, при подстановке в него конкретных значений переменной может становиться истинным или ложным высказыванием.

Значение переменной, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство, называется **корнем уравнения**. Например, число 2 является корнем уравнения $x^3 - x = 6$, так как $2^3 - 2 = 6$. Напротив, число 3 не является корнем этого уравнения, так как $3^3 - 3 \neq 6$.

Заметим, что математический термин «корень» является примером *метафоры* в математическом языке. Подобно корню растения, который удерживает его в почве, корень уравнения «удерживает» его в множестве истинных высказываний.

После составления уравнения основной задачей становится нахождение **всех** его корней. Для этого прежде всего надо точно указать, в каком числовом множестве ищутся корни, или, как говорят, указать *множество значений переменной*.



В практических задачах множество значений переменной определяется жизненным смыслом ее условий. Например, если буквой x обозначено количество учеников в школе, то в полученном уравнении разумно считать, что переменная x принимает только натуральные значения.

В общем случае множеством значений переменной считают *множество всех ее значений, при котором уравнение имеет смысл*. Так, корни уравнения $x + 4 = 9$ мы будем искать на множестве рациональных чисел Q , то есть на множестве всех чисел, которые нам известны. А вот уравнение $\frac{x(x-3)}{x} = 0$ имеет смысл только для рациональных чисел x , отличных от нуля. Поэтому, несмотря на то что $x(x-3) = 0$ при $x = 0$ и $x = 3$, корнем исходного уравнения будет являться только $x = 3$.

Число корней уравнения может быть различным. Например, уравнение $2x = 6$ имеет всего один корень – число 3. Уравнение $x^2 = 25$ имеет два корня – числа 5 и -5 .

А корнем уравнения $2(x+4) = 2x+8$ является любое число, так как в обеих его частях стоят равные выражения.

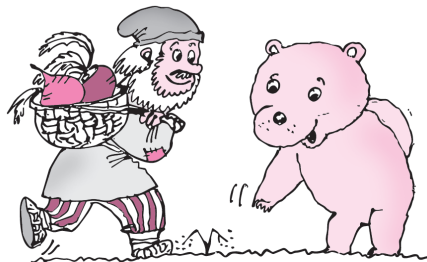
Встречаются также уравнения, которые не имеют корней: например, $x + 4 = 2$, где $x \in N$. Действительно, сумма натуральных чисел x и 4 всегда больше 4, поэтому она не может быть равна 2. Таким образом, мы доказали, что данное уравнение не имеет натуральных корней. Если доказано, что корней у уравнения нет, то в математике также считают, что уравнение решено.



Проиллюстрировать это можно следующей бытовой ситуацией. Пусть мама попросила сына принести картошку из ящика, а там картошки не оказалось, и он ничего не принес. Выполнил ли он просьбу мамы? Очевидно, да, ведь мама ни в чем не может его упрекнуть.

Таким образом, *решить уравнение* – значит найти все его корни или доказать, что корней у него нет (на множестве значений переменной).

Вместо фразы «найти все корни уравнения или доказать, что корней нет» можно сказать короче: «найти множество всех корней уравнения». Эти два словосочетания означают одно и то же.



Итак, **решить уравнение – значит найти множество всех его корней.**

В случае отсутствия корней уравнения говорят, что множество его корней – пустое.

К

69

Какие из следующих записей являются уравнениями:

а) $2^3 = 8$;

б) $|a - 3| = 7$;

в) $9x - x^2$;

г) $y \leq 4$;

д) $11n = n^3$?

70 Докажи, что:

- а) число -3 является корнем уравнения $x^2 - 5 = 2x + 10$;
 б) число 5 не является корнем уравнения $|-y| = -y$;
 в) число 0 является корнем уравнения $k^2 = 2k$;
 г) число -2 не является корнем уравнения $a(a-1)(a+1) = 0$.

71 Является ли корнем уравнения $2x^2 + 5x + 2 = 0$ число:

- а) 2 ; б) -2 ; в) $\frac{1}{2}$; г) $-\frac{1}{2}$?

72 Имеет ли корни уравнение и сколько:

- а) $|x| = 3$, б) $x^2 = 16$, в) $\frac{x(x-5)}{x} = 0$,
 $|y| = -3$, $x^2 = -16$, $\frac{2(y+3)(y-6)}{y} = 0$,
 $|z| = 0$; $x^2 = 0$; $-4z(z-1)(z+2)(z-3)(z+4) = 0$?



73 Докажи, что корнем уравнения является любое число:

- а) $(-x)^2 = x^2$; б) $(-x)^3 = -x^3$; в) $3(x-4) = x - 2(6-x)$; г) $|x| = |-x|$.

74 Докажи, что уравнение не имеет рациональных корней:

- а) $x + 4 = x - 3$; б) $x^2 + 1 = 0$; в) $|2x - 3| = -1$.

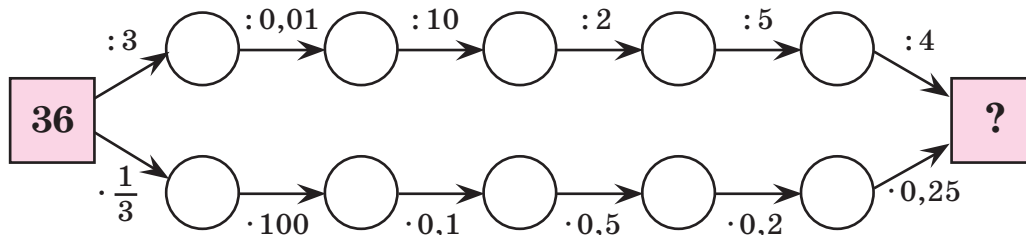
75 Найди множество корней уравнения:

- а) $6x - 2(3x - 7) = 14$; в) $z^2 = 25$; д) $|5b + 4| = 0$;
 б) $2y + 3(y - 2) - 5(y - 3) = 0$; г) $t^2 = -36$; е) $|c - 2| = 1$.

76 Реши уравнение $3x(x+2)(3x-5) = 0$ на множестве: а) Q ; б) Z ; в) N ; г) положительных чисел; д) неотрицательных чисел.

π

77 Вычисли устно. Что ты замечаешь?



78 Прочитай выражения, используя понятия обратного и противоположного числа. Устно найди значения выражений при $x = -2$.

- а) $\frac{1}{x}$; в) $-\frac{1}{x}$; д) $|-x|$; ж) $(-x)^2$;
 б) $-x$; г) $\frac{1}{-x}$; е) $-|x|$; з) $-x^2$.

79 Переведи высказывания с математического языка на русский и определи их истинность. Для ложных высказываний построй отрицания:

а) $\forall a \in \mathbb{Q}: a \cdot \frac{1}{a} = 1$;

в) $\exists a \in \mathbb{Q}: -a > a$;

б) $\forall a, b \in \mathbb{Q}: ab \neq 0$;

г) $\exists a \in \mathbb{Q}: -a^2 > (-a)^2$.

80 Составь уравнения и реши их, используя правило *весов*:

а) Задумали число, уменьшили его на 4, разность удвоили, результат увеличили на 9 и получили число, которое меньше задуманного на 2. Какое число задумали?

б) Число, которое больше задуманного на 3, относится к утроенному задуманному числу как 11 : 15. Найти задуманное число.

81 а) Реши уравнение методом *проб и ошибок*: $x(x + 12) = 64$, $x \in \mathbb{N}$.

б) Реши уравнение методом *перебора*: $x(x - 9)(15 - x) = 70$, $x \in \mathbb{N}$.

82 Найди множество корней уравнения:

а) $6(4x - 7) - 3(5 - 8x) = 0$;

в) $n^2 = -4$;

д) $|2a - 9| = 0$;

б) $2(9 - 5y) + 7(2y - 4) = 4(y - 2,5)$;

г) $k^2 = 81$;

е) $|b + 3| = 2$.

83 а) Реши уравнение методом *проб и ошибок*: $x(x - 4) = 96$, $x \in \mathbb{N}$.

б) Реши уравнение методом *перебора*: $x^2 + 3x = 40$, $x \in \mathbb{N}$.

84 Составь уравнение и реши его, используя правило *весов*:

«Задумали число, увеличили его в 5 раз, затем уменьшили на 8 и разность утроили. В результате получили утроенное задуманное число. Какое число задумали?»



85* Задача Ньютона

Купец имел некоторую сумму денег. В первый год он истратил 100 фунтов, а к оставшейся сумме добавил третью ее часть. В следующем году он вновь истратил 100 фунтов и увеличил оставшуюся сумму на третью ее часть. В третьем году он опять истратил 100 фунтов. После того как он добавил к остатку третью его часть, капитал его стал вдвое больше первоначального. Чему был равен первоначальный капитал?

5. Решение уравнений.

Решение уравнений, то есть отыскание множества всех его корней, может осуществляться разными способами. Самый простой способ решения состоит в том, что данное уравнение приводят, если это возможно, к более простому или более удобному виду. При этом необходимо, чтобы *новое уравнение было равносильно исходному*, то есть имело с ним одни и те же корни.

При проведении равносильных преобразований мы используем, например, следующие известные нам правила и свойства:

1) *правила нахождения неизвестных компонентов арифметических действий* (слагаемого, уменьшаемого, вычитаемого, множителя, делимого, делителя);

2) *основное свойство пропорции* («перекрестное» правило);

3) *правило весов* (обе части уравнения можно поменять местами, можно увеличить, уменьшить, умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля);

4) *правила упрощения выражений* (законы арифметических действий, правила раскрытия скобок, приведение подобных слагаемых и т.д.).

Проанализируем решение уравнения

$$2\left(0,3x - \frac{2}{9}\right) - \left(-1\frac{1}{9} + \frac{2}{3}x\right) = \frac{x}{5}.$$

Вначале раскроем скобки и приведем подобные слагаемые в левой части уравнения:

$$0,6x - \frac{4}{9} + 1\frac{1}{9} - \frac{2}{3}x = \frac{x}{5} \Leftrightarrow \left(0,6 - \frac{2}{3}\right)x + \left(\frac{10}{9} - \frac{4}{9}\right) = \frac{x}{5} \Leftrightarrow -\frac{1}{15}x + \frac{2}{3} = \frac{x}{5}.$$

Умножим обе части уравнения на наименьший общий знаменатель всех слагаемых – число 15:

$$-\frac{1 \cdot 15}{15}x + \frac{2 \cdot 15}{3} = \frac{x \cdot 15}{5} \Leftrightarrow -x + 10 = 3x.$$

Прибавим к обеим частям уравнения слагаемое $+x$:

$$-x + x + 10 = 3x + x \Leftrightarrow 10 = 3x + x.$$

Упростим правую часть, поменяем ее местами с левой частью и найдем неизвестный множитель:

$$10 = 4x \Leftrightarrow 4x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{4} \Leftrightarrow x = 2,5.$$

Поскольку в результате всех преобразований мы получали равносильные уравнения, то число 2,5 является корнем исходного уравнения.

