

С.Ф. Горбов
Г.Г. Микулина



Пособие для учителя начальной школы



Москва
БИНОМ. Лаборатория знаний
2019

Горбов, С.Ф.

Обучение математике. 3 класс: Пособие для учителя начальной школы / С. Ф. Горбов, Г. Г. Микулина. —

— электрон. текст. дан. (50,5 Мб) — 1 опт. компакт-диск (CD-ROM).

В пособии содержится комментарий к учебнику: *Давыдов В.В., Горбов С.Ф., Микулина Г.Г. Математика. 3 класс.*

В нем показано, как организовать учебные ситуации, в которых ребенок не работает по образцу, а самостоятельно находит новые способы действия, открывает новые средства для решения учебных задач. Подробно рассказано, как в обучении должны использоваться графические и знаковые модели, чтобы с их помощью раскрыть учащимся основные свойства математических отношений.

Пособие будет полезно студентам педвузов и педучилищ, а также учителям, работающим по другим программам.

Минимальные системные требования:

*Pentium III 1 ГГц (или аналог от AMD), 256 Мб ОЗУ, видеокарта с 32 Мб памяти,
64 Мб свободного места на HDD, 32x CD-ROM, клавиатура, мышь.
Windows 2000sp4/XPsp3/Windows Vista/Windows 7, Windows 8,
Adobe Acrobat Reader версии 7.0 и выше.*

ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний»
127473, Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3,
Тел.: (495) 181-53-44, e-mail: binom@Lbz.ru
<http://www.Lbz.ru>, <http://metodist.Lbz.ru>

© ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2019

© Художественное оформление.

ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2019

Все права защищены

Введение

В соответствии с принципами развивающего обучения по системе Д. Б. Эльконина — В. В. Давыдова настоящий курс математики ориентирован главным образом на формирование научных (математических) понятий, а не только на выработку практических навыков и умений. Для дидактики важно, что всякому понятию соответствует определенный класс задач, который имеет специфические, свойственные только ему особенности условий и целей, способов и средств их достижения. Это позволяет в обучении осваивать понятия не посредством отработки словесных формулировок, а путем введения учащихся в новый круг задач и включения их в деятельность по поиску общего способа их решения.

Основной целью курса является формирование у детей ясного понимания действительного числа, опирающегося на понятие величины. Поэтому даже натуральное число, изучением которого ограничивается начальная школа, рассматривается как отношение величин.

Натуральное число и действия с ним вводятся в контексте задач построения величины, равной заданной, в таких условиях, когда невозможно или неудобно непосредственное сравнение величин, но оказывается разумным использование посредника — одной мерки или системы мерок либо операций с числами. Таким образом, у детей формируется понятие числа не как характеристики совокупности отдельных объектов, а как инструмента измерения и счета.

В первом и втором классах при постепенном преобразовании предметной задачи на воспроизведение, сравнение и измерение величин были введены: а) форма составного именованного числа, б) принципы образования многозначных чисел в любой системе счисления, в том числе и десятичной, в) четыре арифметических действия. Основным содержанием программы третьего года обучения является изучение свойств умножения и деления и построение на их основе рациональных способов вычислений. Если умножение и деление вводились (во втором классе) в предметной ситуации, требующей использования промежуточной мерки, то теперь выделяются еще два смысла этих действий, связанные с кратным сравнением величин и целым, состоящим из равных частей. Продолжается работа с текстовыми задачами. Основной ее целью является формирование у учащихся рациональных способов анализа текстов, т. е. определение математической структуры задачи (описываемых в тексте величин и связывающих их отношений), ее моделирование с помощью специальных знаковых средств.

При подготовке к уроку учитель должен обязательно прочитать методические указания к разделам, а не ограничиться лишь просмотром страниц учебника. Текст методического пособия раскрывает содержание разделов учебника и описывает способы постановки и решения учебной задачи. В общих чертах обучение организуется следующим образом:

1. Сначала перед учащимися ставится предметная задача, поиск решения которой убеждает детей в том, что прежний способ действия в похожих ситуациях теперь оказывается или невозможным, или слишком трудоемким.

2. В результате выполнения определенного предметного преобразования обнаруживается отношение, лежащее в основе нового класса задач и обуславливающее новый и при этом общий для всего класса способ действия.

3. В процессе фиксации произведенных предметных действий в условной (модельной) форме происходит абстрагирование отношения.

4. Посредством преобразования модели изучаются свойства выделенного отношения.

5. На основе выделенных свойств учащиеся выводят систему частнопрактических задач, решаемых общим способом.

Учитель должен уметь организовать в классе дискуссию, участвовать в ней, допускать «ошибки» и отстаивать неправильный ход рассуждения, чтобы дети аргументированно опровергли его.

Как и ранее, в учебнике много «ловушек» (отмеченных специальным знаком). Это задания на первый взгляд обычные, но на самом деле либо не имеющие решения, либо требующие уточнения. Кроме повышения учебной мотивации, работа с такими заданиями важна для формирования у детей контрольных действий и полноценного представления об условиях выполнения того или иного способа решения.

Значительная часть заданий в учебнике требует выполнения учащимися разнообразных построений. Графическая основа для них вынесена в две учебные тетради. В этих тетрадях имеются также дополнительные задания, работа с которыми полезна для формирования у учащихся новых умений.

Учитель самостоятельно строит урок и определяет объем материала для него. Вместе с тем в конце данного издания приведено примерное распределение учебного материала, а в учебнике и в учебных тетрадях задания сгруппированы поурочно.

ПОВТОРЕНИЕ (5–6 уроков)

При повторении пройденного учащимся напоминает: 1) с какими величинами они работали; 2) что числовое значение величины можно получить не только путем ручного измерения, но и путем действий с числами, т. е. выполняя вычисления; 3) что известны 4 действия с числами; 4) что действие сложения связано с действием вычитания, а действие умножения — с действием деления.

Сложение и вычитание

(Задания 1–6)

1. По ходу выполнения задания подчеркивается, что значение величины можно узнавать путем ее измерения (ручным действием) или путем вычисления (т. е. действуя с числами, а не с самими предметами). В данном случае, кроме измерения, использовалось действие сложения чисел. Уточняется, с какой величиной работали (с длиной). Учащиеся называют другие величины и известные им единицы их измерения.

2. Выясняется, что в заданном виде задачу решить нельзя: ручное измерение невозможно (ведь задача представлена не предметами, а рисунком), а для выполнения действий с числами не хватает одного числа. Учитель готов сообщить число, но его нужно правильно «запросить». Возможно, что некоторые учащиеся (или якобы «знакомый ученик» учителя) спросят, сколько литров воды содержится в ведре. Выясняется, что если учитель ответит на этот вопрос, то не придется выбирать и выполнять никакие действия: ведь именно об объеме воды в ведре и спрашивается в задаче. Учащиеся ставят вопрос: «Сколько литров воды в баке?» Учитель сообщает, что объем воды измеряли 2 ученика. Оба работали очень точно, но получили разные числа: 23 банки и 9 л. Каким числом следует воспользоваться? Принимается результат измерения в литрах. Выбор действия вычитания объясняется тем, что требовалось найти значение части.

3. Итак, значение величины можно узнать, выполнив действия сложения и вычитания. Работая над упражнением, учащиеся называют заданное действие; по единице измерения определяют величину (массу, длину, время); переводят «ловушку» в правильную форму задания (34 дм — 6 дм или 34 л — 6 л); записывают результаты действий.

4. По чертежу определяется, что измерена длина, которую иногда называют расстоянием. Составляются два-три сюжета. Учитель старается поставить к ним вопрос, требующий выполнения только одного действия. Учащиеся жестом указывают на чертеже место такого вопроса. Правильно составленная задача решается по действиям. Подчеркивается, что первое действие является вспомогательным — без него нельзя ответить на вопрос задачи.

5. Напоминаются термины «разность» и «сумма». Делается запись столбиком. При выполнении вычислений помечаются стрелками места перехода через разряд. Далее можно предложить учащимся самим составить случаи сложения и вычитания трехзначных чисел с одним переходом через разряд.

6. При выполнении упражнения учащиеся вспоминают приемы прибавления или вычитания однозначного числа в случаях перехода через разряд.

Связь сложения с вычитанием

(Задания 7–12)

7. При соотнесении чертежа и равенств напоминаются категории целого и частей, устанавливается связь сложения и вычитания. На чертеже и в равенствах целое и части помечаются специальными знаками. Третье равенство оказывается лишним, но оно могло быть записано при наличии другого чертежа. Строится этот чертеж, к нему записываются все возможные равенства.

8. Связь сложения и вычитания реализуется без обращения к чертежу.

9. Отмечается, что в задаче речь идет о величине — количестве. Единицей измерения является штука. Учащиеся вспоминают, зачем при решении задачи строили чертеж. (Он помогает понять, что — в задаче целое, а что — части.) Учитель просит сказать заранее, какое действие будет выбрано, если требуется узнать целое, и какое, если нужно узнать часть. Строится чертеж, записывается (столбиком) и объясняется решение. Отмечается, что вычисление было несложным, так как отсутствуют переходы через разряд.

10. Отмечается, что в задачах речь должна идти о массе. Учащиеся придумывают сюжет, соотносят чертежи и выражения. Объясняют, какими должны быть чертеж и вопрос к лишнему выражению. Решения к заданным чертежам записываются по отдельным действиям с объяснением смысла каждого из них.

11. Продолжается работа по формированию навыка сложения и вычитания.

12. Нужно догадаться о пропущенных цифрах, учитывая возможные переходы через разряд.

Уравнения

(Задания 13–18)

13. Обнаруживается одно лишнее уравнение ($b - x = a$). Полезно выяснить, что по данному чертежу может быть составлено еще одно уравнение ($b + x = a$). Уравнения переписываются в конкретно-числовом виде и решаются. Подчеркивается, что все уравнения, соответствующие заданному чертежу, решаются одинаково, так как неизвестной является одна и та же часть того же целого.

14. Внимание учащихся обращается на то, что в трех уравнениях используется вычитание, но неизвестное занимает в записи разное место. Можно вспомнить, как называются эти места: уменьшаемое, вычитаемое, разность. По ходу работы подчеркивается, что действие в решении может отличаться от действия, заданного в уравнении.

15. Выясняется, почему по заданному равенству можно составить три уравнения: потому что в нем три числа, каждое из которых может быть найдено по двум другим. Помечаются целое и части. При построении уравнений в конкретно-числовой форме называется очередное место x — слагаемое, второе слагаемое, сумма, таким образом напоминаются названия компонентов сложения.

16. Нужно прийти к двум способам решения: $23 - 7 - 6$ и $23 - (7 + 6)$. Оценивается, какой из способов является более легким для вычислений (скорее всего, дети найдут их равноценными).

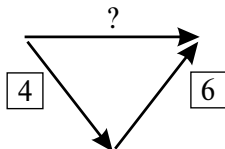
17. Напоминается порядок выполнения действий в выражениях со скобками и без них. Сравнение выражений второго столбика подчеркивает важность соблюдения заданного порядка.

18*. Подстановка цифр в числа, заданные в разных системах счисления, позволяет учащимся осознать особенности получения единицы старшего разряда. После выполнения каждого заданного случая сложения полезно повторить его с теми же цифрами, но в рамках десятичной системы счисления.

Измерение с помощью промежуточной мерки

(Задания 19–26)

19. Отмечается, что в задаче нет чисел, однако их можно получить, выполнив измерения. Рисунок и заготовленная схема подсказывают, что подсчет пирожков следует произвести, используя промежуточную мерку. В качестве таковой выбирается, например, столбик. Число 4 вписывается в схему. Определяется число промежуточных мерок — их 6.



Таким образом, два числа определили ручным способом, выполняя измерения, счет. Можно и третье число определить простым подсчетом, но можно его найти, выполнив дей-

ствие с числами. Записывается действие умножения. Результат его нужно определить с помощью числовой прямой. Дети вспоминают, что для определения значения величин уже использовали действия сложения и вычитания, теперь выполнили умножение. Подчеркивается, что умножение связано с использованием при измерении промежуточной мерки.

20. Требуемое число определяется с помощью числовой прямой из упражнения 19, записывается действие деления. Отмечается, что с его помощью нашли число промежуточных мерок в объекте.

21. Схемы подсказывают, что «какие-то величины» измеряли с помощью промежуточной мерки. В одном случае нужно узнать число основных мерок в объекте (произведение), в другом — число промежуточных мерок (множитель). Ставится вопрос: почему для вычислений можно использовать вместо числовой прямой линейку? (Потому что на ней тоже имеется числовой ряд.) Предлагается начертить (на отдельном листе бумаги) по линейке прямую и далее проводить над ней нужные дуги, ориентируясь на цифры линейки, как если бы они были перенесены на линию.

22. Даны знакомые учащимся случаи умножения и деления. Однако выполнить их нужно все же с помощью линейки, чтобы вспомнить технику нахождения произведения и множителя.

23. Устно повторяются случаи умножения числа 2 (сначала по порядку, потом вразбивку). Затем учащиеся самостоятельно записывают требуемые произведения.

24. Задание предлагается выполнить сначала самостоятельно. Затем оценивается его трудность — легкость, обсуждается, зачем можно было сделать чертеж (чтобы понять, какое число представляет целое, а какое — часть), проверяется решение.

25. Ориентируясь на названия компонентов, заданные таблицей, учащиеся определяют, что равенства должны содержать действие сложения.

26. После выполнения решения выбираются наиболее «хитрые» примеры, учащиеся придумывают подобные им.

Связь умножения с делением

(Задания 27–34)

27. Рассматривается первая задача. Выясняется, что при измерении объема воды использовали основную мерку (стаканчик) и промежуточную (кружку). Кружек в объеме оказалось 6, каждая из них содержит три стаканчика. Требуется узнать, сколько основных мерок (стаканчиков) в данном объеме. Записывается действие умножения. При рассмотрении второй задачи отмечается изменение вопроса. Скорее всего, дети быстро увидят, что объемы в двух задачах равны, и без труда назовут ответ ко второй задаче. Важно подчеркнуть, что такой догадке способствовала первая задача. Но как найти число, если такой подсказки нет? Записывается деление.

28. При составлении равенств повторяется таблица умножения числа 2 и соответствующие случаи деления на 2.

29. После самостоятельной записи ряда чисел учащиеся устно составляют соответствующий ряд табличных случаев деления.

30. По рисунку и схемам устанавливается, что измерение крупы производилось с помощью промежуточной мерки (кружки). Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно узнать число промежуточных мерок в каждой из основных емкостей. В схемах на местах второго множителя рисуется окошко как знак вспомогательного данного. Решение записывается отдельными (тремя) действиями с устным объяснением. Способ $(16 - 12) : 2$ стоит рассмотреть, если его предложат сами учащиеся.

31. Выясняется, что с помощью верхней числовой прямой выполнено умножение и деление, сюда же можно отнести последний случай вычитания. Нижняя числовая прямая соотносится со случаями сложения и вычитания. Лишним является выражение $5 - 3$.

32. Учащиеся выбирают действие соответственно схеме и выполняют его, обязательно используя числовой ряд на линейке.

33. Повторяются табличные случаи умножения числа 2.

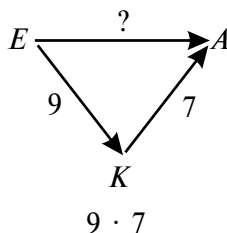
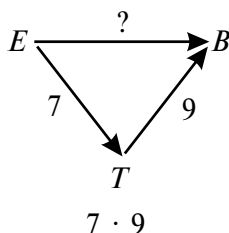
34. Одним учащимся предлагается «разгадывать» цифры начиная с уменьшаемого, а другим — начиная с разности.

ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВО УМНОЖЕНИЯ (3–4 урока)

Вводная задача

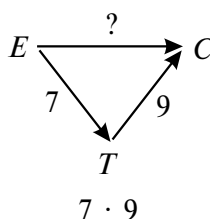
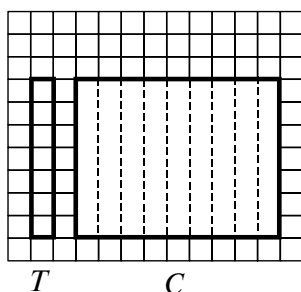
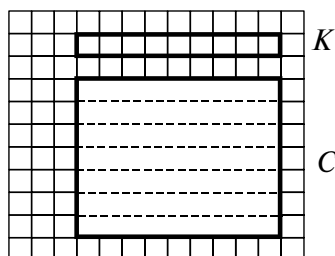
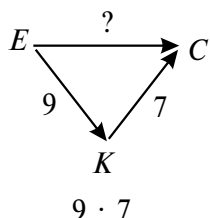
(Задания 35–39)

35. а) Сначала устанавливается, что фигуры с площадями A и B можно разбить на одинаковые части, которые удобно использовать в качестве промежуточных мерок. Эти промежуточные мерки (в 9 и 7 клеток) зарисовываются и обозначаются, после чего производятся необходимые измерения (подсчет клеток и полосок). Заполняются схемы, по ним составляются выражения для вычисления площадей A и B .



Числа в выражениях получились «большими», поэтому посчитать, сколько мерок E уместилось в этих площадях, без калькулятора трудно. Предлагается заранее определить, какое из чисел должно быть больше. Проверка высказанных предположений пока откладывается.

б) Устанавливается, что измерять площадь C прямоугольника можно двумя способами: выбрав в качестве промежуточной мерки площадь либо горизонтальной, либо вертикальной полоски. Причем дети могут заметить, что это те же самые мерки, что и в задании а), поэтому они уже обозначены. Одна часть класса работает одним способом, другая — другим. Заполняются схемы, составляются выражения для вычисления площади C .

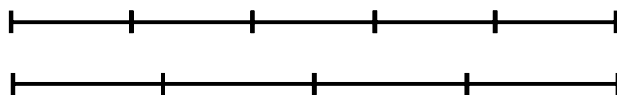


в) Полученные разными группами выражения сравниваются между собой. Уточняется, что обе группы измеряли одну и ту же площадь C . Разными были промежуточные мерки, но основная мерка была та же самая. Поэтому в обоих случаях должно получиться одно и то же число. Далее выясняется, что одна группа получила то же выражение, что и для вычисления площади A , а другая — такое же, как и для вычисления площади B . Поэтому все три площади равны. На калькуляторе проверяется, что оба способа вычислений действительно дают один и тот же результат.

Обращается внимание на сами выражения: они состоят из одних и тех же множителей, только порядок у них разный. А всегда ли произведения, состоящие из одинаковых множителей, но расположенных в разном порядке, равны? Скорее всего, дети скажут, что такие произведения будут всегда равны. Предлагается проверить это, выполняя следующие задания.

36. В этом задании учащиеся проверяют равенство произведений $4 \cdot 5$ и $5 \cdot 4$ с помощью построений. По схеме определяется, что основной меркой является сантиметр, но в первом случае промежуточная мерка равна 5 см и ее надо повторить 4 раза, а во втором — 4 см и ее нужно повто-

рять 5 раз. Записываются два выражения. Искомые отрезки будут иметь следующий вид:



Отмечается, что отрезки равны, хотя и построены по-разному. Между выражениями ставится знак равенства: $5 \cdot 4 = 4 \cdot 5$. Для проверки вычисляются (с помощью линейки) значения выражений.

37. Учащиеся чертят по линейке прямую и откладывают на ней нужное число промежуточных мерок. Второе произведение из пары определяется на той же прямой, но при использовании карандаша другого цвета.

38. Повторяется способ анализа уравнений со сложением и вычитанием.

39. Учащиеся устанавливают (по содержанию первой колонки), что речь идет о вычитании. Далее определяется пропущенное число и выполняется запись под диктовку детей: «уменьшаемое 52, вычитаемое 8, разность 44» — таким образом проговариваются напоминаемые термины.

Использование переместительного свойства умножения для вычислений

(Задания 40–45)

40. Выясняется, что каждая ломаная линия состоит из звеньев равной длины, поэтому длины этих звеньев удобно использовать в качестве промежуточных мерок. По схеме определяется основная мерка — сантиметр. Измеряется звено первой линии, дополняется схема, записывается выражение, определяется (по памяти) его значение. Дополняется вторая схема, записывается новое выражение. Учитель отмечает, что таблицу умножения числа 6 еще не учили. Нужно ли прибегать к линейке, калькулятору, или можно догадаться о значении нового выражения? Записывается полу-

ченный ранее результат, но действие $(6 \cdot 3)$ все же выполняется для проверки с помощью линейки.

41. Учащиеся определяют, из разных или одинаковых множителей составлены произведения в каждом равенстве, и на основании этого дают оценку верности заданного равенства, которая затем проверяется вычислениями на калькуляторе.

В последней паре множители обозначены буквами. Обсуждается, что буквы могут обозначать любые числа, но какие бы числа ни взяли, произведения будут равны. Равенство $m \cdot p = p \cdot m$ является как бы краткой записью **переместительного свойства умножения**. Прочитывается его формулировка.

42. Табличные случаи умножения на 2 решаются при использовании переместительного свойства.

43. Учащиеся отмечают, что ряд чисел должен быть записан в порядке возрастания.

44. Новые произведения определяются после подбора к ним известных произведений.

45. Одними и теми же цифрами заданы числа в разных системах счисления. Получится ли при этом одинаковая разность?

Переместительное свойство как свойство умножения и сложения. Прямые

(Задания 46–52)

46. Обнаруживается, что требуемые равенства можно составить на основе действий умножения и сложения. Действия деления и вычитания переместительным свойством не обладают.

47. После того как будет сформулировано переместительное свойство сложения, приводятся конкретные числовые примеры его применения.

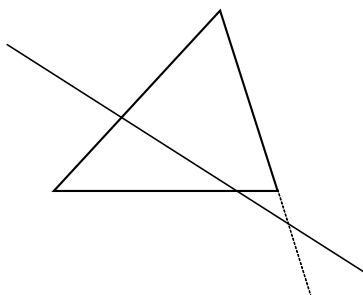
48. Нужно не попасться в «ловушку»: переставленные в числе цифры не позволяют воспользоваться переместительным свойством умножения и сложения.

49. В задаче поставлены два вопроса. Это нужно отразить на чертеже. Выясняется, что первый вопрос легко отметить на чертежах обеих форм, но вопрос о разности удобнее поместить на втором чертеже.

50. Работа с одним столбиком производится в следующем порядке: сначала вписывается недостающая цифра в слагаемом, потом сумма. В других столбиках можно начать с определения числа десятков в сумме (оно всегда на 1 больше, чем сумма заданных десятков, так как еще один десяток должен получиться из складываемых единиц), а затем вписать цифру в слагаемое.

51. В результате вычислений должны получиться числа, которые могут включать обычную цифру, «сказочную» цифру и знак «?».

52. Одну из сторон треугольника надо продолжить.

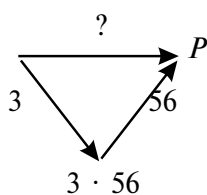
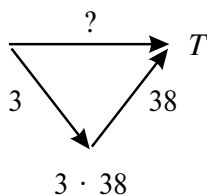


УМНОЖЕНИЕ ЧИСЛА НА СУММУ (5–7 уроков)

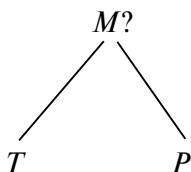
Вводная задача

(Задания 53–57)

53. Задание лучше выполнять при закрытых учебниках. На доске рисунки из заданий а), б) и в), причем последний пока закрыт. Требуется узнать, сколько четырехконечных и сколько пятиконечных звездочек скрыто за экранами. Подсчитывать количество звездочек не надо, а нужно только составить программы для их вычисления. Выясняется, что звездочки удобно считать не штуками, а тройками: чтобы найти количество четырехконечных звездочек (обозначается какой-нибудь буквой, например T), надо по 3 взять 38 раз, а чтобы найти количество пятиконечных (P), надо по 3 взять 56 раз. Это описывается схемами. Составляются соответствующие выражения:



А можно ли теперь найти общее количество звездочек (M)? Да, зная части, можно найти их целое. Рисуеться схема частей и целого, составляется соответствующее выражение:



$(3 \cdot 38) + (3 \cdot 56)$ (пока не введен порядок действий, каждое действие берется в скобки).

После этого открывается последний рисунок и предлагается найти другой способ вычисления количества всех звездочек. Выясняется, что можно было не подсчитывать количества четырехконечных и пятиконечных звездочек по отдельности, а сразу считать тройками их общее количество, но для этого надо сначала найти общее число рядов. Этот способ действия описывается схемой, составляется новое выражение:



А какие числа должны получиться при вычислении старым и новым способами? Какое из них больше? Это должно быть одно и то же число. Ведь вычисляли одно и то же количество, но только другим способом. Записывается равенство, которое затем проверяется с помощью калькулятора:

$$3 \cdot (38 + 56) = (3 \cdot 38) + (3 \cdot 56).$$

54. В последнем задании переместительное свойство неприменимо — это «ловушка».

55. Повторяются табличные случаи умножения на 3.

56. Сравняются случаи умножения на 2 и 3.

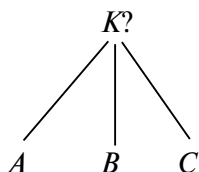
57. Повторяются приемы письменного вычитания.

Обобщение способов умножения числа на сумму

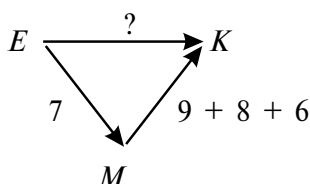
(Задания 58–68)

58. а) Выясняется, что все прямоугольники разбиваются на вертикальные полосы шириной в одну клетку. Поэтому площадь (M) одной полосы можно взять в качестве промежуточной мерки. Составляется новый прямоугольник, равный сумме площадей трех заданных. Устанавливается, что его площадь K можно вычислять двумя способами. Во-первых, как целое, состоящее из частей A , B и C . Во-вторых, можно

K измерить сразу, воспользовавшись промежуточной меркой M , но для этого надо посчитать, сколько раз M уместается в K . Оба способа представляются в соответствующих схемах, по ним составляются выражения для вычисления K .



$$(7 \cdot 9) + (7 \cdot 8) + (7 \cdot 6)$$



$$7 \cdot (9 + 8 + 6)$$

б) Выясняется, что в обоих случаях измерялась одна и та же величина одной и той же меркой E , только разными способами. Поэтому, хотя программы вычислений (выражения) получились разными, в результате получится одно и то же число. Записывается равенство двух выражений:

$$7 \cdot (9 + 8 + 6) = (7 \cdot 9) + (7 \cdot 8) + (7 \cdot 6).$$

Оно проверяется с помощью калькулятора. Обсуждаются способы вычисления, которые описываются обоими выражениями. В одном случае мы число умножили сразу на сумму чисел, а в другом это же число умножили на каждое слагаемое по отдельности и только затем сложили полученные произведения. Результат получается один и тот же. Мы открыли правило умножения числа на сумму. После этого учащиеся обращаются к записям в рамке в учебнике.

59. Выясняется, что во всех случаях требуется умножить число на сумму двух или трех чисел. Учащиеся находят сумму и далее оценивают, могут ли произвести умножение. Если не могут, предлагается попробовать другой способ вычисления. В тетрадях записывается подходящий способ действия и вычисляется его результат. Подчеркивается, что правило умножения числа на сумму позволило получить произведения таких чисел, которые мы до сих пор не умели перемножать.

60. Учащиеся упражняются в вычитании двузначного числа из круглых десятков.

61. Оказывается, что заданное решение подходит к двум уравнениям, в которых требуется найти значение части. Подчеркивается еще раз важность оценки компонентов записи с точки зрения отношения целого и частей.

62. Повторяются приемы письменного вычитания.

63. В первом задании сначала рассматривается правая сторона равенства. Выделяется та ее особенность, которая говорит о том, что *одно и то же число* умножается на два числа (число 7 умножается на 2 и 3), а затем полученные произведения складываются. Но этот же результат можно получить другим путем: умножить первое число сразу на сумму двух других чисел. Так, в данном случае число 7 можно умножить на сумму чисел 2 и 3. Записывается равенство: $(7 \cdot 2) + (7 \cdot 3) = 7 \cdot (2 + 3)$. Но сумма чисел в скобках как раз равна числу 5. Значит, выражения $(7 \cdot 2) + (7 \cdot 3)$ и $7 \cdot 5$ равны. Таким же образом устанавливается, что во втором случае выражения не равны, а в третьем — равны. Результаты сравнения проверяются прямыми вычислениями (где нужно, используется калькулятор).

Рассматривая четвертую запись, дети могут не обратить внимания на порядок множителей и сразу заметить, что эти выражения равны. Однако учитель подчеркивает, что в правиле говорится об умножении числа на сумму, а здесь сумма умножается на число. Отмечается, что это не имеет значения, так как при умножении неважно, что на что умножать, результат будет одним и тем же. Формулируется правило умножения суммы на число. Производятся вычисления значений обоих выражений. Обнаруживается, что они действительно равны. Сравнение выражений в следующей паре происходит так же, как и при рассмотрении выражений из первой строки. В последней паре выражения описывают те же способы вычислений, только в общем виде: числа заменены буквами.

64. Выясняется, что во всех случаях складываются два произведения. В первом выражении выделяется *одно и то же число* 5, которое умножается на два других числа 3 и 2. Здесь возможен другой способ вычисления значения этого выражения: можно умножить число 5 сразу на сумму чисел 3 и 2 (правило умножения числа на сумму, только прочитанное

наоборот). В правой части равенства дописывается соответствующее выражение.

Во втором выражении, наоборот, два числа 4 и 7 умножаются на *одно и то же число* 3. Здесь можно воспользоваться правилом умножения суммы на число.

В третьем случае оказывается, что другой способ вычисления значения выражения невозможен («ловушка»), поскольку нет одного числа, которое умножается на (или на которое умножаются) два других числа.

В четвертом случае выясняется, что можно дополнить равенство двумя разными способами. Во-первых, можно увидеть, что в выражении число 9 умножается на числа 3 и 3. А во-вторых, можно заметить, что два числа 9 и 9 умножаются на одно и то же число 3:

$$\begin{aligned}(9 \cdot 3) + (9 \cdot 3) &= 9 \cdot (3 + 3), \\ (9 \cdot 3) + (9 \cdot 3) &= (9 + 9) \cdot 3.\end{aligned}$$

В пятом выражении вроде бы нет одного и того же числа, на которое умножаются два других числа или которое умножается на два других числа. Однако его можно «чуть-чуть подправить», поменяв местами множители в одном из произведений (в каком, не имеет значения).

В шестом случае после «подправления» выражения возникает такая же ситуация, как в четвертом.

65. Вопрос задачи можно поместить на обоих чертежах, но проще это сделать на первом.

66. Число единиц в разности должно быть тем же самым, что задано первым равенством в столбике. Важно, чтобы учащиеся правильно определили число десятков, учтя переход через разряд.

67. Повторяются случаи деления на 2 и 3.

68. Нужно выполнить вычитание, учитывая заданную систему счисления.

**Таблица умножения числа 4. Применение правила
умножения числа на сумму***(Задания 69–77)*

69. Задано произведение. Его нужно использовать для вычисления следующего произведения. Второй множитель всякий раз будет представлен как сумма вида $a + 1$.

70. Учитель объявляет, что пора продвинуться в изучении таблицы умножения. При закрытых учебниках предлагается найти произведение $9 \cdot 4$. Отмечается, что такой случай ранее еще не запоминали. Как найти это произведение без помощи калькулятора? Можно воспользоваться линейкой. Но оказывается, что она слишком короткая, искомого произведения на ней нет. Но может быть, нам поможет правило умножения числа на сумму, ведь оно позволяет не умножать на все число сразу, а делать это по частям (как уже делалось в задании 69)? Тогда надо представить число 4 в виде удобных для вычисления частей. Выделяются, а затем записываются два варианта: $9 \cdot (2 + 2)$ и $9 \cdot (3 + 1)$. Соответствующие способы вычисления описываются выражениями: $(9 \cdot 2) + (9 \cdot 2)$ и $(9 \cdot 3) + (9 \cdot 1)$. Находятся значения выражений. Для проверки произведения $9 \cdot 4$ находится с помощью калькулятора.

После этого выполняются задания из учебника.

71. Выписываются по порядку выражения для всех табличных случаев умножения числа на 4. Записываются уже известные три произведения. Как найти следующее произведение, не прибегая к калькулятору и линейке? Дети предлагают свои варианты, учитель, если нужно, напоминает о правиле умножения числа на сумму. Как им воспользоваться? Мы только что записали, что $4 \cdot 3 = 12$, давайте используем это знание для поиска следующего произведения: $4 \cdot 4$. Выполняется запись (в обычных тетрадах): $4 \cdot 4 = 4 \cdot (3 + 1) = (4 \cdot 3) + (4 \cdot 1) = 12 + 4 = 16$. Так же подробно описывается способ вычисления произведения $(4 \cdot 5)$. Обязательно подчеркивается, что был использован предыдущий результат работы.

Следующее произведение вычисляется при сокращении записи: $4 \cdot 6 = (4 \cdot 5) + (4 \cdot 1) = 20 + 4 = 24$. Далее запись сокращается еще больше и получает вид: $4 \cdot 7 = 24 + 4 = 28$.

И так до конца. Ставится задача запоминания результатов умножения числа 4.

72. Первые несколько произведений записываются при обращении к предыдущему заданию. Потом учитель предлагает не смотреть в предыдущее задание, но догадаться, каким должно быть следующее произведение. Выясняется, что каждое следующее произведение на 4 больше предыдущего.

73. В быстром темпе задаются случаи умножения числа 4 и параллельно — умножения на число 4. Подчеркивается, что пока это трудно. Предлагается потренироваться в вычислении результата умножения («если уж забыл его») разными способами. Рассматривается первая пара выражений. Устанавливается, что верхнее произведение известно, оно записывается. Почему можно им воспользоваться для поиска следующего произведения? Это позволяет сделать правило умножения числа на сумму. Полезно выполнить относительно подробную запись способа вычисления: $5 \cdot 4 = (5 \cdot 3) + (5 \cdot 1) = 15 + 5 = 20$.

При работе со следующими парами выражений запись можно сократить:

$$\begin{aligned}7 \cdot 3 &= 21, \\7 \cdot 4 &= 21 + 7 = 28.\end{aligned}$$

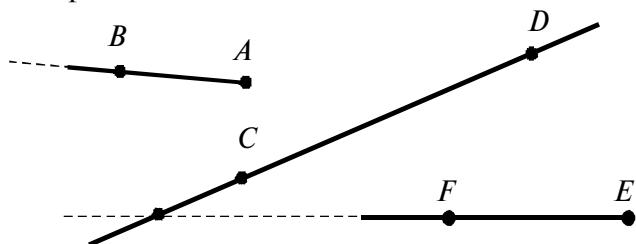
Примечание. Задания, требующие от учащихся воспользоваться правилом умножения числа на сумму, способствуют произвольному запоминанию новых результатов умножения, а также повторению ранее пройденных случаев табличного умножения.

74. Соотнося чертеж и текст, учащиеся должны дополнить и то и другое. В чертеж помещается вопросительный знак. Задача решается. Затем находится место для дополнительного вопроса. Записывается новое решение.

75. Чтобы правильно подобрать к заданному решению исходное уравнение, нужно сначала установить, что в решении узнавали целое.

76. Нужно помнить, что одинаковые цифры в одном равенстве обозначаются одинаковыми знаками. Заданы случаи: $100 - 55 = 45$, $70 - 17 = 53$, $44 + 46 = 90$.

77. Дети вспоминают, что в обозначении луча первым указывается имя начала луча, а вторым — имя произвольной точки, через которую данный луч проходит. Лучи ограничены с одной стороны своим началом, а в другую сторону неограниченно продолжают. Выясняется, что луч AB не пересекает прямую CD , он идет в другую сторону от прямой, а луч EF пересекает ее.



Умножение и деление на 4. Отрезки

(Задания 78–87)

78. Случаи умножения числа 4 даны вразброс. Искомое произведение предлагается сначала вспомнить, а затем (если были затруднения) найти его тем или иным способом. Заметим, что на данном этапе освоения случаев умножения числа 4 недостаточно использовать только переместительность, например $4 \cdot 7 = 7 \cdot 4$. Нужно связать заданный случай с подходящим случаем из пройденных таблиц умножения чисел 2 и 3.

79. Сначала отмечается, что выполнить вычисления в заданном скобками порядке действий мы пока не сможем. Выражения переписываются сразу в преобразованном виде: $(6 \cdot 3) + (6 \cdot 4)$. Отмечается, что первое из записанных таким образом произведений $(6 \cdot 3)$ может служить подсказкой для вычисления второго $(6 \cdot 4)$, так как второе произведение на 6 больше первого.

80. Предлагается выяснить, какие случаи умножения на 4 уже усвоены, а какие еще нужно запоминать. Дается ограниченное время для работы.

81. Примеры составляются на основе результатов выполнения предыдущего задания.

82. Дети учатся пользоваться таблицей.

83. Напоминается связь умножения с делением.

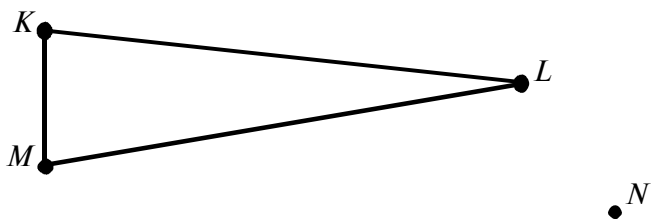
84. Учащиеся упражняются в сложении и вычитании чисел в пределах сотни.

85. Текст задачи дополняется в соответствии с чертежом. Некоторую трудность может вызвать постановка вопроса. Нет смысла сравнивать возраст сестры и Юры, так как это можно сделать без данных о возрасте брата (лишнее данное). Очевидно, нужно узнать, на сколько сестра старше брата (иначе — на сколько брат моложе сестры).

86. Выполняются письменные вычисления.

87. Это задание носит комбинаторный характер. Количество всех отрезков, попарно соединяющих n точек, равно числу сочетаний из n по 2, т. е. $\frac{n(n-1)}{2}$. Однако от детей не требуется вычислять количество отрезков по отдельности в каждом случае. Главная цель состоит именно в том, чтобы дети открыли способ перехода от количества уже имеющихся отрезков к количеству отрезков, получаемому при добавлении еще одной точки.

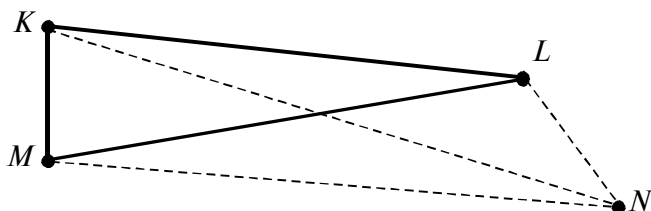
В случае а) можно построить 3 отрезка: KL , KM , LM .



3 точки

3 отрезка

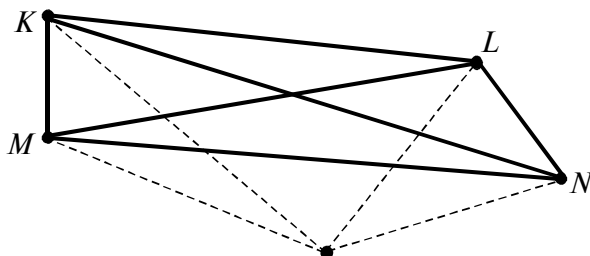
Добавление еще одной точки N (случай б)) дает еще 3 отрезка, каждый из которых имеет одним из концов одну из «старых» точек, а вторым концом — точку N .



4 точки

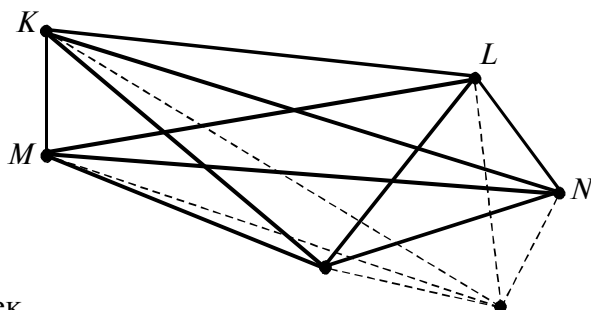
3 + 3 отрезка

В общем случае добавление еще одной точки к уже соединенным отрезками k точкам приводит к появлению k новых отрезков.



5 точек

3 + 3 + 4 отрезка



6 точек

3 + 3 + 4 + 5 отрезков

и т. д., например, 7 точек соединяются 3 + 3 + 4 + 5 + 6 отрезками.

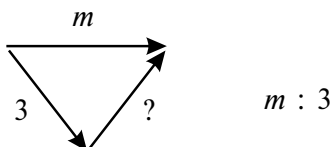
Таким образом, от простейших случаев 2 или 3 точек можно последовательно получать число всех отрезков, соединяющих попарно любое заданное число точек.

ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ (6–8 уроков)

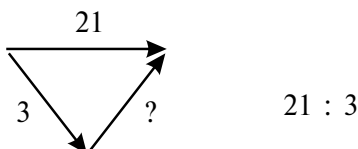
Вводная задача

(Задания 88–94)

88. Задание лучше выполнять при закрытых учебниках. На доске изображена числовая прямая. Учитель сообщает, что m крестиков надо расположить в ряды по 3 в каждом ряду. Сколько получится таких рядов? Требуется указать способ вычисления числа рядов. Устанавливается, что надо посчитать количество крестиков не по одному, а тройками, т. е. с помощью промежуточной мерки. Эта задача фиксируется в схеме (в тетрадях и на доске). Определяется, что число, которое надо найти, — это число промежуточных мерок. Оно находится делением, составляется соответствующее выражение:



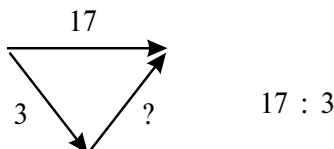
Учитель предлагает найти число рядов, если общее количество крестиков $m = 21$. Это отражается в новой схеме, записывается соответствующее новое выражение:



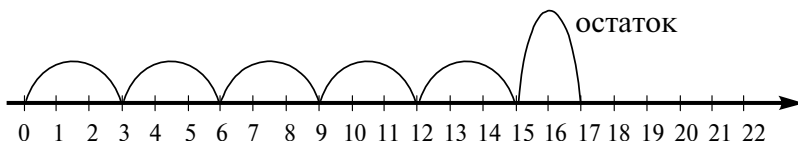
Найти результат можно разными способами (использовать таблицу умножения числа 3, посчитать на калькуляторе, воспользоваться числовой прямой или линейкой). Предлагается это сделать с помощью числовой прямой. Дети находят результат с помощью линейки, после чего этот способ действия показывается на числовой прямой, изображенной на доске.

Итак, 21 крестик составляет из 7 рядов по 3 крестика в каждом. Дети рисуют в тетрадах это расположение крестиков и записывают соответствующее равенство с умножением: $3 \cdot 7 = 21$.

А если $m = 17$, то какое будет число рядов? Строится новая схема, записывается новое выражение:



Однако, «шагая» тройками по числовой прямой, дети обнаруживают, что промежуточная мерка целиком укладывается в величине только 5 раз и *остается* еще не измеренный кусочек, состоящий только из двух основных мерок.



Число 17 не удалось разделить на число 3. При делении получился *остаток*. Как это записать?

Учитель сообщает, что в этом случае обычно в ответе записывается число промежуточных мерок, уместающихся в измеряемой величине, а рядом в скобках указывается число основных мерок, уместающихся в остатке:

$$17 : 3 = 5 \text{ (ост. 2).}$$

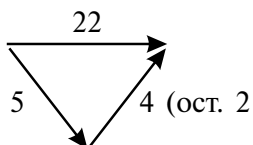
Итак, 17 крестиков составляются из пяти рядов по 3 крестика в каждом и еще 2 крестика. Делается соответствующий рисунок, записывается равенство:



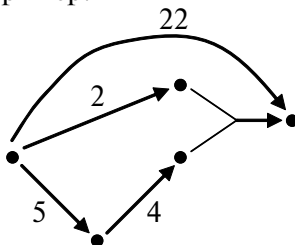
$$(3 \cdot 5) + 2 = 17$$

Открывается учебник, рассматривается рисунок в рамке, данный в конце задания 88. Отмечается, что мы пока еще не всегда можем разделить одно число на другое. Промежуточная мерка может не укладываться в величине целое число раз, а мы знаем только целые числа. Позже, в средней школе, мы узнаем новые числа и научимся делить такие целые числа, например 9 на 2. Пока же мы в этом случае можем только выполнить деление с остатком, т.е. получить число промежуточных мерок, целиком укладывающихся в измеряемой величине, и домерить оставшуюся часть основной меркой. Число основных мерок в оставшейся части называется *остатком*.

Примечание. Правая часть в равенстве $22 : 5 = 4$ (ост. 2) не имеет самостоятельного смысла без левой части. Например, равенство $26 : 6 = 4$ (ост. 2) также верно, но $22 : 5$ уже не равно $26 : 6$, это не равные дроби. Таким образом, запись 4 (ост. 2) не является записью однозначно определенного объекта, а служит просто сокращенной записью того факта, что при делении образовался остаток. Поэтому и деление с остатком не является арифметической операцией, и равенство вида $22 : 5 = 4$ (ост. 2) — настоящим равенством, а лишь сокращенной записью. Аналогично и схема вида.



является сокращенной схемой. В полном виде схема должна передавать все имеющиеся отношения; она была бы значительно сложнее, например:



Такие схемы использоваться не будут.

В отличие от равенства $22 : 5 = 4$ (ост. 2) равенство $5 \cdot 4 + 2 = 22$ является полноценным, и именно равенства только такого вида используются в серьезных курсах математики при рассмотрении деления с остатком.

89. а) Соотнося схему с изображением ломаной линии, устанавливается, что основная мерка — сантиметр, а промежуточной меркой служит длина одного из больших звеньев ломаной линии (они все равны). Длина больших звеньев равна 3 см, а длина маленького — 1 см. Поэтому длина ломаной равна $(3 \cdot 5) + 1 = 16$ см.

б) Длина отрезка находится по схеме: $(4 \cdot 3) + 1 = 13$ см.

90. Повторяется таблица умножения числа 4.

91. Записываются примеры деления на 4.

92. Только в одном случае знаний учащихся достаточно, чтобы вычислить значение выражения, выполняя действия в заданном скобками порядке. В остальных случаях придется опеться на правило умножения числа на сумму.

93. Решение уравнений связывается с названиями компонентов арифметических действий. Однако при этом не предполагается использовать формулировки вида «чтобы найти слагаемое, нужно из суммы вычесть другое слагаемое». Решение производится всегда при опоре на отношение целого и частей.

94. «Сказочными» цифрами зашифрованы следующие равенства:

$$27 + 57 = 84, \quad 28 + 58 = 86, \quad 62 - 46 = 16.$$

Деление с остатком (закрепление)

(Задания 95–102)

95. В результате выполнения измерений учащиеся должны записать равенство с умножением (способ поиска площади) и, опираясь на полученную схему, равенство с делением, в котором будет указан остаток:

а) $5 \cdot 9 + 3 = 48$,

б) $48 : 5 = 9$ (ост. 3).

96. Полезно выполнить действия, используя числовой ряд.

97. Хотя оба чертежа подходят к тексту задачи, однако как более удобный оценивается второй. На нем можно показать вопрос.

98. Учащиеся упражняются в делении на 4.

99. Сравниваются варианты деления на 2, 3, 4.

100. Сопоставляются равенства в одном столбике.

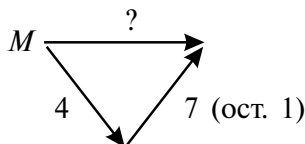
101. Учащиеся упражняются в выполнении письменных вычислений.

102. Сразу видно, что прямая пересекает отрезок CD и не пересекает отрезок EK . При продолжении прямой выясняется, что она пересекает отрезок AB .

**Рациональный и нерациональный способы
использования промежуточной мерки.
Умножение на 5. Ломаная**

(Задания 103–109)

103. Выясняется, что Саша выбрал в качестве промежуточной мерки один столбик из 4 клеток. Учащиеся находят на рисунке границу применения этой мерки. Остальную часть площади Саша промерил основной меркой (их оказалось 7). Такой способ действия оценивается как правильный, но нерациональный — ведь промежуточная мерка могла уместиться еще один раз. Рисуются схема для рационального способа измерения:



$$(4 \cdot 7) + 1 = 29$$

104. Главной задачей работы является оценка остатка. Поэтому можно не выполнять вычисления длины — важно построить отрезки соответствующей длины и через построение проверить свои предположения.

105. Учащиеся чертят по линейке числовую прямую, затем выделяют на ней (дугами) промежуточные мерки (тройки). Учитель старается прервать работу, говоря, что остальное запишем в остаток. Такой способ работы определяется как нерациональный. Учащиеся продолжают откладывание мерок до получения разумного остатка.

Особо рассматривается последний случай ($2 : 3$). Выясняется, что здесь промежуточная мерка не укладывается в величине ни разу. Значит, в результате деления получается число 0 и остаток 2.

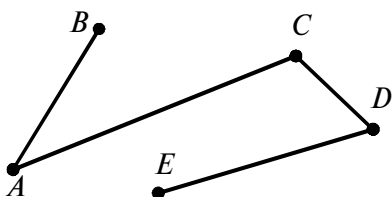
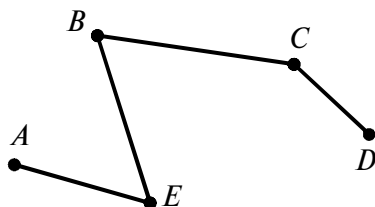
106. Ставится задача начать освоение случаев умножения на 5. Учитель предлагает при вычислениях пользоваться известными результатами умножения. Учащиеся определяют по данным в упражнении парам, что можно воспользоваться случаями умножения на 4. В первой паре произведений дана подсказка — число 5 представлено суммой чисел 4 и 1. Учащиеся устно подробно излагают способ вычисления с использованием правила умножения числа на сумму.

107. Учащиеся рассматривают выражения и определяют, что дана таблица умножения числа 5. Известные случаи решаются без объяснений. Начиная со случая $5 \cdot 5$ новое произведение вычисляется с использованием предыдущего.

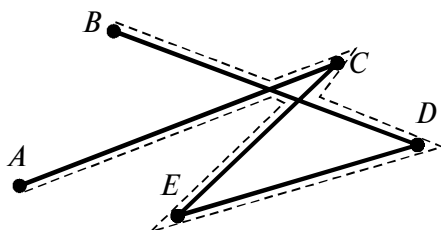
108. Предлагается по памяти перечислить по порядку все числа, которые получаются при умножении числа 5. В полученном ряду отмечается чередование чисел: они оканчиваются на 5 или 0.

109. Цель задания — вспомнить, что ломаная линия получается при последовательном соединении точек (вершин ломаной линии) отрезками (звеньями ломаной линии) и что для ее обозначения используются имена вершин, которые записываются в порядке соединения соответствующих вершин звеньями начиная с одного из концов.

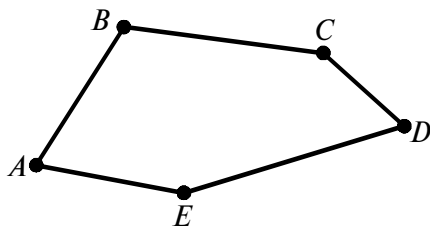
Например, возможны такие варианты соединения:

 $BACDE$ или $EDCAB$  $AEBCD$ или $DCBEA$

Возможно, у кого-то из детей получится линия с самопересечениями. В этом случае точки самопересечения не будут считаться вершинами (хотя эту же самую фигуру можно получить и используя эти точки как вершины, но тогда будет считаться, что это другая, более сложная ломаная линия с другими вершинами и звеньями; на рисунке ее построение показано пунктиром).

 $ACEDB$

Возможно также, что кто-то построит замкнутую ломаную линию. В этом случае вспоминается, как обозначается замкнутая ломаная линия.



$ABCDE$, или $BCDEA$, или $CDEAB$, или $DEABC$, или $EABCD$
($EDCBA$, или $AEDCB$, или $BAEDC$, или $CBAED$, или $DCBAE$)

Каким может быть остаток при делении. Луч

(Задания 110–117)

110. Выясняется, что площадь первой фигуры (А) составляет 21 клетку. Можно просто построить фигуру с такой площадью, а затем измерить ее, как показано на схеме, т. е. используя промежуточную мерку в 6 клеток. А можно сразу при построении фигуры пользоваться промежуточной меркой, тогда результат измерения будет получен сразу в ходе построения:

$$21 : 6 = 3 \text{ (ост. 3).}$$

После этого результат измерения перепроверяется на числовой прямой.

Для второй фигуры можно поменять порядок действий. Сначала найти результат измерения на числовой прямой, а затем проверить его, построив фигуру.

111. В третьем столбике даны примеры умножения числа 5 на двузначные числа. Пока они не становятся специальной задачей освоения, однако позволяют учащимся использовать распределительное свойство умножения: ведь второй множитель можно представить в виде суммы удобных слагаемых. Опробуются разные варианты слагаемых, каждый раз производится вычисление (это позволяет повторять случаи умножения числа 5). Полезно попробовать представить двузначные числа в виде суммы не только двух, но и трех (и даже более) слагаемых.

112. Задано неполное частное, которое в большинстве случаев придется исправить, иначе остаток окажется больше делителя. Выясняется, что остаток при делении всегда меньше делителя, потому что число, записанное как остаток, показывает, сколько раз основная мерка укладывается в оставшейся части величины после ее измерения промежуточной меркой. Так как промежуточную мерку мы укладываем до последней возможности, оставшаяся часть будет меньше этой мерки. Поэтому в ней укладывается основных мерок меньше, чем в промежуточной мерке.

113. Результаты умножения на 5 связываются с другими таблицами умножения, что важно для запоминания новых случаев и для повторения уже пройденных.

114. Равенства с делением строятся на основе заданных случаев умножения.

115. Повторяется таблица умножения числа 5.

116. Составляя и решая уравнения, учащиеся повторяют названия компонентов вычитания (хотя объяснение решения дается при ссылке на отношение целого и частей).

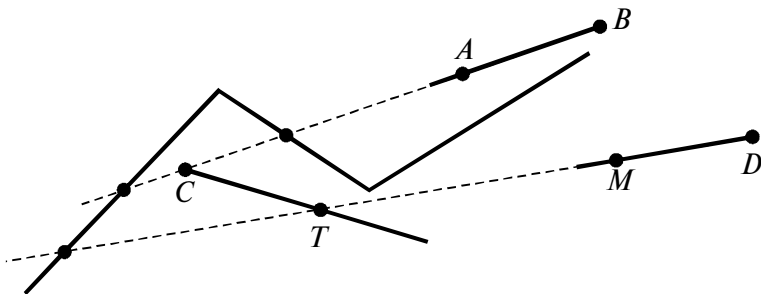
117. Витя измерял длину. Нужно проверить и закончить его работу, действуя с помощью числового ряда на линейке. Окажется, что во втором и третьем случаях Витя действовал нерационально, он мог бы использовать промежуточную мерку еще раз. Строятся правильные схемы, записываются равенства с делением. Подчеркивается, что остаток должен быть меньше промежуточной мерки. Как проверка результата деления записывается выражение с умножением.

Величина остатка при делении на числа 2, 3, 4, 5

(Задания 118–125)

118. С помощью линейки выполняется деление чисел от 6 до 11 на число 2. Отмечается, что полное деление и деление с остатком чередуются. Обнаруживается возможная величина остатка при делении на 2. Читается запись в рамке. Учащиеся называют еще несколько четных и нечетных чисел, самостоятельно выполняют последнюю часть задания.

119. Выясняется, что на рисунке изображены лучи AB , CT и DM . Для определения их точек пересечения с ломаной линией лучи продолжают, и выясняется, что луч AB пересекает ломаную линию в двух точках, луч DM — в одной, а луч CT вообще не пересекает ее (он идет в другую сторону).



120. После выполнения задания учитель предлагает назвать возможные остатки при делении на числа 7, 100, 357. В последних двух случаях придется отказаться от перечисления всех возможных вариантов чисел и дать обобщенную форму ответа: в остатке должно получиться число меньше числа 100, меньше числа 357.

121. В особой форме повторяются случаи деления на 2, 3, 4. Полезно еще раз напомнить, какие из чисел являются четными, а какие — нечетными. Окажется, что на 3 могут делиться как некоторые четные, так и некоторые нечетные числа.

122. При записи чисел учащиеся отмечают, что ряд строится в порядке убывания.

123. Сопоставляются случаи деления на 4 и 5.

124. Выполняя задание, учащиеся оценивают свои знания табличных случаев деления на 4 и 5.

125. Составляя уравнения, учащиеся должны ориентироваться на заданные таблицей термины, т. е. использовать действие сложения, хотя напрямую этого не говорится. Отмечается, что при решении «сказочного» уравнения можно записать только действие, не определяя его результата.

Составление примеров деления с остатком. Углы

(Задания 126–132)

126. Повторяются табличные случаи деления на 3.

127. Дополняя пары выражений, учащиеся учатся связывать случаи деления с остатком с известными им табличными случаями. Отмечается, что в заданиях 1) остаток составляет число 1, в заданиях 2) — число 2, в заданиях 3) — число 3.

128. Снова случаи деления с остатком связываются с табличными случаями деления.

129. У учащихся должны получиться записи: $26 - 19 = 7$, $62 - 58 = 4$ и т. д.

130. Посмотрев в таблицу, учащиеся должны сказать, какие действия должны использоваться в будущих уравнениях. Оказывается, только вычитание — это диктуют заданные таблицей термины. «Наверное, и в решениях будет везде действие вычитания?» — спрашивает учитель. Учащиеся могут заранее указать, каким действием придется узнавать каждый компонент, при этом нужно обязательно сослаться на отношение целого и частей: «Разность узнаем вычитанием, потому что это часть уменьшаемого», и т. п.

131. Отрабатываются приемы письменных вычислений.

132. Выполняется с помощью угольника. На рисунке два прямых угла ($\angle 2$, $\angle 4$), два тупых ($\angle 1$, $\angle 5$) и один острый ($\angle 3$).

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ НА 10 (3–5 уроков)

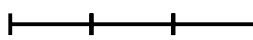
Образование вспомогательных мерок в разных системах счисления (подготовительные задания)

(Задания 133–139)

133. Выполняя задание, учащиеся вспоминают, как строятся вспомогательные мерки в троичной системе, а именно: мерка более высокого разряда образуется из трех мерок предыдущего разряда.

В задании а) система мерок получается такой:

 T

 T_2

 T_3

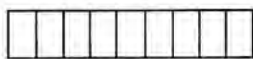
В задании б) система мерок выглядит так:



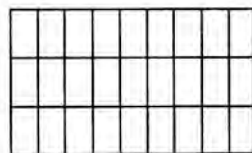
E



E_2



E_3



E_4

134. При измерении длины A получится число $211_{(3)}$. При измерении площади B получится число $2012_{(3)}$. Используя те же мерки, учащиеся строят длину K и площадь D .

135. Заданная группа крестиков пересчитывается в четверичной системе счисления. Учащиеся выделяют счетные единицы, обводя нужное количество объектов. Ответ: $132_{(4)}$.

136. Выполняя упражнение, учащиеся отрабатывают способ поиска результата деления с остатком через поиск ближайшего случая табличного деления.

137. Сопоставляется поиск делимого в случаях полного деления и деления с остатком.

138. Заданные выражения сначала оцениваются с точки зрения возможности выполнения полного деления. Затем подбирается и записывается ближайший случай табличного деления. После этого записывается результат выполнения деления с остатком.

139. К первому решению можно составить два уравнения, делая неизвестным то первое, то второе слагаемое. Во втором решении нашли значение целого, значит неизвестным должно стать уменьшаемое.

Умножение и деление чисел на основе системы счисления

(Задания 140–144)

140. Составляются случаи деления с остатком и без остатка при работе с числом 5. Нужно найти «ловушку» (остаток равен делителю) и исправить запись.

141. Сопоставляются случай полного деления и соответствующий ему случай деления с остатком.

142. Записываются решения уравнений, заданных в буквенном виде. Важно, чтобы при возникновении затруднения учащиеся обратились к построению чертежа.

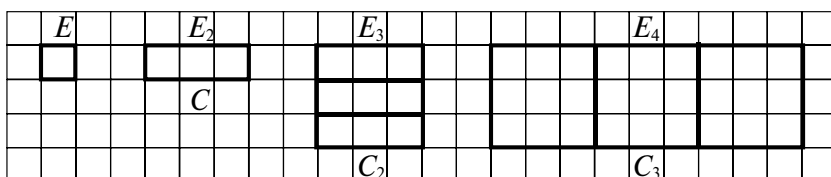
143. Цель этого задания — установить, что при умножении основания системы счисления на многозначное число (в этой же системе счисления) достаточно приписать к данному многозначному числу цифру 0. Возможны два варианта действий.

I вариант. Последовательно выполняются все задания из данного номера учебника.

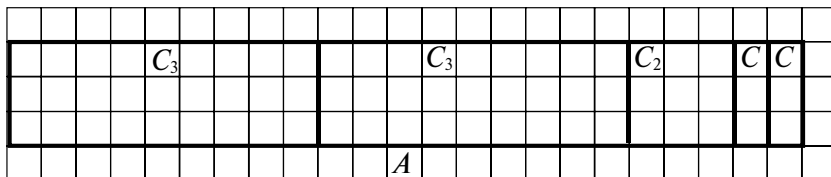
а) Выясняется, что мерка E укладывается в C как раз 3 раза, т. е. совпадает с меркой E_2 .

$$E \xrightarrow{10_{(3)}} C$$

б) Дети строят вспомогательные (дополнительные) мерки для мерок E и C в тетрадах и обнаруживают, что $C = E_2$ (это уже было установлено), $C_2 = E_3$, $C_3 = E_4$. Эти мерки изображаются в учебнике-тетради, и делается вывод, что так как мерка E укладывается 3 раза в C , а число 3 — это основание системы, то все вспомогательные (дополнительные) мерки, которые получаются из C , те же самые, что получаются из E , только номер у них теперь на единицу меньше.

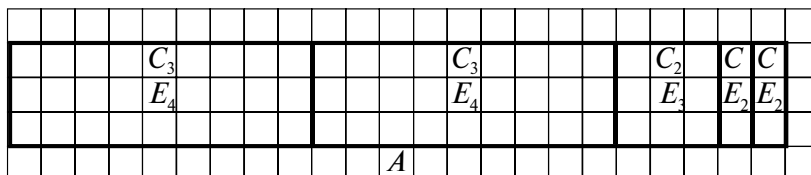


в) Сначала площадь A измеряется меркой C . Результат записывается схемой.



$$C \xrightarrow{212_{(3)}} A$$

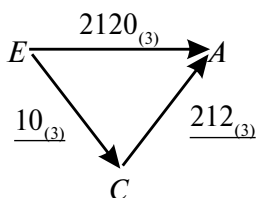
Затем площадь A измеряется меркой E .



Устанавливается, что в этом случае использовались те же самые мерки, только номер у них увеличился на единицу. Поэтому и результат измерения A меркой E состоит из тех же цифр, что и при измерении A меркой C , только они сдвинулись на разряд влево, а первый разряд остался пустым.

$$E \xrightarrow{2120_{(3)}} A$$

г) Все результаты измерений вносятся в общую схему, которая описывает как прямое измерение величины A меркой E , так и измерение ее с помощью промежуточной мерки C . Выделяются множители и произведение, составляются соответствующие равенства:

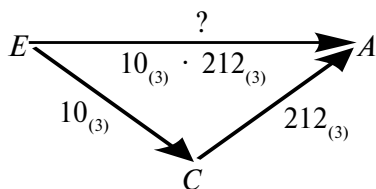


$$\underline{10_{(3)} \cdot 212_{(3)} = 2120_{(3)}}$$

$$\underline{2120_{(3)} : 10_{(3)} = 212_{(3)}}$$

Делаются выводы об умножении и делении многозначного числа на основание системы счисления.

II вариант. Работа ведется при закрытых учебниках. Сразу же ставится задача найти произведение $10_{(3)} \cdot 212_{(3)}$. Выясняется, что это можно сделать с помощью построений. Составляется схема умножения, и по ней намечается план действий:

Схема**План**

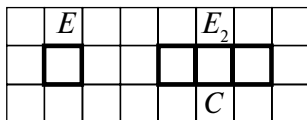
1-й этап. Выбирается мерка E , отмеривается промежуточная мерка C .

2-й этап. Меркой C отмеривается величина A .

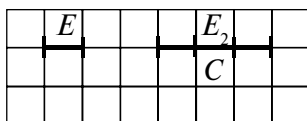
3-й этап. Величина A измеряется основной меркой E .

После этого выполняются построения. Если работать с площадью, то построения можно проводить в рабочих тетрадах, для работы с длиной нужно раздать детям листы миллиметровой бумаги.

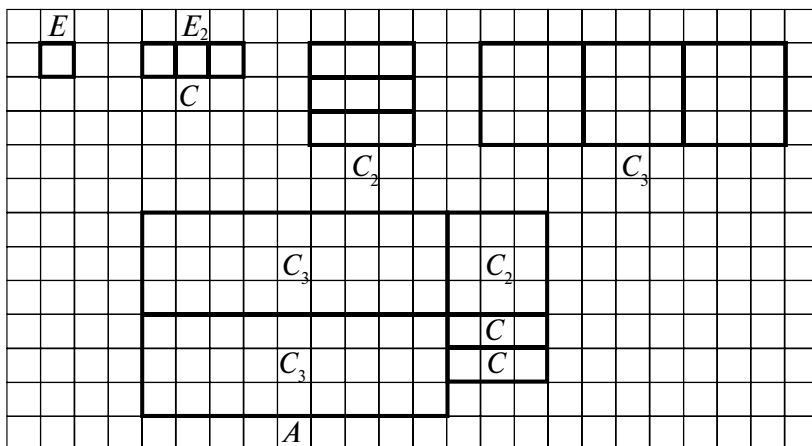
1-й этап. Выбирается мерка E , которая должна быть достаточно маленькой, например площадь или длина одной клетки. Число $10_{(3)}$ показывает, что в C укладывается только одна мерка E_2 и больше ничего, т. е. $C = E_2$.



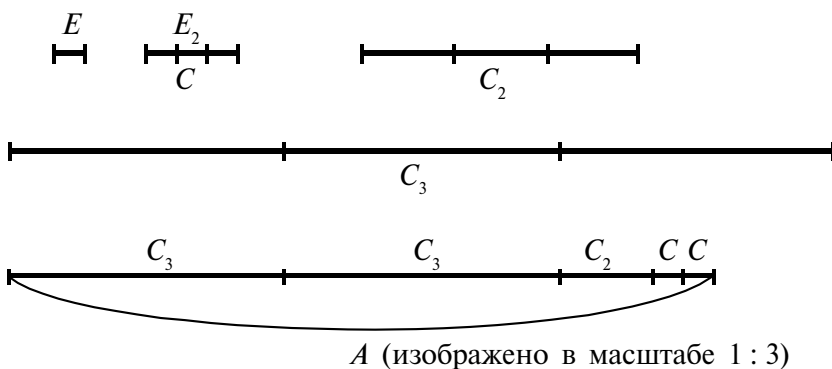
или



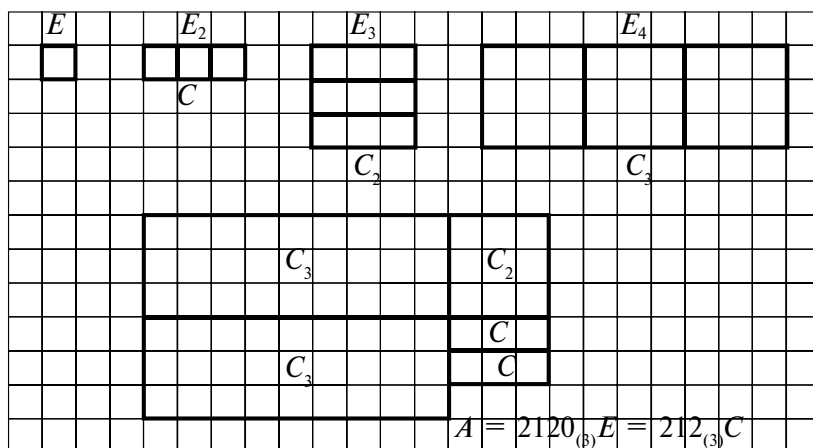
2-й этап. Отмеривание величины A должно производиться **новой меркой C , а не E (!)**, и так как $212_{(3)}$ — трехзначное число, то для отмеривания величины A потребуются еще две дополнительные мерки C_2 и C_3 .



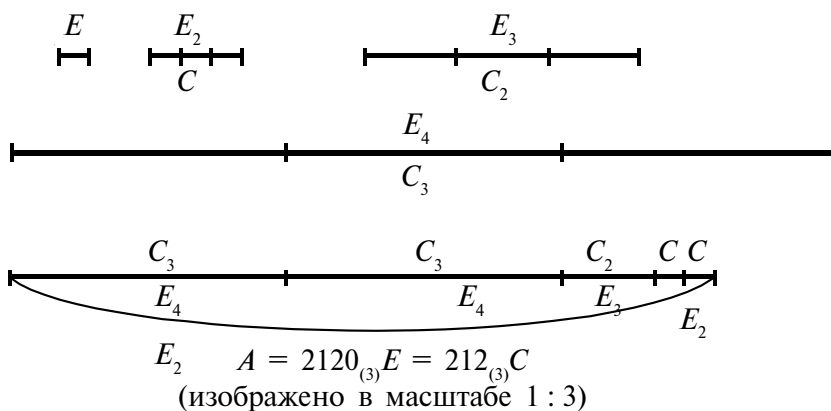
или



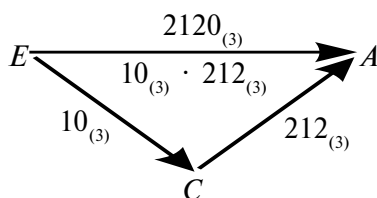
3-й этап. Чтобы измерить величину A меркой E в троичной системе счисления, потребуются дополнительные мерки $E_2, E_3, \dots$ При их построении обнаруживается, что на самом деле они уже построены: $E_2 = C$, $E_3 = C_2$, $E_4 = C_3$ — и измерять величину A заново не нужно, она уже измерена. Результат измерения A меркой E будет состоять из тех же цифр, что и при измерении A меркой C , только они сдвинутся на разряд влево, а первый разряд останется пустым.



или

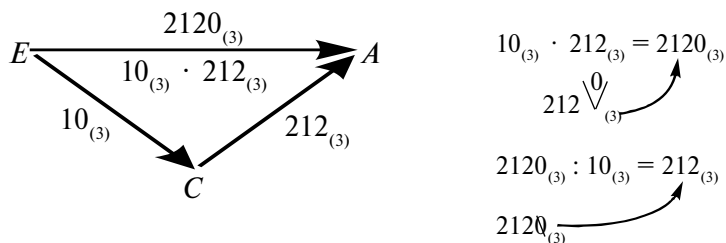


Результат измерения величины A меркой E вносится в схему, и делается вывод о том, что при умножении основания системы на многозначное число надо просто приписать цифру 0 к этому числу.



$$10_{(3)} \cdot 212_{(3)} = 2120_{(3)}$$

Еще раз, обсуждая схему, отмечается, что если промежуточная мерка C получается из основной мерки E с помощью числа $10_{(3)}$ — основания системы, то дополнительные мерки, которые образуются из них, одни и те же, только номера у них отличаются на единицу. В этом случае произведение записывается тем же набором цифр, что и второй множитель, только справа к нему приписывается еще цифра 0. Поэтому при умножении основания системы на многозначное число надо просто приписать цифру 0 к этому числу, а при делении многозначного числа на основание системы надо зачеркнуть ноль в конце этого числа.