Алгоритмы решения уравнений формировались длительное время, и новые знания о свойствах чисел позволяли упрощать преобразования.

Так, появление отрицательных чисел привело к созданию приема *переноса слагаемых*, впервые описанному в IX веке среднеазиатским ученым Мухаммедом аль-Хорезми в сочинении «Китаб аль-Джебр ва-ль-Мукабала». Прием «*аль-джебр*» – «воссоединение» – оказался таким удобным для решения уравнений, что от этого слова произошло название раздела математики *алгебра*, изучающего и в настоящее время различные методы решения уравнений.



Идея «воссоединения» или «переноса» слагаемых возникает при сопоставлении уравнений, подобных

$$-x + 10 = 3x \quad \text{и} \quad 10 = 3x + x,$$

которые встретились нам выше. Чтобы избавиться от слагаемого $(-x)$ в левой части первого уравнения, мы прибавили к его обеим частям слагаемое $(+x)$. В результате $(-x)$ исчезло из левой части, но появилось в правой части с противоположным знаком.

Таким образом, можно сказать, что мы перенесли слагаемое $(-x)$ из левой части уравнения в правую, изменив его знак. Аналогично можно переносить слагаемые и из правой части уравнения в левую. При этом нет необходимости делать подробную запись, а лучше сразу руководствоваться следующим правилом:

Слагаемое можно переносить из одной части уравнения в другую, изменяя его знак на противоположный.

Пример 1.

Решить уравнение $8x - 9 = -2x + 3$.

Решение:

Соберем слагаемые, содержащие x , в левую часть, а свободные члены – в правую, затем упростим полученные выражения и найдем x :

$$8x - 9 = -2x + 3 \Leftrightarrow 8x + 2x = 3 + 9 \Leftrightarrow 10x = 12 \Leftrightarrow x = 1,2.$$

Ответ: $\{1,2\}$.

Однако решение уравнения не всегда можно свести к известным способам преобразований. Тогда на помощь могут прийти метод *проб и ошибок* и метод *перебора*.

Метод проб и ошибок заключается в следующем:

- 1) экспериментально подбираются корни уравнения;
- 2) доказывается, что других корней уравнение не имеет.

Пример 2.

Решить уравнение $x^2 + 3x - 54 = 0$, где $x \in N$.

Решение:

Перенесем слагаемое -54 в правую часть уравнения, а в левой части вынесем за скобки общий множитель x :

$$x(x + 3) = 54.$$

Число 6 является корнем данного уравнения. Действительно,

$$6(6 + 3) = 54 \text{ (истинно).}$$

Других натуральных корней у этого уравнения нет, так как при увеличении множителей произведение также будет увеличиваться, а при уменьшении – уменьшаться. Значит, число 6 – единственный натуральный корень этого уравнения.

Ответ: $\{6\}$.

Метод перебора заключается в проверке всех возможных вариантов решения уравнения.

Например, глядя на уравнение $x(x + 3) = 54$, можно заметить, что его натуральные корни должны быть делителями числа 54. Значит, x может принимать лишь значения: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54. Подставляя эти числа вместо переменной x в уравнение, находим единственный корень: $x = 6$.

Решая уравнения, мы уже убедились в том, что использование свойств чисел и правил преобразования часто бывает удобнее, чем метод *проб и ошибок* и метод *перебора*. Действительно, не всегда удастся подобрать корни уравнения и тем более доказать, что других решений нет. Перебор вариантов может оказаться слишком громоздким.



Именно поэтому математики всегда стремились найти общие способы решения различных классов уравнений. И уже сегодня известны формулы корней уравнения общего вида, таких как $ax + b = 0$, $ax^2 + bx + c = 0$, а также многих других уравнений. Их нам предстоит изучить в курсе алгебры старших классов.

К

86

Реши уравнения различными способами. Какой из способов ты находишь более удобным?

а) $-x + 3 = 2$; б) $-5 + y = -4$; в) $z - 9 = -3$; г) $-7 - t = 0$.

87

Реши уравнения, используя прием переноса слагаемых:

а) $9 - 4y = -5y$; г) $4n = -2 + 6n + 7$; ж) $\frac{5}{6}m + 2 = \frac{1}{3}m - 0,8$;
 б) $12a - 1 = -a + 25$; д) $2 - c = 5c + 1$; з) $-1,6 - 0,3p = 0,9p + 0,2$;
 в) $8 + 3b = -7 - 2b$; е) $-3d - 10 = 3d - 6$; и) $\frac{11}{12}x - \frac{2}{3} = -0,5 - \frac{3}{4}x$.

88

Повтори правила раскрытия скобок и реши уравнения:

а) $2a - (14 - 3a) = -10$; г) $-6x + 2(5 - 3x) = 8$;
 б) $(9 - 2b) - (b + 5) = 16$; д) $18 - 4y = 7(2 - y) + 6$;
 в) $-(4c - 7) = 5c + (11 - 7c)$; е) $4(-2z + 5) = 14 - 2(4z - 3)$.

89

Реши уравнения, приводя обе его части к целым коэффициентам:

а) $\frac{x}{5} - 4 = -0,1x + 2$; г) $3 - \left(\frac{2}{9}m + \frac{1}{6}\right) = \frac{m}{3} + 1,5$;
 б) $0,4b + 0,8 = 0,9b - 2,7$; д) $2,6z - 0,2(3z - 9) = -0,5(2z + 6)$;
 в) $1 - \frac{a}{7} = \frac{a}{14} - 0,25a$; е) $\frac{5}{12}(c - 3) - \frac{1}{6}(2c - 7) = 2$.

90) Реши уравнения, используя основное свойство пропорции:

а) $\frac{-3}{9-4a} = \frac{40}{200}$; б) $\frac{1-2b}{4} = \frac{0,8}{0,5}$; в) $\frac{5+3x}{12} = \frac{4x-3}{18}$; г) $\frac{0,9}{7+5y} = \frac{0,2}{y-4}$.

91) Реши уравнения на множестве натуральных чисел методом перебора:

а) $7x(9-2x) = 70$; б) $x(2x-1)(4-x)(x+1) = 60$.

92) Найди множество натуральных корней уравнения методом проб и ошибок:

а) $x(x+8) = 33$; б) $3x^2 - 14x - 15 = 0$.

93) а) В первой банке в 2 раза больше молока, чем во второй. Если из первой банки перелить во вторую 0,5 л, то молока в обеих банках станет поровну. Сколько молока в каждой банке?

б) В первой бочке в 4 раза больше меда, чем во второй. Если из первой бочки перелить во вторую 60 л, то в первой станет в 1,5 раза больше меда, чем во второй. Сколько меда в каждой бочке?



94) а) В школе 50% всех учеников начальных классов изучает французский язык, $\frac{2}{7}$ всех учеников – английский, а остальные 45 – немецкий. Сколько всего учеников в начальных классах этой школы, если каждый ученик изучает один язык?

б) Автомобиль прошел весь путь за три часа. За первый час он прошел треть всего пути, за второй – на 12 км больше, чем за первый, а за третий – 80% пути, пройденного за второй час. Чему равен весь путь?

95) а) В столовую завезли 150 кг гречки и 120 кг риса. Ежедневный расход равен 3 кг риса и 5 кг гречки. Через сколько дней гречки и риса станет поровну?

б) Двум рабочим требуется изготовить одинаковое количество деталей. Однако первый рабочий делал в день 25 деталей, а второй – только 20 деталей. Поэтому через 10 дней первому рабочему осталось сделать в 2 раза меньше деталей, чем второму. Сколько деталей осталось сделать каждому рабочему?

96) Найди множество корней уравнения:

а) $x = -\frac{1}{6}x$;

д) $1\frac{5}{7}(d+3) = -2(1-d)$;

б) $3,2 - 5a = -1,8a + 4$;

е) $0,6(-2k+3) - 0,4(9-k) = -0,3(k-9)$;

в) $4\frac{1}{6} - 1\frac{1}{3}x = 4x + 3\frac{5}{18}$;

ж) $\frac{5}{8}(m-2) - \frac{2}{3}(m+2) = m-3$;

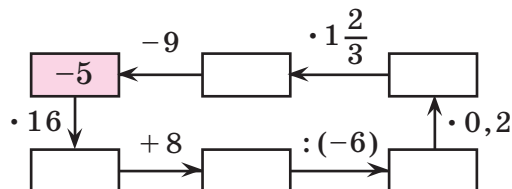
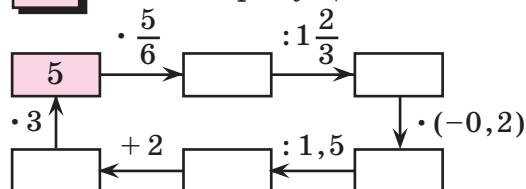
г) $0,3n - (2,6 - 0,9n) = 1,2n + 3$;

з) $\frac{4x-3}{3-5x} = \frac{0,14}{0,35}$.

- 97** В древнеегипетском папирусе (1700 лет до н.э.) содержится решение уравнения, которое на языке современной математики можно записать так:

$$\left(x + \frac{2}{3}x\right) + \frac{1}{3}\left(x + \frac{2}{3}x\right) \cdot \frac{1}{3} = 10. \text{ Реши это уравнение.}$$

- π 98** Вставь пропущенные числа:



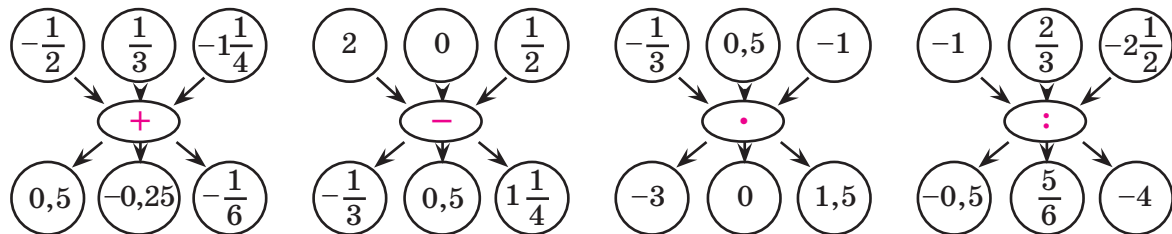
- 99** Как найти неизвестное слагаемое, уменьшаемое, вычитаемое? Найди x :

- а) $x + 0,9 = 1,5$; в) $x - 3,8 = 1,4$; д) $0,8 - x = 1,3$;
б) $2 - x = 0,3$; г) $-0,5 + x = 3,4$; е) $x - 3,6 = -5$.