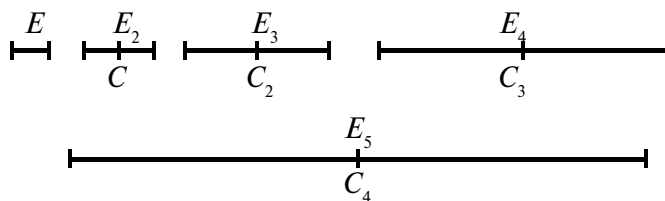


144. Это задание продолжает предыдущее. В нем еще раз, но уже в случае произвольной системы счисления рассматривается вопрос о соотношении дополнительных мерок, образованных из мерок, связанных основанием системы счисления. Сначала на базе предыдущего задания делается вывод о соотношении дополнительных мерок, образованных из E и C :

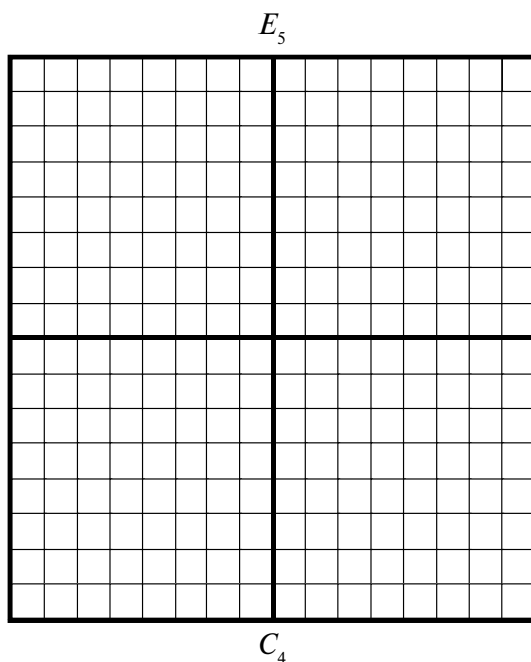
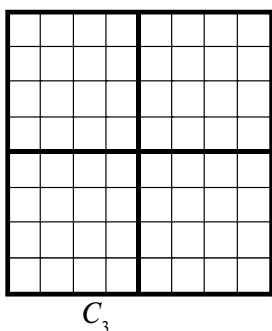
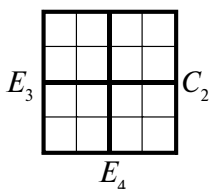
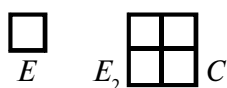
$$E \quad E_2 = C \quad E_3 = C_2 \quad E_4 = C_3 \quad E_5 = C_4 \dots$$

Затем этот вывод проверяется: выбираются различные мерки E и выполняются соответствующие построения в различных системах счисления. Например,

в двоичной:



и четверичной:



Умножение и деление на 10

(Задания 145–157)

145. В этом задании подводятся итоги проделанной работы. Устанавливается, что «сказочные» числа записаны в десятичной системе счисления. Находятся произведение и частное, делаются выводы об умножении и делении многозначных чисел на 10.

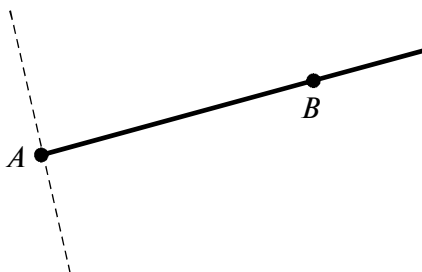
146. Задание выполняется с помощью угольника. $\angle 1$ и $\angle 3$ острые, $\angle 2$ прямой и $\angle 4$ тупой.

147–151. Учащиеся упражняются в умножении и делении чисел на 10. В ряде случаев при делении получается остаток.

152. Сначала определяется, сколько вообще углов изображено на рисунке. Это удобно сделать, выписывая для каждой точки все углы с вершиной в этой точке. С вершиной в точке K три угла: $\angle OKP$, $\angle OKT$, $\angle TKP$; с вершиной T тоже три: $\angle OTS$, $\angle OTK$, $\angle KTS$; для остальных точек имеется только по одному углу с этими вершинами: $\angle KOT$, $\angle KPS$, $\angle PST$. Среди этих девяти углов: $\angle OKT$, $\angle TKP$, $\angle OTK$ — острые; $\angle OKP$, $\angle OKT$, $\angle KTS$, $\angle PST$ — прямые; $\angle KPS$, $\angle OTS$ — тупые.

153–156. Выполняются задания на отработку вычислительных навыков.

157. Задание выполняется с помощью угольника. Со стороной AB можно построить два прямых угла.

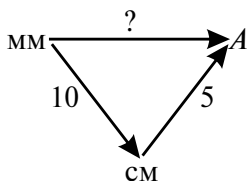


СООТНОШЕНИЕ ЕДИНИЦ ДЛИНЫ (3–4 урока)

Вводная задача

(Задания 158–164)

158. Согласно схеме нужно *вычислить* длину заданного отрезка в миллиметрах, при этом предлагается воспользоваться в качестве промежуточной мерки сантиметром. Почему в учебнике не нарисовали мерки? — Потому что эти мерки есть у каждого ученика на линейке. С помощью линейки учащиеся определяют, сколько основных мерок содержится в промежуточной (т. е. сколько миллиметров составляют 1 см). Измеряется отрезок в сантиметрах. Схема получает следующий вид:



Соответственно схеме записывается и выполняется действие умножения.

159. В схеме сообщается длина отрезка (70 мм). Мы знаем, что 1 см содержит 10 мм, поэтому можно дополнить схему (ее левую стрелку) числом 10. Нужно узнать второй множитель — сколько промежуточных мерок (сантиметров) в длине *B*. Выполняется деление. Ответ проверяется прямым измерением отрезка.

Читается таблица соотношения единиц длины. Ее нужно запомнить.

160. Учащиеся должны воспользоваться в первой части упражнения действием умножения, а во второй — деления. Имеется две «ловушки»: 1) пока мы не знаем, сколько миллиметров содержится в одном дециметре, поэтому нельзя действовать, как в предыдущих случаях; 2) неизвестно соотношение минуты и секунды. Учитель может назвать

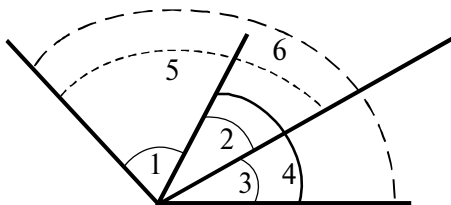
неизвестные отношения, тогда учащиеся сообщают способ вычисления, результат которого может дать калькулятор (или учитель).

161. Учащиеся должны привести пары случаев вида $12 : 2$ и $13 : 2$; $15 : 3$ и $17 : 3$.

162. Требуется самостоятельно отличить табличные случаи деления от случаев деления с остатком.

163. Отрабатываются приемы сложения и вычитания двузначных чисел.

164. На рисунке изображены шесть углов.



Преобразования единиц длины

(Задания 165–172)

165. Требуется не просто определить недостающее число, а записать способ его вычисления. Скорее всего, понадобится обратиться к линейке — заместителю числовой прямой. При поиске произведения придется записать выражение, включающее два действия: $(2 \cdot 9) + 1$ и $(3 \cdot 5) + 2$.

166. Рассматривается способ перехода от мелкой единицы измерения к крупной. В схеме должно стоять число 10, так как известно, сколько миллиметров составляют 1 см. Выполняется деление, получается остаток. Что это за остаток? — Это миллиметры. Дети записывают ответ: 6 см 5 мм — и проверяют его правильность прямым измерением отрезка.

167. Выполняя первый столбик заданий, учащиеся обнаруживают «ловушку»: в правой части равенств должно быть записано составное именованное число ($47 \text{ см} = 4 \text{ дм } 7 \text{ см}$ и т. д.).

168. При сравнении именованных чисел нужно оценивать, знаешь ли ты соотношение единиц. Задания в нижней строке оказываются пока нерешаемыми.

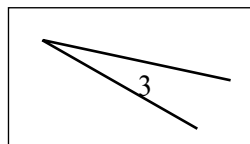
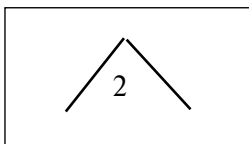
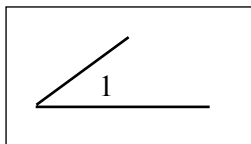
169. Значения выражений сначала сравниваются, а уже затем вычисляются.

170. Учитель спрашивает, почему предлагается составить 3 уравнения. — Потому что в равенстве имеется 3 элемента, каждый из которых может стать неизвестным, его значение будет определяться с помощью двух других элементов.

171. Повторяются приемы письменного вычитания.

172. В связи с повторением сравнения углов полезно про- вести работу по сравнению углов, вырезанных из бумаги.

Детям раздаются листы бумаги, на которых изображены углы в разных положениях и с разной длиной сторон. Углы должны не слишком различаться, чтобы их трудно было сравнить на глаз.



Учитель предлагает найти самый маленький угол, самый большой. Вспоминается, что для сравнения углов их надо совместить так, чтобы одна из сторон первого угла совпала с одной из сторон второго угла, а сам первый угол наложился на второй. Тогда тот из углов меньше, который целиком помещается в другом. Но как это сделать с углами на непрозрачной бумаге? — Можно вырезать углы (точнее, их части, поскольку углы неограниченны).

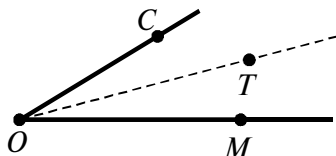
Углы вырезаются и взаимно накладываются. Еще раз обращается внимание на то, что углы можно сравнивать так же,

как и отрезки (длины), площади и другие величины. С этого момента наряду со словом «угол» начинает употребляться термин «величина угла». Так, фраза «угол 1 меньше угла 2» означает то же самое, что и фраза «величина угла 1 меньше величины угла 2». Общим соответствует запись: $\angle 1 < \angle 2$.

Примечание. Строго говоря, угол как геометрическая фигура и величина угла (угловая мера) как характеристика этой фигуры — разные понятия. Так, вертикальные углы — это различные фигуры, которые имеют одну и ту же величину. Иногда для этих понятий вводятся даже разные обозначения. В этом случае запись $\angle FKL$ используется только для обозначения геометрической фигуры, а для ее величины употребляется запись: $\widehat{FKL}$. Но сейчас мы не будем заострять внимание на этом различном употреблении слова «угол». Аналогично мы поступаем и со словом «отрезок». Мы можем сказать как «длина отрезка равна 5 см», так и «отрезок равен 5 см».

После этого открывается учебник и выполняется задание.

Если провести луч OT от точки O внутри угла MOC , то $\angle TOM$ заведомо будет меньше $\angle MOC$.



Преобразования единиц длины с целью выполнения сложения и вычитания

(Задания 173–180)

173. Учащиеся сообщают, как можно вычислить значение меньшей величины (выполнив вычитание). Но как вычесть из 6 число 7? Может быть, нужно из числа 7 вычесть число 6? Выясняется, что в данном случае числа получены при использовании разных мерок, но их можно свести к одной мерке, и тогда вычитание становится выполнимым. Делаются записи: $6 \text{ см} = 60 \text{ мм}$, $60 - 7 = 53 \text{ (мм)}$, $53 \text{ мм} = 5 \text{ см } 3 \text{ мм}$.

С помощью линейки и прямого измерения проверяется правильность полученного числа.

174. 1) Делаются записи следующего вида: $30\text{ см} - 5\text{ см} = 25\text{ см} = 2\text{ дм } 5\text{ см}$. В последнем задании надо установить соотношение метров и сантиметров.

2) В этой части упражнения следует укрупнить единицы вычитаемого:

$$15\text{ дм} - 4\text{ дм} = 11\text{ дм}.$$

175. Где-то должно получиться простое именованное число, где-то — составное.

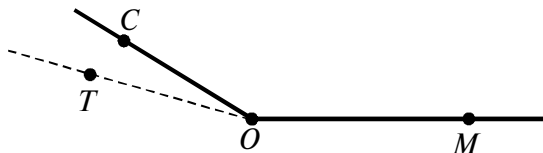
176. Делаются записи вида $4\text{ дм } 5\text{ см} = 45\text{ см}$.

177. В случаях умножения на двузначное число учащиеся, скорее всего, разобьют его на разрядные единицы. Нужно, чтобы были даны и другие варианты разложения, при выполнении которых будут воспроизведены разные случаи умножения числа 5.

178. Учащиеся упражняются в делении чисел на 10.

179. Учащиеся должны записать действие поиска числа, объяснив свой выбор через отношение целого и частей: «Неизвестно слагаемое. Слагаемое — это часть суммы. Чтобы узнать часть, нужно из целого вычесть другую часть». Как обычно, нужно делать пометки целого и частей. В одном случае часть оказывается больше целого — это «ловушка».

180. Если провести луч OT от точки O так, чтобы луч OC оказался внутри угла TOM , то $\angle TOM$ заведомо будет больше $\angle MOC$.



УМНОЖЕНИЕ ЧИСЛА НА РАЗНОСТЬ (6–8 уроков)

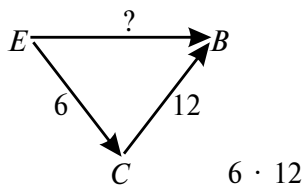
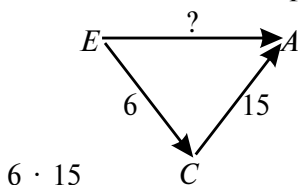
Вводная задача

(Задания 181–188)

181. Задание выполняется при закрытых учебниках.

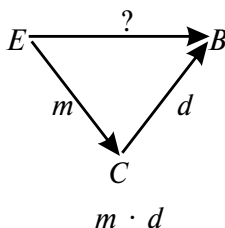
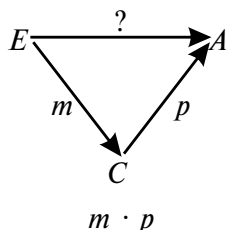
I вариант. Работа ведется в группах. Каждой из них дают два вырезанных из бумаги прямоугольника, разбитые на клетки (подобно нарисованным в учебнике). Предлагается измерить их площади меркой E (площадь одной клетки). Прямоугольники в каждой группе имеют одну и ту же ширину, во всех группах она **разная**, но меньше 10 клеток (например, 6 клеток, как в учебнике). Длины многоугольников таковы, чтобы нельзя было вычислить площади многоугольников без калькулятора, но можно было бы вычислить разность этих площадей (например, 15 и 12 клеток, как в учебнике).

Выясняется, что пересчитывать клетки, как это мы делали в первом классе, долго. Мы уже умеем действовать по-другому: использовать для измерения промежуточную мерку, а результат измерения основной меркой получить вычислением. Учитель сообщает, что пока вычислять площадь не надо, а требуется указать лишь способ вычисления. Для измерения площадей прямоугольников удобно использовать в качестве промежуточной мерки площадь одного из рядов (толщиной в одну клетку), на которые можно разбить прямоугольник. Это можно сделать разными способами. Дети пробуют измерять площади, по-разному выбирая удобные промежуточные мерки, и устанавливают, что можно измерить обе площади одной и той же промежуточной меркой (так как у прямоугольников одинаковая ширина). Этот способ измерения площадей описывается схемами, составляются соответствующие выражения для вычисления площадей. Например:

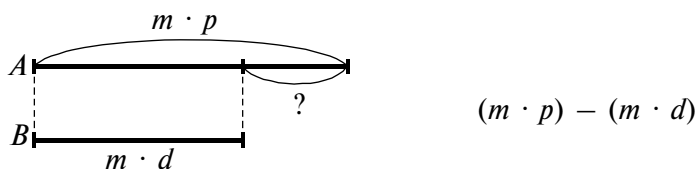


Предлагается нарисовать на доске общие для всех групп схемы и составить общие выражения.

Обсуждается, что так как у всех получились разные числа, то в общих схемах и выражениях надо использовать буквы. Отмечается, что промежуточная мерка при измерении площадей обоих прямоугольников была одинаковой, поэтому первый множитель на схемах и в выражениях должен обозначаться одной и той же буквой.

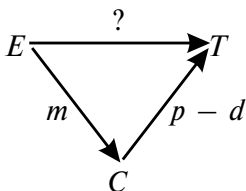


А как узнать, на сколько площадь A больше площади B ? Предлагается показать это на чертеже и составить соответствующее выражение для вычисления. Дети в тетрадях строят чертежи и составляют выражения (каждая группа свои). А затем на доске строится общий чертеж и записывается общее выражение:



А можем ли мы вычислить таким способом разность площадей без калькулятора? Нет, «числа слишком большие». Учитель предлагает найти другой способ измерения разности, который позволил бы ее вычислить. Дети в группах пытаются найти такой способ. Решение состоит в наложении меньшего прямоугольника на больший и выделении разности. Выясняется, что в самой разности промежуточная мерка уместается «маленькое» число раз. Можно было не измерять по отдельности каждую площадь промежуточной меркой, а сразу измерить

ею разность площадей. Дети описывают этот способ измерения схемой, составляют по ней выражение и находят его значение. Затем эта работа фиксируется в общем виде на доске (при этом еще раз обсуждается новый способ измерения разности). Так как дети работают с конкретными числами, то число промежуточных мерок в разности они могут найти не вычитанием, а непосредственно измерением. Однако при составлении общей схемы надо обязательно показать, как это число можно получить из других, уже известных, т. е. что нужно вычесть из числа промежуточных мерок, укладываемых в большей площади, число промежуточных мерок, укладываемых в меньшей площади.



$$m \cdot (p - d)$$

Отмечается, что мы открыли два способа измерения разности величин с помощью промежуточной мерки и поэтому оба выражения равны. Дети в тетрадях записывают свои равенства и проверяют их, вычисляя значение первого выражения с помощью калькулятора. На доске записывается равенство в общем виде (причем в общепринятом порядке: второе выражение в левой части, а первое — в правой):

$$m \cdot (p - d) = (m \cdot p) - (m \cdot d).$$

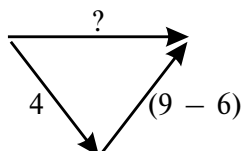
Учитель сообщает, что мы открыли правило умножения числа на разность. В учебнике прочитывается формулировка этого правила в рамке после задания 1.

II вариант. Всем детям даются одинаковые прямоугольники, например, такие, как в учебнике. В этом случае схемы, чертежи и выражения **общего** вида по ходу не составляются. В схемах, чертежах и выражениях используются полученные в результате измерения числа, одинаковые у всех. Лишь по заключении работы детям предлагается записать полученное правило в общем виде, выбрав буквы самостоятельно. После этого все обращаются к формулировке в учебнике.

182. Нужно узнать, на сколько одних фигур больше, чем других. Уточняется, что разность находится вычитанием. Но сначала нужно пересчитать фигуры каждого вида. Понятно, что при этом будем использовать промежуточную мерку — количество фигур в столбике. Для ускорения работы одна группа учеников работает с кружочками, другая — с треугольниками. Результаты счета записываются в две схемы:



Но в этих схемах нет места для поставленного в задании вопроса о разности. Строится новая схема:



Записываются два способа вычисления. Подчеркивается, что на этот раз оба способа оказываются доступными для выполнения без помощи калькулятора.

183. Второй способ вычисления записывается без опоры на схему, как это было раньше. Выполняются (с помощью калькулятора) оба способа, подтверждается равенство результатов.

184. В случае $8\text{ м} - 5\text{ дм}$ учитель «настаивает» на том, что вычитание выполнимо и в заданном виде, поэтому не нужно переписывать выражение. Учащиеся должны отказаться вычитать числа, полученные при использовании разных мерок (единиц длины).

185. Теперь преобразование единиц длины нужно произвести мысленно. Результат вычитания приписывается к заданным выражениям.

186. Главное в задании — подчеркнуть важность соблюдения заданного порядка действий.

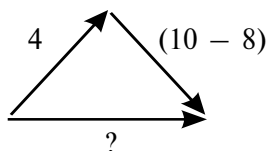
187. Учащиеся сравнивают случаи табличного деления и деления с остатком.

188. По таблице составляются не уравнения, а решения (столбиком). Объясняя выбор действия, учащиеся ссылаются на отношение целого и частей.

Выбор удобного способа вычисления. Развернутый угол

(Задания 189–197)

189. К обоим заданиям предлагается построить третью схему, в которую нужно ввести вопросительный знак и число промежуточных мерок, уместающихся в разности:



Во втором случае это не удастся, так как в работе, судя по схемам, использованы разные промежуточные мерки.

В первом случае оба способа вычисления окажутся доступными без использования калькулятора. Во втором случае есть только один способ вычисления, причем для его выполнения потребуется калькулятор.

190. Учащиеся сначала записывают два способа вычисления, потом определяют и выполняют более удобный. Неудобный способ выполняется на калькуляторе. Подчеркивается, что получен тот же результат.

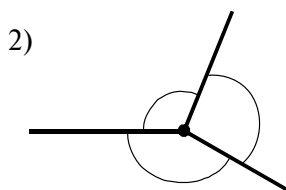
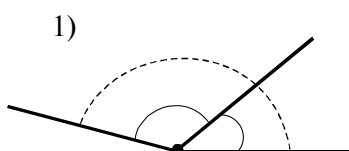
191. Записывается второй способ вычисления на основе заданного. Оценивается, какой из них выполнить проще. Последнюю разность можно вычислить только одним способом — это «ловушка».

192. Требуется оценить отношение величин с точным указанием разности.

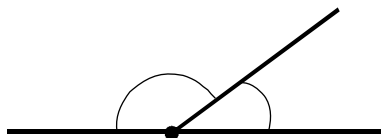
193. Сравнение значений выражений покажет, что изменение порядка действий не всегда приводит к изменению результата действий. Учащиеся попытаются как-то объяснить равенство значений двух первых выражений. Пока важно выявить сам факт независимости в некоторых случаях результата действий от их порядка.

194–196. Выполняются задания на формирование навыков вычислений.

197. Задание выполняется сначала при закрытых учебниках. Детям предлагается произвольно провести три луча с общей вершиной и определить, сколько углов образуют эти лучи. Наиболее вероятно, что в большинстве вариантов, предложенных детьми, все лучи будут располагаться на разных прямых. Во всех этих случаях лучи образуют три угла. При этом выясняется, что можно выделить два принципиально различных случая расположения углов: 1) один из углов составлен из двух других; 2) ни один из углов не составлен из двух других, а вместе они составляют всю плоскость.



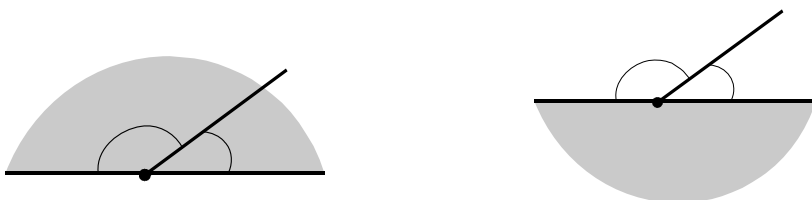
Если дети не предложат вариант расположения лучей, когда два из трех лучей с общим началом лежат на одной прямой, то это делает учитель. В этом случае не вызывает сомнения, что имеется два угла, образованные парами лучей, не лежащими на одной прямой.



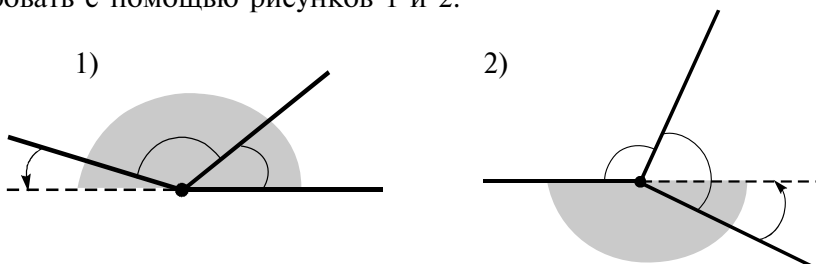
А что можно сказать про оставшуюся пару лучей, лежащих на одной прямой? Образуют ли они угол? Если да, то какой: составленный из данных углов (как в первом слу-

чае) или, наоборот, дополняющий их до всей плоскости (как во втором случае)?

Рассмотренная ситуация является открытой. Дети могут высказывать различающиеся, но одинаково правомерные точки зрения, в том числе что лучи, лежащие на одной прямой, не образуют угол. Такая точка зрения даже является наиболее соответствующей исходному способу введения понятия угла (углы — части плоскости, на которые она делится двумя пересекающимися прямыми). Однако имеются осмысленные соображения и в пользу другой точки зрения. Понимая угол как часть плоскости, заключенную между двумя лучами, имеющими общую вершину, можно рассматривать случай, когда лучи образуют прямую, как угол с «максимально возможным» разворотом сторон. Учитель сообщает, что в математике принята вторая точка зрения: *дополнительные лучи* образуют угол, который называют *развернутым*, и просит показать развернутый угол на рисунке. На самом деле на рисунке имеется два развернутых угла с данными границами: один — составленный из данных углов, другой — дополняющий их до плоскости.



Скорее всего, дети предложат только первый вариант. В любом случае необходимо обсудить оба варианта и убедиться в правомерности каждого. Это можно проиллюстрировать с помощью рисунков 1 и 2:



После этого открывается учебник и выполняется задание 197.

Использование правила умножения числа на разность для освоения таблицы умножения на 9

(Задания 198–206)

198. Рассматриваются равенства из верхнего столбика. В каждом случае выделяется то выражение, которое говорит о том, что одно и то же число умножается на два числа (например, в первом случае 7 умножается на 9 и 4), а затем из одного полученного произведения вычитается другое. Но этот же результат можно получить другим путем: умножить первое число сразу на разность двух других чисел. Так, в первом случае число 7 можно умножить на разность чисел 9 и 4. Записывается равенство: $(7 \cdot 9) - (7 \cdot 4) = 7 \cdot (9 - 4)$. Но разность чисел в скобках как раз равна числу 5. Значит, выражения $(7 \cdot 9) + (7 \cdot 4)$ и $7 \cdot 5$ равны. Таким же образом устанавливается, что во втором случае выражения не равны, а в третьем — равны. Результаты сравнения проверяются прямыми вычислениями (где нужно, используется калькулятор).

В первом равенстве из нижнего столбика многие дети могут не обратить внимания на порядок множителей и сразу заявят, что выражения равны. Однако учитель подчеркивает, что в правиле говорится об умножении числа на разность, а здесь разность умножается на число. Отмечается, что это не имеет значения, так как при умножении неважно, что на что умножать, результат будет одним и тем же. Формулируется правило умножения разности на число. Вычисляются значения обоих выражений. Обнаруживается, что они действительно равны. Оценка второго равенства происходит так же, как при рассмотрении равенств из левого столбика. В последнем (буквенном) равенстве нет возможности произвести проверку вычислением и верность равенства должна быть оценена на основе его соответствия правилу.

199. Все рассуждения и преобразования выполняются мысленно, записывается только конечный результат вычислений.

200. Важно выяснить, почему предлагается представить второй множитель разностью числа 10 и другого числа — потому что умножать на 10 легко.

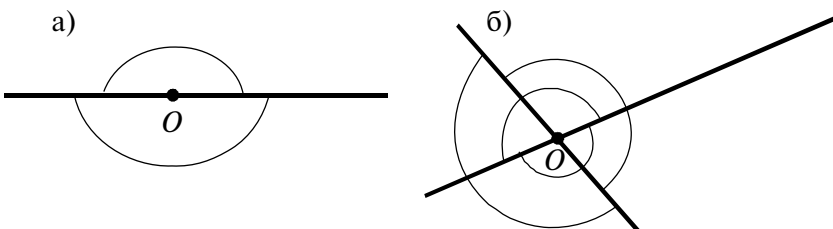
201. Наиболее известные случаи записываются по памяти. В других — учащиеся устно сообщают способ вычисления через использование произведения $a \cdot 10$.

202. В образце $(70 - 7)$ записан конечный этап вычисления произведения $7 \cdot (10 - 1)$. Устно восстанавливается вся цепочка рассуждений. В остальных случаях ответ находится по сокращенной схеме или, если есть необходимость, развернуто. По окончании работы проводится устная проба: какие случаи таблицы умножения на 9 уже запомнились.

203. Учащиеся оценивают свое умение выполнять сложение и вычитание двузначных чисел.

204*. При выполнении письменных вычислений нужно помнить о заданной системе счисления.

205. В случае а) два развернутых угла, в случае б) — четыре.



В заключение обсуждается, как обозначаются развернутые углы. Для них принят тот же способ обозначения, что и для других углов. Но поскольку дополнительные лучи образуют сразу два развернутых угла, то одно и то же обозначение относится к любому из них.

206. Наиболее «естественным» является такое уравнение: $x + 25 + 15 = 63$. Но в принципе может быть составлено много разных уравнений. Например, такое:

$$x + 25 = 63 - 15.$$

В любом случае надо выявить два возможных способа решения задачи:

$$63 - 25 - 15 \quad \text{и} \quad 63 - (25 + 15).$$

Умножение числа 9, деление на 9

(Задания 207–213)

207. Предлагается произвести вычисление, умножая число на разность. В первом случае делается подробная запись спо-

соба действия: $12 \cdot 6 = (12 \cdot 7) - (12 \cdot 1) = 84 - 12$. Во втором и третьем случаях можно записать сразу конечную часть способа: $13 \cdot 5 = 78 - 13$.

208. Выстраивается таблица умножения числа 9. Требуется опираться на предыдущий результат при вычислении следующего. Учащиеся устно выполняют вычитание одной девятки из предыдущего произведения.

209. Оценивается трудность — легкость разных случаев умножения на 9. Учащиеся должны выделить для себя «то, в чем нужно потренироваться».

210. Напоминается о связи умножения и деления.

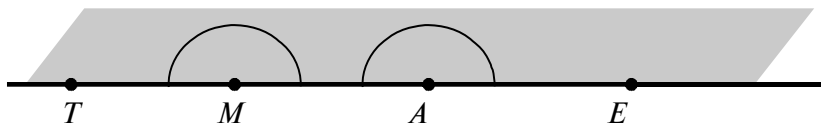
211. Выполнение вычитания в первом примере столбика не вызовет затруднений и поможет справиться со вторым примером.

212. Выясняется, что заданные равенства тоже являются уравнениями — просто вместо x использованы другие буквы, но в обоих случаях по двум числам нужно найти третье.

Оказывается, что нужно выполнить три действия. А затем составляется выражение, включающее все три действия.

213. В случае а) всего 6 развернутых углов (каждая пара дополнительных лучей образует два угла). В случае б) 4 развернутых угла (каждая из выделенных точек является общим началом для пары дополнительных лучей и, следовательно, вершиной двух развернутых углов).

Примечание. Обращаем внимание на отличие развернутого угла от совпадающей с ним полуплоскости. Это отличие проявляется в наличии у угла вершины и сторон. Таким образом, например, одна и та же верхняя полуплоскость на рисунке может выступать и как угол TMA , и как угол MAE (и как еще многие другие), в зависимости от того, где на границе полуплоскости будет выбрана точка, являющаяся вершиной развернутого угла.



Умножение числа на сумму и на разность (подведение итогов)

(Задания 214–220)

214. Напоминается предметная ситуация применения распределительного свойства умножения относительно сложения и вычитания. Анализируя заданные схемы, учащиеся сообщают, что промежуточная мерка K содержит 9 основных мерок E . Сразу понятно, что воды больше в первом сосуде. Составляются два выражения, позволяющие вычислить двумя способами ответ на первый вопрос. Отмечается, что в обоих случаях без калькулятора пока обойтись трудно (хотя и можно). Записываются два способа поиска разности объемов, один из которых значительно проще другого. Вычисления на калькуляторе подтверждают равенство значений выражений.

215. Воспроизведенные в предыдущем задании правила используются для выбора способа вычисления. Особо рассматривается произведение $9 \cdot 13$: как здесь применить известные правила? Выясняется, что можно число 9 представить в виде разности ($10 - 1$), а можно число 13 представить в виде суммы ($10 + 3$). Учащиеся оценивают, какой из двух способов действия им представляется более легким.

216–218. Осваиваются случаи деления на 9.

219. Учащиеся должны определить, что число может быть найдено тремя действиями.

220. Заданная прямая является границей для бесконечного множества развернутых углов (см. примечание к заданию 213).

ЦЕЛОЕ, СОСТОЯЩЕЕ ИЗ РАВНЫХ ЧАСТЕЙ **(7–9 уроков)**

При изучении материала учащиеся осваивают еще один смысл умножения и деления. Если раньше он связывался с ситуацией измерения с помощью промежуточной мерки, то теперь рассматриваются случаи целого, состоящего из равных частей. Работая с моделями отношения, учащиеся устанавливают, что такого рода часть может быть оценена как промежуточная мерка, а поэтому в этих обстоятельствах можно использовать действия умножения и деления.

Моделирование целого, состоящего из равных частей. Таблица умножения числа 6

(Задания 221–225)

221. Обсуждается, что первые две схемы рассказывают про целое, состоящее из четырех частей, причем в первом случае все части равны. Строятся чертежи к обеим схемам. Соотношение неравных частей целого H определяется произвольно.

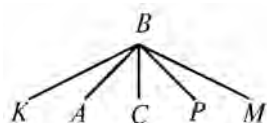
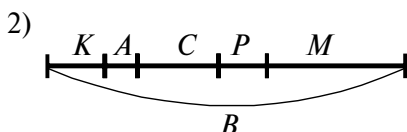
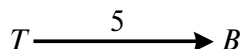
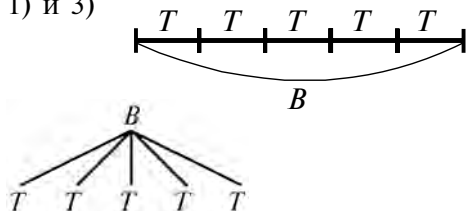
Выясняется, что третья схема рассказывает об измерении величины C меркой M . Выполняется чертеж. Обнаруживается большая схожесть первого и третьего чертежей. Нельзя ли первой схеме придать такую же форму, какая имеется у третьей? Предложения детей и построения подытоживаются следующим образом. Когда целое состоит из равных частей, то одна из таких равных частей может рассматриваться как мерка, которой измеряется целое. Причем число мерок, укладывающихся в целом, равно числу этих частей.

222. При выполнении заданий 1–3 еще раз отмечается, что в случае целого, состоящего из равных частей, можно рассматривать часть как мерку, которой измеряется целое.

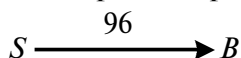
Таким образом, стрелочная схема вида $E \xrightarrow{m} A$ может рассказывать как о величине A , измеряемой меркой E , так и о целом, состоящем из m равных частей E . Поэтому

в случаях 1 и 3 схемы и чертежи одинаковы. В случае 2 нельзя построить стрелочную схему.

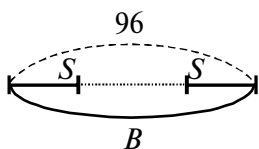
1) и 3)



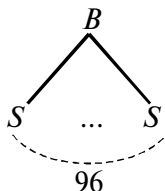
В случае 4 легко построить стрелочную схему, например:



А как изобразить 96 частей на других схеме и чертеже? Учитель предлагает изобразить на чертеже только первую и последнюю части, между ними поставить многоточие, а число равных частей записать над пунктирной дугой:

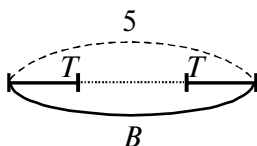


Аналогично строится и схема целого и частей:

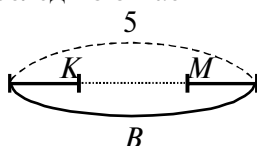


Однако в дальнейшем нет необходимости использовать такую схему для целого, состоящего из большого числа частей, так как достаточно стрелочной схемы.

Предлагается построить новым способом чертежи и для случаев 1–3. Дети строят такой чертеж для целого, состоящего из равных частей (случаи 1 и 3):



Учитель предлагает свой вариант чертежа и для случая 2, отмечая первую и последнюю части и количество частей:



Однако с этим нельзя согласиться. Раньше все части были равными и их можно было не показывать (пропущенные части такие же), а теперь все части разные и их все надо показать на чертеже. Значит, новый чертеж годится только для изображения целого, состоящего из **равных** частей. В нем можно даже не указывать и последнюю часть, все равно понятно, о каких частях идет речь:



223. Рассматриваются чертеж и схема, выясняется, что они показывают одно и то же и их можно прочесть двумя способами:

- 1) Целое A состоит из m равных частей C (или целое A разбито на m равных частей C).
- 2) Мерка C укладывается в величине A m раз.

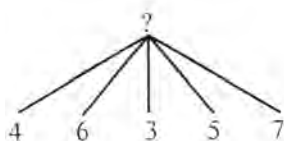
224. Ставится задача освоить таблицу умножения числа 6. Выясняется, что неизученными остаются только три случая. Они вычисляются разными способами. Записывать при этом можно сумму устно найденных произведений: $6 \cdot 6 = 30 + 6 = 36$, $6 \cdot 6 = 18 + 18 = 36$ и т. д.

225. Рассматривается таблица умножения, в которую уже занесены все полученные детьми на данный момент произведения однозначных чисел. Последние (вычисленные в задании 224) выделены цветом. Выясняется, как таблица устроена, как находить по ней произведения и частные.

Поиск целого, состоящего из равных частей

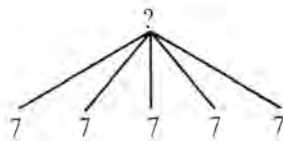
(Задания 226–233)

226. Выясняется, что площади обоих многоугольников разбиты на 5 частей. В каждом случае части измеряются меркой E , заполняются схемы, составляются выражения для вычисления площадей A и C и находятся их значения.



$$4 + 6 + 3 + 5 + 7 = 25$$

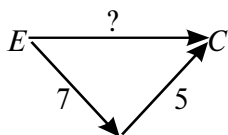
$$A = 25E$$



$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$$

$$C = 35E$$

Этот способ вычисления целого не зависит от того, равны части или нет. Но в случае, когда части равны, есть другой способ вычисления площади. Тогда одна из равных частей может рассматриваться как промежуточная мерка. Заполняется соответствующая схема, по ней составляется новое выражение для вычисления площади и находится его значение.



$$7 \cdot 5 = 35 \quad C = 35E$$

Таким образом, значение целого, состоящего из равных частей, можно вычислить двумя способами:

- 1) сложить значения всех частей;
- 2) значение одной из равных частей умножить на число частей.

Теперь схему умножения можно прочитать и так:

«Произведение показывает значение целого, составленного из равных частей, первый множитель показывает значение одной такой части, а второй множитель — число этих частей».

Делается вывод: чтобы найти целое, состоящее из равных частей, можно часть умножить на число частей.

227. Стрелочная схема показывает, что измерять длину ломаной линии надо в сантиметрах. Производятся измерения звеньев ломаной, составляются схемы, по каждой схеме составляется выражение для вычисления длины и находится его значение. Во втором случае стрелочную схему построить нельзя, так как части не равны. Второго способа вычисления длины здесь нет.

228. Требуется перевести один вид схемы в другой. Строя стрелочную схему, учащиеся должны правильно вписать в нее единицу измерения (основную мерку) и разместить в ней другие два числа. Схема 2 не может быть переведена в другую форму, и вычисления в этом случае могут быть выполнены только одним способом. В задании 3 нужно понять, сколько лучей требуется нарисовать в схеме, а для этого необходимо уточнить, какое число в стрелочной схеме обозначает число частей, а какое — значение части.

229. Каждое выражение переписывается в другом виде. При переходе от умножения к сложению важно учитывать, какое число является значением части, а какое указывает на число равных частей.

230–232. В заданиях отрабатываются табличные случаи умножения числа 6.

233. Повторяются приемы письменного сложения.

Замещение одних моделей другими

(Задания 234–240)

234. Учащиеся выясняют, что такое периметр фигуры, показывают его жестом. Чтобы вычислить периметр, нужно измерить стороны. Они в каждой фигуре равны.

Периметры вычисляются как умножением, так и сложением.

235. Повторяется таблица умножения на 6.

236. Составляются другие выражения для вычисления целого, которое находится двумя способами.

237. Требуется по чертежу построить схему. В задании 1 таких схем можно построить две и соответственно им выполнить вычисления двумя способами. В задании 2 можно построить только одну схему для целого, состоящего из неравных частей, и выполнить только один способ вычисления. В задании 3 можно построить стрелочную схему и выполнить соответствующее вычисление. Можно, конечно, построить и другую схему, как в задании 2, но выполнять по ней сложение нерационально. Таким образом, при большом числе частей такие схемы использовать нецелесообразно.

238. Удобный способ вычисления только проговаривается. Записывается лишь результат вычислений.

239. Сравниваются случаи деления на 5 и 6.

240. Построив чертеж, учащиеся должны выявить два способа решения: $75 - 27 - 18$ и $75 - (27 + 18)$. Могут быть предложены варианты этих способов, использующие перестановку частей целого: $75 - 18 - 27$ и $75 - (18 + 27)$. Следует оценить эти варианты как возможные, но «не слишком отличные от первых», в то время как внутри пары решения различаются существенно — выбором действий.

Построение моделей к текстовым задачам.

Смежные углы. Вертикальные углы

(Задания 241–246)

241. При составлении текста первой задачи принимается такой его вариант, в котором используется оборот «в каждой по...». Учитель подчеркивает, что такой речевой оборот указывает на то, что массы коробок равны, так что об этом не нужно специально говорить. Во втором случае использо-

вание такого оборота невозможно и стрелочная схема не может быть построена.

242. После чтения задачи 1 учащиеся должны высказать предположение о форме чертежа (будут ли в нем равные отрезки) и указать, какие именно слова текста помогают это понять («каждый по...»). После построения чертежа можно нарисовать обе схемы (но стрелочную обязательно), которые описывают два способа решения. При заполнении стрелочной схемы важно правильно вписать единицу измерения и определить место каждого числа. В задаче 2 возможными окажутся только одна схема и одно решение. В задаче 3 надо строить только стрелочную схему и решать задачу с помощью умножения. Другая схема не нужна, поскольку соответствующее ей решение нерационально.

243. Осваиваются случаи деления на 6.

244. Сравниваются случаи деления на 4, 5, 6.

245. При выполнении упражнения учащимся напоминает, что: 1) число может быть представлено выражением, которое выделяется скобками; 2) выполнять вычисления нужно начиная с определения значения выражения в скобках.

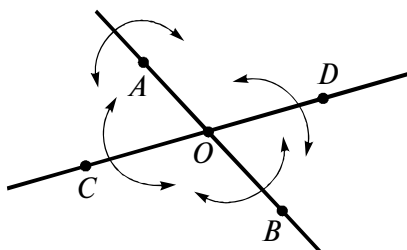
246. Цель задания — введение понятий смежных и вертикальных углов.

а) В задании надо обратить внимание на то, что речь идет о разбиении плоскости на части, а не обо всех возможных углах, которые образуются при пересечении заданных прямых. Поэтому выделяются 4 угла: $\angle AOD$, $\angle DOB$, $\angle BOC$, $\angle COA$.

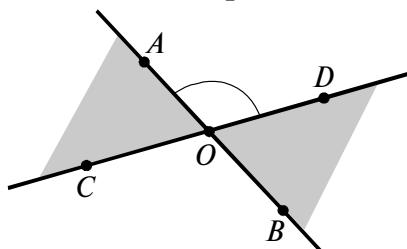
б) Сначала дети находят одну какую-нибудь пару углов, составляющих развернутый угол. Оказывается, что независимо от того, какую пару выбрали дети, углы имеют одну общую сторону, а другие их стороны являются дополнительными лучами. Учитель сообщает, что такие углы называются **смежными**.

После этого выписываются все пары смежных углов:

$\angle AOD$ и $\angle DOB$; $\angle DOB$ и $\angle BOC$; $\angle BOC$ и $\angle COA$; $\angle COA$ и $\angle AOD$.



в) Дети устанавливают, что существует два угла, каждый из которых дополняет $\angle AOD$ до развернутого. Это углы $\angle DOB$ и $\angle COA$. Выясняется, что у таких углов стороны взаимно дополняют друг друга до прямой. Учитель сообщает, что такие углы называются *вертикальными*.



После этого учащиеся должны выписать остальные пары вертикальных углов (такая пара оказывается одна):
 $\angle AOD$ и $\angle BOC$.

Примечание. Для развернутых углов отношения смежности и вертикальности рассматриваться не будут.

Вычисление значения целого, состоящего из нескольких равных частей и одной отличной от них части ($a \cdot 5 + e$)

(Задания 247–253)

247. Первая фигура легко разбивается на четыре равные части (восьмиугольники). Поэтому, измерив площадь одной такой части, можно найти площадь всей фигуры, причем двумя способами:

$$7 + 7 + 7 + 7 = 28,$$

$$7 \cdot 4 = 28.$$

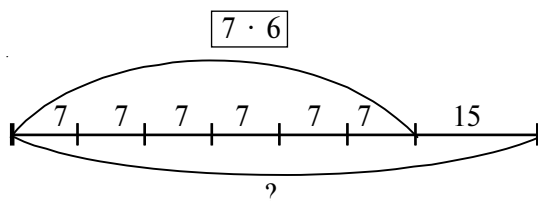
Вторая фигура получается из первой добавлением еще одного куска. Поэтому ее площадь состоит из четырех равных частей по $7E$ и еще одной части $2E$. При составлении выражения для вычисления площади второй фигуры можно воспользоваться уже имеющимися выражениями и полученным результатом:

$$\underbrace{7 + 7 + 7 + 7}_{28} + 2 = 30, \quad \underbrace{(7 \cdot 4)}_{28} + 2 = 30.$$

Обсуждается способ вычисления площади, описанный вторым выражением: сначала с помощью умножения находится часть площади, которая состоит из четырех равных кусков, а затем к ней добавляется оставшаяся отличная от них часть.

248. В задании 1 чертеж показывает, что нужно найти целое, состоящее из 6 равных частей. Складывать 6 раз по 7 не очень удобно, лучше выполнить одно действие умножения: умножить одну часть на число частей: $7 \cdot 6 = 42$.

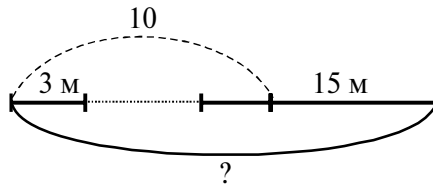
В задании 2 целое тоже состоит из 6 таких же частей, как в предыдущем случае, и еще одной, но уже другой части. Умножение здесь выполнить нельзя, но можно соединить все равные части в одну большую часть, которую можно найти умножением (ее мы уже нашли), и добавить к ней оставшуюся часть.



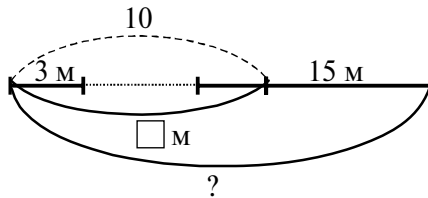
$$\underbrace{(7 \cdot 6)}_{42} + 15 = 57$$

Задания 3 и 4 выполняются аналогично. При этом напоминает смысл пунктирной дуги и многоточия, используемых при построении чертежа с большим числом равных частей.

249. После чтения задачи выясняется, что в ней речь идет о равных частях и еще одной другой части. Сразу ответить на вопрос задачи трудно, поэтому строится чертеж, на котором отмечаются равные части, их количество и еще одна добавленная часть.



А как найти всю величину? Надо сначала найти ее часть, которая составлена из равных величин (эта часть выделяется на чертеже сплошной дугой и отмечается окошечком), а затем добавить к ней оставшуюся часть.

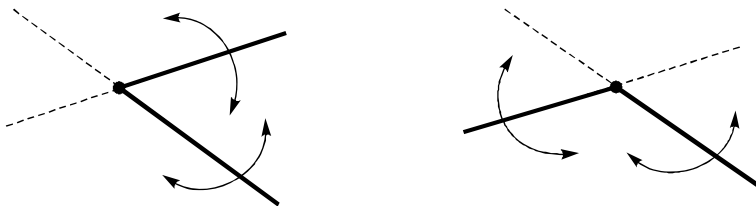


Теперь можно составить выражение для вычисления значения целого:

$$\underbrace{(3 \cdot 10)}_{30} + 15 = 45.$$

250–252. Отрабатываются навыки вычислений.

253. Построить угол, смежный заданному углу, можно двумя способами — продолжая любую из сторон заданного угла.

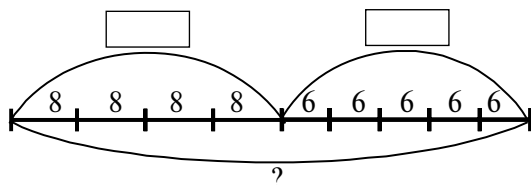


Целое вида $(a \cdot 3) + (b \cdot 4)$.

Умножение числа 7

(Задания 254–261)

254. 1. Выясняется, что надо найти целое, которое состоит из разных частей. Поэтому целое нельзя найти умножением. Значит, придется складывать 9 частей? Но может быть, можно как-то уменьшить число действий, все же используя умножение? Оказывается, можно. Для этого следует всю величину разбить на две такие части, которые сами состоят из равных частей. Это показывается на чертеже.



Каждая из двух частей может быть найдена умножением, а все целое — сложением этих частей:

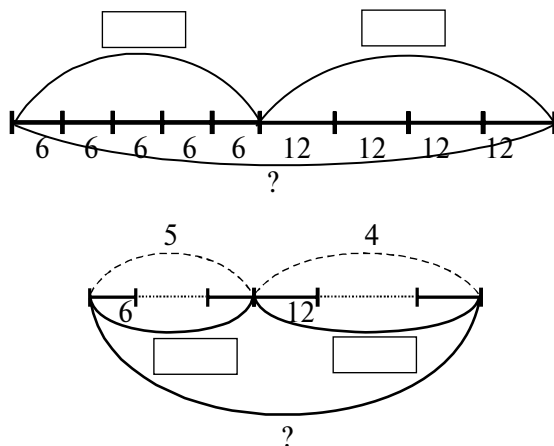
$$\underbrace{(8 \cdot 4)}_{32} + \underbrace{(6 \cdot 5)}_{30} = 62.$$

Задание 2 выполняется аналогично.

255. В случаях 1) и 2) в узоре можно выделить одинаковые группы звездочек. Поэтому достаточно подсчитать количество звездочек в одной такой группе и число групп, а затем перемножить эти числа: 1) $10 \cdot 5 = 50$, 2) $4 \cdot 8 = 32$.

В случае 3) узор составлен из двух частей, которые повторяют узоры из предыдущих заданий: $(10 \cdot 5) + (4 \cdot 8) = 82$.

256. При чтении задачи выясняется, что в ней речь идет о двух частях, которые сами составлены из равных частей. После этого строится чертеж, причем его можно строить в обобщенном виде или показывать все части. В чертеж вписывается вопросительный знак и отмечаются окошками вспомогательные неизвестные.



Теперь можно составить выражение для вычисления целого:

$$\underbrace{(6 \cdot 5)}_{30} + \underbrace{(12 \cdot 4)}_{48} = 78.$$

Таким же образом решается вторая задача.

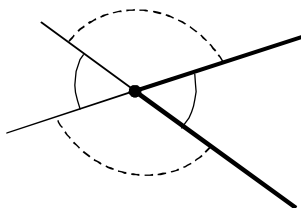
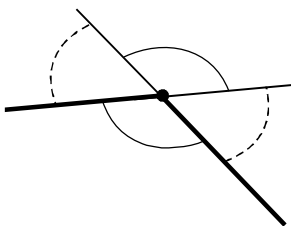
257–258. Выводятся и осваиваются новые случаи умножения числа 7.

259. Сначала учащиеся оценивают трудность уравнения, затем высказывают свои предположения о способе его решения. Чертеж позволяет проверить суждения.

260. После составления выражения с двумя действиями учащимся предлагается выделить в нем число b , число e . Вычисляются и подписываются значения e :

$$\underbrace{2}_b \cdot \underbrace{(36 - 28)}_{e = 7} = \underline{\quad}.$$

261. Любой угол имеет только один вертикальный с ним угол, который получается при продолжении его сторон. В результате построения получаются две пересекающиеся прямые, которые образуют еще одну пару вертикальных углов, являющихся смежными с исходным углом.



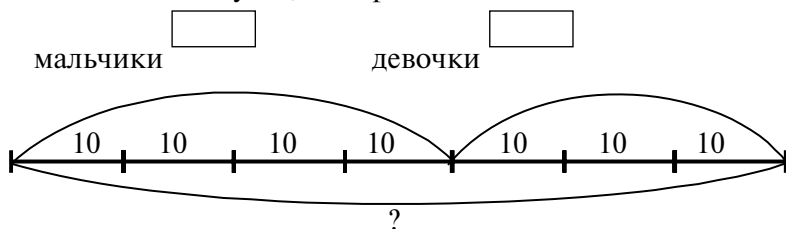
Вычисление значения целого при использовании правила умножения числа на сумму

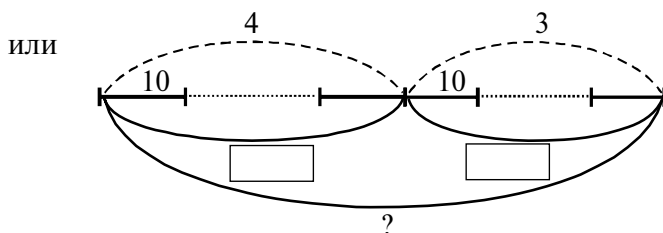
(Задания 262–269)

262. Обнаруживается наличие равных сторон в фигуре, значит можно использовать умножение. Измерение производится в миллиметрах, делается запись: $(15 \cdot 4) + (20 \cdot 3)$. Вычисления можно произвести с помощью калькулятора.

263. В одном способе вычисления периметра прямоугольника используется только действие сложения, в другом — умножение и сложение. Формулу умножения можно построить на основе анализа уже записанной формулы сложения. Полезно показать на изображении прямоугольника равные части.

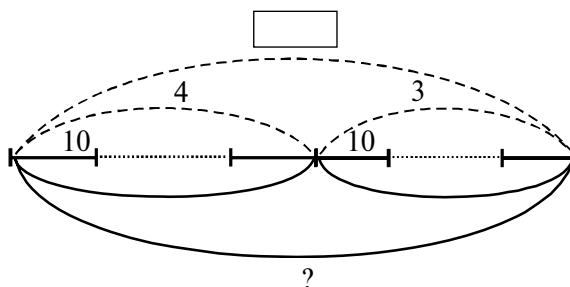
264. В результате построения чертежа выясняется возможность использования действия умножения. С помощью чертежа определяются два способа вычисления и записываются соответствующие выражения:





$$(10 \cdot 4) + (10 \cdot 3) \quad \text{или} \quad 10 \cdot (4 + 3)$$

Первый способ получается, если сначала по отдельности посчитать мальчиков и девочек (заполняя окошки), а затем всех детей. Второй — если посчитать общее число команд, а затем все количество участников соревнований. На обобщенном чертеже этот способ вычислений можно увидеть, если показать дугой общее число частей.



265–267. Осваивается таблица умножения числа 7.

268. Большая часть выражений будет содержать две пары скобок. Можно попробовать вычислять их значения в разном порядке. Окажется, что это не влияет на результат вычислений, однако предлагается все же в таких случаях действовать слева направо, «чтобы не запутаться и ничего не пропустить». В сложном выражении выделяются дугой и подписываются числа b и c .

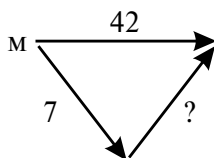
269. Учащиеся тренируются в письменных вычислениях.

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА РАВНЫХ ЧАСТЕЙ В ЦЕЛОМ И ЗНАЧЕНИЯ РАВНЫХ ЧАСТЕЙ (8–10 уроков)

Вычисление количества равных частей в целом. Вводная задача

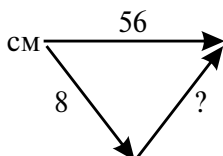
(Задания 270–282)

270. Требуется по чертежу построить схему. В задании 1 целое состоит из большого количества равных частей (10), поэтому целесообразно строить только стрелочную схему. При ее построении обращается внимание на то, какая единица измерения задана, что показывают первый и второй множители и произведение. В задании 2 чертеж также рассказывает о целом, разбитом на равные части. Но само целое (произведение) и часть (первый множитель) известны, а неизвестным является количество частей, т. е. второй множитель. Это фиксируется в стрелочной схеме. (Другую схему здесь трудно построить, поскольку неизвестно число частей — его как раз и нужно найти.) В результате получается схема:



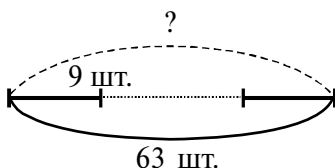
Таким образом, число равных частей находится делением: надо значение целого разделить на значение части.

271. Для того чтобы построить ломаную линию, надо узнать, из скольких звеньев она состоит. Сразу ответить на этот вопрос трудно. Поэтому составляется схема. Длина ломаной линии является целым, состоящим из длин ее звеньев, т. е. целым, состоящим из равных частей. Единицей измерения является сантиметр, известны значения целого и части. Поэтому схема будет иметь следующий вид:



Она показывает, что неизвестное число (число равных частей) находится делением: $56 : 8 = 7$. Таким образом, ломаная линия должна состоять из 7 звеньев. Теперь ее можно построить (в обычных тетрадах).

272. Выясняется, что в задаче речь идет о разбиении целого на равные части, причем число таких частей неизвестно (его как раз надо найти). Поэтому число частей надо показать пунктирной дугой.

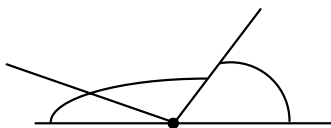


273–275. Осваиваются конкретные случаи деления на 7.

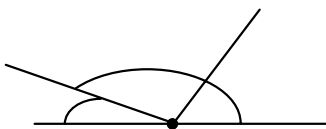
276. Учащиеся должны догадаться выполнить три действия для решения задачи. Действия могут быть записаны отдельно или одним выражением.

277. В случае 1) смежных углов нет. В случае 2) две пары смежных углов.

1)

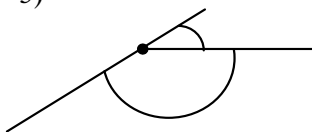


2)

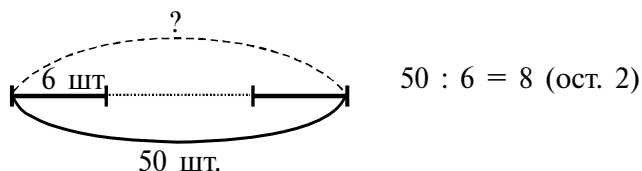


В случае 3) одна пара.

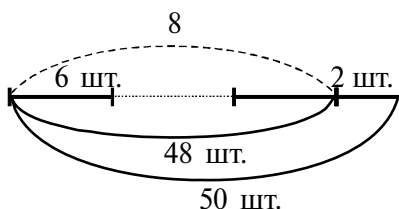
3)



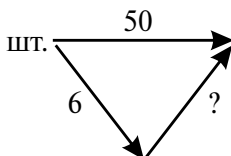
278. На первый взгляд задача 1) — обычная задача на нахождение количества равных частей по целому и части. Однако при делении получится остаток: $50 : 6 = 8$ (ост. 2). Таким образом, все целое не может быть разбито на такие части, однако это не мешает дать правильный ответ к задаче: пуговиц хватит на 8 платьев. Если строить чертеж к условию задачи, то он позволит решить задачу, хотя будет неправильно отражать всю ситуацию:



Чтобы правильно отразить ситуацию, которая проясняется при решении, чертеж должен быть исправлен:



Для стрелочной схемы такой проблемы не будет, поскольку мы используем схему умножения-деления и в случае деления с остатком:



279–281. Осваиваются конкретные случаи деления. Повторяются приемы письменных вычислений.

282. Требуется построить ломаную, учитывая заданные условием длины ее звеньев. Записывая решение, учащиеся должны сначала отразить момент перехода от одной единицы к другой ($7 \text{ см} = 70 \text{ мм}$), затем указать арифметические

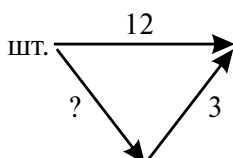
действия: $70 + (70 - 9) = 131$ (мм) — и, наконец, укрупнить полученные единицы: $131 \text{ мм} = 13 \text{ см } 1 \text{ мм}$.

Деление на равные части.

Вводная задача. Таблица умножения числа 8

(Задания 283–289)

283. При выполнении этого задания учебники сначала закрыты. Учитель рассказывает задачу: «Мальчику Коле надо разложить 12 пирожков на 3 тарелки поровну. Сколько пирожков он должен положить на каждую тарелку?» Предлагается описать эту задачу схемой. Дети сначала строят схему в тетрадях, а затем она выносится на доску:

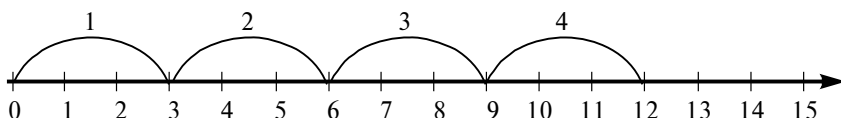


Обсуждается, что целое 12 разделено на 3 равные части и надо найти такую часть. Или иначе: известны произведение и второй множитель, а надо найти первый множитель. Как это можно сделать? Хотя действие деления вводилось как укладывание промежуточной мерки в измеряемой величине (деление по содержанию), т. е. в связи с поиском второго множителя, однако частое использование переместительного свойства умножения подтолкнет многих детей к переносу действия деления и на поиск первого множителя.

Выполняется деление: $12 : 3 = 4$. Действительно, легко увидеть, что если взять 3 раза по 4, то получится 12. Таким образом, задача решена с помощью вычислений. А как она может быть решена, если бы мы не знали таблицы умножения? Как разложить предметы (выкладываются 12 пуговиц) на 3 равные кучки? Работа может вестись в группах. Если дети сами выходят на способ последовательного раскладывания предметов по одному

в каждую кучку, то открывается учебник и дети сравнивают предложенный ими способ со способом Коли. Если нет, то все равно открывается учебник и они выясняют, в чем состоит способ Коли.

После этого открытый способ показывается на числовой прямой.



Из совокупности предметов каждый раз берутся три предмета, которые раскладываются по одному в каждую кучку до тех пор, пока не исчерпается вся совокупность. На числовой прямой число 12 разделили на 3.

Таким образом, чтобы найти одну из равных частей, из которых состоит целое, надо целое разделить на число этих частей.

Иначе, чтобы найти первый множитель, надо произведение разделить на второй множитель.

284. Для того чтобы построить ломаную линию, надо узнать длину одного из ее трех равных звеньев, т. е. надо найти одну из равных частей, если известно целое и число таких частей. Эта задача описывается схемой. Находится неизвестное число, строится ломаная линия.

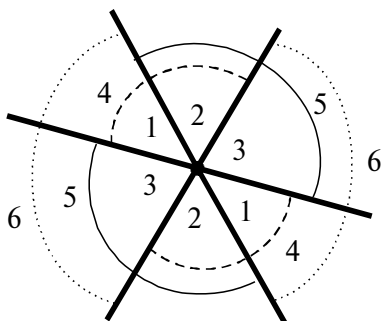
285. Это задание аналогично предыдущему. Для решения задачи, возможно, придется начертить сначала условный квадрат (со сторонами произвольной длины). С помощью изображения подчеркивается равенство сторон (частей). Производится вычисление, строится требуемый задачей квадрат.

286–287. Выделяются и осваиваются новые случаи умножения числа 8.

288. Учащиеся высказывают соображения о том, как влияет на значение выражения снятие скобок. Затем производятся реальные вычисления. Полученные числа записываются отдельной строкой.

289. В случаях 1) и 3) вертикальных углов нет.

В случае 2) имеется 6 пар вертикальных углов (на рисунке все пары вертикальных углов пронумерованы).



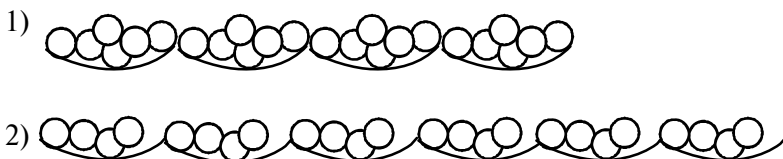
Сопоставление трех видов задач с целым, состоящим из равных частей

(Задания 290–297)

290. В случае 4) стрелочную схему построить нельзя, так как искомая часть не равна двум другим. Здесь надо построить схему частей и целого.



После записи решения каждой задачи полезно предложить учащимся сделать условный рисунок, на котором должно быть изображено нужное число ваз с соответствующим числом яблок. При этом окажется, что в первых двух задачах получается равное общее количество яблок, но разложены они на тарелки по-разному:



291. Если раньше учащиеся записывали, опираясь на схему, одно действие умножения и одно — деления, то теперь деление будет записано дважды.

292. После обсуждения предположений о способе решения задачи строится чертеж, который делает наглядным вопрос задачи: требуется узнать количество равных частей. Это можно сделать, разделив произведение на множитель — значение равной части.

293–295. Осваиваются конкретные случаи табличного умножения и деления.

296. Нужно не просто построить ломаную, но и записать все необходимые для этого вычисления.

297. Используя выражения, заданные таблицей, учащиеся должны не забывать заключать их в скобки.

Дифференциация задач, решаемых умножением и делением

(Задания 298–303)

298. Решая задачи, дети учатся различать ситуации, в которых нужно использовать умножение или деление. Подсказкой (и доказательством понимания ситуации) служит чертеж, который полезно дополнить треугольной схемой.

299–300. Отрабатываются случаи деления на 8.

301. Выполняются письменные вычисления.

302. Оценивается значение скобок в выражениях.

303. а) Учащиеся устанавливают, что звенья ломаной равны. Одно звено состоит из трех клеток, его длина равна $5 \cdot 3 = 15$ (мм). Всего звеньев 10. Поэтому длина ломаной равна $15 \cdot 10 = 150$ (мм).

б) Здесь возможны разные способы вычисления длины ломаной. Во-первых, можно по отдельности вычислить общую длину всех длинных звеньев (они равны между собой) и всех коротких звеньев (они также равны), а затем узнать длину ломаной. Длина длинного звена равна $5 \cdot 5 = 25$ (мм), а короткого $5 \cdot 2 = 10$ (мм). Поэтому длина ломаной равна $(25 \cdot 3) + (10 \cdot 3) = 105$ (мм) (при вычислении, где это необходимо, можно использовать калькулятор).

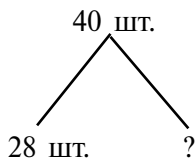
Во-вторых, можно разбить ломаную на 3 равные части, каждая из которых состоит из одного длинного и одного короткого звена. В этом случае выражение для вычисления длины ломаной линии будет выглядеть так: $(25 + 10) \cdot 3$.

Сопоставление ситуаций, в которых целое состоит из равных и неравных частей

(Задания 304–309)

304. В схему нужно вписать единицу измерения (шт.). Выясняется, что в двух первых задачах нет равных частей. Текст первой задачи все же провоцирует учащихся на использование деления. Нужно подчеркнуть, что для этого следует уточнить формулировку текста, например ввести фразу «в каждой сумке поровну».

Во второй задаче содержится лишнее данное: указание о четырех пачках не имеет значения для решения задачи. Существенным является другое разделение журналов на части: проданные утром и оставшиеся.



Если при составлении схем у учащихся будут появляться трудности, следует предложить им построить к сюжету чертеж.

305–307. Задания связаны с формированием вычислительных умений.

308. Обязательно записывается ход вычислений.

309. В записях выражений выделяются (с помощью дуг) числа b и c , которые затем переписываются в таблицу. Вычисляются значения выражений. Сравниваются первые два выражения, подчеркивается важность соблюдения принятого порядка действий.

Обобщение способов поиска значения целого, части, количества равных частей

(Задания 310–315)

310. Подводятся итоги рассмотрения трех видов задач в ситуациях целого, состоящего из равных частей.

311. Даны равносторонние фигуры. Чтобы выполнить задание, нужно измерить длину стороны фигуры, вычислить ее периметр и затем разделить число на 4.

312. Как подбирать числа для равенств? Выясняется, что нужно составить пример умножения числа 7 и на его основе построить примеры деления.

313. Должны быть записаны результаты умножения числа 9. Обязательно нужно обсудить первое число в ряду. Это 9. Учащиеся должны составить равенства: $9 \cdot 1 = 9$ и $9 : 1 = 9$, $9 : 9 = 1$. После записи ряда чисел учитель указывает одно из них и просит воспроизвести все равенство, например при выборе числа 72 учащиеся составляют запись: $72 : 8 = 9$.

314. Решение составленных уравнений производится столбиком.

315. Каждую задачу дети сначала пытаются решить, не прибегая ни к каким средствам, затем строят чертеж (или схему), который и должен показать правильность выбранного действия.

УРАВНЕНИЯ С ДЕЙСТВИЯМИ УМНОЖЕНИЯ И ДЕЛЕНИЯ (7–8 уроков)

Построение уравнений на основе схемы умножения

(Задания 316–325)

316. При дополнении второй схемы выясняется, что неизвестно, какой множитель первый, а какой — второй. Принимается некоторый вариант. Важно, чтобы было составлено еще два равенства к каждой схеме.

317. Для успешного решения (в дальнейшем) уравнений учащиеся должны хорошо различать в равенстве (содержащем умножение и деление) место произведения и множителей. Именно на это нацелено данное упражнение. При выборе множителей отмечается возможность их постановки в разном порядке.

318. Задано значение одного множителя. В первом случае учитель предлагает сначала выбрать значение числа a . Выясняется, что числа 2 и 3 не подходят, потому что они меньше заданного числа 4, но a должно быть больше числа 4, потому что это произведение (делается пометка в записи). Вписывается число 12. Далее учитель предлагает вписать второй множитель, кто какой хочет. Обнаруживается, что при наличии двух чисел третье не может быть произвольным, его нужно «точно» подобрать. Во втором случае учитель предлагает начать выбор чисел со значения c . Далее работа проходит аналогичным образом.

Итак, выполняя задания, учащиеся упражняются в анализе элементов равенства (что в них — произведение, что — множители), осознают, что произведение всегда больше множителя, что все три элемента равенства должны «подходить» друг к другу.

319. В заданной схеме отмечается произведение. Составляются равенства по заданной основе: сначала с умножением, потом с делением. В каждом равенстве отмечается произведение. Чем отличаются два столбика записей? Конечно, дети заметят различие букв и чисел. Но в качестве главного

отличия принимается то, что во втором столбике записаны **уравнения**, в которых неизвестное число можно вычислить с помощью других чисел уравнения.