- 100** Как найти неизвестный множитель, делимое, делитель? Найди x :

- а) $3x = 0,24$; в) $6 : x = 0,4$; д) $x : (-1,2) = -0,3$;
б) $x : 0,9 = 0,5$; г) $-5x = 0,3$; е) $-0,8 : x = 0,01$.

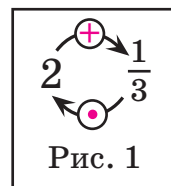
- 101** Вычисли, используя рисунки:



- 102** а) Миша придумал схему для правила перевода смешанного числа в неправильную дробь (рис. 1). Расшифруй его схему.

- б) Представь числа в виде неправильной дроби и продолжи ряд на три числа, сохраняя закономерность. Выдели из найденных чисел целую часть.

$$1\frac{1}{3}, 1\frac{3}{5}, 2\frac{2}{7}, 3\frac{5}{9} \dots$$



- 103** Найди значения выражений:

- а) $-3,25 - 1\frac{5}{12}$; в) $4,125 \cdot (-3\frac{7}{11})$; д) $-2,7 \cdot 7\frac{1}{3} \cdot (-\frac{4}{11}) \cdot (-1\frac{1}{9}) \cdot 0,625$;
б) $2\frac{7}{15} - 8,3$; г) $-3\frac{9}{25} : (-2,4)$; е) $-4\frac{3}{7} \cdot 0,375 : 7,75 \cdot (-0,9) \cdot 1\frac{13}{15} : (-\frac{3}{5})^2$.

- 104** Какие способы сравнения дробей ты знаешь? Сравни дроби:

- а) $\frac{3}{17}$ и $\frac{8}{17}$; в) $\frac{5}{3}$ и $\frac{18}{19}$; д) $\frac{15}{16}$ и $\frac{17}{18}$; ж) $\frac{5}{13}$ и $\frac{7}{20}$;
б) $\frac{16}{37}$ и $\frac{16}{49}$; г) $2\frac{1}{5}$ и $3\frac{2}{5}$; е) $\frac{4}{9}$ и $\frac{6}{11}$; з) $\frac{25}{6}$ и $\frac{17}{4}$.

105 Найди неизвестный член пропорции:

а) $\frac{7}{x} = \frac{28}{32}$;

б) $\frac{5}{8} = \frac{y}{12}$;

в) $\frac{z}{3,5} = \frac{2,4}{5,6}$;

г) $\frac{0,06}{7,5} = \frac{0,2}{t}$.

Д

106 Реши уравнения:

а) $9 - 7y = 25 - 3y$;

д) $\frac{x}{3} + 5 = \frac{x}{4} + 3$;

б) $-2n = 5,6n$;

е) $1,2d - 0,5(4d - 1) = -0,7(d - 2)$;

в) $2(11 - 4a) = 3 - (5a + 2)$;

ж) $\frac{y}{9} - \left(y + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} - \left(\frac{8y}{9} + 0,5\right)$;

г) $3(-5 + c) - 2(c - 4) = 2 - 7(c - 1)$;

з) $\frac{a - 3,2}{2a + 1,4} = \frac{0,9}{2,7}$.

107 Найди множество натуральных корней уравнения:

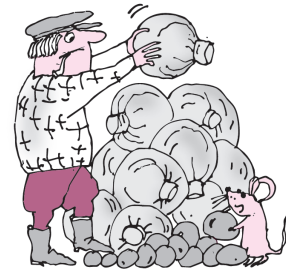
а) $5x^2 - 7x - 24 = 0$;

б) $4x(x - 3)(7 - x) = 80$.

108 В первой канистре в 2 раза больше бензина, чем во второй. Если из каждой канистры отлить по 6 л, то в первой канистре станет бензина в 3 раза больше, чем во второй. Сколько литров бензина в каждой канистре?

109 В парке 20% всех деревьев составляют березы, третью часть – клены, дубов на 18 больше, чем кленов, а остальные 94 дерева – липы. Сколько всего деревьев в этом парке?

110 На овощную базу завезли 140 т картофеля и 80 т капусты. Потом с базы ежедневно вывозили картофеля в 2,5 раза больше, чем капусты, и через 8 дней их количество на базе стало одинаковым. Сколько всего тонн овощей вывозили ежедневно с базы, если овощи вывозили равномерно?



111 Найди значения выражений:

а) $1,25 - 4 \frac{1}{12}$;

в) $5 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 1,8$;

д) $15 : \left(-\frac{5}{7}\right) - 2 \frac{1}{3} \cdot \left(-2 \frac{1}{7}\right)$;

б) $-2 \frac{1}{8} - 3,4$;

г) $4,5 \cdot \left(-5 \frac{1}{3}\right) \cdot (-0,125)$;

е) $-2 \frac{4}{9} \cdot 1,6 : \left(-3 \frac{2}{3}\right) \cdot 1,875$.

112 Увеличь на 300% число:

$$\frac{-\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{1}{21} \cdot \left(-\frac{2}{15}\right) \cdot 4} + \frac{\frac{5}{8} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} - \frac{7}{12} - \frac{1}{4}}.$$

С

113* Запиши возможно большее число с помощью трех двоек. Реши ту же задачу, используя три четверки.



114* На гробнице замечательного математика древности Диофанта надпись составлена в форме задачи. Реши ее, пользуясь одним из переводов этой надписи:

*Прах Диофанта гробница почит:
 дивись ей – и камень
 Мудрым искусством его
 скажет усопшего век.
 Волей богов шестую часть жизни
 он прожил ребенком
 И половину шестой встретил с пушком на щеках.
 Только минула седьмая –
 с подругою он обручился.
 С нею пять лет проведя, сына дождался мудрец.
 Только полжизни отцовской
 возлюбленный сын его прожил –
 Отнят он был у отца ранней могилой своей.
 Дважды два года родитель оплакивал тяжкое горе
 Тут и увидел предел жизни печальной своей.*



6. Решение задач с помощью уравнений.

Прежде чем ответить на вопрос, **как** решать задачи, попытаемся разобраться, **для чего** их решать.

Исторически многие задачи возникли как инструмент тренировки ума. Ситуации, описанные в них, часто создаются искусственно, явления и процессы окружающего мира не воспроизводятся буквально, а моделируются с сохранением существенных связей между величинами. Таким образом, решая задачи, мы учимся строить математические модели реальных ситуаций.

Распространенным видом математических моделей являются уравнения.

Математическое моделирование включает в себя три этапа:

- 1) *построение модели;*
- 2) *работу с моделью;*
- 3) *практический вывод из модели и его анализ.*

В соответствии с этим решение задач с помощью уравнений состоит из трех этапов:

- 1) *составление уравнения;*
- 2) *решение уравнения;*
- 3) *ответ на вопрос задачи и его анализ.*

Решение уравнений (этап 2) рассмотрено нами в предыдущем пункте, а здесь мы более подробно остановимся на двух других этапах.

Составление уравнения (этап 1) начинается с выбора неизвестных величин. Если неизвестная величина одна, то ее обычно обозначают буквой x (или какой-нибудь другой буквой). Для этого прежде всего надо определить, о каких величинах идет речь в задаче, какая между ними взаимосвязь, какие из величин известны, а какие – нет.

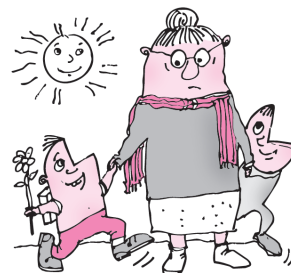
В случае, если неизвестных величин несколько, то одну из них обозначают через x , а остальные – выражают через x . *Лучше обозначать величины так, чтобы получилось возможно более простое и удобное для решения уравнение.*

Есть еще один важный момент, на который нужно обращать внимание при составлении уравнения, – это *соответствие единиц измерения величин*, входящих в уравнение. Если, например, скорость движения выражена в километрах в час, а время – в минутах, то необходимо или время выразить в часах, или скорость – в километрах в минуту. В противном случае уравнение будет составлено неверно.

Решая задачу с помощью уравнения, надо помнить о том, что *не всегда корни уравнения являются искомыми величинами*. В этом случае для получения ответа надо с помощью полученных корней дополнительно выполнить необходимые преобразования.

Кроме того, *надо проверить соответствие полученного ответа реальности* (этап 3). Например, если получилось, что в классе 25,8 учащихся, то либо математическая модель задачи составлена некорректно, либо в решении допущена ошибка.

Итак, при решении задач с помощью уравнений можно руководствоваться следующим *алгоритмом*:



- 1) Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.
- 2) Определить, какие величины известны, а какие – нет.
- 3) Проверить соответствие единиц измерения величин (если необходимо, согласовать их).
- 4) Установить взаимосвязи между величинами (если необходимо, записать их в виде формул, схем, таблиц).
- 5) Одну из неизвестных величин обозначить буквой x (или любой другой буквой).
- 6) Выразить через x значения других неизвестных величин.
- 7) Определить множество значений переменной x .
- 8) Составить уравнение.
- 9) Решить уравнение.
- 10) Соотнести полученные значения x с вопросом задачи (при необходимости найти искомую величину) и проверить соответствие полученного ответа реальности.

Приведем пример решения задач с помощью уравнений.

Задача. *В первой бочке было в 2 раза меньше огурцов, чем во второй. После того как из первой бочки взяли 500 г огурцов, а из второй – 6 кг, во второй бочке осталось на 60% огурцов больше, чем в первой. Сколько огурцов было во второй бочке первоначально?*

Прежде всего, заметим, что масса огурцов выражена в разных единицах измерения. Переведем граммы в килограммы: $500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг}$.

В задаче требуется найти исходную массу огурцов во второй бочке. Однако за x удобнее принять исходную массу огурцов в первой бочке, так как она меньше и у нас не появится дробей.

Для того чтобы составить уравнение, заполним таблицу:

	Масса огурцов в I бочке	Масса огурцов во II бочке
Было	$x \text{ кг}$	$2x \text{ кг}$
Стало	$(x - 0,5) \text{ кг}$	$(2x - 6) \text{ кг}$



Р е ш е н и е:

1) $100\% + 60\% = 160\%$ – составляет масса огурцов, оставшихся во второй бочке, от массы огурцов, оставшихся в первой бочке.

2) Пусть в первой бочке было $x \text{ кг}$ огурцов, тогда во второй бочке было $2x \text{ кг}$ огурцов. В первой бочке осталось $(x - 0,5) \text{ кг}$, а во второй – $(2x - 6) \text{ кг}$ огурцов. Масса огурцов, оставшихся во второй бочке, составляет 160% от массы огурцов, оставшихся в первой бочке, значит:

$$2x - 6 = 1,6(x - 0,5) \Leftrightarrow 2x - 6 = 1,6x - 0,8 \Leftrightarrow 0,4x = 5,2 \Leftrightarrow x = 13.$$

$$3) 13 \cdot 2 = 26 \text{ (кг)}$$

О т в е т: во второй бочке было 26 кг огурцов.