320. Учащиеся выполняют вычисления, подписывая их результаты под выражением. Затем записывается и выполняется второй способ вычисления, учитывающий правило умножения числа на сумму.

321. Известное уже учащимся правило умножения числа на сумму будет применено к поиску целого, состоящего из равных частей. После чтения задачи уточняется смысл указания «такие же корзины» (значит, в каждой корзине содержится та же масса яблок, т. е. 18 кг). Строится чертеж. Обсуждается и выполняется план решения задачи тремя действиями: $(18 \cdot 4) + (18 \cdot 6)$. Ответ находится с помощью калькулятора. Затем записывается и выполняется другой способ вычисления: $18 \cdot (4 + 6)$. Учащиеся могут предложить решить задачу, прибегнув только к сложению. Этот способ действия оценивается как громоздкий, его следует использовать, «если не знаешь действия умножения». Работу можно продолжить, предложив учащимся новый вопрос: «На сколько килограммов яблок больше собрали во второй день, чем в первый?» В этом случае также могут быть записаны два способа вычисления: $18 \cdot (6 - 4)$ и $(18 \cdot 6) - (18 \cdot 4)$. Учащиеся выбирают первый способ как более доступный для выполнения вычислений.

322. При построении чертежа нужно уяснить, что нижний отрезок должен состоять из таких же звеньев, как верхний, поскольку масса слив в каждой корзине была той же самой. На чертеже выделяется искомое — разность. Скорее всего, учащиеся сразу предложат такой способ решения: $14 \cdot (9 - 6)$. После его выполнения записывается и поясняется указанными на чертеже второй способ действия: $(14 \cdot 9) - (14 \cdot 6)$. Ответ находится с помощью калькулятора. Первый способ оценивается как более удобный для данной задачи.

323–324. Задания требуют соблюдения правил порядка действий.

325. Сначала, измеряя длины звеньев, дети устанавливают, что 3 звена имеют длину по 4 см, а еще 3 звена — по 2 см. После этого возможны разные способы вычисления длины ломаной.

Во-первых, можно по отдельности вычислить длину всех длинных звеньев и длину всех коротких звеньев, а затем вычислить длину всей ломаной:

$$(4 \cdot 3) + (2 \cdot 3) = 18 \text{ (см)}.$$

Во-вторых, можно найти длину части, состоящей из одного длинного и одного короткого звена, а затем вычислить длину всей ломаной:

$$(4 + 2) \cdot 3 = 18 \text{ (см)}.$$

Решение уравнений с неизвестным произведением

(Задания 326–332)

326. По каждой схеме можно составить три уравнения, но только в одной из схем неизвестно произведение. Должны получиться записи: $12 \cdot 3 = x$, $x : 12 = 3$, $x : 3 = 12$.

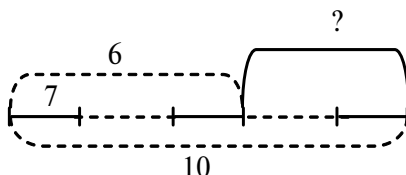
Далее каждое уравнение должно быть решено (форма записи решения учащимся знакома). Все три решения окажутся одинаковыми. Почему? Потому что во всех трех уравнениях было неизвестно произведение одних и тех же множителей. Во всех записях обязательно помечаются (кружком) произведения. Учащиеся формулируют способ поиска произведения.

327. Из четырех уравнений нужно выписать и решить только три. Одно из них отмечается как такое, в котором способ решения имеется в самом уравнении. Одно уравнение придется решить с помощью калькулятора, но важно выбрать для решения действие.

328. Нужно правильно поместить x в заданную формулу. Для этого важно понять, какой ее элемент является произведением. При расстановке множителей подчеркивается, что они могут быть расположены в любом порядке. После записи решения выясняется, почему оно получилось совершенно

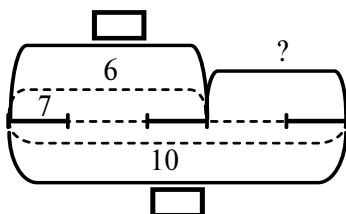
одинаковым в обоих случаях (потому что находили произведение одних и тех же множителей).

329. В этой задаче речь идет о двух целых, составляемых из одних и тех же частей. Причем одно из этих целых является частью другого, а надо найти дополняющую его часть. Все это можно показать на чертеже так:



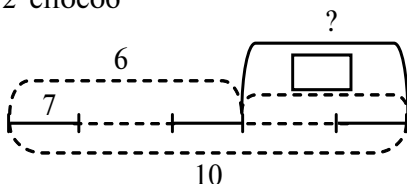
По-разному выделяя промежуточные неизвестные величины на чертеже, получаем два разных решения задачи.

1 способ



$$\frac{7 \cdot 10}{70} - \frac{7 \cdot 6}{42} = 28$$

2 способ



$$7 \cdot \underbrace{(10 - 6)}_4 = 28$$

330. При формулировке текста задачи учащиеся используют оборот «такие же коробки». Решение поясняется жестами на чертеже.

331. Возможно, для решения задачи придется сделать чертеж.

332. Цель задания — еще раз обратить внимание детей на то, что противоположные стороны прямоугольника равны.

Решение уравнений с неизвестным множителем.**Периметр прямоугольника***(Задания 333–340)*

333. Если предыдущие задания фиксировали внимание учащихся на поиске произведения, то теперь требуется составить и решить уравнения с неизвестным первым множителем. В данном случае подходящей оказывается третья схема. Составляются три уравнения ($x \cdot 3 = 52$, $52 : x = 3$, $52 : 3 = x$). Решение производится с опорой на схему. Выясняется, что получившиеся три разных уравнения решаются одинаково, потому что в них нужно узнать множитель одного и того же произведения.

334. Работа проводится, как в предыдущем упражнении. В заключение учащиеся формулируют способ поиска множителя: чтобы найти множитель, нужно произведение разделить на другой множитель.

335. Выписываются и решаются 4 уравнения. Одно из них отмечается как такое, которое совпадает со способом решения ($63 : 7 = x$).

336. По каждому равенству составляются 2 уравнения, поскольку неизвестным может быть каждый из двух множителей. После выполнения решения выясняется, почему оно оказалось одинаковым во всех случаях.

337. Рассматривается способ умножения суммы на число. Нужно вычислить количество фигур на рисунке. Учитель сообщает, что Катя выполнила вычисления, составив первую схему, а Толя — вторую. Предлагается определить основную мерку (в обоих случаях это штука), затем промежуточную. Оказывается, что Катя считала столбиками, а Толя — строчками. По записи в схемах (а не пересчитывая) учащиеся определяют, сколько в строке одних фигур и сколько других.

Далее по каждой схеме составляются выражения для вычисления общего количества фигур и находятся результаты.

338. Выясняется, что оба вида чертежа подходят к содержанию задачи. Причем чертеж Вити делает понятным один способ решения, а чертеж Кати — другой.

339. В цепочке число — результат предыдущего действия — должно быть исходным в действии следующем.

340. Цель задания — найти рациональные способы вычисления периметров данных фигур, выявляя среди сторон равные; получить общую формулу для вычисления периметра прямоугольника: $p = (a + b) \cdot 2$.

Кроме того, должен быть рассмотрен и другой способ вычисления периметра прямоугольника: $p = (a \cdot 2) + (b \cdot 2)$.

Построение уравнений на основе формулы умножения

(Задания 341–347)

341. Ранее учащиеся обнаруживали, что на основе формулы сложения или вычитания можно составить столько уравнений, сколько в ней содержится элементов. Теперь три уравнения нужно составить по заданной формуле умножения. Обязательно следует просить учащихся объяснить, почему по данному равенству можно составить три уравнения (потому что равенство содержит три числа и каждое число может стать неизвестным).

342. Учащиеся тренируются в решении уравнений, содержащих действие умножения. Нужно отметить произведение и далее, ссылаясь на соответствующее правило, записать решение. В последнем уравнении неправильно расставлены числа. «Ловушку» можно исправить и уравнение решить.

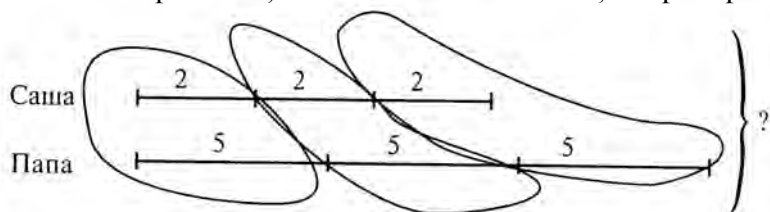
343. Упражнение требует от учащихся умения анализировать элементы формул умножения и деления.

344. Полезно сначала начертить прямоугольник как модель, без соблюдения заданных размеров сторон. Записываются два способа вычисления, из которых выбирается для выполнения более удобный.

345. После чтения текста задачи оценивается правильность чертежа. Выясняется, каким образом на чертеже показали, что папа вылил «столько же» леек (тоже 3 части). Почему элементы в верхней части чертежа не такие же, как в нижней? — Потому что 2 л не равны 5 л. Первый способ решения выполняется тремя отдельными действиями, причем каждое действие поясняется с помощью чертежа: учащиеся

сообщают, какую величину они узнают, и показывают ее на чертеже.

Далее при рассмотрении второго способа действия важно показать на чертеже то, что заключено в скобки, например так:



Таким образом, будет показано, что сумма $2 + 5$ повторится 3 раза. Нужно помнить, что учащиеся могут стремиться умножить эту сумму на 6, «потому что было принесено 6 леек».

Обязательно подчеркивается равенство результатов вычислений при двух способах решения.

346. Составляются записи второго способа действия. В одних случаях удобными для вычислений оказываются оба способа, в других — только один. В случае $(3 \cdot 5) + (7 \cdot 4)$ нет равных множителей — это «ловушка». Последний пример предполагает выполнение умножения $100 \cdot 2$. Разве это легко вычислить? — Конечно, если воспользоваться сложением: $100 + 100$.

347. Напоминается способ нахождения разности.

Построение уравнений на основе формулы деления. Прием внетабличного умножения

(Задания 348–355)

348. Выясняется, что данная формула деления может быть преобразована в три уравнения по числу букв в формуле.

349. В левом столбике в обоих уравнениях x стоит на первом месте, однако решать эти уравнения нужно по-разному (выясняется почему). В правом столбике x стоит на втором месте — это множитель. Для его поиска выбирается деление. Но в одном случае первый элемент записи уравнения делится на третий, а в другом, наоборот, третий делится на первый.

350. Чтобы правильно составить уравнения, нужно определить по заданному решению, что требуется найти — произведение или множитель. Во втором случае возможно построение двух уравнений — с неизвестным на втором и третьем местах.

351. Упражнение повторяет предыдущее, но на материале уравнения, содержащего действие умножения.

352. Одно и то же произведение будет найдено двумя способами. Учащиеся отмечают удобство того способа, в котором одно слагаемое представлено числом 10.

353. Выполняя задание, учащиеся приходят к выводу, что для умножения двузначного числа на однозначное полезно разбить первый множитель на круглые десятки и единицы, т. е. на разрядные слагаемые.

354. Выполняется и проговаривается полная запись способа вычисления.

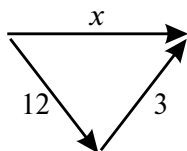
355. Выясняется, что заданный периметр нужно разделить на 2: таким образом узнаем сумму длин двух сторон. Далее учащиеся определяют варианты длины каждой из этих сторон.

Решение уравнений. Прием внетабличного умножения

(Задания 356–364)

356. К схеме можно составить уравнение, основанное как на действии умножения, так и на действии деления. После составления уравнений учащимся предлагается заранее определить, в каком из этих случаев значение x получится больше. Выясняется, что оно везде одинаково, так как требуется найти множитель, используя одинаковые произведения и второй множитель.

357. К первому решению подходят следующие схема и три уравнения:

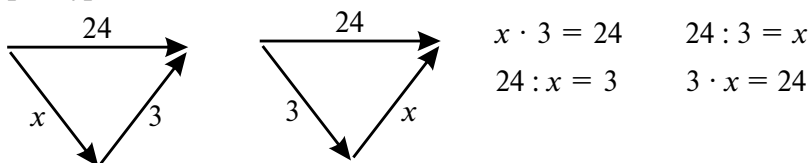


$$x : 12 = 3$$

$$x : 3 = 12$$

$$12 \cdot 3 = x$$

Второе решение могло соответствовать двум схемам и четырём уравнениям:



358. В первом случае к заданному решению подходит только второе уравнение, в котором неизвестно произведение. Во втором случае уравнение решено делением, значит узнавали не произведение, а множитель. Множитель неизвестен во всех трех заданных уравнениях, т. е. они все подходят к предложенному решению.

359. Задание требует от учащихся правильного отнесения элементов уравнения к категориям «произведение — множитель».

360. В образце задается сокращение записи способа внетабличного умножения. Учащиеся «договаривают» недостающие звенья записи (10 умножить на 3 — это 30... и т. д.). С таким же сокращением и проговариванием способа вычисления решаются другие заданные случаи умножения.

361. Задание (необязательное) обратно тем, которые выполнялись ранее: нужно восстановить множитель, опираясь на сокращенную запись вычисления. Вписываются числа: 14, 16, 16.

362. Дается образец еще более сокращенной записи вычислений — разложение первого множителя на слагаемые производится мысленно.

363. Цепочка выражений получается, если значение предыдущего выражения записывается как начало следующего. В данном наборе выражений только последний случай нарушает цепочку.

364. Дано упражнение на применение формулы вычисления периметра прямоугольника. Прежде чем приступить к вычислениям, учащиеся должны проверить, что данная фигура действительно прямоугольник.

**Сопоставление уравнений, построенных
на действиях разных ступеней***(Задания 365–371)*

365. Чтобы правильно выбрать уравнения, учащиеся должны определить, где стоят произведения. Уравнения, в которых неизвестным является произведение, не подходят, потому что делением находят множитель. Выясняется, что, поскольку одно число в уравнении представлено буквой, значение x найти нельзя, но можно составить план решения такого уравнения.

366. В столбике заданы одни и те же числа, но один раз речь идет о целом и частях, а другой раз — о произведении и множителях. Таким образом, учащиеся сопоставляют уравнения разных ступеней арифметических действий.

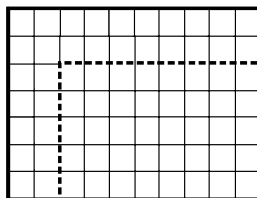
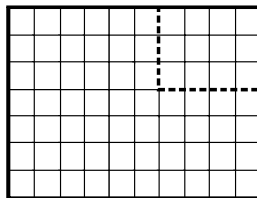
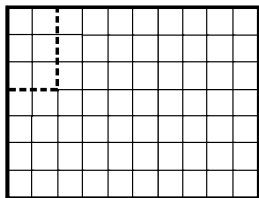
367. Цель упражнения — в сопоставлении уравнений, построенных на арифметических действиях разных ступеней.

368–369. Отрабатывается прием внетабличного умножения.

370. В сложном выражении нужно уметь увидеть простое.

371. Дети могут предложить разные способы выполнения задания. Нужно, чтобы они увидели, что шестиугольник можно достроить до прямоугольника, периметр которого будет таким же, как у шестиугольника.

Лучше перед этим заданием дать детям прямоугольники, расчерченные на клетки, и предложить выяснить, что будет происходить с периметром прямоугольника, если вырезать из него «по углу» прямоугольные куски. (Периметр не изменится.)



ДЕЛЕНИЕ СУММЫ НА ЧИСЛО (3 урока)

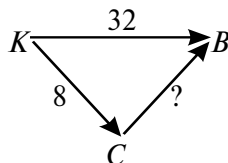
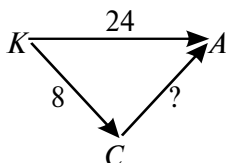
Постановка задачи.

Названия компонентов деления

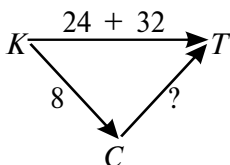
(Задания 372–378)

372. Работа выполняется при закрытых учебниках. Учитель ставит перед учащимися объемы воды A и B , сообщает, что их измерили основной и промежуточной мерками (показывает их). Значит, это можно описать треугольными схемами. Дети рисуют их.

Учитель сообщает, сколько основных мерок (стаканчиков) оказалось в каждом объеме и сколько основных мерок в промежуточной мерке — кружке. Учащиеся дополняют схемы до следующего вида:



Сюжет продолжается. Воду сольют в один сосуд, и получится объем T . Нужно узнать, сколько кружек в этом объеме T . Выясняется, что в нарисованных схемах нет места для постановки этого вопроса. Предлагается нарисовать схему для объема T :



Соответственно схеме записывается решение: $(24 + 32) : 8$. Выполняются вычислительные действия с пояснением их смысла. Предлагается обратиться к первым двум схемам. В них на месте второго множителя нельзя записать вопросительный знак, но можно нарисовать окошко — вспомогательное неизвестное. Определяется и выполняется второй способ действия: $(24 : 8) + (32 : 8)$. Учащиеся оценивают, какой способ им представляется более рациональным.

373. Записываются два способа вычисления, оценивается их трудность.

374. Чтобы правильно выполнить задание, нужно дать характеристику числа x в решении и в уравнениях — произведение это или множитель.

375. Упражнение имеет подготовительное значение для введения в задании **377** новых терминов.

376. При решении задачи важно привести заданные числа к одному наименованию.

377. Учитель сообщает, что элементы деления имеют свои собственные наименования. Учащиеся находят их в рамке.

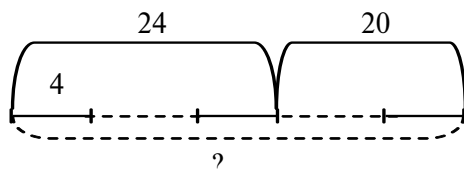
378. Учащиеся упражняются в сложении и вычитании двузначных чисел.

Прием внетабличного деления

(Задания 379–383)

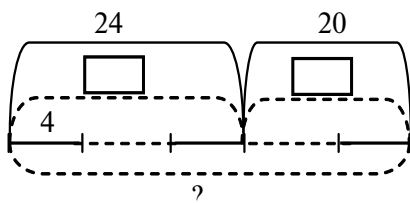
379. Сопоставляя рисунок и текст, нужно сформулировать текст задачи. Записываются два способа решения. Затем рисунок словесно дополняется так, чтобы ситуация была на нем изображена полностью: «должно быть нарисовано 8 коробок с яблоками и 6 коробок с грушами, всего 14 коробок». Скорее всего, учащиеся это поймут с самого начала, тогда решение должно выступить в качестве доказательства. После дополнения рисунка отмечается, что если бы он был таким с самого начала, то не было бы задачи — все коробки можно пересчитать без всяких вычислений.

380. В этой задаче речь идет о двух целых, составляемых из одних и тех же частей. Причем вместе они составляют еще одно общее целое, а надо найти, сколько частей входит в это общее целое. Все это можно показать на чертеже так:



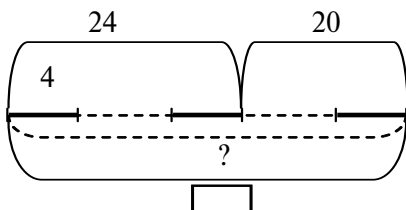
По-разному выделяя промежуточные неизвестные величины на чертеже, получаем два разных решения задачи.

1 способ



$$\underbrace{(24 : 4)}_6 + \underbrace{(20 : 4)}_5 = 11$$

2 способ



$$\underbrace{(24 + 20)}_{44} : 4 = 11$$

381. Рассматривается прием внетабличного деления. Выполнив деление двумя способами, учащиеся определяют, чем второй способ удобнее первого (легко делить круглые десятки). Однако не всегда деление круглых десятков выполнимо без остатка (см. «ловушку» во втором столбике).

382. Во втором и третьем случаях пометки произведения и делимого совпадут: всякое делимое — это произведение. В первом случае делимого нет, так как нет действия деления.

383. Это задание аналогично заданию 371. Выясняется, что периметры данных многоугольников равны периметрам прямоугольников, которые получатся, если «восстановить» все вырезанные угловые части».

ДОЛИ (4–5 уроков)

Задания посвящены употреблению нового термина для равных частей, на которые разбивается величина. Такие части называются *долями* этой величины. Названием для долей служат порядковые числительные, соответствующие числу этих долей. Например, если величина разбита на 8 равных частей (долей), то эти части называются *восьмыми* долями величины. Обозначения долей в виде дробей с числителем 1 здесь вводиться не будут.

Рассматриваются в новой терминологии три стандартные задачи, связанные с целым, состоящим из равных частей:

1) Нахождение целого, составленного из равных частей, по одной такой части и числу этих частей (составление целого из определенного числа данных равных частей) — нахождение величины по ее доле.

2) Нахождение одной из равных частей, из которых состоит целое, по этому целому и числу таких частей (разбиение целого на определенное число равных частей) — нахождение доли (от) величины.

3) Нахождение числа равных частей, из которых состоит целое, по этому целому и одной такой части (определение числа данных равных частей, из которых может быть составлено данное целое) — определение того, какую долю составляет одна величина от другой.

Принцип названия долей величины

(Задания 384–391)

384. Дана задача нахождения доли величины. Вводятся сам термин «доля» и общий принцип названия долей.

385. Заданный отрезок измеряется в миллиметрах. В схему вписывается полученное число, а также количество частей (6), ставится вопросительный знак на месте первого множителя — нужно узнать, сколько миллиметров в каждой такой части (доле). Записывается и выполняется деление.

386. При построении чертежа оказывается, что технически трудно делить отрезок, обозначающий 20 карандашей, на 5 частей. Но этого и не нужно делать: по условию задачи ясно, что равных частей будет 5 и строить чертеж можно начиная не с «разделения» целого, а с «собирания» частей.

387. Среди предложенных способов разложения делимого на слагаемые имеются: а) такие, которые не позволяют выполнить вычисления, б) возможные, в) удобные. Именно удобные и записываются в тетрадь.

388. Учащиеся упражняются в подробной записи способа вычисления.

389. Сокращается запись вычислительных операций. Учащиеся объясняют, почему одно и то же делимое они разобьют на слагаемые по-разному (в зависимости от делителя).

390. В заданных уравнениях выделяется произведение. Нужно переделать уравнения так, чтобы произведение «стало делимым», т. е. нужно построить уравнение с заданными числами, но используя деление. Обнаруживается возможность двух вариантов перестройки: $28 : 7 = x$, $28 : x = 7$. В обоих случаях число 28 может быть названо делимым, но x сначала становится частным, потом — делителем. Отмечается, что эти два уравнения и исходное решаются одинаково, поскольку в них нужно узнать множитель. Таким же образом рассматриваются варианты преобразования и названия элементов записи второго уравнения.

391. Работа с одинаковыми по набору цифр числами приведет к разным результатам в связи с различием оснований систем счисления.

Определение доли одной величины от другой

(Задания 392–398)

392. Дана задача определения того, какую долю составляет одна величина от другой. Выполняются измерения полосок (в сантиметрах), дополняется схема, записывается выражение, определяется его значение. Чтобы проверить полученный результат, величина C промеривается величиной K .

393. Схема дополняется числом 9 — столько мерок E содержится в площади A . Выполняется деление.

Чтобы проверить ответ, нужно промерить большую площадь меньшей, не обращая внимания на то, что доли площади B по форме не совпадут с площадью A .

394. Учащиеся устно дополняют пропущенные звенья вычислительных операций.

395. Все вычислительные операции производятся мысленно.

396. Новые уравнения получают следующий вид: $24 : x = 6$ и $x : 8 = 4$. Формулировка задания требует от учащихся понимания терминов, обозначающих компоненты деления.

397. Задание имеет терминологический смысл: нужно помнить, что называют суммой, а что — разностью.

398. Цель задания — вспомнить определение квадрата. Это прямоугольник с равными сторонами.

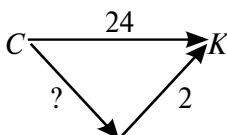
Определение величины по ее доле.

Периметр квадрата

(Задания 399–406)

399. Даны задачи нахождения доли величины. Вводятся специальные названия для маленьких долей: *половина* для второй доли, *треть* для третьей доли, *четверть* для четвертой доли.

Учащиеся рисуют в обычных тетрадах схему, дополняя ее вопросом и числом частей. Например:

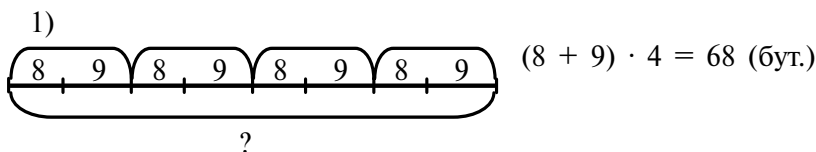


Записывается и выполняется деление, строится фигура соответствующей площади.

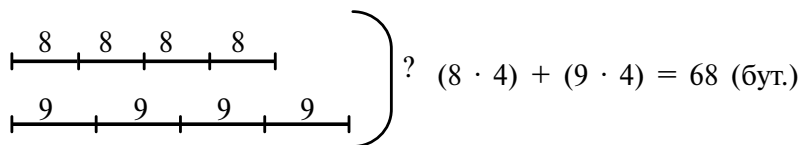
400. Дана задача нахождения величины по ее доле. Можно начать работу с построения отрезка длиной 7 см, затем на основе рассуждения увеличить его соответствующим образом и только после этого сделать схему и записать выражение. Можно начать работу с построения схемы и записи выражения.

401. Сопоставляя текст и рисунок, учащиеся формулируют полный текст задачи. После записи решения двумя способами рисунок словесно дополняется нужным количеством папок, а в тетрадах вместо рисунка выполняется чертеж.

402. Задание аналогично заданию 345. Только чертеж теперь надо сделать самим детям. Возможны два существенно различных чертежа, приводящих соответственно к двум разным решениям:



2)



403–404. Осваиваются приемы внетабличного умножения и деления.

405. Учитывая заданный термин, уравнение должно быть построено на основе действия деления.

406. Цель задания — вычисление периметров многоугольников с равными сторонами и получение формулы периметра квадрата:

$$p = a \cdot 4.$$

Понятие доли в текстовых задачах

(Задания 407–413)

407. Даны текстовые варианты задач трех видов, связанных с понятием доли. Задачи решаются после выполнения чертежа.

408. Полезно предложить учащимся определить, в чем «хитрость» задания (важно учесть заданные единицы длины и не пойти «простым» путем, вычтя число 4 из числа 35).

409–411. Отрабатываются приемы внетабличного умножения и деления.

412. Нужно составить уравнения, учитывая названия компонентов, заданные в таблице, т. е. используя действие деления. При решении уравнений выясняется, идет ли поиск произведения или множителя (произведение помечается, как обычно).

413. Учащиеся объясняют способ вычисления периметра квадрата. Выясняется, какой из заданных квадратов возможно начертить в тетради (по размерам подходят первый и третий).

Деление на двузначное число

(Задания 414–420)

414–415. Начинается работа над приемами деления на двузначное число. Учащиеся должны понять необходимость подбора соответствующего случая умножения, а для этого им сначала напоминается связь умножения и деления.

416. Если в предыдущих заданиях случай деления на двузначное число связывался со случаем умножения, то теперь новый случай деления строится на основе другого случая деления.

417. Задачи решаются с предварительным построением схемы.

418. Вычисления надо производить, подписывая промежуточные значения под соответствующими местами в выражениях. Поэтому выражения надо переписать в тетрадь.

419. Нужно указать разность сравниваемых чисел. Предлагается устно назвать необходимое для поиска разности действие.

420. Прежде чем будет начерчен квадрат, надо вычислить длину его стороны.

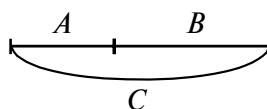
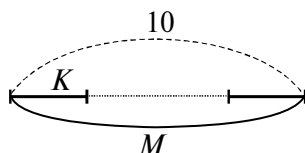
АНАЛИЗ ОТНОШЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХСЯ В ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧАХ (5–7 уроков)

Сведение схемы умножения к схеме измерения

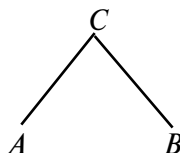
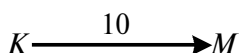
(Задания 421–425)

421. Учащиеся должны установить, что все стороны у закрашенных многоугольников равны.

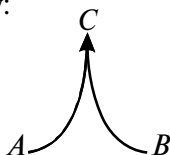
422. На доске изображены чертежи, по которым надо построить схемы.



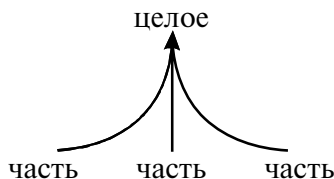
Выясняется, что первый чертеж рассказывает про некоторую величину M , которая состоит из 10 равных частей K . Иначе говоря, мерка K укладывается 10 раз в величине M . Второй чертеж рассказывает о величине C , которая составлена из двух частей A и B . Схемы будут выглядеть так:



Отмечается, что обе схемы говорят о целом и частях, но в первом случае все части равны, а во втором они произвольны. В первой схеме часть и целое различаются своим положением относительно стрелки: стрелка идет от части к целому. Учитель предлагает и во втором случае показывать связь частей и целого стрелкой, идущей от частей к целому, чуть-чуть изменив схему:

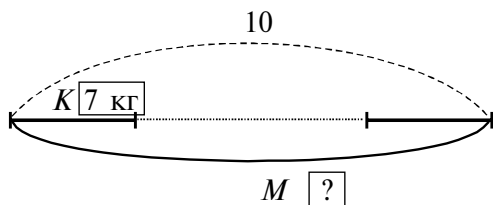


А если будут три части, какой тогда должна быть стрелка? Тройной, идущей от всех частей сразу:



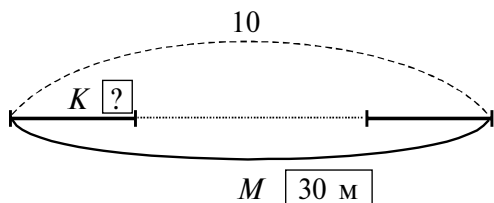
Обсуждается, какого вида задачи можно составить по данным чертежам и схемам.

Выясняется, что в первом случае можно составить два вида задач. Во-первых, задачи на поиск целого, если известна часть. Для этого надо задать какое-нибудь значение части, тогда значение целого можно вычислить. Дети придумывают задачу такого вида. А как изобразить эту задачу на чертеже? Надо ввести окошки для значений части и целого, в первое ставится заданное значение части, а во второе — знак вопроса.



$$7 \cdot 10 = 70 \text{ (кг)}$$

Во-вторых, можно поставить задачу поиска части по известному целому. Для этого, наоборот, надо задать значение целого, а значение части тогда можно вычислить. Например:

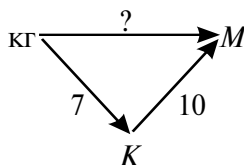
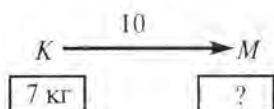


$$30 : 10 = 3 \text{ (м)}$$

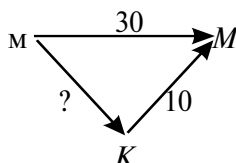
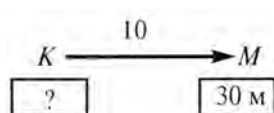
А как показать эти задачи на схеме? Возможно, что некоторые дети предложат и в схему ввести окошки, и это предложение принимается. Но другие дети вспомнят, что такие

задачи показывались схемами умножения. Основная мерка — это единица измерения, промежуточная мерка — часть, измеряемая величина — целое. Обе схемы строятся и сравниваются между собой. Выясняется, где в каждой схеме стоят первый и второй множители, произведение. Принимается соглашение использовать для описания задач более простую схему с окошками.

К задаче 1:



К задаче 2:



Аналогичная работа проводится и во втором случае. Определяется, какие задачи можно составить, записываются примеры таких задач, строятся к ним чертежи и схемы.

После этого выполняется задание из учебника, в котором, по существу, надо повторить предыдущую работу и дополнительно рассмотреть еще один вид задач на целое, состоящее из равных частей: поиск числа равных частей при заданных значениях целого и части.

423—425. Отрабатываются приемы внетабличного деления.

Освоение новых схем целого, состоящего из равных и неравных частей

(Задания 426—431)

426. Осваиваются новые схемы умножения-деления, сложения-вычитания. Обращается внимание на то, что

части и целое должны быть «одинаковыми», или **однородными**, величинами. Длина может состоять только из длин, масса — из масс и т. п. В четвертой строке первой таблицы заданы неоднородные величины, поэтому здесь нельзя говорить о целом и частях. В пятой строке второй таблицы значение части задано только числом без наименования, но часть должна быть величиной, однородной с целым.

Также особый интерес представляют шестая строка первой таблицы и четвертая строка второй таблицы. Хотя часть и целое — однородные величины, но вычисления с заданными значениями этих величин нельзя производить, так как они даны относительно разных единиц. Сначала нужно выразить значения известных величин в одних единицах и только после этого выполнять вычисления. **Выполнять арифметические действия, на которые указывает схема (и чертеж), можно только тогда, когда целое и части измерены одной и той же меркой (единицей).** В этом случае в окошки схемы можно вставлять числа без наименований. Так мы и будем поступать в дальнейшем.

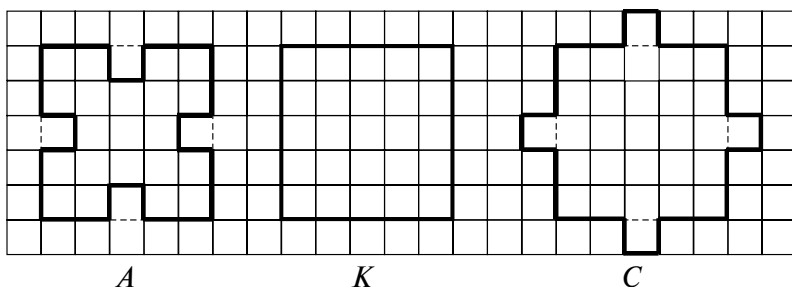
В пятой строке первой таблицы разделить значение целого на 10 не получается. Мерка метр для этого не подходит, но если изменить мерку, перейти, например, к дециметрам, то тогда можно вычислить значение части.

427–428. Для проверки выбранного числа необходимо выполнить умножение.

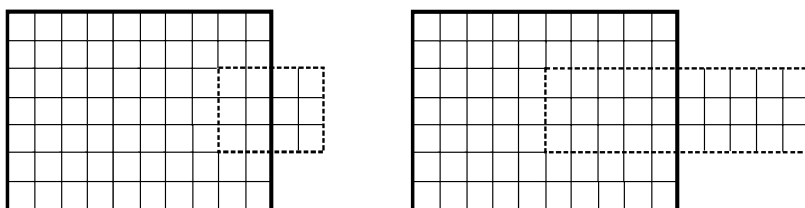
429. Учащиеся упражняются в вычитании двузначных чисел.

430. Прежде чем решать задачу, учащиеся выявляют ее «хитрость» — наличие двух единиц измерения длины.

431. Периметры первого и третьего многоугольников одинаковы и больше, чем периметр квадрата. Каждый из этих многоугольников может быть получен из квадрата вырезанием или приклеиванием маленьких квадратики, каждый из которых добавляет к периметру исходного квадрата по две длины стороны квадрата.



Этому заданию лучше предпослать работу по исследованию того, как будет изменяться периметр при вырезании или приклеивании прямоугольников к исходному прямоугольнику на вырезанных из бумаги фигурах.



Составление и решение задач по заданным схемам

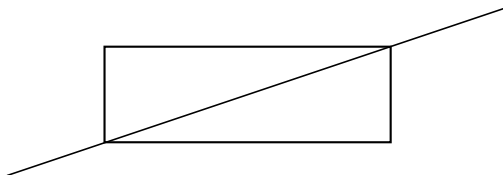
(Задания 432–436)

432. Задачи, придуманные детьми, соотносятся со схемой, объясняется, что показывает в данном случае каждый элемент схемы, называются величины, о которых идет речь, и отмечается единица измерения.

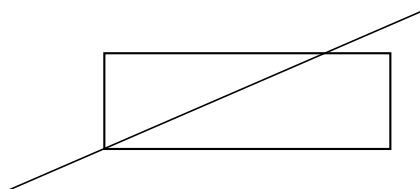
433–435. Продолжается работа по формированию навыков вычислений.

436. Задание носит исследовательский характер. Его лучше дать на дом, а затем в классе рассмотреть предложенные детьми варианты решения. Возможны 4 варианта решения:

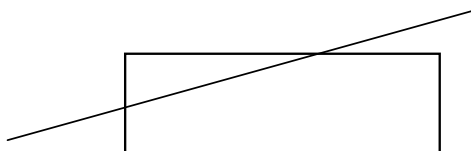
1) Прямая разбивает прямоугольник на два треугольника (она проходит через две противоположные вершины).



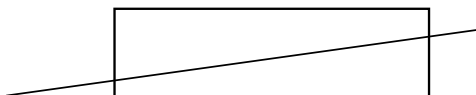
2) Прямая разбивает прямоугольник на треугольник и четырехугольник (она проходит через одну вершину и пересекает одну из противоположных этой вершине сторон).



3) Прямая разбивает прямоугольник на треугольник и пятиугольник (она пересекает соседние стороны).



4) Прямая разбивает прямоугольник на два четырехугольника (она пересекает противоположные стороны).



**Построение схемы к задаче
с двумя связанными отношениями**

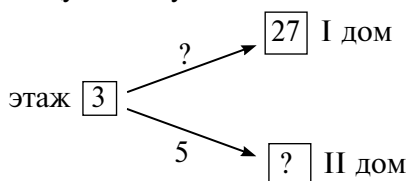
(Задания 437–440)

437. Выясняется, что в первой части текста сформулирована отдельная задача на целое, состоящее из равных частей,

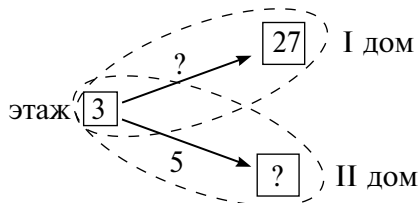
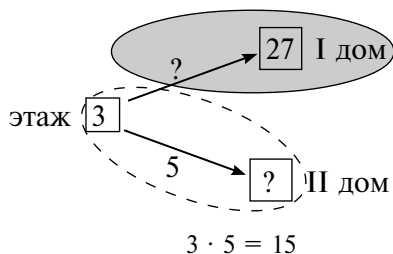
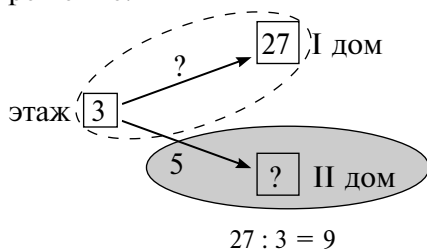
а во второй — другая задача про те же части, но другое целое. К задачам строятся схемы.



Отмечается, что в обеих схемах частью служит одна и та же величина (высота этажа). Поэтому схемы можно объединить в одну общую схему.



В общей схеме выделяются обе части (отношения), из которых она составлена (при этом лишняя часть схемы закрывается, а выделенное отношение обводится), и записывается решение:

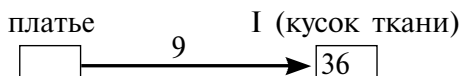


1) $27 : 3 = 9$ (эт.)

2) $3 \cdot 5 = 15$ (м)

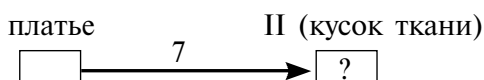
438. После прочтения текста выделяется первое предложение и выясняется, что в нем говорится о целом, состоящем из равных частей, причем известны значение целого

и число частей. Этому соответствует первая схема. Числа из нее вставляются в текст:



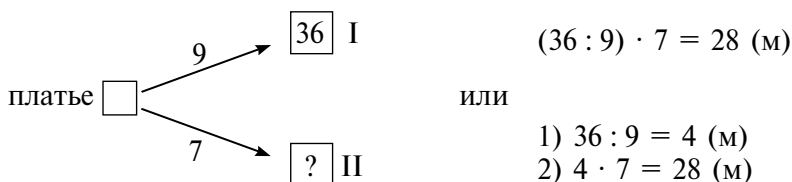
«На 9 одинаковых платьев ушло 36 м ткани».

Далее выясняется, что во втором предложении также говорится о целом (но, вообще говоря, о другом), составленном из таких же частей. Это предложение соотносится со второй схемой, и выясняется, что они соответствуют друг другу. Числа из схемы переносятся в текст:



«Сколько метров ткани уйдет на 7 таких платьев?»

После этого выделяется величина, входящая в обе схемы, составляется общая схема и по ней записывается решение:



При работе с общей схемой полезно показывать отдельные отношения, из которых она составлена, выделяя их жестом (или обводя линией) и закрывая при этом лишнюю часть схемы.

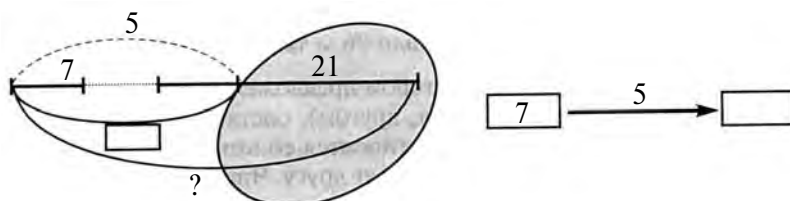
439–440. Задания направлены на формирование навыков вычислений.

Построение схем по заданному чертежу

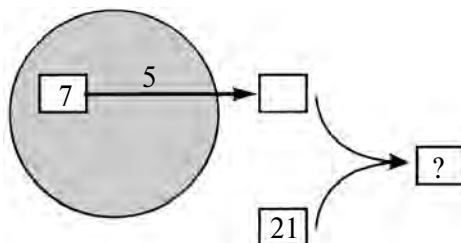
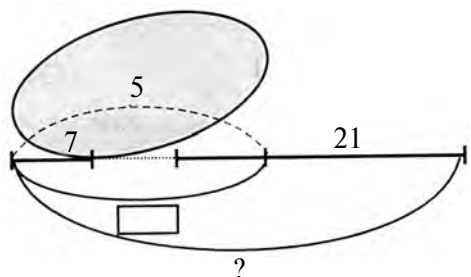
(Задания 441–446)

441. Рассматривается чертеж. Выясняется, что надо найти целое. Причем это целое составлялось сначала из равных

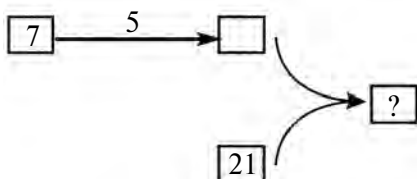
частей, но эти части не исчерпывают все целое, а образуют кусок (часть). Соответствующая величина выделяется на чертеже дугой и помечается окошком, поскольку величина неизвестна. Выделенное таким образом отношение изображается схемой.



А что еще показывает чертеж? Отмеченная на чертеже величина вместе с еще одной частью образует все целое. Значит, наше целое (которое и надо найти) состоит из двух частей. Это новое отношение нужно изобразить на схеме. Одна из частей в схеме уже есть, и ее можно использовать при достраивании схемы, закрыв лишние детали.



В результате схема построена. Дети придумывают разные задачи к ней (такого вида задачи им уже встречались) и записывают решение.



$$(7 \cdot 5) + 21 = 56 ()$$

или

$$1) 7 \cdot 5 = 35 ()$$

$$2) 35 + 21 = 56 ()$$

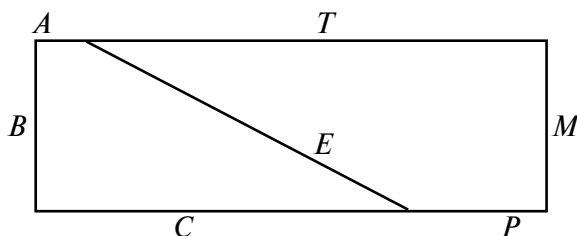
Примечание. Порядок изображения отношений на схеме не принципиален. После выделения на чертеже промежуточной неизвестной величины можно было сначала отобразить на схеме, что она является одной из двух частей общего целого, а затем уже — что она сама является целым, состоящим из равных частей.

442. Приступая к решению уравнения, учащиеся выделяют произведение (которое в данных случаях является делимым) и только затем записывают решение.

443—444. Повторяются особенности деления с остатком.

445. Обязательно сравниваются парные выражения и их значения. Подчеркивается важность соблюдения принятого порядка вычислений.

446. Исследуя, из каких частей состоят периметры всех фигур (эти части полезно обозначить буквами), можно убедиться, что сумма периметров четырехугольников содержит две одинаковые лишние части по сравнению с периметром прямоугольника. Каждая из этих частей представляет собой длину отрезка, разбивающего заданный прямоугольник на четырехугольники.



Периметр одного четырехугольника: $A + B + C + E$.

Периметр другого четырехугольника: $T + M + P + E$.

Периметр прямоугольника: $A + B + C + T + M + P$.

Поэтому сумма периметров четырехугольников больше периметра прямоугольника на $2E$ и для вычисления искомой разности достаточно сделать одно измерение: измерить длину E .

СОЧЕТАТЕЛЬНОЕ СВОЙСТВО УМНОЖЕНИЯ (5–7 уроков)

Постановка задачи

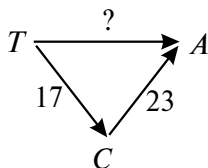
(Задания 447–451)

Один из вариантов развертывания вводной задачи (при закрытых учебниках).

На доске нарисован прямоугольник, площадь которого обозначена буквой A . Учитель сообщает, что площадь A разбили на 23 равные части C , а C разбили на 17 равных частей T (на рисунке показано несколько частей C , уложенных в A , и несколько частей T , уложенных в C , но так, что общее число их нельзя пересчитать). Требуется показать это на схеме и составить выражение, чтобы узнать, из скольких равных частей T состоит площадь A .



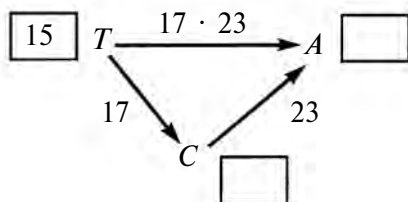
В тетрадях и на доске строится схема, на которой показывается, что A состоит из 23 равных частей C , C состоит из 17 равных частей T и надо узнать, из скольких равных частей T состоит A .



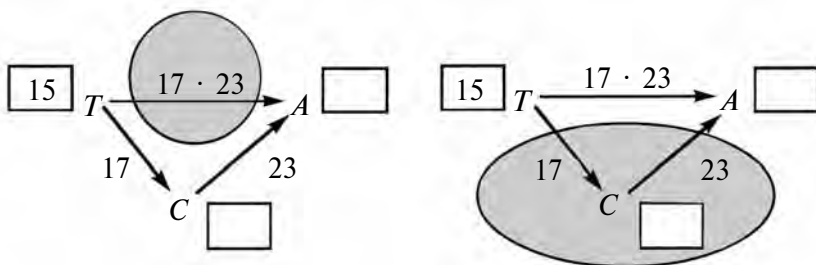
По схеме составляется выражение для нахождения искомого числа ($17 \cdot 23$) и заносится в схему вместо знака вопроса.

После этого учитель сообщает, что часть T измерили меркой E , которая уместилась в ней 15 раз. А как узнать результат измерения A меркой E ? Так как мерки E нет в наличии, то остается только искать способ вычисления значения A .

В этом может помочь схема. Но так как речь идет о значениях величин, то для них надо ввести в схему окошки.



Выясняется, что найти значение A можно двумя способами.

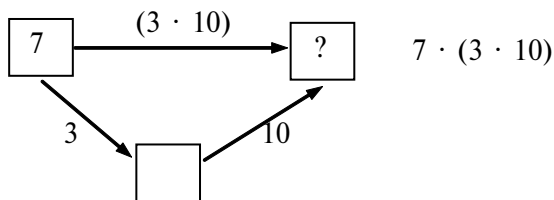


На калькуляторе вычисляются значения обоих выражений.

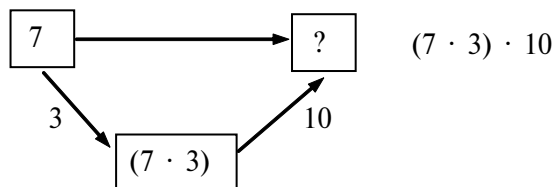
Другой вариант развертывания вводной задачи дан в задании 447. Его проигрывать лучше также при закрытых учебниках.

448. В этом задании дана схема, в которой можно искомый результат вычислить двумя способами (такая же, как в первом варианте вводной задачи, но без сюжета).

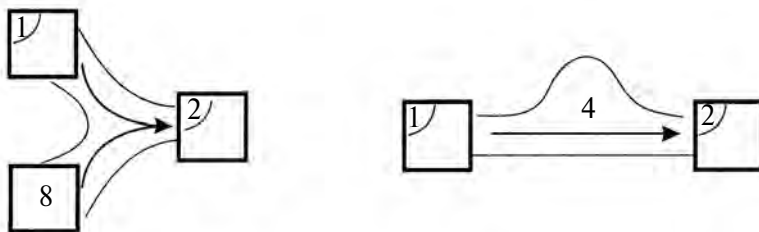
1 способ. Находится число над верхней стрелкой, а затем искомое число.



2 способ. Находится число в нижнем квадрате, а затем искомое число.

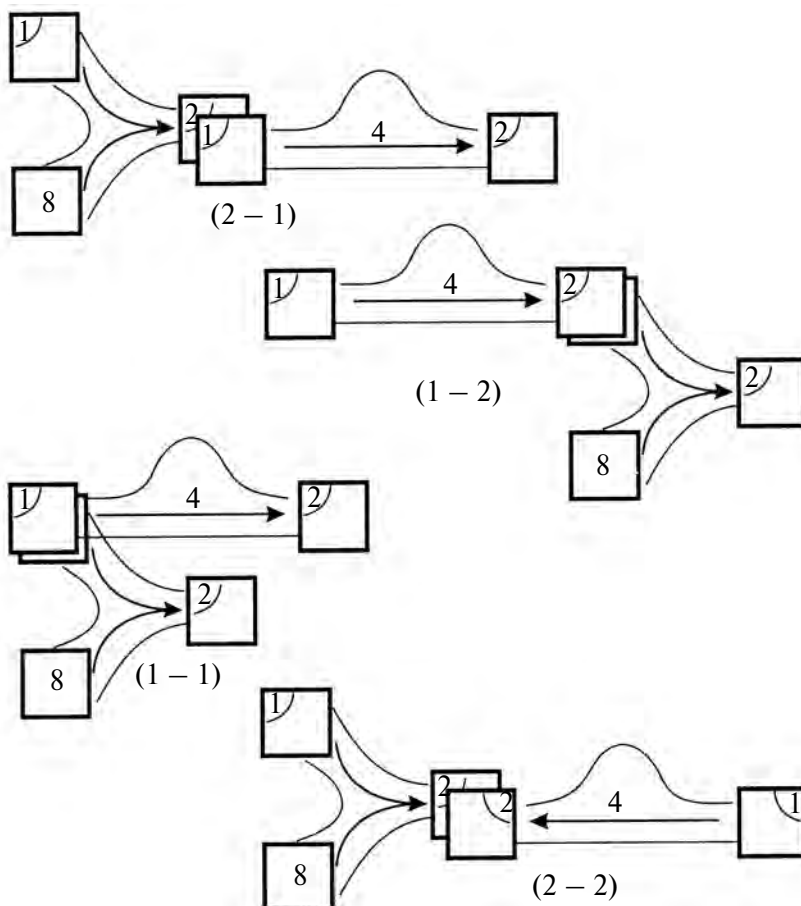


449. Для выполнения этого задания хорошо бы раздать детям заготовки со схемами из учебника, чтобы они при конструировании общих схем могли реально накладывать заданные схемы друг на друга. Для облегчения определения разных случаев соединения схем можно в каждой из них пронумеровать пустые окошки. (Чтобы меньше делать заготовок, работу можно проводить в группах.)



После объяснения детьми заданных схем им предлагается попробовать составить из них разные новые схемы, соединяя их в одну, как они уже делали это в заданиях 437, 438, 441. Выясняется, что для соединения схем в одну нужно, чтобы в обеих схемах «участвовала» одна и та же величина, по которой и происходит соединение схем. В задании 441 эта общая величина представляла целое в одной схеме, где говорилось о равных частях, и часть в другой. Выбирать совпадающие в двух схемах величины можно только среди неизвестных величин. Обсуждаются различные варианты соединения схем, предлагаемые детьми, а правильные зарисовываются на доске и в тетрадях.

Возможны четыре варианта:



450. Учащиеся упражняются в вычитании двузначных чисел.

451. Обязательно записываются все необходимые для построения прямоугольника вычисления.

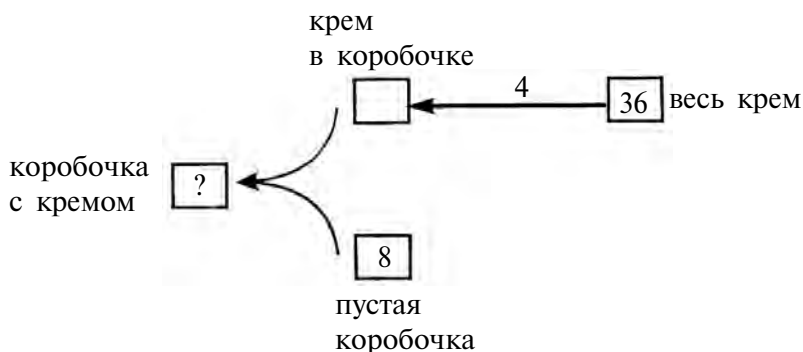
**Применение сочетательного свойства
умножения в вычислениях.****Построение схемы по тексту задачи***(Задания 452–453)*

452. Построение схем выполняется аналогично тому, как это делалось ранее. Рассмотрим, например, задачу 1.

Читается текст, и выясняется, что в нем говорится о массе, которая измеряется в граммах. Затем рассматривается первое предложение, в котором сообщается о раскладывании крема поровну в 4 коробочки, т. е. о разбиении массы всего крема на 4 равные части.



Во втором предложении говорится о массе одной коробочки с кремом и массе пустой коробочки, т. е. о целом, состоящем из двух частей: массы пустой коробочки и массы крема, содержащейся в этой коробочке. Какая же из этих величин уже представлена в построенной схеме? Это масса крема в одной коробочке, и именно она, а не масса коробочки является частью в построенной схеме (при анализе первого предложения это различие могло ускользнуть от детей). Уточняются пометки к построенной схеме, и она дорабатывается.



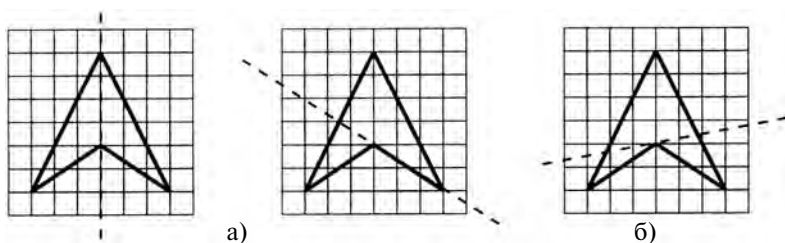
После построения к задачам схем они сравниваются со схемами из задания 449 и обнаруживается, что это те же

самые схемы. Далее по схемам находятся решения задач: либо по действиям, либо составляются выражения. Порядок выполнения действий или составления выражения диктуется схемой: начинать надо с той части схемы, в которой даны значения двух членов отношения, и потому можно найти значение третьего.

453. Задание носит исследовательский характер. Его лучше дать на дом, а затем на уроке рассмотреть предложенные детьми варианты решения.

Не требуется, чтобы дети искали все возможные варианты разбиения фигуры на части одной прямой. Достаточно, если они приведут хотя бы еще один дополнительный (помимо заданных в случаях а) и б)) вариант разбиения (каждый свой).

В случае а) возможны два способа разбиения: либо прямой, проходящей по внутренней диагонали, либо прямой, проходящей по короткой стороне. В случае б) прямая должна пересекать обе длинные стороны и проходить через вершину.

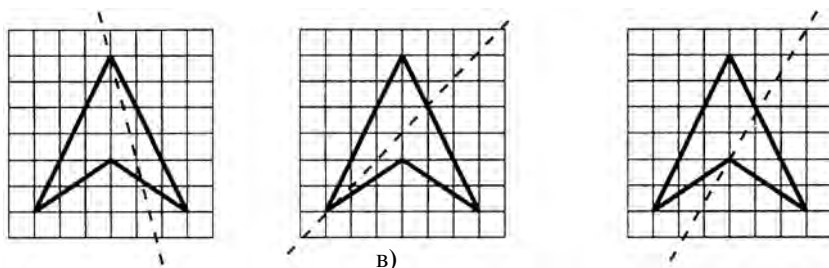


Вообще возможны следующие варианты разбиения на части многоугольника одной прямой:

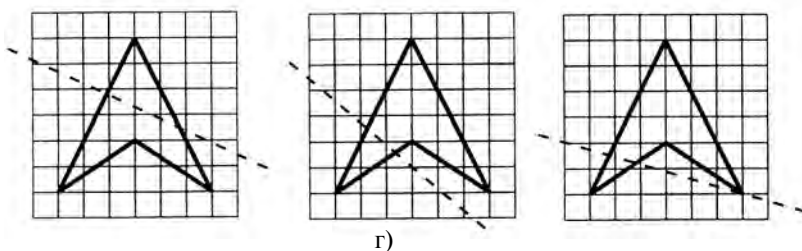
а) Прямая проходит через две вершины многоугольника. Многоугольник разбивается на два треугольника.

б) Прямая проходит через одну вершину и пересекает две длинные стороны многоугольника. Многоугольник разбивается на три треугольника.

в) Прямая проходит через одну вершину и пересекает одну сторону многоугольника. Многоугольник разбивается на треугольник и четырехугольник.

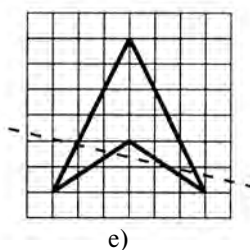
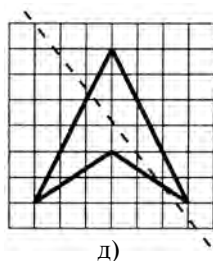


г) Прямая пересекает две соседние стороны многоугольника (и не проходит через вершины или проходит через одну из нижних вершин многоугольника). Многоугольник разбивается на треугольник и пятиугольник.



д) Прямая пересекает две противоположные стороны многоугольника. Многоугольник разбивается на два четырехугольника.

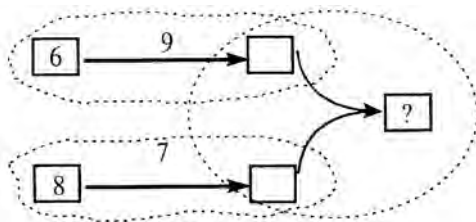
е) Прямая пересекает все четыре стороны многоугольника. Многоугольник разбивается на два треугольника и шестиугольник.



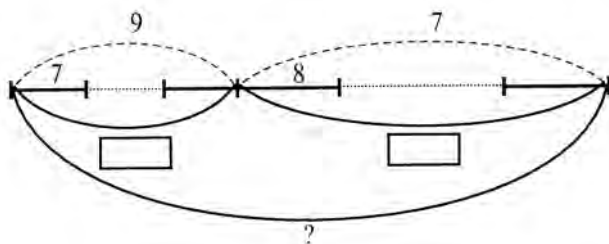
Построение чертежа по заданной схеме отношений

(Задания 454–458)

454. Так же как и при составлении выражения, для построения чертежа надо выделить в схеме куски, говорящие об одном отношении. В схеме 1) таких куски три. Два из них описывают целые, каждое из которых составлено из своих равных частей. Третий кусок говорит, что эти целые сами объединяются в новое большое целое.

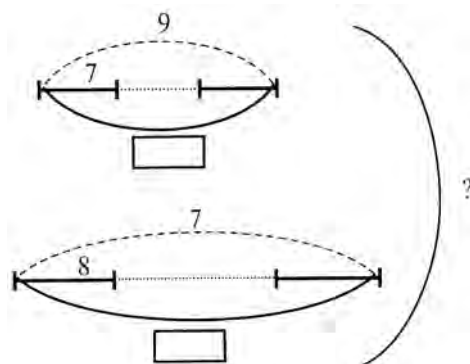


Поэтому надо сначала построить целое из первого куски, а затем на той же прямой пристроить к нему целое из другого куски.

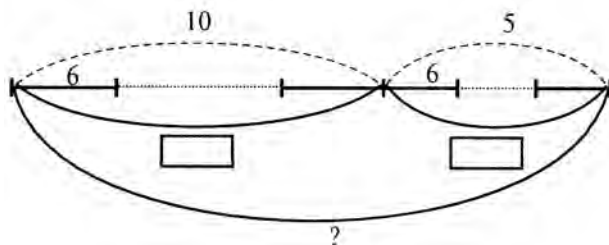


Другой путь: построить общее целое, а затем разбить одну его часть на 9, а другую на 7 равных частей. Однако этот путь гораздо труднее осуществить, при построении чертежа проще составлять целое из равных частей, чем разбивать целое на равные части.

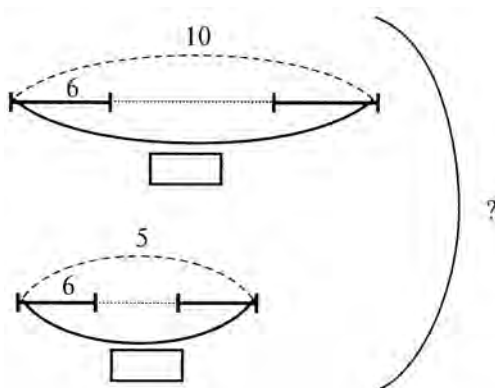
Возможен и другой вариант чертежа, более схематичный, когда целое не изображается, а показывается дугой.



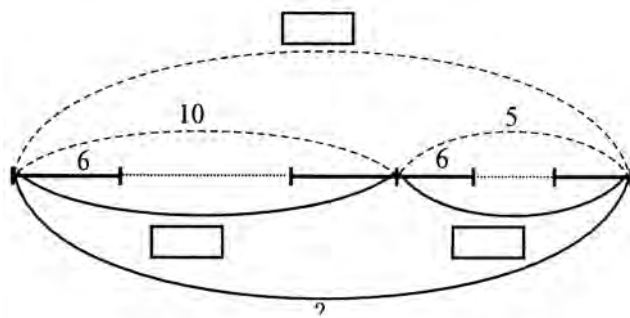
Аналогично строится чертеж и по второй схеме:



или



Задачи такого вида уже встречались детям. Вторая задача, помимо решения $(6 \cdot 10) + (6 \cdot 5)$, отвечающего схеме, имеет еще одно решение: $6 \cdot (10 + 5)$, которое можно выявить на первом варианте чертежа:



455. В качестве первого способа вычисления записываются варианты: 1) $(8 \cdot 2) \cdot 5$ и 2) $(7 \cdot 5) \cdot 2$. Учащиеся поясняют, что именно будет подсчитано первым действием. Можно ли найти более простой способ вычисления? Записываются и поясняются два новых выражения: 1) $8 \cdot (2 \cdot 5)$ и 2) $7 \cdot (5 \cdot 2)$.

456–458. Задания направлены на выработку навыков вычислений.

Умножение четных чисел на 5

(Задания 459–463)

459. Записываются и поясняются три способа вычисления: $(10 \cdot 6) \cdot 4$, $(10 \cdot 4) \cdot 6$, $(6 \cdot 4) \cdot 10$. Последний определяется как самый простой. Можно ли преобразовать два первых выражения, чтобы упростить вычисления? Делаются записи: $10 \cdot (6 \cdot 4)$ и $10 \cdot (4 \cdot 6)$. Они сравниваются с третьим выражением. Выясняется, что различие с ним связано только с перестановкой множителей.

460. Выясняется, что во всех случаях в числах нужно разделить множитель 2, поэтому в задании речь идет об умножении только четных чисел.

461. Перед выполнением вычислений предлагается определить, не поставлены ли где-то лишние скобки. Ими оказываются скобки, выделяющие начало выражения.

462. При работе над задачей необходимо помнить о разности заданных единиц длины.

463. Производятся измерения, записываются необходимые вычисления. После этого строится искомый квадрат.

Применение сочетательного свойства умножения для выполнения вычислений и решения задач

(Задания 464–470)

464. Выполняя работу, учащиеся упражняются в замене числа произведением двух множителей и наоборот.

465. Проверить выбранный знак сравнения можно, выполнив действия на калькуляторе. В последней паре выражений учащиеся должны не только отвергнуть знак равенства, но и поставить знак «меньше», объяснив его.

466. В задаче требуется найти целое, состоящее из равных частей. Наиболее очевидный способ решения: $(10 \cdot 3) \cdot 4$. Предлагается преобразовать запись для упрощения вычислений: $10 \cdot (3 \cdot 4)$. Поясняется, что в этом случае сначала будет определено, сколько пачек книг привезли, а затем сколько книг было в этих пачках.

467. К задаче строится схема, в которую удобнее вписать преобразованное число: не 1 м 20 см, а 120 см.

468. Уравнение записывается в строчку, а его решение производится столбиком.

469. Отрабатывается умение делить на двузначные числа.

470. Всего на рисунке изображены 8 углов, среди которых две пары вертикальных (а значит, равных между собой) углов и четыре развернутых угла. При записи углов в порядке возрастания равные углы следует записывать друг под другом:

$\angle AOP,$	$\angle POC,$	$\angle AOC,$
$\angle COT,$	$\angle AOT,$	$\angle POT.$

Примечание. Запись $\angle AOC$ (и $\angle POT$) обозначает сразу два развернутых угла, дополняющих друг друга до плоскости.

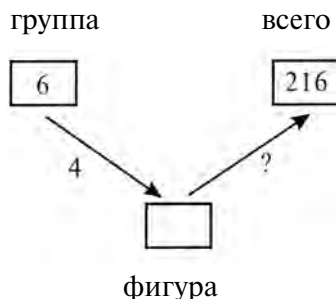
ДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА НА ПРОИЗВЕДЕНИЕ. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ НА 100 (6–8 уроков)

Постановка задачи

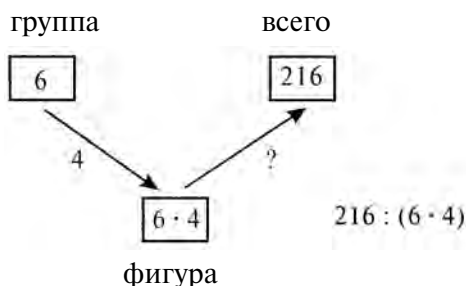
(Задания 471–476)

471. Задание выполняется при закрытых учебниках. На доску вынесен рисунок узора из учебника. Требуется узнать, сколько таких фигур можно составить из 216 звездочек. Нужно найти способ вычисления и составить соответствующее выражение, а выполнять вычисления не надо (да и не получится). Предложенные способы будут показаны на схеме.

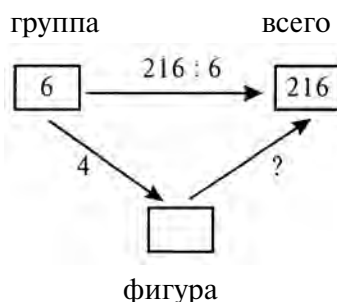
Из рисунка видно, что фигура состоит из четырех групп, по 6 звездочек в каждой, и поэтому можно найти число звездочек в фигуре. А зная это значение части, можно узнать, сколько таких частей получится из 216 звездочек (целого). Строится схема. Рисуются окошки для трех величин — количества звездочек в группе, количества звездочек в фигуре и общего количества звездочек. Стрелками показывается, что фигура разбивается на равные группы, а все звездочки — на одинаковые фигуры.



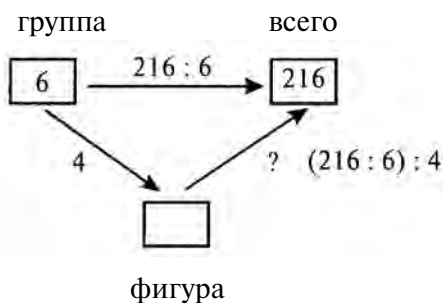
На схеме показывается предложенный способ вычисления и составляется выражение.



После этого предлагается найти другой способ вычисления, а для этого определить по рисунку и схеме, что еще можно узнать о данных величинах. Выясняется, что можно узнать, сколько групп получится из всех звездочек. Схема дополняется.



Но зная число всех групп и что одна фигура состоит из 4 таких групп, можно вычислить, сколько фигур получится из этих групп.



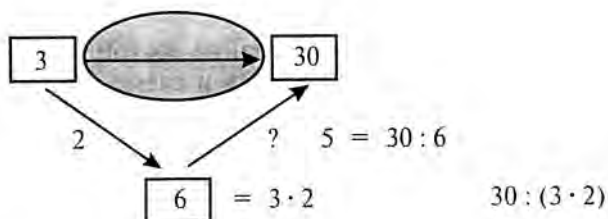
Значения обоих выражений вычисляются на калькуляторе, и подтверждается, что они равны.

После этого открывается учебник и выполняется аналогичное задание 1. После его выполнения сравнивается «легкость» двух способов вычисления:

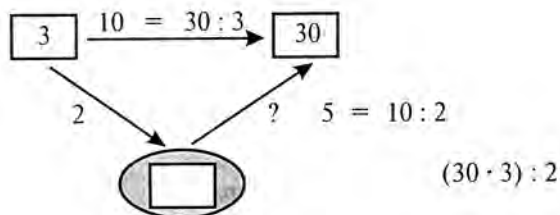
$$96 : (6 \cdot 4) \text{ и } (96 : 6) : 4.$$

472. Дети выполняют поиск числа двумя способами, по-разному проходя схему.

1)



2)



Обсуждаются оба способа вычислений.

473–474. Выведенное правило используется при выполнении вычислений.

475–476. Проводится работа, направленная на формирование навыков вычислений.

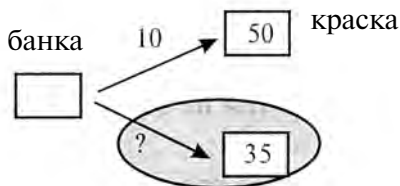
Умножение на 100

(Задания 477–481)

477. Чтобы выполнить умножение на 100, можно это число представить в виде произведения $10 \cdot 10$ и далее действовать, опираясь на известные правила умножения. После выполнения заданий первого столбика дети замечают, что при умножении на 100 к исходному числу приписываются два нуля. То же происходит и в других столбиках (при этом во втором столбике количество нулей в произведении оказывается суммированным).

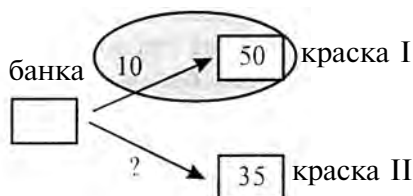
478. Умножение производится при развернутом проговаривании способа вычисления.

479. Выясняется, что в заданном предложении говорится о разбиении целого (50 кг краски) на равные части (одинаковые банки). Предложение соотносится с соответствующей частью схемы, и в него добавляется недостающее данное — 10 банок.