Обратим внимание, что в записи решения задачи, во втором действии, приведено **обоснование уравнения**. В нем указано:

- 1) какая неизвестная величина принята за x ;
- 2) как выражаются через x другие неизвестные величины;
- 3) условие, на основании которого составлено уравнение.

Составление уравнения – ключевой этап решения задач методом моделирования. Что для этого нужно? Прежде всего, знание формул зависимостей между величинами, умение выразить на математическом языке соотношения между ними («больше на...», «меньше в...» и т.д.). Еще важны собственный опыт составления уравнений, фантазия, смекалка, воображение. И старый совет:



Пробуй, а если не получается – пробуй еще!

К

115

а) От начала суток прошло 20% времени, которое осталось до конца суток. Который сейчас час?

б) До конца суток осталось $\frac{3}{5}$ времени, прошедшего от начала суток. Который сейчас час?

116 а) Мастер может выполнить весь заказ за 8 ч, а его ученик – за 10 ч. В час ученик делает на 15 деталей меньше мастера. Найди производительность мастера и производительность ученика.

б) Скорый поезд проходит расстояние между двумя городами за 10 ч, а пассажирский – за 12 ч 30 мин. Пассажирский поезд идет со скоростью на 28 км/ч меньшей, чем скорый. Чему равно расстояние между городами?

117 а) Грузовик проехал в первый день треть всего пути, во второй день – 90% пути, пройденного в первый день, а за третий день – остальные 440 км. Сколько километров проехал грузовик за второй день?

б) В апреле было отремонтировано $\frac{2}{9}$ дороги от села до станции, в мае – $\frac{6}{7}$ остатка, а в июне – остальные 5 км. Сколько километров дороги было отремонтировано в мае?

118 а) Из коробки взяли сначала 4 конфеты, а потом еще четверть оставшихся конфет. После этого в коробке осталось $\frac{2}{3}$ всех конфет. Сколько конфет осталось в коробке?

б) От бревна отпилили 30% его длины, а потом – 40% остатка. После этого длина оставшейся части бревна стала 2,1 м. Сколько метров отпилили от бревна во второй раз?



119 а) В питомнике было 450 саженцев яблонь и 180 саженцев слив. За день продали в 4 раза больше яблонь, чем слив, и саженцев слив осталось на 150 меньше, чем яблонь. Сколько всего саженцев продали за этот день?

б) В первом бассейне было в 3 раза больше воды, чем во втором. Когда из обоих бассейнов выкачали по 200 м³ воды, во втором осталось в 5 раз меньше воды, чем в первом. Сколько кубических метров воды было в каждом бассейне первоначально?

120 а) В первой пачке было в 1,5 раза больше тетрадей, чем во второй. После того как из первой пачки *переложили* во вторую 6 тетрадей, в обеих пачках тетрадей стало поровну. Сколько тетрадей было в каждой пачке?

б) В первом бидоне было в 4 раза больше оливкового масла, чем во втором. Когда из первого бидона *перелили* во второй 1,6 л, то во втором бидоне стало в 1,5 раза больше масла, чем в первом. Сколько литров масла стало в каждом бидоне?

121 а) Отрезок AB в 2 раза короче отрезка CD . Если длину отрезка AB увеличить на 3 см, а длину CD уменьшить на 40 мм, то длина AB составит 75% длины CD . Чему равна длина отрезка CD ?

б) Отрез ткани разрезали на два куска так, что 80% длины первого куска были равны 90% длины второго. На сколько процентов первый кусок длиннее второго?

122 а) В двух пакетах 5 кг сахара. После того как из первого пакета отсыпали $\frac{2}{3}$ части, а из второго — $\frac{1}{7}$ часть, в обоих пакетах сахара стало поровну. Сколько сахара было в каждом пакете первоначально?

б) В первом вагоне трамвая ехало в 1,2 раза меньше пассажиров, чем во втором. На остановке из первого вагона вышел 1 человек, а вошли 6. Из второго вагона вышли 4 человека, а вошли 3, и во втором вагоне стало на 8% меньше пассажиров, чем в первом. Сколько пассажиров стало в каждом вагоне?

123 а) В одном классе на 5 учеников меньше, чем во втором. Когда в первом классе число учеников увеличилось на 8%, а во втором — уменьшилось на 10%, в обоих классах учеников стало поровну. Сколько учеников стало в каждом классе?

б) На просмотр фильма «Сибирский цирюльник» из двух классов пошло одинаковое число учеников. Девочек из первого класса было 12, а из второго — на 25% больше. Мальчиков из первого класса было на $33\frac{1}{3}\%$ больше, чем из второго.

Сколько учеников каждого класса посмотрели этот фильм?



124 а) Чайник и 6 чашек стоят вместе 480 р. Чайник стоит на 50% дороже чашки. Сколько стоит чайник с 2 чашками?

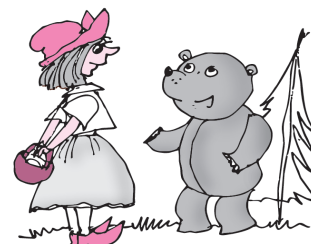
б) Футболка, шорты и жакет стоят 792 р. Футболка на 20% дешевле, чем шорты, а жакет на 20% дороже, чем шорты и футболка вместе. Сколько стоят футболка вместе с жакетом?

125 а) За контрольную работу $\frac{1}{6}$ часть класса получила пятерки, $\frac{8}{15}$ — четверки, троек было на 10 меньше, чем четверок, а двоек — 3. Какой процент учеников класса написал контрольную работу на «4» и «5»? Сколько было четверок, а сколько — пятерок?

б) Первое число больше второго на 3. Если меньшее число увеличить на 50%, а большее уменьшить на 40%, то их сумма не изменится. На сколько процентов первое число больше второго? На сколько процентов второе число меньше первого?

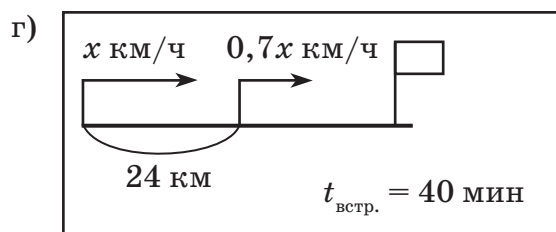
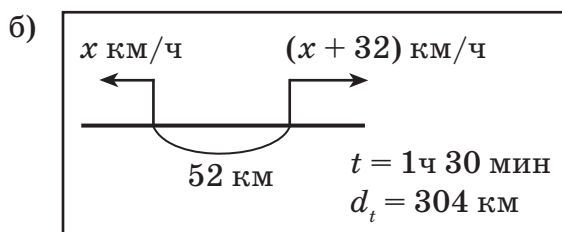
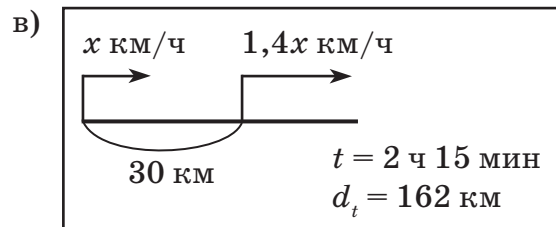
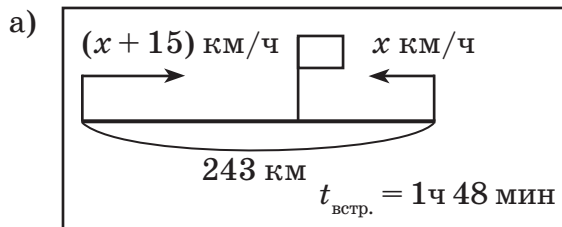
126 а) Трем братьям вместе 45 лет. Возраст младшего брата на 60% меньше возраста среднего брата, а возраст старшего брата — на 60% больше возраста среднего. Сколько лет каждому?

б) В библиотеке книги на французском языке составляют 48% от числа книг на английском языке, а вместе они составляют 5% числа всех книг в библиотеке. Сколько всего книг в библиотеке, если книг на английском языке на 260 больше, чем на французском?





- 127** а) Смешали сухие листья зверобоя и мяты, причем мята составила 40% смеси. Если в эту смесь добавить еще 80 г мяты, то она будет составлять половину смеси. Сколько смешали первоначально граммов зверобоя и сколько – мяты?
 б) В 5% -й раствор соли добавили еще 50 г соли, и концентрация соли в нем увеличилась до 24%. Сколько граммов соли было в растворе первоначально?
- 128** а) Первая сторона треугольника составляет $\frac{4}{9}$ его периметра, вторая – на 10% меньше первой, а третья равна 14 см. Найди периметр треугольника.
 б) Периметр четырехугольника равен 58 см. Первая его сторона составляет 60% второй, третья – на 25% меньше суммы первых двух, а четвертая – на 7 см больше первой. Чему равна длина каждой стороны?
- 129** а) Ширина прямоугольника на 48% меньше длины, а его периметр равен 7,6 см. Чему равна площадь этого прямоугольника?
 б) Длина прямоугольника на 3,6 см больше ширины, а ширина составляет $\frac{1}{7}$ его периметра. Чему равна площадь прямоугольника?
- 130** а) Пароход, собственная скорость которого 22 км/ч, прошел за 1 ч 15 мин по течению реки такое же расстояние, как и за 1 ч 30 мин против течения. Чему равна скорость течения реки?
 б) Моторная лодка за 2 ч против течения реки прошла расстояние, на 25% меньшее, чем за то же время по течению. Чему равна собственная скорость лодки, если скорость течения равна 2,5 км/ч? Найди лишнее данное в условии этой задачи.
- 131** Составь задачи и найди скорости движения автомобилей по схемам:



(d_t – расстояние между автомобилями в указанный момент времени t .)

132 а) Из двух пунктов, расстояние между которыми 2 км, одновременно навстречу друг другу отправились пешеход и всадник. Чему равна скорость каждого из них, если всадник ехал на 12 км/ч быстрее пешехода и они встретились через 5 мин?

б) Пассажирский и товарный поезд вышли одновременно в одном направлении с двух станций, расстояние между которыми 256 км. Скорость пассажирского поезда была на 50% больше скорости товарного, и через 8 ч после выхода пассажирский поезд догнал товарный. С какими скоростями они шли?



133 а) Грузовик и легковой автомобиль ехали по шоссе навстречу друг другу. Через 20 минут после встречи расстояние между ними стало равно 54 км. Скорость грузовика относится к скорости автомобиля как 4 : 5. За сколько времени каждый из них пройдет расстояние, равное 324 км?