«50 кг краски упаковали поровну в 10 банок».

После этого рассматривается другая часть схемы и выясняется, что в ней говорится о тех же частях (а значит, таких же банках), из которых составляется уже другое целое (другая масса), причем в задаче спрашивается о числе частей в этом другом целом. В соответствии со схемой дополняется текст задачи.



«Сколько нужно таких же банок, чтобы упаковать 35 кг краски?»

480. Повторяются приемы письменных вычислений.

481. Таким образом надо зафиксировать два способа построения отрезка: с помощью циркуля, когда отрезок «переносится» целиком, и с помощью линейки, когда отрезок отмеривается по числу.

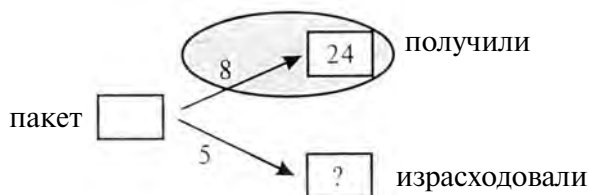
Деление на 100. Измерение углов

(Задания 482–489)

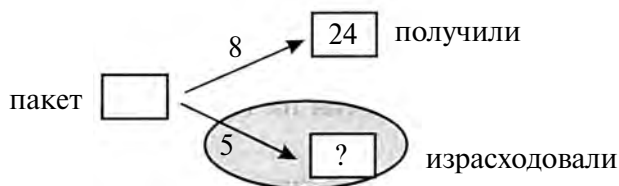
482. Вычисление выполняется развернуто. По ходу работы отмечается, что при делении на 100 отбрасываются два нуля делимого.

483–484. Учащиеся упражняются в новом виде деления.

485. Выясняется, что в обоих предложениях текста речь идет о двух целых (полученной и израсходованной массах муки), составленных из одних и тех же равных частей (массы муки в одном пакете). В схеме также можно выделить две части, каждая из которых говорит о целом, составленном из равных частей. Остается выяснить, какой фрагмент схемы какому предложению соответствует. Ключевым является второе предложение, в котором дано количество частей (5). Это же число частей указано во второй части схемы. Значит, второму предложению соответствует вторая часть схемы, а первому — первая. Помечаются окошки в схеме, и дополняется текст:



«За день израсходовали 5 таких пакетов».



«Для столовой получили 24 кг муки в 8 одинаковых пакетах».

Осталось закончить задачу, поставив вопрос. Знак вопроса находится во второй части схемы в окошке, обозначающем целое, т. е. спрашивается о массе израсходованной муки.

«Сколько кг муки израсходовали за день?»

486—488. Задания направлены на формирование навыков вычислений.

489. Вместо этого задания лучше провести работу по построению угла, равного заданному, в двух ситуациях. Во-первых, когда можно воспользоваться образцом, например углом, вырезанным из плотной бумаги. Во-вторых, когда образцом воспользоваться нельзя, а вместо него есть другой угол, составляющий некоторую часть (E) заданного угла. Сколько раз эта часть укладывается в заданном угле, детям заранее неизвестно. Поэтому для построения угла, равного заданному, нужно сначала промерить образец этой частью, а затем отложить ее соответствующее число раз, т. е. *измерить* и *отмерить* заданный угол. Соответствующая запись будет иметь вид: $\angle ABC = 5E$.

Если же все-таки сразу приступить к заданию 489, то оно должно выполняться в два этапа.

На первом этапе выясняется, как изготовить угол $ТОС$. Он может быть сначала перенесен на клетчатую бумагу по трем точкам. Затем его можно вырезать и наложить на плотную бумагу. Можно соединить эти действия, если заготовить листы плотной бумаги с нанесенными на нее клетками. Так или иначе эта ситуация требует непосредственного использования образца.

На втором этапе строятся $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$. Выясняется, что сразу построить их нельзя. Надо воспользоваться уже изготовленным углом $ТОС$. Проверяется, что он 2 раза укладывается в $\angle 1$, 3 раза — в $\angle 2$ и 4 раза — в $\angle 3$. Как это можно записать? Делаются соответствующие записи: $\angle 1 = 2 \angle ТОС$, $\angle 2 = 3 \angle ТОС$, $\angle 3 = 4 \angle ТОС$.

После этого строятся $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$. Делается вывод о том, что углы, как и другие величины, можно измерять.

Умножение и деление на 100.

Градус — единица измерения углов

(Задания 490—497)

490—493. Учащиеся упражняются в делении чисел на 100. В задании 492 к случаю умножения нужно подобрать соответствующий случай деления из соседнего столбика. Однако не всегда это получится. В задании 493 одно из предложенных чисел окажется лишним (600).

494. Рассматриваются два чертежа, устанавливается, что хотя они и похожи, но неизвестное в них занимает разные места. Строятся схемы, подчеркиваются их сходства и различия. Записывается решение.

495–496. Задания направлены на формирование навыков вычислений.

497. Дети вспоминают, как измеряются углы, изготавливают мерку E и строят требуемые углы (первый из этих углов будет прямым, а последний — развернутым). После этого обсуждается вопрос о стандартной единице для измерения углов. Такой единицей является градус — девятая часть от прямого угла. Выясняется, что использованная мерка E равна 45° , прямой угол — 90° , второй из построенных углов равен 135° , а развернутый угол — 180° .

Примечание. Вопрос о существовании и измерении углов больше 180° пока не обсуждается.

Случаи деления вида $800 : 8$. Транспортир

(Задания 498–505)

498. Напоминается возможность составления двух случаев деления на основе одного случая умножения.

499–501. Учащиеся упражняются в выполнении деления нового вида.

502. Сравниваются заданные чертежи, характеризуются искомые. Составляются схемы, записывается решение.

503. Сравниваются результаты проведенных вычислений, подчеркивается важность соблюдения порядка действий.

504. Перед выполнением вычислений полезно выяснить, какое число может получиться в остатке, а какое — не может.

505. Дети вспоминают, какие углы равны 90° и 180° (прямой и развернутый). А как измерять произвольные углы? Для измерения отрезков есть специальный инструмент — линейка. Учитель сообщает, что для измерения углов также есть специальный инструмент. Он называется транспортиром. Учитель показывает транспортир и предлагает с помощью него измерить несколько углов. В ходе этой работы обращается внимание на правильные технические приемы работы с транспортиром. Выделяются типичные ошибки. Поскольку измерения с помощью транспортира достаточно сложные, то в последующем целесообразно регулярно давать задания на измерение и отмеривание углов.

512. Числа составлены из одинаковых цифр, но в разных системах счисления. Поэтому их разности будут различными.

513. Тренировочное задание на формирование навыков вычислений.

514. Для того чтобы научиться правильно использовать транспортир, надо до этого задания провести работу по измерению углов, вырезанных из бумаги.

Цель задания — еще раз обратить внимание на правильное положение транспортира при измерении углов. Результат Миши и Иры правильный (хотя Ира выполнила задание не самым очевидным способом), а Таня допустила ошибку — считала результат не с той шкалы. Для предотвращения ошибок такого рода полезно предварительно на глаз определять вид угла — тупой он или острый. Для острого угла результат измерения должен получиться меньше 90° , а для тупого — больше.

Приемы умножения и деления на разрядную единицу (закрепление). Правила порядка выполнения действий

(Задания 515–522)

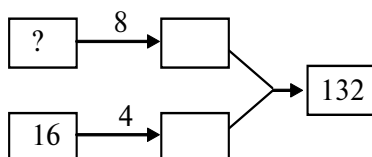
515–517. Тренировочные задания на умножение и деление на разрядные единицы. В задании 516 нужно найти несколько вариантов представления числа в виде двух множителей, например: $1800 = 18 \cdot 100 = 180 \cdot 10$.

518. В ранее выполнявшихся упражнениях подчеркивалась важность соблюдения правил порядка выполнения действий. Учащимся предлагается перечислить известные им правила: в выражениях со скобками вычисляется сначала значение скобок; действия в выражениях без скобок выполняются в заданном порядке. По рисунку, данному в учебнике, формулируется задача, оценивается ее решение. Вероятно, учащиеся потребуют выделить скобками выражение $4 \cdot 5$. Учитель сообщает о том, что бывает нужно поставить слишком много скобок, поэтому математики договорились о правиле: действия умножения и деления не заключать в скобки, но всегда выполнять раньше действий сложения и вычитания. В заданном выражении проставляется порядок

действий, учащиеся расписывают выражение по отдельным действиям.

519. Предлагается выполнить вычисления, помня о новом правиле. Отмечается, что раньше в скобки были бы взяты действия умножения и деления. Теперь такие скобки будут лишними.

520. Задание аналогично заданию 511. Схема будет выглядеть так:



521. Тренировка вычислительных навыков.

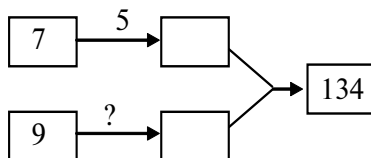
522. Выполняется упражнение на измерение углов.

Деление вида $34000 : 34$, $34000 : 340$

(Задания 523–529)

523–525. Осваивается новый конкретный вид деления чисел.

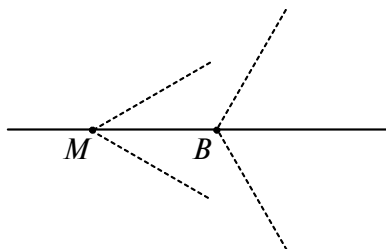
526. Задание аналогично заданию 511. Схема будет выглядеть так:



527. Упражнение на порядок действий.

528. «Ловушка» в третьем равенстве первого столбца: остаток должен быть меньше 18.

529. С заданной стороны можно построить два угла данной величины. Нужно рассмотреть оба варианта.



Соотношение единиц длины

(Задания 530–536)

530. Предлагается прочесть таблицу, произнося полными словами заданные сокращения. На обложке учебника имеются такие же сведения, за которыми можно обращаться в дальнейшем.

531. Производится сравнение величин при опоре на таблицу.

532. Чтобы дополнить схемы, учащимся придется вспомнить соотношение заданных единиц (или справиться о них в таблице). Схема подсказывает то действие, с помощью которого можно определить искомое число.

533. При составлении выражений можно во всех случаях поставить скобки, как это делали раньше, но теперь мы знаем правило, поэтому часть скобок следует опустить. Важно, что нельзя записать без скобок второе и четвертое выражения. Это можно проверить, выполнив вычисления с учетом скобок и игнорируя их.

534–535. Упражнения на вычислительные навыки.

536. Построение углов с помощью транспортира.

КРАТНОЕ СРАВНЕНИЕ ВЕЛИЧИН (6–7 уроков)

Сначала работа с кратным отношением проводится на предметном уровне, т. е. учащиеся выполняют соизмерения и построения без обращения к вычислениям. Только после того, как смысл нового вида сравнения величин станет для них ясным, вводятся вычислительные операции по определению большей величины, меньшей и кратного отношения.

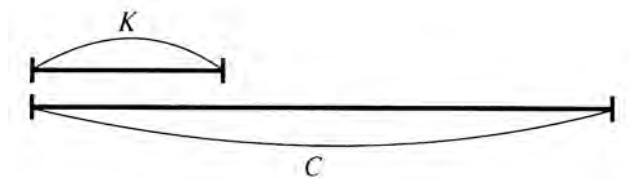
Вводная задача

(Задания 537–542)

Сначала работа выполняется при закрытых учебниках.

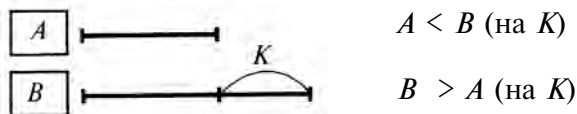
1) На клетчатой части доски даны три отрезка в 6, 3 и 2 клетки, длина которых обозначена соответственно буквами A , B , C . Учащимся предлагается начертить в тетрадах отрезок длиной A (6 клеток), учитывая количество клеток в нем. Далее нужно начертить отрезок соответственно записи (на доске): $K > A$. При этом у всех должны получиться отрезки одинаковой длины. Дети могут потребовать, чтобы им сказали, сколько в новом отрезке должно быть клеток. Учитель говорит, что этого не скажет, но свою запись уточнит: $K > A$ на B ($B = 3$ клеткам). Учащиеся чертят отрезок длиной K . Подчеркивается, что при сравнении бывает важно указать разность — на сколько одна величина отличается от другой. На отрезках выделяется и обозначается буквой B разность. Предлагается построить новый отрезок по записи $T < A$ на C ($C = 2$ клеткам). Все элементы чертежа обозначаются буквами.

2) На доске два новых отрезка (начерчены без использования клеток):

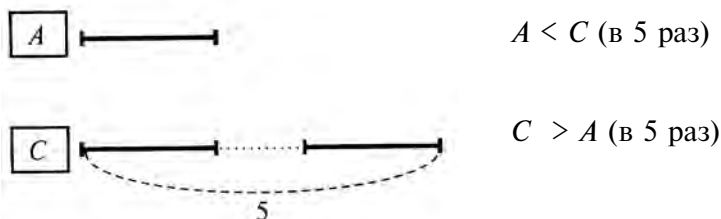


Делается запись: $K < C$. Как уточнить запись? Нужно указать разность. Дети показывают ее жестом на отрезках. Учитель сообщает, что используют еще один способ сравнения. Для этого узнают, сколько раз меньшая величина уместается в большей, т. е. используют меньшую величину как мерку для измерения большей. Действие выполняется. Оказывается, что длина K содержится в длине C 3 раза. В таком случае говорят, что *величина K меньше величины C в 3 раза*. Делается уточняющая запись: $K < C$ (в 3 раза). Предлагается догадаться, как нужно уточнить запись про те же величины: $C > K$ (). Учащиеся дополняют запись и прочитывают ее.

537. Сравняются площади A и B . Устанавливается, что они отличаются на небольшой кусочек — их разность — площадь K . Выясняется, что про разность рассказывает левый чертеж. Он заполняется, и дополняются записи о сравнении величин A и B .



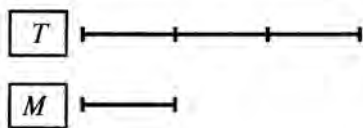
После этого сравнивается площадь A с площадью C . Выясняется, что A укладывается в C 5 раз, значит, A меньше C в пять раз. Об укладывании одной величины в другую как раз говорит правый чертеж. Он заполняется, и дополняются записи о сравнении величин A и C .



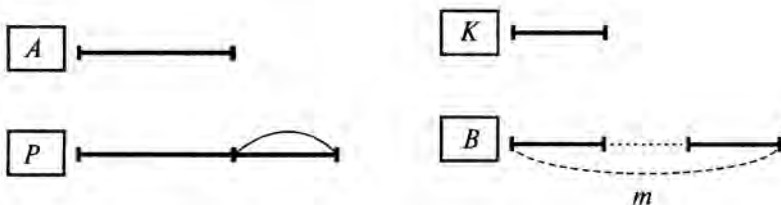
Подчеркивается, что площади A и B сравнили старым способом — с помощью разности, известным еще с первого класса, — такое сравнение называют **разностным**. Площади же A и C сравнили новым способом: нашли число, показывающее, во сколько раз отличаются друг от друга сравниваемые

величины. Это число называется **кратностью**, а сравнение с помощью кратности — **кратным сравнением**.

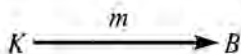
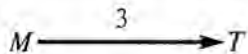
538. Учащиеся читают первую запись. Выясняется, что в ней речь идет о новом способе сравнения — кратном сравнении. Уточняется, что означает число 3, записанное в скобках, — сколько раз T содержится в M — 3 раза. Какой чертеж это показывает? Подходят второй и третий чертежи, но поскольку третий подходит и к другим случаям кратного сравнения, то заполняется второй чертеж.



Вторая и третья записи рассматриваются аналогично.



После этого обсуждается, какие случаи сравнения могут быть описаны стрелочной схемой. Она говорит об укладывании одной величины в другой, т. е. о кратном сравнении. Значит, схема подходит к первой и третьей записям.



Еще раз отмечается, что стрелочная схема может говорить не только об измерении или о целом, состоящем из равных частей, но и о кратном сравнении величин. У начала стрелки стоит меньшая величина, у конца — бóльшая, а над стрелкой — их кратность.

539. Способ вычисления можно записывать, а можно выполнять устно. В одном случае должно получиться составное именованное число.

540–541. Задания на повторение.

542. Учащиеся осваивают действия с транспортиром.

Предметные способы кратного сравнения величин. Соотношение единиц массы

(Задания 543–550)

543. Нужно выполнить кратное сравнение длин. В случае величины P — «ловушка»: длина K укладывается в длине P не целое число раз — в таких условиях мы пока не сможем описать кратное отношение.

544. 1) На рисунке изображены мензурки с водой. Устанавливается кратное отношение объемов воды. Полезно предварительно изобразить объемы с помощью отрезков, т. е. построить чертеж, работая с которым и установить конкретный характер отношений.

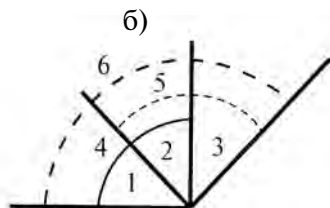
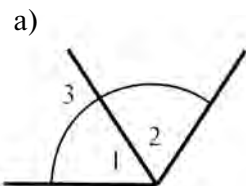
2) Груз уравновешен тремя одинаковыми грузами. Строится чертеж, и с его помощью устанавливается, что масса M больше массы T в 3 раза.

545–547. Задания на освоение соотношения единиц массы.

548. Упражнение на порядок действий.

549. Упражнение на деление с остатком.

550. Выделяется отношение целого и частей для углов. В случае а) изображены 3 угла, из которых достаточно измерить 2, в случае б) углов, которые нужно измерить, только 3, остальные можно вычислить.



Рационально измерять только углы, наложенные друг на друга и имеющие общую сторону (например, $\angle 2$ и $\angle 3$ в случае а) и $\angle 3$, $\angle 5$ и $\angle 6$ в случае б). Тогда можно обойтись только одним прикладыванием транспортира.

а)



$$\angle 2 = 54^\circ$$

$$\angle 3 = 108^\circ$$

$$\angle 1 = 108^\circ - 54^\circ = 54^\circ$$

б)



$$\angle 3 = 45^\circ$$

$$\angle 5 = 90^\circ$$

$$\angle 6 = 135^\circ$$

$$\angle 1 = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

$$\angle 2 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\angle 4 = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$$

Кратное сравнение мерки и объекта

(Задания 551–556)

551. В предыдущих заданиях предлагалось *сравнить* две самостоятельные величины. Способ сравнения был таков, что одна из них (меньшая) фактически выполняла функцию мерки. Теперь напрямую задаются *мерка* и величина, выполняется действие *измерения* и после записи его результатов предлагается сравнить мерку и измеряемую величину. Оказывается, что никаких дополнительных действий по сравнению выполнять не нужно: результат измерения и показывает, во сколько раз мерка меньше измеряемой величины.

552–553. Упражнения на соотношение единиц.

554. Уточняется новое правило: если в выражении без скобок имеется несколько действий умножения и деления, то они выполняются по порядку, заданному записью.

555. Упражнение на устные вычисления.

556. В этом задании устанавливается, что сумма смежных углов равна 180° , поскольку они вместе составляют развернутый угол.

Кратное и разностное сравнение величин

(Задания 557–565)

557. 1) Оба построения оказываются возможными.

2) Строится фигура с площадью K (в два раза больше заданной). Отмерить точно площадь T оказывается невозможно, так как неизвестна площадь A . Учитель рисует на доске блок из пяти клеток — это площадь A . Учащиеся выполняют построение площади T .

3) Строится фигура по записи кратного отношения. Работа с разностным отношением оказывается невозможной: в записи указано, что одна площадь больше другой на 2. Но чего 2? Какой была мерка? Дети решают, что это две клетки. Учитель соглашается с тем, что так могло быть, но на самом деле в данном случае считали не отдельными клетками, а парами (на доске рисуется пара квадратов, которые помечаются как мерка). Выполняется нужное построение. Отмечается, что разностью величин является величина того же рода.

558. Отмечается, что заданные величины можно сравнить двумя способами: с помощью кратности и с помощью разности. При разностном сравнении после выделения на чертеже разности встанет вопрос о том, как ее обозначить. Но оказывается, что новой буквы можно и не вводить, выясняется, что разность равна $4C$. Поэтому запись примет вид: $M > C$ (на $4C$).

559. Кратное и разностное отношение заданы одним и тем же числом. Однако при работе с разностным отношением приходится прибегать к мерке для точного определения разности. Разность величин — это не просто 4, а 4 каких-то мерки. Особенность задания состоит и в том, что до этого случая учащиеся должны были чертить *большой* объект

по меньшему и кратному отношению, здесь же нужно, наоборот, построить фигуру меньшей площади. Проблема решается рассуждением: $A < C$ (в 4 раза), значит, C состоит из $4A$, нужно C разбить на 4 одинаковые части. Это можно сделать, посчитав клетки или «разрезав» прямоугольник на 4 горизонтальные полосы толщиной в одну клетку. Можно показать детям способ деления сначала на 2 равные части, а потом еще на 2 (горизонтальной, а затем вертикальной линиями).

560. Длина отрезков определяется только построением, а не вычислением, т. е. не нужно определять, сколько сантиметров должно быть отложено (или сколько сантиметров получилось), — пока нас интересует способ построения отрезков, а не конкретное значение их длины.

561–563. Упражнения на соотношение единиц.

564. Числа составлены из одинаковых цифр, но в разных системах счисления. Поэтому их разности будут различны.

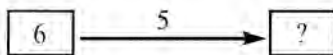
565. Повторение компонентов деления.

Вычисление значений элементов кратного сравнения

(Задания 566–573)

566. Еще раз вспоминается смысл кратного сравнения величин, его связь с измерением и составлением целого из равных частей (или разбиением целого на равные части).

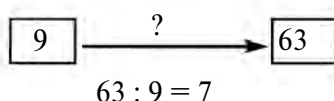
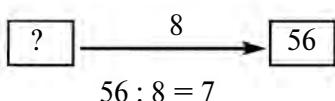
567. Рассматривается первый чертеж. Он показывает, что одна величина в 5 раз меньше другой или что одна величина укладывается 5 раз в другой. Это фиксируется в схеме. Стрелку, над которой должно стоять число 5, следует вести от меньшей величины к большей. Кроме того, из чертежа видно, что меньшая величина измерена какой-то меркой, т. е. дано ее числовое значение (6), а значение большей надо найти. В схему вводятся окошки для значений величин.



После этого выясняется, каким действием находится искомое число. В данном случае мы имеем схему умножения-деления. Известны оба множителя, а надо найти произведение. Значит, надо перемножить множители: $6 \cdot 5 = 30$.

Таким образом, чтобы найти значение большей величины, надо значение меньшей величины умножить на число, показывающее, во сколько раз бóльшая величина больше меньшей (их кратность).

Аналогично ведется работа с двумя другими чертежами.

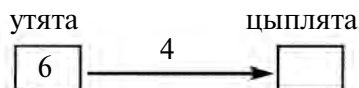


В заключение еще раз проговаривается, как находится значение большей величины, как находится значение меньшей величины и как определяется, во сколько раз одна величина больше или меньше другой.

568. Читается текст задачи. Выясняется, что в первом предложении речь идет о сравнении двух однородных величин — количестве цыплят и количестве утят. Рисуются два окошка, которые пока соединяются линией без стрелки, чтобы не ошибиться при первом прочтении, чего больше, а чего меньше.



По тексту уточняется, что цыплят больше, чем утят, в 4 раза. Значит, стрелка должна идти от левого окошка к правому и над ней должно стоять число 4. Кроме того, известно, сколько утят. В соответствующее окошко вписывается число 6. Про число цыплят в первом предложении не говорится, и соответствующее окошко остается пока пустым.



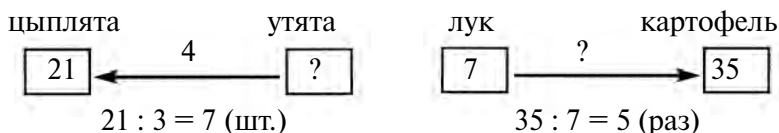
После прочтения второго предложения выясняется, что количество цыплят как раз и надо найти. В пустое окошко ставится знак вопроса.



После этого записывается решение задачи. Надо найти значение большей величины — произведение. Обращается внимание и на единицу, которой считались количества:

$$6 \cdot 4 = 24 \text{ (шт.)}.$$

Аналогично происходят анализ текста, построение схемы и для других задач.



Примечание. Порядок построения схемы (анализ текста) не является жестким. Что выделяется сначала — величины (окошки) или связи (стрелки), не так уж и важно. Главное, чтобы выделялись и сопоставлялись отдельные смысловые куски текста и соответствующие им части схемы. Каждый элемент схемы должен быть обоснован соответствующим местом в тексте. Это же относится и к построению чертежа.

569 – 570. Упражнения на соотношение единиц.

571. Уточняется, что если в выражениях без скобок имеется несколько действий сложения и вычитания, то они выполняются в том порядке, как записаны, но после выполнения умножения и деления.

572. Упражнение на деление с остатком.

573. Задание на применение свойств смежных и вертикальных углов.

Сначала следует построить чертеж (отмерив угол в 43°). Но искомые углы предлагается найти без измерений (используя свойство смежных углов). По ходу выполнения зада-

ния еще раз обращается внимание на равенство вертикальных углов.

Три вида задач с отношением кратного сравнения

(Задания 574–581)

574. При закрытых учебниках ставится вопрос: как можно сравнить длину отрезков? Выясняется, что можно узнать, на сколько один отрезок длиннее другого и во сколько раз. Читается задание. После выполнения вычислений (которые записываются) учащиеся с помощью линейки проверяют полученные результаты: действительно ли одна длина больше другой на 60 мм и в 4 раза.

575. Выясняется, что в задаче сравниваются высота куста и высота дерева, причем сравнение кратное и требуется определить высоту дерева — ту величину, которая больше («дерево в ____ раз выше»). Чтобы это сделать, известными должны быть значение меньшей величины и кратность. К этой задаче подходит первая схема. Заполняются пропуски в тексте, записывается решение задачи.

После этого анализируются другие схемы. Во второй схеме описывается ситуация кратного сравнения, в которой известны значение большей величины и кратность, а найти надо значение меньшей. Поэтому текст задачи должен быть переделан так, чтобы в задаче были известны высота дерева и то, во сколько раз она больше высоты куста, а вопрос был о высоте куста. Аналогично получается, что в задаче к третьей схеме надо узнать, во сколько раз дерево выше куста.

576–577. Упражнения на соотношение единиц.

578. Дети должны сначала объяснить, какое действие надо выполнить (умножение). Строить схему или чертеж не нужно.

579. Рассматривается новое уточнение правила порядка вычислений.

580. В этом задании полезно до вычислений оценить, значение какого выражения больше.

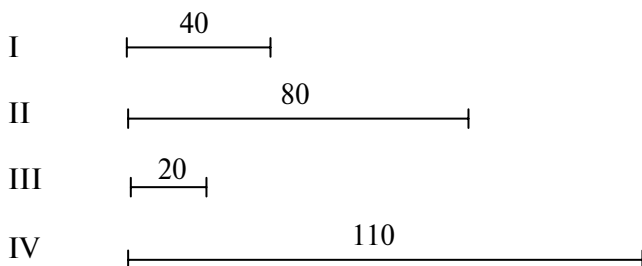
581. При построении чертежа могут быть разные варианты, что не влияет на конечный результат.

При откладывании второго угла важно, чтобы он не наложился на первый, поскольку речь в задании идет о разбиении плоскости. Три прямые, проходящие через одну точку, плоскость разбивается на 6 попарно равных углов. Поэтому нужно найти еще только один угол. Это можно сделать вычислением, не прибегая к измерениям.

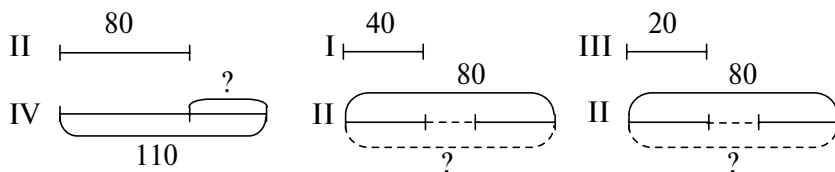
СТОЛБЧАТЫЕ ДИАГРАММЫ (1–2 урока)

(Задания 582–586)

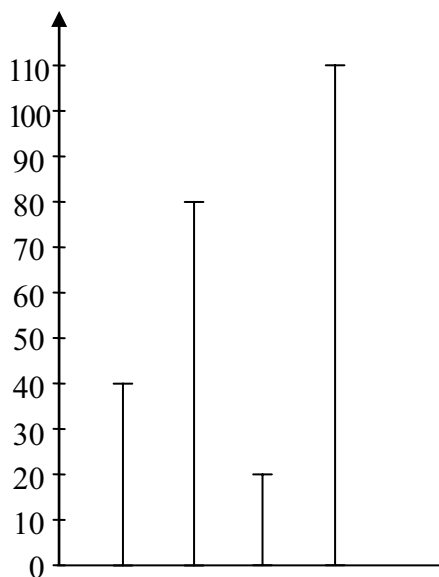
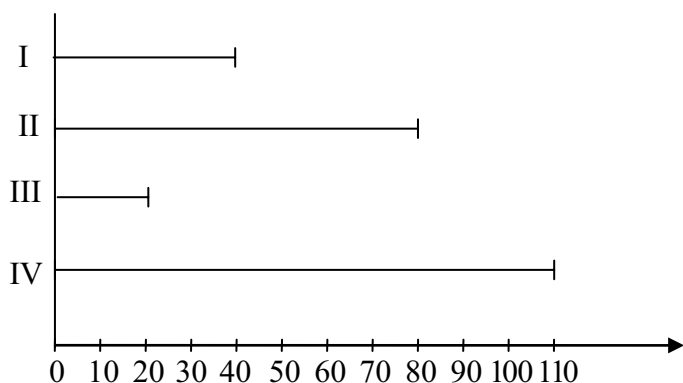
582. Цель этого задания — введение столбчатых диаграмм. Сначала строится чертеж к задаче. Оказывается, что условия задачи изобразить легко.



Но поставить знаки вопроса на чертеж затруднительно. По сути дела задача распадается на три отдельные элементарные задачи и для каждой надо строить отдельный чертеж. Причем в каждом случае, чтобы изобразить вторую часть вопроса («во сколько раз больше?» или «на сколько больше?»), надо уже знать ответ на первую часть вопроса («какая из сравниваемых величин больше?»).



Поэтому в данном случае, когда сравнивается несколько величин и надо установить много разных соотношений между ними, лучше ограничиться только представлением условий. Кроме того, можно более наглядно представить сами условия. Для этого все значения величин выносятся на общую шкалу, а отрезки, обозначающие сравниваемые величины, строятся в соответствии с этой шкалой. Тогда все соотношения между величинами представлены точно, а не условно, как на чертеже.

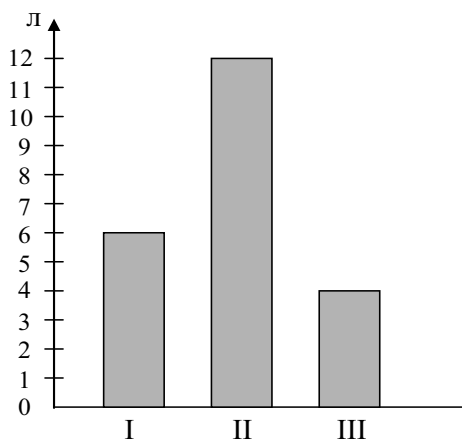


Такие изображения сравниваемых величин называются линейными (если отрезки расположены горизонтально) или столбчатыми (если отрезки расположены вертикально) диаграммами. Обычно вместо отрезков для большей наглядности на диаграммах используют полосы. Такая столбчатая диаграмма представлена в учебнике. Рассматривая эту диаграмму, следует сформулировать дополнительные вопросы, на которые можно или нельзя ответить по этой диаграмме.

Например: «Какой из фильмов, идущих в разных залах, пользуется наибольшей популярностью?». Если залы вмещают одно и то же количество зрителей, то тогда ответ можно дать («фильм, идущий в IV зале»), а если залы разные, то нет.

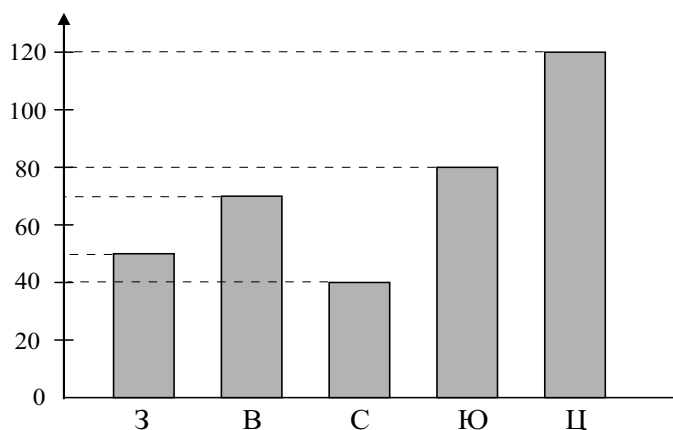
Примечание. Столбчатые (или линейные) диаграммы удобно использовать для изображения результатов сравнения нескольких величин и соответственно для представления разностного отношения и кратного отношения. Но на них не передаются другие отношения, например «целого и частей». Для представления результатов сравнения частей некоторого целого используются круговые диаграммы, которые могут встретиться учащимся в курсе «Окружающий мир».

583. Диаграмма может иметь следующий вид:



На шкале диаграммы полезно показывать единицу измерения величин. В данном случае это литр (л).

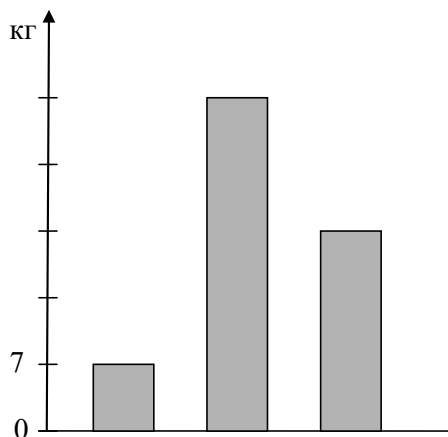
584. По диаграмме можно определить количество жителей в каждом городе: З — 50 человек, В — 70, С — 40, Ю — 80, Ц — 120.



Задачи на сравнение этих величин можно придумывать самые разные. Например: «В каком городе самое маленькое число жителей?» или «На сколько больше жителей в Ю, чем в З?». И т. п.

585. Здесь главное — выбрать удобный шаг на шкале. Наиболее подходящий — шаг, соответствующий 7 кг. Вторая масса кратна 7 кг и разность также: $7 \cdot 2 = 14$ (кг).

Тогда диаграмма будет иметь следующий вид.



Далее можно проставить числа у остальных отметок на шкале.

586. На диаграмме изображены результаты взвешивания трех грузов. Самый легкий из них весит 26 кг. Сколько весят другие два груза?

Сначала определяется шаг на шкале. Так как самая маленькая масса 26 кг соответствует второй отметке на шкале, то шаг соответствует $26 : 2 = 13$ (кг). После этого легко определить массы других грузов:

$$13 \cdot 3 = 39 \text{ (кг)},$$

$$13 \cdot 5 = 65 \text{ (кг)}.$$

Предупреждение. Начиная с этого раздела нумерация заданий в УЧЕБНИКЕ будет идти впереди (на 6—8 номеров) ссылок на них, сделанных в РАБОЧЕЙ ТЕТРАДИ. В следующем издании этот сбой будет устранен. Пока же следует ориентироваться на общие в учебнике и в рабочей тетради заголовки.