б) От автобусной станции отъехал междугородный автобус, а через 15 мин вслед за ним в том же направлении – рейсовый. Скорость междугородного автобуса на 20% больше скорости рейсового. С какими скоростями они ехали, если через 30 мин после выхода рейсового автобуса расстояние между ними было равно 20 км?

π

134 Счет-тест (записываются только ответы)

Тест 1 (2 мин).

$-0,4 + 1,2;$ $-4,6 - 1,3;$ $-0,9 - 0,6;$ $-1,4 - 3,6;$ $2 - 0,05;$
 $0,7 - 3;$ $-2,5 + 4,9;$ $3,5 - 1,7;$ $1,6 - 5,2;$ $-0,8 + 1,58.$

Тест 2 (2 мин).

$-0,5 \cdot 0,9;$ $-7,8 : (-100);$ $2,6 : (-0,01);$ $-3 : (-5);$ $(-0,3)^2;$
 $3,2 : (-0,4);$ $-2,5 \cdot 0,1;$ $-1,9 : (-10);$ $0,7 \cdot (-80);$ $(-0,2)^3.$

Тест 3 (3 мин).

$\frac{1}{2} \cdot (-0,3);$ $-\frac{1}{9} \cdot 5,4;$ $-0,4 \cdot (-2,5);$ $\frac{5}{7} \cdot (-0,2);$ $(-0,8) : \frac{8}{9};$
 $-0,9 : (-\frac{1}{3});$ $1 : (-0,6);$ $-0,125 \cdot 0,64;$ $-2\frac{1}{3} \cdot (-3);$ $0,5 : (-15).$

135 Как найти часть от числа, выраженную дробью? Как найти число по его части, выраженной дробью? Найди:

- | | |
|---------------------------------|--|
| а) $\frac{2}{3}$ от числа 4,5; | д) число, $\frac{4}{9}$ которого равны 2,4; |
| б) 18% от числа 60; | е) число, 3% которого равны 5,25; |
| в) $\frac{5}{6}$ от числа a ; | ж) число, $\frac{1}{3}$ которого равна c ; |
| г) 140% от числа b ; | з) число, 250% которого равны d . |

- 136** 1) Увеличь число x : а) в 5 раз; б) на четверть; в) на 70%; г) на 320%.
 2) Уменьши число y : а) на 2; б) на треть; в) на 20%; г) на 5%.

- 137** Найди процентное отношение чисел: а) 4,8 и 12; б) 12 и 4,8. На сколько процентов 4,8 меньше 12? На сколько процентов 12 больше 4,8?

- 138** Рассмотрим равенства. Сколько процентов составляет число a от числа b ? Сколько процентов составляет число b от числа a ? На сколько процентов каждое из этих чисел больше или меньше другого?

1) $a = 0,8b$; 2) $a = 2b$; 3) $a = 0,6b$; 4) $a = \frac{10b}{9}$.

- 139** а) Увеличивается или уменьшается дробь при сокращении? Запиши свое высказывание на математическом языке и обоснуй его.
 б) Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями:

1) $\frac{546}{910}$; 2) $\frac{264}{1056}$; 3) $\frac{4abc}{12a^2c}$; 4) $\frac{15x^2y}{40xyz}$; 5) $\frac{ax - ay}{ax + ay}$; 6) $\frac{mn}{mn + m}$.

- 140** Прочитай высказывание и определи, истинно оно или ложно. Для ложных высказываний построй отрицания:

а) $\forall a \in \mathbb{Q}: a^2 > 0$; в) $\exists a \in \mathbb{Q}: a^2 < 0$;
 б) $\forall a \in \mathbb{Q}: a^2 \geq 0$; г) $\exists a \in \mathbb{Q}: a^2 \leq 0$.

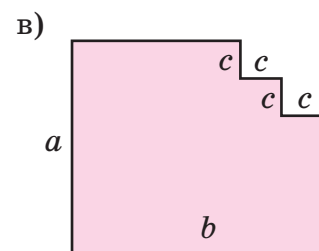
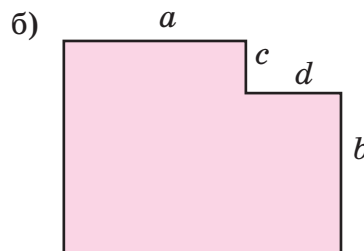
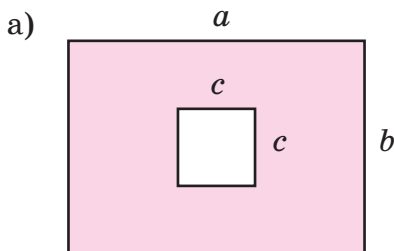
- 141** Найди значения выражений:

а) $a(2a - b) - b(a - 2b) - 2(a^2 + b^2)$, если $a = -2\frac{1}{3}$, $b = 1,5$;

б) $x(x + 3y) - y(3x - y) - (-x^2 + y^2)$, если $x = -0,5$, $y = 1\frac{1}{7}$.



- 142** Составь выражения для вычисления площади фигур:



- 143** Выполни действия и найди следующее число в ряду ответов при сохранении закономерности:

а) $-2 : 0,03 - 11\frac{2}{3} : (-1)$;

б) $0,125 \cdot (-0,32) + \frac{5}{9} \cdot (-2,7)$;

$(4,5 - 5\frac{1}{6}) \cdot (4,5 : 0,1)$;

$2,4 \cdot 1\frac{5}{12} - 17,8 - (-1)^2$;

$(-1\frac{1}{3})^2 : (-0,8) + 2\frac{7}{9} \cdot (-1)$;

$((-\frac{1}{5})^2 - 0,25 : (-\frac{1}{6})) : (-0,01)$.

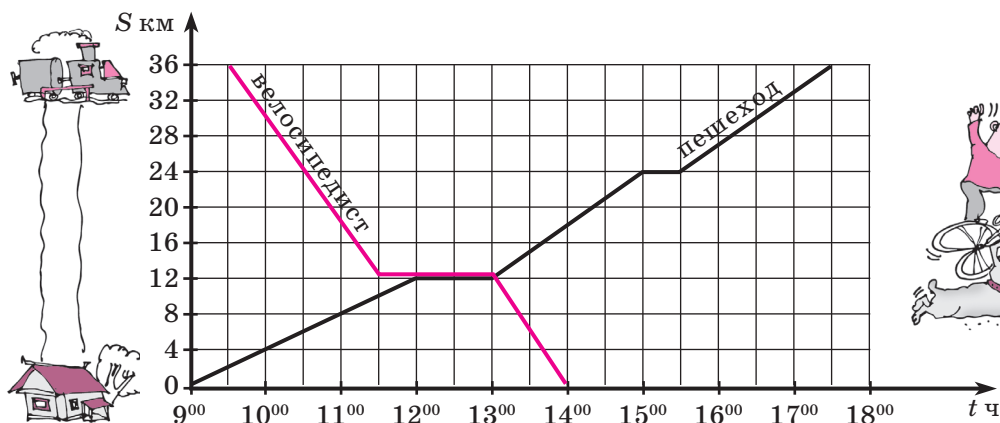
144 Построй четырехугольник $ABCD$ по координатам вершин: $A(4; 2)$, $B(2; 8)$, $C(14; 12)$, $D(10; 0)$. Проведи диагонали и определи координаты точки их пересечения. Найди как можно больше свойств четырехугольника $ABCD$.

145 Зависимости между величинами заданы с помощью формул. Переведи высказывания с математического языка на русский.

$$S = ab; \quad P = 2(a + b); \quad s = vt; \quad s = v_{\text{сбл.}} \cdot t_{\text{встр.}};$$

$$V = abc; \quad S = 2(ab + bc + ac); \quad a = bc + r, r < b; \quad v_{\text{соб.}} = (v_{\text{по теч.}} + v_{\text{пр. теч.}}) : 2.$$

146 На графике показано движение пешехода и велосипедиста по дороге от деревни до станции. Определи по графику: а) момент их выхода и направление движения; б) время и место встречи; в) скорости движения на всех участках; г) время и продолжительность остановок.



147 Вырази в указанных единицах измерения:

- а) в метрах в минуту: 12 км/ч; 1,8 км/ч; 3 км/ч; 1,5 м/с; 4 м/с; 0,8 м/с;
 б) в километрах в час: 25 м/мин; 150 м/мин; 400 м/мин; 5 м/с; 12,5 м/с; 40 м/с;
 в) в метрах в секунду: 9 км/ч; 54 км/ч; 126 км/ч; 90 м/мин; 120 м/мин; 144 м/мин.

148 Два пешехода идут с разной скоростью: 5,4 км/ч и 3,6 км/ч. Сейчас расстояние между ними равно 50 м. Каким оно станет через t с, если они движутся: а) навстречу друг другу; б) в противоположных направлениях; в) вдогонку; г) с отставанием? Запиши для каждого случая формулу зависимости расстояния d м между пешеходами от времени движения t с. (Встречи за это время не произойдет.)

Д

Реши задачи № 149 – 152 с помощью уравнений:

149 а) Олег разместил в первый альбом 20% своих марок, во второй – $\frac{1}{3}$ остатка, а в третий – остальные 56 марок. Сколько всего марок у Олега?
 б) В течение июня солнечных дней было на 20% больше, чем пасмурных, а дождливых – на 4 дня меньше, чем солнечных. Какой процент солнечных дней был в июне?

150 На двух элеваторах зерна было поровну. Когда из первого элеватора вывезли 140 т зерна, а из второго – в 2,5 раз больше, во втором элеваторе зерна осталось в 2,4 раза меньше, чем в первом. Сколько тонн зерна было на элеваторах первоначально?

151 Семья заготовила на зиму 180 кг картофеля. К концу зимы картофеля было израсходовано на 40% больше, чем его осталось. Сколько килограммов картофеля осталось к концу зимы?

152 На обивку дивана и двух кресел потребовалось 12,3 м² ткани. На обивку одного кресла пошло на 68% меньше ткани, чем на обивку дивана. Сколько ткани идет на обивку одного кресла?

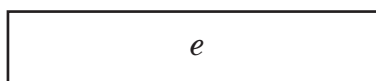
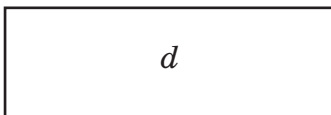
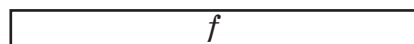
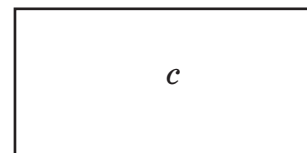
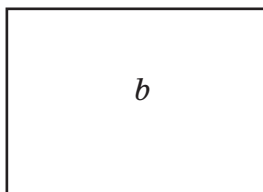
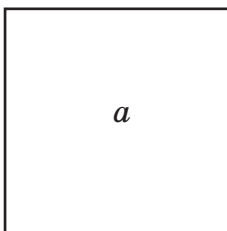
153 Сократи дроби с натуральными числителями и знаменателями:

а) $\frac{510}{1122}$; б) $\frac{7,5 \cdot 3,6 - 3,6 \cdot 1,5}{1,8 \cdot 7,5 + 1,5 \cdot 1,8}$; в) $\frac{40a^2bc}{16ab^2c}$; г) $\frac{mx + my}{mxy}$; д) $\frac{2n^3}{3n^2}$.

154 В субботу утром Иван Иванович вышел из дачного поселка к автобусной остановке. Через 0,25 ч вслед за ним из того же поселка и к той же остановке выехал на велосипеде со скоростью 14 км/ч Иван Петрович и через 6 мин догнал Ивана Ивановича. С какой скоростью шел Иван Иванович? На сколько минут быстрее него проехал расстояние от поселка до остановки Иван Петрович, если Иван Иванович прошел это расстояние за 42 мин?



155 Измерь стороны прямоугольников. Вычисли площадь каждого прямоугольника и отношение его большей стороны к меньшей. Что ты замечаешь? Сформулируй гипотезу.



156 Найди значение выражения:

а) $a(a + x) - x(a - x) - (-a^2 + x^2)$, если $a = -0,6$, $x = -2\frac{1}{6}$.

б) $-n(2n - 3k) - k(3n + 2k) + 3(n^2 - k^2)$, если $n = -\frac{1}{2}$, $k = 0,2$.

- 157** Построй многоугольник $A_1A_2 \dots A_{37}$ по координатам его вершин:
 $A_1(5; 0)$, $A_2(5; 5)$, $A_3(3; 5)$, $A_4(3; 6)$, $A_5(2; 6)$, $A_6(2; 11)$, $A_7(0; 11)$, $A_8(1; 12)$,
 $A_9(1; 13)$, $A_{10}(3; 13)$, $A_{11}(3; 7)$, $A_{12}(4; 7)$, $A_{13}(4; 8)$, $A_{14}(5; 8)$, $A_{15}(5; 9)$, $A_{16}(9; 9)$,
 $A_{17}(9; 8)$, $A_{18}(10; 8)$, $A_{19}(10; 7)$, $A_{20}(11; 7)$, $A_{21}(11; 8)$, $A_{22}(12; 8)$, $A_{23}(12; 9)$,
 $A_{24}(13; 9)$, $A_{25}(13; 10)$, $A_{26}(14; 10)$, $A_{27}(14; 7)$, $A_{28}(12; 7)$, $A_{29}(12; 6)$, $A_{30}(11; 6)$,
 $A_{31}(11; 5)$, $A_{32}(9; 5)$, $A_{33}(9; 0)$, $A_{34}(8; 0)$, $A_{35}(8; 5)$, $A_{36}(6; 5)$, $A_{37}(6; 0)$, A_1 .

Что получилось?

- 158** Группа туристов вышла в 9 ч из пансионата «Ока» на экскурсию в дом-музей Есенина в деревне Константиново. Их путь проходил вдоль реки. Первые 2 ч они шли со скоростью 3 км/ч. Затем после часового привала туристы увеличили скорость на 1 км/ч и через 2,5 ч дошли до музея. Обед и экскурсия длились 2 ч, и обратный путь туристы проделали в лодке по той же реке со скоростью 8 км/ч. Построй график движения туристов и определи по графику, успеют ли они к ужину, который начинается в пансионате в 19 ч?

- 159** Вырази в указанных единицах измерения:
 а) в метрах в минуту: 9 км/ч; 5 м/с;
 б) в километрах в час: 400 м/мин; 20 м/с;
 в) в метрах в секунду: 27 км/ч; 150 м/мин.



- 160** Найди число, 11% которого составляет число:

$$0,125 : \left(\frac{(0,45 + 0,25) : 4,2}{(0,9 + 0,5) : 2,1} - \frac{3\frac{3}{4} - (7,55 - 3,8)}{\frac{4}{25} \cdot 0,25 + 6,23} \right) + \frac{7\frac{1}{8} : 1,9}{1 - 0,6 : \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}}.$$

- 161** Найди 45% от числа:

$$\frac{2\frac{1}{6} + 1,5}{2\frac{1}{6} - 1,5} + \frac{\frac{2}{13} \cdot (5,84 + 7\frac{4}{25})}{\frac{4}{9} : 4\frac{4}{9} - 0,05} - \frac{(\frac{19,2}{0,12} - 3,4) : 0,9}{1,2 : \frac{1}{29} \cdot \frac{1}{2}} - 29,9.$$

- 162** На сколько процентов число 27 больше числа:

$$\frac{-28\frac{3}{7} - 3,6 : (-0,09)}{0,2 \cdot 6\frac{1}{7} - 1,5 \cdot 0,2 - 0,2 \cdot 1\frac{3}{7}} + \frac{5,7 : 18,5 \cdot 3,7}{0,7 \cdot 1,9 : (-2,8)} - \frac{1\frac{5}{8} + 9\frac{7}{12} - 20\frac{11}{24}}{3\frac{1}{24} - 1,5}.$$

- 163*** Сколько различных пар по два любых цветка в каждой можно составить из васильков, ромашек и колокольчиков? Как изменится решение, если пары можно составлять только из двух разных цветков?

- 164*** Составь все возможные двузначные числа из цифр 1, 3, 5 и 7, если:
 а) цифры в записи числа могут повторяться;
 б) цифры в записи числа не повторяются.

165* Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 и 5, если цифры в записи числа: а) не повторяются; б) могут повторяться?

166* Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 2, 4, 6, 8 и 0, если цифры в записи числа а) не повторяются; б) могут повторяться?

167* У Тани 4 юбки, 5 блузок и 2 жакета. Сколькими различными способами она может составить костюм, состоящий из одной юбки, одной блузки и одного жакета?



§ 4. Координатная плоскость

1. Прямоугольные координаты на плоскости.

В повседневной жизни можно услышать фразу: «Оставьте мне свои *координаты*». Это означает, что человек должен оставить свой адрес или номер телефона, то есть данные, по которым его можно найти.

Координаты – это набор данных, по которому определяется положение того или иного объекта. Примерами координат являются широта и долгота местности на географических картах, номер вагона и места в поезде, номер ряда и места в кинотеатре и т.д.

С координатами мы уже не раз встречались и в математике: обозначали с помощью чисел положение точек координатной прямой и координатного угла. Например, положение точки A на рис. 2 определяется числом (-4) , а положение точки B на рис. 3 – упорядоченной парой чисел $(5; 2)$.

Введение отрицательных чисел позволяет сделать следующий шаг: определить положение теперь уже *любой точки на плоскости*. Для этого достаточно стороны координатного угла продолжить до координатных прямых. Таким образом, мы приходим к понятию *системы координат на плоскости*.

Система координат на плоскости может быть задана парой перпендикулярных координатных прямых с общим началом отсчета O . Одну из этих прямых называют **осью абсцисс** (или осью x), а другую – **осью ординат** (осью y). Единичные отрезки на осях обычно выбирают одинаковыми, ось абсцисс располагают горизонтально, а ось ординат – вертикально. Положительное направление на оси абсцисс выбирают слева направо, а на оси ординат – снизу вверх, и показывают его стрелкой.

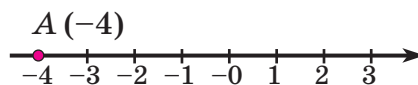


Рис. 2

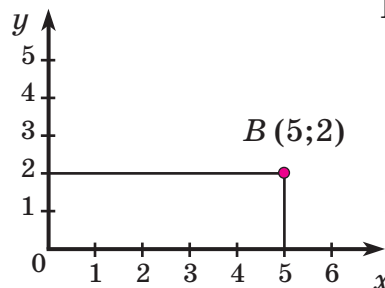


Рис. 3

Плоскость, на которой задана система координат, называется **координатной плоскостью**. Оси разбивают координатную плоскость на четыре области, которые называют **координатными четвертями**. Их нумеруют против часовой стрелки (рис. 4).

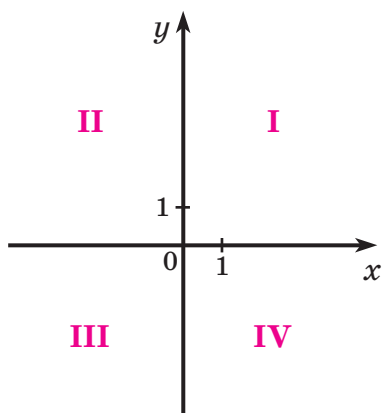


Рис. 4

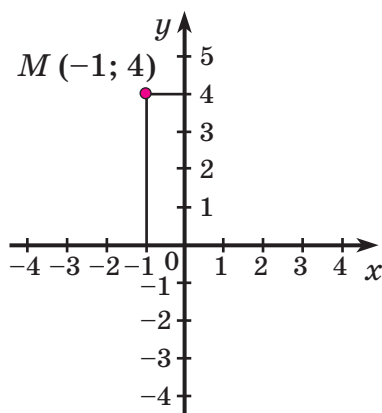


Рис. 5

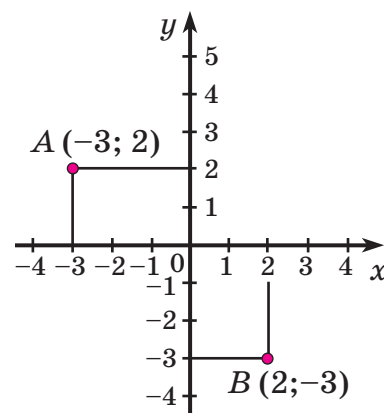


Рис. 6

Чтобы определить положение любой точки M на координатной плоскости, надо провести через нее прямые, перпендикулярные осям координат. Точка пересечения с осью x называется **абсциссой** точки M , а точка пересечения с осью y — **ординатой**. Так, абсцисса точки M на рис. 5 равна (-1) , а ордината — $(+4)$. Абсциссу и ординату вместе называют **координатами** точки M . Обозначение координат точки на плоскости остается прежним, а именно: $M(-1; 4)$.

Заметим, что, как и в случае с координатным углом, изменение порядка координат меняет положение точки на плоскости. Например, на рис. 6 точка A имеет координаты $(-3; 2)$, а точка B — координаты $(2; -3)$.

Точки любой прямой, перпендикулярной оси абсцисс, имеют одинаковые абсциссы, а любой прямой, перпендикулярной оси ординат, — одинаковые ординаты. Например, все точки прямой a на рис. 7 имеют абсциссы, равные 2, а все точки прямой b на рис. 8 имеют ординаты, равные (-3) .

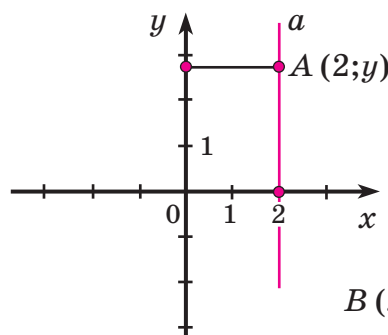


Рис. 7

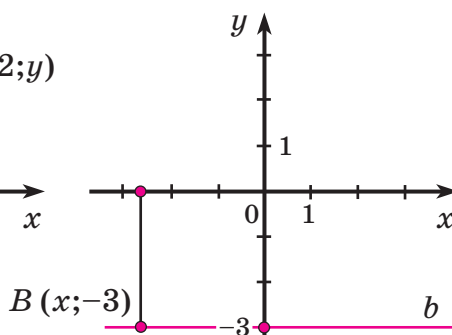


Рис. 8

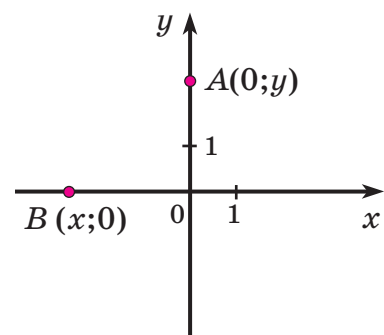


Рис. 9

Это остается верным и для самих осей координат Ox и Oy (рис. 9). Поскольку обе они проходят через начало отсчета $O(0; 0)$, то координаты любой точки оси абсцисс имеют вид $(x; 0)$, а координаты любой точки оси ординат — вид $(0; y)$.

Построить точку по ее координатам можно несколькими способами. Например, чтобы построить точку $C(-4; 2)$, можно провести через ее абсциссу (-4) и ординату 2 прямые, перпендикулярные осям координат, и найти точку пересечения этих прямых (рис. 10). А можно сначала сместиться по оси x влево на 4 единицы, а потом – параллельно оси y вверх на 2 единицы (рис. 11).

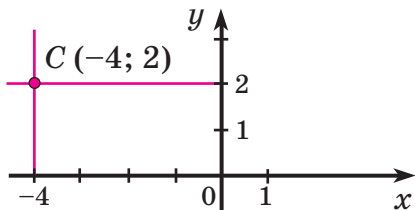


Рис. 10

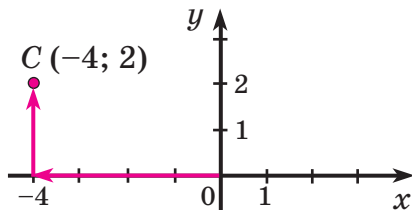


Рис. 11



Описанная система координат называется *прямоугольной*. Ее называют также *декартовой* в честь французского математика Рене Декарта (1596–1650 гг.). Существуют и другие системы координат на плоскости, например, *аффинная*, *полярная* и др.

К

168 Определи по рис. 12, сколько клеток надо пройти налево или направо, вверх или вниз, чтобы попасть из точки O в точки A, B, C, D .

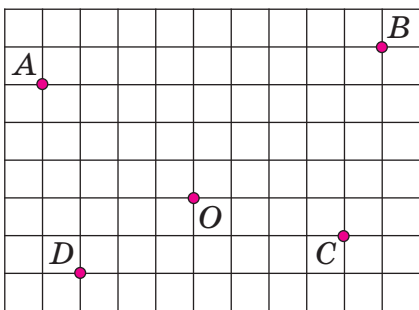


Рис. 12

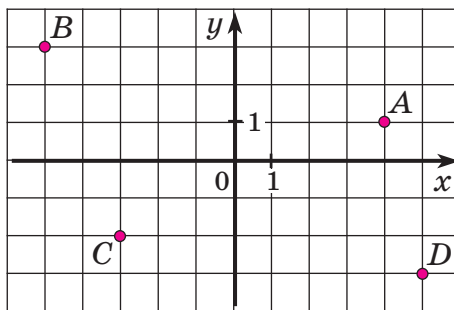


Рис. 13

- 169** Определи координаты точек A, B, C и D (рис. 13). Назови их абсциссы и ординаты. В каких координатных четвертях они расположены?
- 170** Точка M имеет абсциссу x и ординату y . Запиши координаты точки M . Определи знаки x и y , если M принадлежит I, II, III, IV координатной четверти.
- 171** Построй систему координат на плоскости и отметь точки $A(-3; 4)$, $B(9; 4)$, $C(9; -2)$ и $D(-3; -2)$. Что интересного в их расположении? Найди координаты точки пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$.
- 172** а) Где на координатной плоскости расположены точки с абсциссой, равной 0? Построй точки $A(0; -5)$, $B(0; -4)$, $C(0; -2)$, $D(0; 1)$ и $E(0; 5)$. Найди закономерность и запиши координаты следующей точки.
 б) Построй точки $A(5; 0)$, $B(1; 0)$, $C(-2; 0)$, $D(-4; 0)$. Что ты замечаешь?
 в) Какая точка имеет координаты $(0; 0)$?

- 173** а) Отметь на координатной плоскости несколько точек, абсцисса которых равна -2 . Где расположены все такие точки?
 б) Где расположены все точки координатной плоскости, ордината которых равна 3 ? Отметь несколько таких точек.

- 174** Построй треугольник ABC по координатам его вершин: а) $A(8; -6)$, $B(3; 4)$, $C(-6; 1)$; б) $A(-3; -2)$, $B(1; 6)$, $C(9; -6)$. Найди координаты точек пересечения сторон треугольника с осями координат.

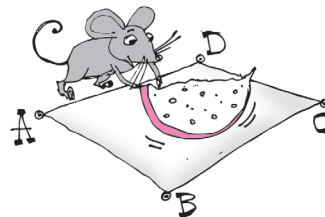
- 175** Построй точки $A(-6; -3)$, $B(6; 1)$, $C(0; -1)$ и $D(3; 0)$. Что ты замечаешь? Проведи необходимые измерения и определи, в каком отношении делит отрезок AB точка C , точка D ?

- 176** а) Построй прямые AB и CD , если $A(0; 8)$, $B(5; -2)$, $C(-6; 0)$, $D(4; 5)$. Найди координаты точки пересечения этих прямых. Что интересного в их расположении? Сколько точек пересечения могут иметь две различные прямые?
 б) Построй окружность с центром в точке $A(-3; 1)$ и радиусом 4 единичных отрезка. Найди координаты точек пересечения этой окружности с прямой BC , если $B(-5; 7)$, $C(4; -2)$. Сколько точек пересечения могут иметь прямая и окружность?

в) Построй одну окружность с центром в точке $A(-2; -1)$ и радиусом 3 единичных отрезка, а вторую – с центром в точке $B(6; -1)$ и радиусом 5 единичных отрезков. Найди координаты их общей точки. Сколько точек пересечения могут иметь две окружности?

- 177** Построй четырехугольник $ABCD$, проведи необходимые измерения и определи его вид. Какие свойства этого четырехугольника тебе известны?

- а) $A(-4; 0)$, $B(0; 6)$, $C(3; 4)$, $D(-1; -2)$;
 б) $A(1; 4)$, $B(4; 0)$, $C(0; -3)$, $D(-3; 1)$;
 в) $A(-6; 1)$, $B(0; 3)$, $C(2; 0)$, $D(-4; -2)$;
 г) $A(3; 0)$, $B(0; -2)$, $C(-4; 0)$, $D(2; 4)$.



- 178** Построй замкнутую ломаную линию по координатам ее вершин:
 $A_1(10; 10)$, $A_2(9; 12)$, $A_3(12; 12)$, $A_4(13; 10)$, $A_5(12; 10)$, $A_6(12; 7)$, $A_7(9; 5)$,
 $A_8(5; 4)$, $A_9(2; 1)$, $A_{10}(-4; -2)$, $A_{11}(-3; -3)$, $A_{12}(13; -1)$, $A_{13}(15; 0)$, $A_{14}(13; -2)$,
 $A_{15}(-12; -5)$, $A_{16}(-13; -4)$, $A_{17}(-5; -3)$, $A_{18}(-5; -1)$, $A_{19}(-1; 3)$, $A_{20}(3; 5)$,
 $A_{21}(6; 7)$, $A_{22}(8; 9)$, $A_{23}(5; 8)$, $A_{24}(2; 6)$, $A_{25}(1; 7)$, $A_{26}(4; 9)$, $A_{27}(8; 10)$, A_1 .

Что получилось?

- 179** Построй на координатной плоскости две окружности: одну – с центром в точке $A(-1; 0)$ и радиусом 3 единичных отрезка, а вторую – с центром в точке $B(1; 5)$ и радиусом 4 единичных отрезка. Найди приближенное значение координат точек пересечения этих окружностей (1 ед. отр. = 1 см).

- 180** На миллиметровой бумаге отмечены точки A, B, C, D, E и F (рис. 14). Найди их координаты.

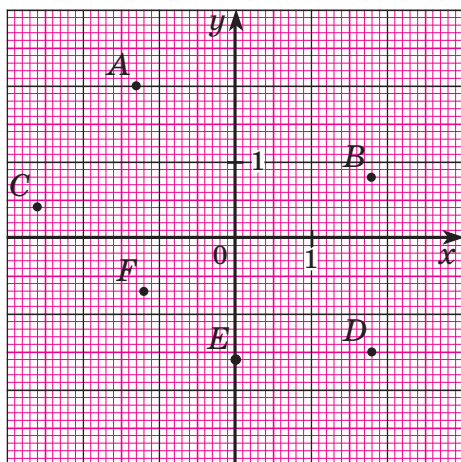


Рис. 14

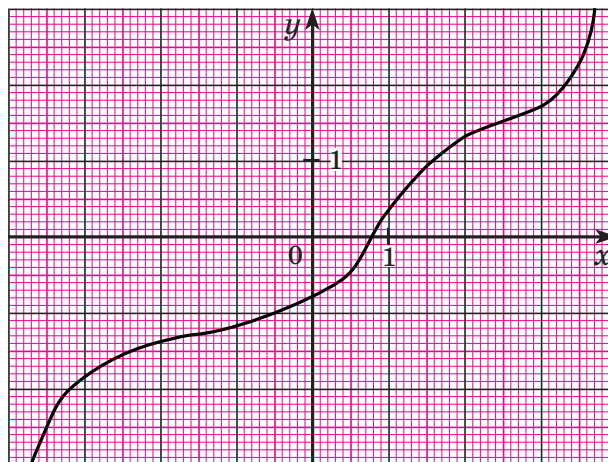


Рис. 15

- 181** На координатной плоскости проведена линия (рис. 15). Найди на этой линии точку: а) абсцисса которой равна: $-3,4; -2,5; -1,8; -0,6; 0; 0,7; 1,5; 2,9; 3,6$; б) ордината которой равна: $2,3; 1,6; 0,8; 0; -0,4; -0,7; -1,9; -2,4; -2,8$.
- 182** Построй на миллиметровой бумаге координатную плоскость и проведи окружность с центром в начале координат и радиусом $3,5$ единичных отрезка. Найди на окружности точки:
а) абсцисса которых равна: $-2,8; -0,5; 1,9$;
б) ордината которых равна: $-2,8; -0,5; 1,9$. Что ты замечаешь?
- 183** На миллиметровой бумаге проведи прямые AB и CD и найди координаты точки их пересечения, если:
а) $A(-1,2; 5,6), B(6,4; -0,8), C(-1,2; -1,8), D(4,9; 1,5)$;
б) $A(2,4; 5,1), B(-3,6; -0,8), C(4,5; -1,3), D(-2,7; 3,9)$.
- 184** В таблице приведены данные об изменении температуры воды в чайнике в зависимости от времени:

Время t (мин)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Температура воды T ($^{\circ}\text{C}$)	20	36	52	68	84	100	100	100	98	95	90	84

Построй на миллиметровой бумаге график этой зависимости, откладывая по оси абсцисс время в минутах, а по оси ординат – температуру воды в градусах Цельсия (1 см – 1 мин, 1 см – 10°C). Определи по графику:

- 1) Сколько времени потребовалось, чтобы довести температуру воды в чайнике до 50° , 75° , до кипения (100°)?
- 2) Сколько времени кипела вода в чайнике?
- 3) В какие моменты времени температура воды в чайнике была равна 90° ?

π **185** Вычисли устно:

- а) $-1 + \frac{2}{9}$; в) $-0,9 - \frac{1}{2}$; д) $-\frac{3}{7} \cdot 1,4$; ж) $0,3 : (-\frac{1}{3})$;
 б) $-1,6 + 4$; г) $-0,8 - (-0,8)$; е) $-2,8 \cdot (-0,25)$; з) $(-2 : 5) : (-0,4)$.

186 Прочитай высказывание и определи, истинно оно или ложно. Для ложных высказываний построй отрицания:

- а) $\forall a \in \mathbb{Q}: |a| \geq 0$; в) $\forall a, b \in \mathbb{Q}: |a + b| = |a| + |b|$;
 б) $\exists a \in \mathbb{Q}: |a| = |-a|$; г) $\exists a, b \in \mathbb{Q}: |a + b| \geq |a - b|$.

187 Отметь на координатной прямой множество решений неравенства:

- а) $|x| < 4$; б) $|x| \geq 3$; в) $|x + 2| \leq 1$; г) $|x - 1| > 2$.

188 а) Сумма трех последовательных целых чисел равна (-9) . Какие это числа?
 б) Найди пять последовательных целых чисел, сумма которых равна 5.

189 Выполни деление с остатком и сделай проверку, используя формулу $a = bc + r, r < b$:

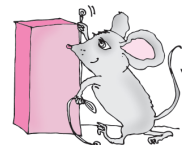
- а) $25 : 8$; в) $51 : 9$; д) $38 : 3$; ж) $60 : 18$;
 б) $32 : 5$; г) $45 : 6$; е) $75 : 4$; з) $82 : 15$.



190 а) Сумма двух чисел равна 130. При делении большего из них на меньшее в частном получается 3 и в остатке 2. Чему равна разность этих чисел?
 б) Разность двух чисел равна 75. При делении большего на меньшее в частном получается 7 и в остатке 3. Чему равна их сумма?

191 Составь выражение и найди его значение, если $a = -1,5$; $b = -\frac{1}{2}$:

- а) разность числа a и квадрата числа b ;
 б) разность квадратов чисел a и b ;
 в) квадрат разности чисел a и b ;
 г) частное квадрата числа a и куба числа b ;
 д) число, обратное сумме квадратов чисел a и b ;
 е) число, противоположное квадрату суммы чисел a и b .

**192** Найди значения выражений:

- а) $-40 : (-5) - 2 \cdot (-6)$; в) $-9 \cdot 5 - 5 \cdot (36 : (-6) - 4)$; д) $(-2)^3 - (-3)^2$;
 б) $(4 - 32) : (-7) - 12$; г) $(-15 - (-18) : (-2)) : (-8)$; е) $(-1)^{2008} - (-1)^{2007}$.

193 Найди неизвестный член пропорции:

- а) $\frac{-1,7}{x} = \frac{5,1}{-1,8}$; б) $\frac{-0,35}{-\frac{1}{2}} = \frac{-0,5}{x}$; в) $\frac{4\frac{1}{3}}{x} = \frac{-2,6}{0,09}$; г) $\frac{-6\frac{2}{9}}{1,6} = \frac{x}{-1\frac{2}{7}}$.

194 а) Какие зависимости между величинами называются прямой и обратной пропорциональностью? Приведи примеры этих зависимостей и запиши их формулы.

б) Какие из приведенных ниже зависимостей между величинами являются прямой пропорциональностью, обратной пропорциональностью или не являются ни тем, ни другим?

1 $t = \frac{40}{v}$

4 $C = \frac{2n}{5}$

7 $S = a^2$

2 $s = 7t$

5 $P = 4a$

8 $m = 2 + n$

3 $A = \frac{1}{3}v$

6 $a = 1,2 : b$

9 $xy = 5$



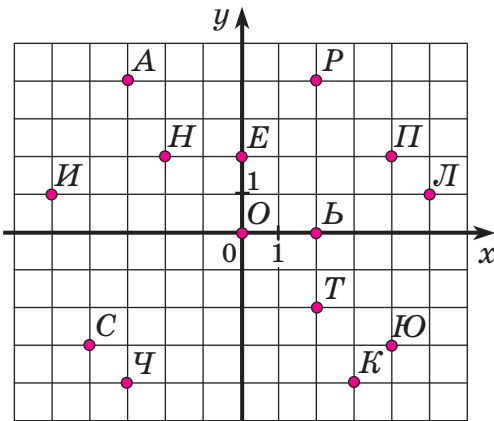
195 Определи вид зависимости между величинами и реши задачи:

а) Тракторист должен был вспахать поле за 5 дней. Но он обрабатывал в день на 2 га больше, чем предполагал, и поэтому закончил работу на день раньше. Чему равна площадь поля, если тракторист работал равномерно?

б) Пешеход за 40 мин прошел 30% всего пути, а еще через час ему осталось пройти всего 3 км. С какой скоростью он шел, если скорость его была постоянной?

Д

196 Расшифруй имена известных ученых. Прочитай о них в энциклопедии.



(-2; 2)	(2; 0)	(4; -3)	(2; -2)	(0; 0)	(-2; 2)

(4; 2)	(-3; 4)	(-4; -3)	(3; -4)	(-3; 4)	(5; 1)	(2; 0)

(2; -2)	(0; 0)	(2; 4)	(2; 4)	(-5; 1)	(-3; -4)	(0; 2)	(5; 1)	(5; 1)	(-5; 1)

197 а) Построй ломаную линию по координатам ее вершин. Что получилось?

$A_1(0; -1), A_2(-4; -1), A_3(-4; 0), A_4(-5; 1), A_5(-4; 2), A_6(-5; 3), A_7(-4; 4), A_8(-5; 5), A_9(-4; 6), A_{10}(-5; 7), A_{11}(-4; 8), A_{12}(-5; 9), A_{13}(-4; 10), A_{14}(-5; 11), A_{15}(-4; 12), A_{16}(-3; 11), A_{17}(-1; 13), A_{18}(0; 11), A_{19}(2; 12), A_{20}(2; 11), A_{21}(4; 11), A_{22}(0; 9), A_{23}(0; -1), A_{24}(2; -1), A_{25}(2; -2), A_{26}(4; -2), A_{27}(4; -1), A_{28}(3; -1), A_{29}(2; 0), A_{30}(2; 6), A_{31}(4; 7), A_{32}(3; 8), A_{33}(3; 9), A_{34}(2; 10).$

б) Начерти на координатной плоскости фигуру, составленную из ломаных линий, и закодируй ее с помощью координат.

- 198** В таблице приведены данные об изменении роста сосны в зависимости от ее возраста.

Возраст сосны t (в годах)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Высота сосны h (в метрах)	0	2,8	5,6	8,2	10,6	13	14,8	16	16,4	17,2	17,6

Построй на миллиметровой бумаге график этой зависимости и определи по графику:

- высоту сосны в 25 лет, 42 года, 76 лет, 84 года;
- возраст сосны, когда ее высота была 5 м, 10 м, 15 м, 17 м;
- на сколько метров выросла сосна за первые 15 лет, с 55 до 70 лет?

- 199** Сумма трех последовательных целых чисел равна (-6) . Чему равно их произведение?

- 200** Сумма двух чисел равна 100. При делении большего из них на меньшее в частном получается 5 и в остатке 10. Меньшее число увеличили на треть, а большее – уменьшили на 20%. Чему теперь равны частное и остаток от деления большего числа на меньшее?

- 201** Составь выражение и найди его значение, если $a = -\frac{1}{2}$; $b = 0,5$; $c = -1$:

- произведение квадрата суммы чисел a и b и куба разности чисел a и c ;
- частное удвоенного куба числа a и разности квадратов чисел b и c .

- 202** Реши задачи способом пропорций:

- Мотоциклист проехал за некоторое время расстояние 43,2 км. Если он увеличит скорость на 2 км/ч, то за это же время проедет на 4,8 км больше. С какой скоростью ехал мотоциклист?
- Цена тетради снизилась на 2 рубля. Теперь за 80 тетрадей надо заплатить столько же, сколько раньше за 70 тетрадей. Чему равна новая цена тетради?

- 203** На сколько процентов число A больше числа B :

$$A = (20,6 \cdot 4,5 + 7,35) \cdot (166,116 : 32,7) - 498,264;$$

$$B = (-1,632 : (-0,8) + 15,5 \cdot (-0,4) - 3,573) : 3,7 + 11,09.$$

- 204** Найди значение выражения:

$$\frac{-3\frac{1}{3} \cdot (-2\frac{4}{15}) : \frac{-6,8}{0,9} - 1\frac{7}{9} \cdot (-0,75) : (-\frac{1}{6})}{-8\frac{1}{3} \cdot 16,2 : (-22,5)}.$$



- 205*** Из дома в школу Саша вышел на 3 мин позже своей сестры, но шел в 1,5 раза быстрее нее. Через сколько минут он ее догнал?

- 206*** Докажи, что если к трехзначному числу приписать справа (или слева) то же самое число, то полученное шестизначное число будет кратно 11.