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ КРУГЛЫХ ЧИСЕЛ
(6—7 уроков)**Случаи вида $5 \cdot 300$. Окружность***(Задания 587—594)***587—589.** Упражнения на умножение круглых чисел.

590. Дети должны сначала объяснить, какое действие надо выполнить (умножение) и как лучше это сделать (удобнее всего разбить первый множитель на разрядные слагаемые). Сами вычисления надо выполнить устно.

591. Сначала учебники закрыты. На доске запись:

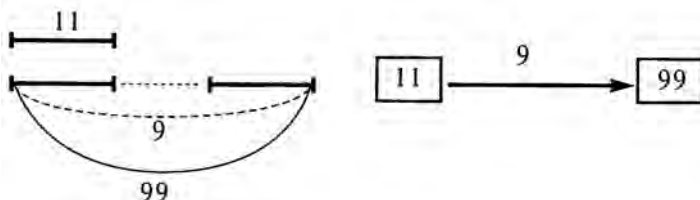
$$11 \text{ кг} < 99 \text{ кг.}$$

Выясняется, что запись можно уточнить, причем двумя способами. Указать, во-первых, во сколько раз массы отличаются друг от друга (их кратность), и, во-вторых, на сколько (их разность). Обсуждаются оба способа, выполняются соответствующие вычисления, запись дополняется:

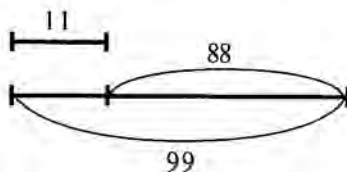
$$11 \text{ кг} < 99 \text{ кг (в 9 раз)},$$

$$11 \text{ кг} < 99 \text{ кг (на 88 кг)}.$$

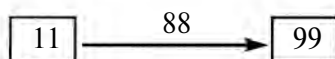
А как еще можно показать первую ситуацию? На чертеже и схеме. Строится сначала чертеж, а затем схема.



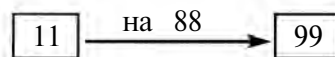
А можно ли на чертеже и схеме показать вторую ситуацию? Да, ее можно показать на чертеже. Строится чертеж.



А на схеме? До сих пор такие схемы не строили. Детям предлагается придумать самим, как с помощью стрелки показать, что одна величина на сколько-то больше другой (на схемах мы все показываем стрелками). В ходе обсуждения предложенных вариантов учитель провоцирует идею показывать это так же, как и в случае кратного сравнения, — стрелкой, идущей от меньшей величины к большей, но над стрелкой указывать не кратность, а разность.



Дети возражают: непонятно, что это 88 кг, а не 88 раз. Может быть, поставить над стрелкой «88 кг»? Но тогда и в окошках надо ставить наименования, а мы договорились, что если все однородные величины измерены одной меркой, то в окошки ставятся только числа без наименований. Учитель предлагает записывать перед разностью (в отличие от кратного отношения) предлог «на»:



Тогда видно, что это разность, и наименование можно не писать, будет понятно, что разность измеряется той же меркой, что и сравниваемые величины.

Возможность использовать для описания разностного сравнения схему частей и целого отвергается, поскольку в ней не видно, где меньшая величина, а где разность.

Выполняется задание 591.

592. Дети должны сначала объяснить, какое действие надо выполнить (деление). Строить схему или чертеж не нужно.

593. Тренировка вычислительных навыков.

594. Вводится понятие окружности как границы круга.

Дифференциация кратного и разностного сравнения

(Задания 595–603)

595–597. Упражнения на умножение круглых чисел.

598. При заполнении таблиц обращается внимание на то, что сравниваемые величины и разность должны быть однородными величинами, а кратность — это число (число раз). Для того чтобы выполнять арифметические действия со значениями величин, величины должны быть измерены одной меркой.

1) В четвертой строке заданы неоднородные величины, поэтому их вообще нельзя сравнивать. В пятой строке значение большей величины не делится на кратность; чтобы заполнить эту строку, надо перейти к другой мерке — дециметру. В шестой строке однородные величины измерены разными мерками; чтобы заполнить эту строку, надо представить их значения относительно одной мерки — минуты.

2) В четвертой строке надо перейти к единой мерке — дециметру. В пятой строке разность длин представлена числом — такого быть не может.

599. Дети должны сначала объяснить, какое действие надо выполнить в каждом случае. Строить схему или чертеж не нужно.

600. Упражнение на порядок действий. Вычисления выполняются устно.

601. Задание на работу с понятием окружности.

602. К заданной таблице уравнения не составляются, а лишь записывается способ поиска недостающего числа.

603. Сначала надо определить шаг на шкале. У третьей отметки стоит число 15, значит, шаг соответствует $15 : 3 = 5$ каких-то единиц (так как не ясно, о каких величинах идет речь, то и единицы не определены). Теперь можно найти значения всех величин в этих единицах. I — 15, II — $5 \cdot 6 = 30$, III — $5 \cdot 4 = 20$. Задачи можно придумывать самые разные: как на нахождение значений этих величин, так и на нахождение соотношений между ними.

**Умножение вида 300 · 40.
Дифференциация схем кратного
и разностного сравнения**

(Задания 604–611)

604. Целесообразно сделать несколько развернутых записей способа вычисления. Учащиеся объясняют, что в образце воспользовались, кроме других правил умножения, еще и переместительным свойством умножения.

Итогом выполнения упражнения должен быть вывод о том, что в произведении записывается столько нулей, сколько их имеется в обоих множителях вместе.

605. Записывая произведение, учащиеся следят за тем, чтобы в произведении было столько же нулей, сколько и в обоих множителях.

606. Все схемы говорят о сравнении (разностном или кратном) двух величин, одна из которых известна, а другую надо найти. Разность или кратность также во всех случаях известны. По тексту задачи ясно, что две величины — это количество ручек и количество карандашей, причем первая известна. Поэтому вопрос задачи во всех случаях будет о количестве карандашей. При составлении задач обращается внимание на смысл числа 3: в каком случае речь идет о трех штуках, а в каком — о трех разях.

607. Учащимся предлагается сначала объяснить способ вычисления значения неизвестной величины. Вычисления выполняются устно.

608. Дети должны сначала объяснить, какое действие надо выполнить в каждом случае. Строить схему или чертеж не нужно.

609. Записи можно заменить устной работой.

610. Дети должны сначала объяснить, какое действие надо выполнить (деление), затем дать ответ.

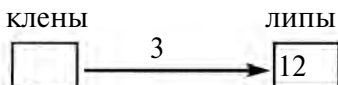
611. Это упражнение на понятие окружности.

**Два вида сравнения величин
в одном задачном тексте***(Задания 612–617)*

612. После прочтения текста выясняется, что в нем речь идет о двух видах сравнения величин. Выделяется кусок текста, где говорится о первом виде:

«В сквере посадили __ лип, кленов посадили в __ раза меньше, чем лип...»

Это кратное сравнение. К нему подходит первая схема. Она соотносится с текстом, и числа из нее вставляются в текст:

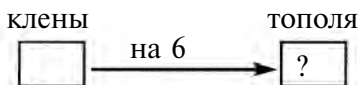


«В сквере посадили 12 лип, кленов посадили в 3 раза меньше, чем лип...»

Далее выделяется другой кусок, в котором говорится о втором сравнении:

«...а тополей на __ деревьев больше, чем кленов».

Это разностное сравнение. К нему подходит вторая схема. Она соотносится с текстом, и числа из нее вставляются в текст:

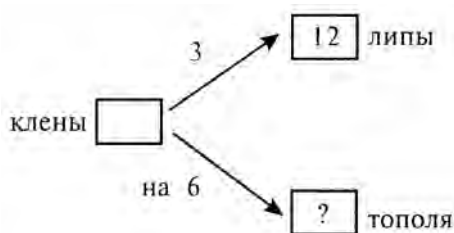


«...а тополей на 6 деревьев больше, чем кленов».

Но в схеме имеется знак вопроса, которому в этой части текста нет места.

Прочитывается следующий (последний) кусок текста. В нем ставится вопрос задачи, и он как раз совпадает с его местом в схеме: «Сколько тополей посадили в сквере?»

После этого выделяется величина, входящая в обе схемы, составляется общая схема и по ней записывается решение.



$$(12 : 3) + 6 = 10 \text{ (шт.)}$$

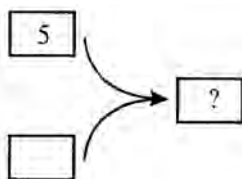
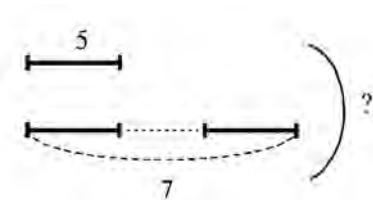
или

$$1) 12 : 3 = 4 \text{ (шт.)}$$

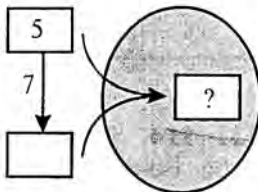
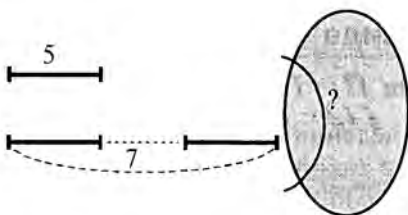
$$2) 4 + 6 = 10 \text{ (шт.)}$$

При работе с общей схемой полезно показывать отдельные отношения, из которых она составлена, выделяя их жестом (или обводя линией) и закрывая при этом лишнюю часть схемы.

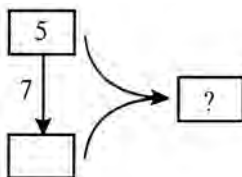
613. Рассматривается чертеж. Он показывает, что надо найти целое, состоящее из двух частей. Значение одной из них равно 5, а вторая часть неизвестна (она сама состоит из частей). Эти данные нужно отобразить на схеме.



А что еще показывает чертеж? Чтобы это лучше увидеть, закрываем уже рассмотренное отношение и обнаруживаем, что неизвестная часть больше известной в 7 раз. Отображаем это на схеме.



В результате схема построена:



Дети придумывают разные задачи к ней и записывают решение:

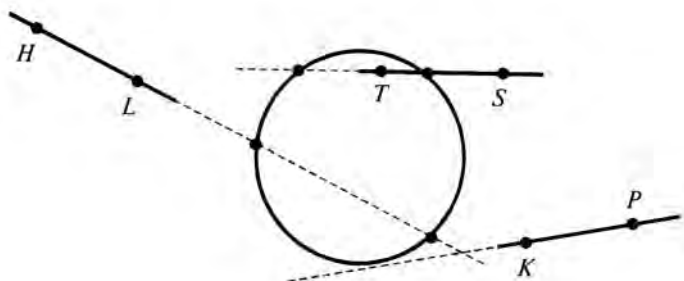
- 1) $5 \cdot 7 = 35 (\dots)$ или $(5 \cdot 7) + 5 = 40 (\dots)$,
2) $35 + 5 = 40 (\dots)$.

614. Вычисления записывать не нужно, но полезно проговорить, как найти меньшее во сколько-то раз число.

615. Важно учесть указанное количество нулей, которое должно получиться в результате деления.

616. Упражнение на порядок действий. Вычисления выполняются устно.

617. Для определения точек пересечения прямые надо продолжить.

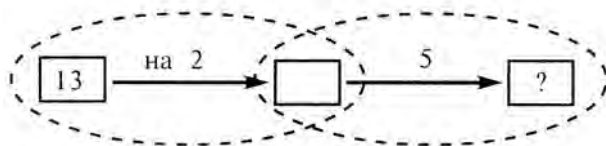


Деление вида $360 : 4$

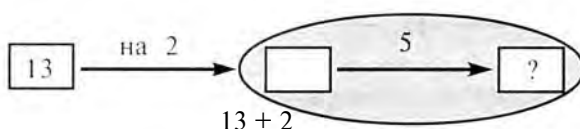
(Задания 618–627)

618–621. Задается способ деления круглого числа на однозначное. Во-первых, это подбор такого частного, чтобы при умножении на него делителя получилось делимое. Во-вторых, деление круглого числа сводится к табличному делению, но в частном приписывается ноль. Подбор частного может служить проверкой и доказательством правильности действия по второму типу.

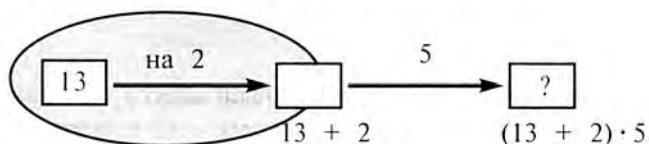
622. Для составления выражения (как, впрочем, и для вычисления по действиям) схему нужно расчленить на части, описывающие только одно отношение.



С какой из этих частей схемы надо начинать вычисления (а значит, составлять выражение)? У нас нет выбора, лишь первая часть позволяет выполнить действие, так как в нем только одно неизвестное и его можно найти.

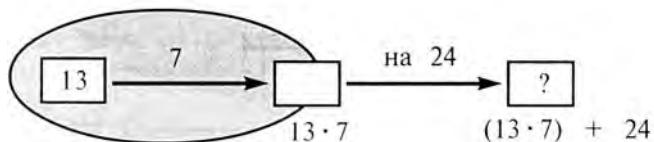
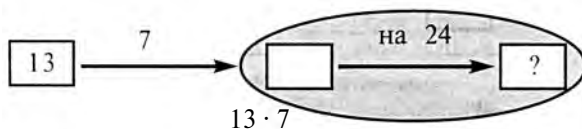
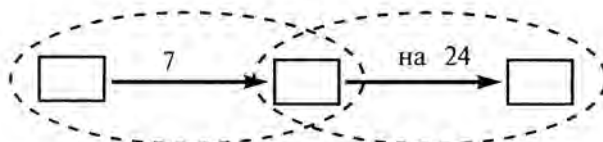


После этого можно использовать вторую часть схемы.

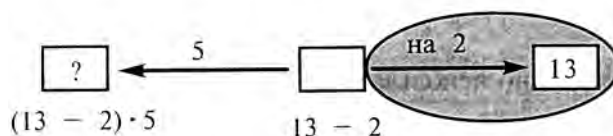
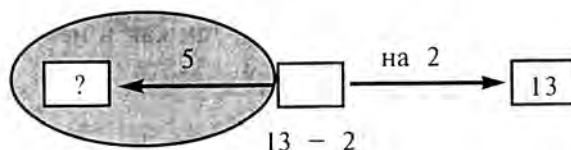
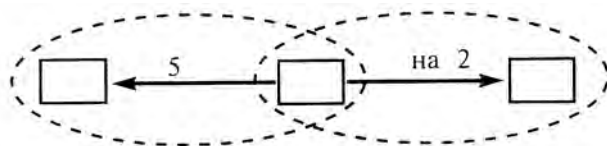


Случаи схем 2) и 3) аналогичны.

2)

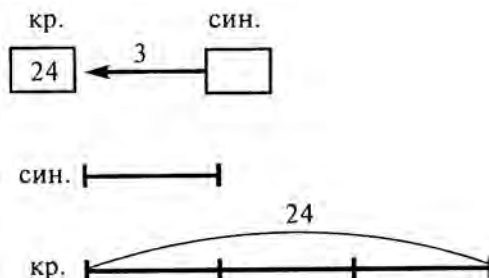


3)

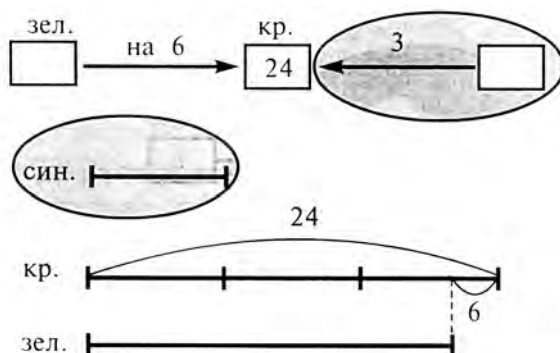


623. После прочтения всего текста выясняется, о каких величинах идет речь в задаче, какими мерками они измеряются. Затем последовательно выделяются куски текста, описывающие одно отношение, и строится соответствующая часть схемы или чертежа.

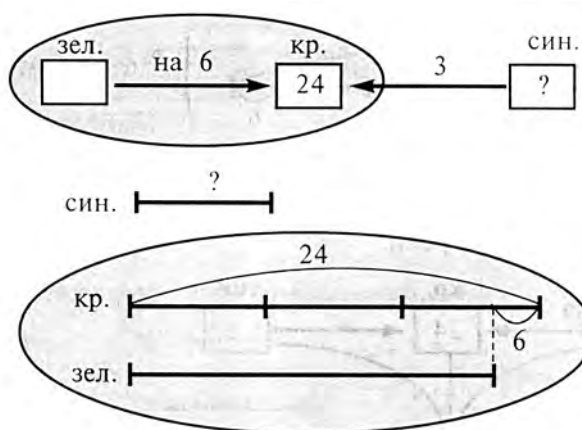
1) «На изготовление флажков потратили 24 листа бумаги красного цвета, синего цвета — в 3 раза меньше...»



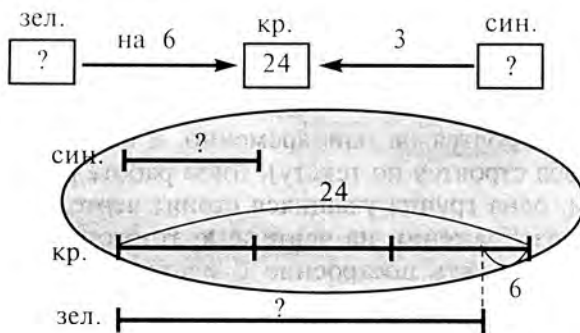
- 2) «...зеленого на 6 листов меньше, чем красного».



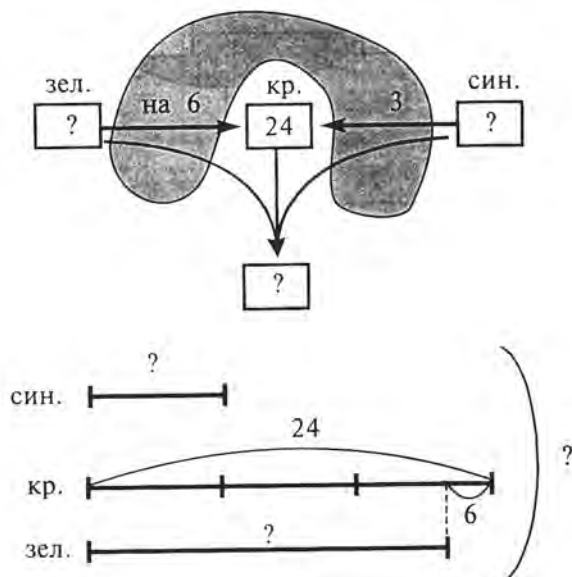
- 3) «Сколько потратили листов бумаги синего цвета?»



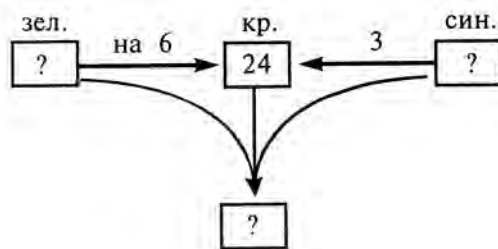
- 4) «Зеленого цвета?»



5) «Сколько всего листов потратили на изготовление флажков?»



В результате чертёж построен.



В результате схема построена.

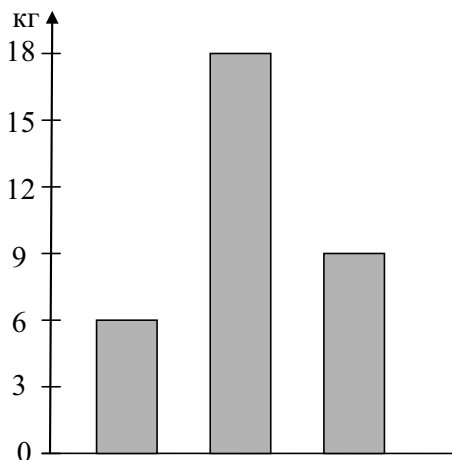
Чертёж и схема строятся не одновременно, а сначала одно, потом другое (но оба строятся по тексту), либо работа распределяется по группам: одна группа учащихся строит чертёж, а другая — схему. При изображении на чертеже кратного сравнения значительно легче начинать построение с меньшей величины. Чертёж получился относительно

простым потому, что кратность небольшая и можно обойтись без пунктирной линии.

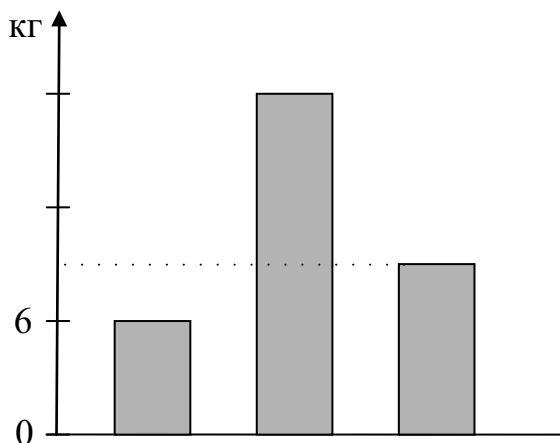
624. Учащимся предлагается сначала объяснить способ вычисления неизвестной величины. Вычисления выполняются устно.

625. Упражнение на деление с остатком.

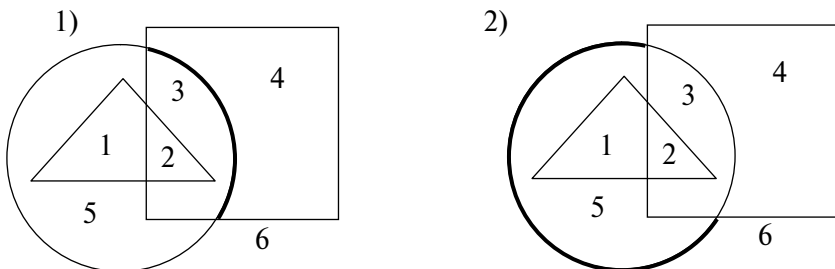
626. Здесь можно сначала найти значения величин: $6 \cdot 3 = 18$ (кг) и $18 : 2 = 9$ (кг), а уже потом изображать все величины на диаграмме. Для этого надо выбрать удобный шаг на шкале. Лучше всего подходит шаг, соответствующий 3 кг (легко показать все величины 6 кг, 9 кг и 18 кг).



Другой путь строить диаграмму по отношениям, т. е. выбрать шаг, соответствующий первой величине 6 кг. Тогда первая полоска должна соответствовать первой отметке, вторая в 3 раза больше (должна соответствовать третьей отметке), а третья величина — в 2 раза меньше, чем третья величина (должна соответствовать середине между первой и второй отметками).



627. Круг состоит из фигур 1, 2, 3 и 5. Квадрат — из фигур 2, 3 и 4. Треугольник — из 1 и 2 фигур. Окружность разбивается на две части. Одна служит границей между фигурами 3 и 4, а другая — между фигурами 5 и 6.



Деление вида $270 : 30$.

Расстояние между точками на плоскости

(Задания 628–637)

628. Деление круглых чисел сводится к правилу деления числа на произведение. Обращается внимание на то, что удобнее делить сначала на разрядную единицу: $270 : 10 : 3$. После выполнения заданий столбика с подробным объяснением и записью способа действия рассматривается и «формальный» способ ориентации: нужно

выполнить деление, мысленно отбросив нули, а затем написать столько нулей, на сколько их больше в делимом, чем в делителе.

629. Чтобы проверка умножением оказалась более убедительной, можно выполнять работу по группам: одна группа выполняет заданное деление, а другая сразу составляет подходящий случай умножения. Затем сверяется, получились ли равными произведение и делимое.

630, 631. Упражнения на деление круглых чисел.

632. Отмечается, что для определения кратного отношения нужно сначала найти число кружков и число звездочек. Отвергается способ поединичного пересчета. Записываются и поясняются арифметические действия, которые затем объединяются одним выражением:

$$(4 \cdot 9) : (3 \cdot 4).$$

Можно поставить дополнительный вопрос: «На сколько кружков больше, чем звездочек?»

633. Достаточно придумать недостающее данное только для первой задачи и затем использовать его в других.

634. Дети должны сначала объяснить, какое действие надо выполнить в каждом случае. Строить схему или чертеж не нужно.

635. Упражнение на порядок действий. Вычисления выполняются устно.

636. Тренировка вычислительных навыков.

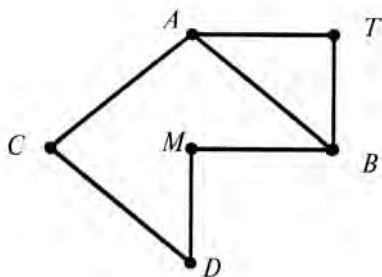
637. Работа начинается при закрытых учебниках. Учитель дает ученикам листы бумаги, на которых изображены несколько ломаных, соединяющих две точки: *A* и *B*. Эти ломаные можно считать разными путями, ведущими из точки *A* в точку *B*. Предлагается, не проводя измерений, выбрать из этих путей самый короткий. Выясняется, что для сравнения можно отложить с помощью циркуля на какой-нибудь одной прямой от выбранной точки отрезки, длины которых равны длинам ломаных. В результате находится самый короткий из заданных путей. После этого учитель предлагает

построить еще более короткий путь. Скорее всего, дети сразу предложат в качестве такого пути провести отрезок, соединяющий точки A и B . Но, может, есть еще более короткий путь? Вероятно, дети отвергнут эту возможность. Делается вывод: кратчайший путь между двумя точками — это длина отрезка, соединяющего эти точки.

Учитель сообщает, что, говоря о расстоянии между какими-либо объектами, выбирают именно кратчайший путь между ними. Поэтому на плоскости расстояние между точками — это длина отрезка, который их соединяет.

После этого дети читают текст упражнения.

Дополнительно можно выполнить следующие задания к рисунку «карты дорог»:



а) Найдите несколько путей, ведущих из точки C в точку B (двигаться можно только по заданным отрезкам). Какой из этих путей самый короткий? Измерьте его.

б) Найдите несколько путей, ведущих из точки C в точку T (двигаться можно только по заданным отрезкам). Какой из этих путей самый короткий? Измерьте его.

в) Какая из точек B и T ближе к точке C ? Обоснуйте ответ.

УМНОЖЕНИЕ МНОГОЗНАЧНОГО ЧИСЛА НА ОДНОЗНАЧНОЕ (3 урока)

Запись способа вычисления в строку

(Задания 638–646)

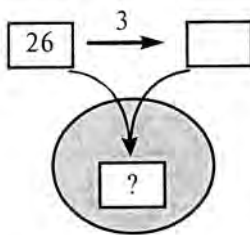
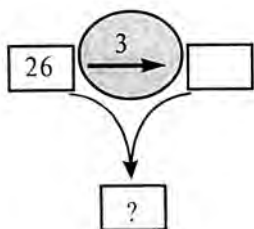
638. Ставится задача научиться умножать некруглые многозначные числа на однозначное число. Работу следует начать при закрытом учебнике, предложив найти произведение: $234 \cdot 2$. Учащиеся подводятся к необходимости разложения числа на разрядные слагаемые (так как способ их умножения уже известен). В учебнике рассматриваются две записи. Обе признаются возможными для выполнения вычислений, однако выбирается первая как более простая.

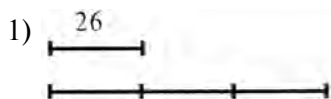
639. Предлагается сократить записи: разложение числа на разрядные слагаемые производить мысленно.

640. Сокращается запись еще одного шага вычислений, который должен производиться мысленно.

641. Так же как и при составлении выражения, для построения чертежа надо выделить в схеме куски, говорящие об одном отношении. В схеме 1) таких кусков два. Один из них описывает целое, состоящее из двух частей, а другой — кратное сравнение этих частей.

Проще всего начать строить чертеж с изображения кратного сравнения величин, причем с построения меньшей величины.

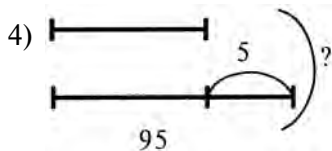
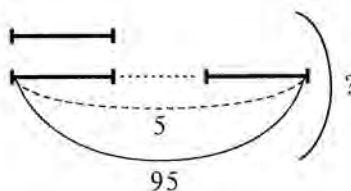
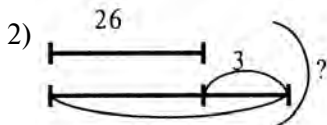




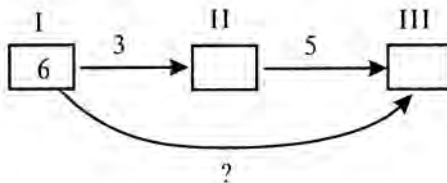
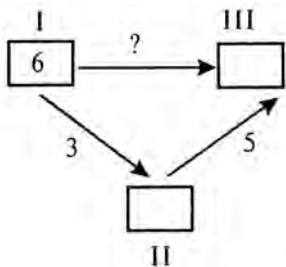
После этого остается только объединить обе части в целое дугой.



Остальные чертежи строятся аналогично.



642. В этой задаче речь идет о попарном сравнении трех масс трех грузов. Последовательно отображая эти три отношения, получаем схему следующего вида:



Одно решение — последовательное вычисление значений неизвестных величин:

1) $6 \cdot 3 = 18$ (кг), 2) $18 \cdot 5 = 90$ (кг), 3) $90 : 6 = 15$ (раз)
или
 $((6 \cdot 3) \cdot 5) : 6 = 15$ (раз).

Однако если внимательно посмотреть на первую схему, то можно увидеть, что это схема измерения величины (масса III груза) основной меркой (масса I груза) с помощью промежуточной мерки (масса II груза), т. е. схема умножения. Поэтому задача может быть решена в одно действие:

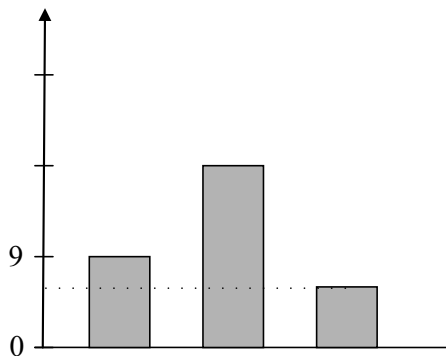
$$3 \cdot 5 = 15 \text{ (раз)}.$$

Оказывается, что 6 кг (масса I груза) является, вообще говоря, лишним данным.

643. Упражнение на взаимосвязь компонентов действий.

644. Задание требует выполнения трех действий, которые выполняются отдельно, а затем объединяются одним выражением: $(6 \cdot 3) - (14 : 7) = 16$. Записывается ответ: $a > c$ (на 16).

645. Здесь легко определить значения первой и второй величин 9Е и $9 \cdot 2 = 18$ (Е). Для того чтобы найти значение третьей величины, надо увидеть, что разность между первой и третьей величинами составляет треть шага $9 : 3 = 3$ (Е).



Значит, значение третьей величины равно $9 - 3 = 6$ (Е).

646. Упражнение на соотношение единиц.

Запись способа вычисления столбиком

(Задания 647–654)

647. Работа начинается при закрытом учебнике. Предлагается найти произведение: $3214 \cdot 2$. Учитель сообщает, что выполнение умножения может быть записано столбиком, подобно тому как это делается при сложении и вычитании многозначных чисел. На доске и в тетрадях ведутся две записи параллельно — в строку и столбиком. Так, определяется и записывается в строке первое произведение (6000). Оно же, но в виде одной цифры помещается в нужный разряд столбика. Таким же образом постепенно записываются результаты умножения остальных разрядных слагаемых. При этом в столбике получается готовый ответ, а в строке еще нужно выполнить сложение. Подчеркивается удобство новой формы записи умножения.

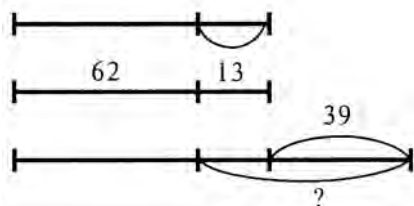
Рассматривается материал учебника. Предлагается указать результат умножения сотен сначала в новой форме записи, а потом в строке. Так же соотносятся записи результатов работы с другими разрядами числа.

648. Действие выполняется начиная один раз со старшего разряда, а другой раз — с младшего. В первом случае придется делать исправление записи. Учащиеся указывают, что это связано с переходом через разряд. Рисуются стрелка, указывающая место такого перехода. Во втором случае новую единицу можно запомнить и затем добавить к полученному произведению.

649. Запись решения производится сначала в строку начиная со старшего разряда, потом столбиком начиная с младшего. Запись строкой важна как контрольная: у учащихся может возникнуть ошибка, когда образовавшиеся разрядные единицы не просто добавляются к старшему разряду, а еще раз умножаются, например: $273 \cdot 3 = 1219$, потому что $7 \cdot 3 = 21$ — образовались новые 2 сотни. Эти две сотни и те, что даны в множителе, — всего 4 сотни; умножаем их на 3, получается 12 сотен. При записи строкой такой ошибки не может быть.

650. Выполняя работу, учащиеся обнаруживают, что переходов через разряд может быть несколько и относиться они могут к любому разряду.

651. Чертеж будет иметь следующий вид:

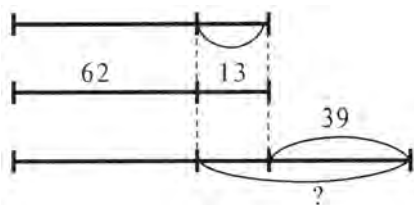


Одно решение — последовательное вычисление масс всех грузов, а затем определение разности масс III и I грузов:

1) $62 + 13 = 75$ (кг), 2) $75 + 39 = 114$ (кг), 3) $114 - 62 = 52$ (кг)
или

$$((62 + 13) + 39) - 62 = 52 \text{ (кг)}.$$

Однако если внимательно посмотреть на чертеж, то можно увидеть, что искомая разность является целым, состоящим из двух других разностей. Поэтому задача может быть решена в одно действие.



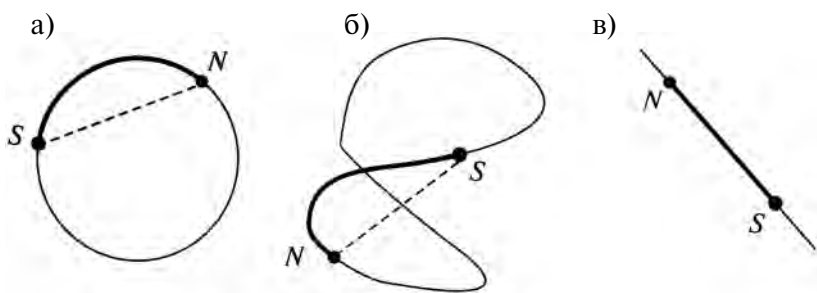
$$13 + 39 = 52 \text{ (кг)}$$

652. Упражнение на порядок действий. Вычисления выполняются устно.

653. Вычисления выполняются устно.

654. Цель задания — различение кратчайшего пути (в заданных условиях) и расстояния («абсолютно кратчай-

шего» пути — пути по прямой). На рисунках кратчайшие пути выделены жирной линией, а расстояния проведены пунктиром. В случае в), поскольку линия прямая, оба пути совпадают.



МОМЕНТЫ ВРЕМЕНИ И ДЛИТЕЛЬНОСТЬ (3–4 УРОКА)

Вводная задача

(Задания 655–661)

655–657. Сначала проводится игра: умеют ли дети узнавать время по часам. Учитель по-разному устанавливает на макете часов стрелки, а дети должны определить, какое время показывают часы. Наоборот, учитель называет какое-нибудь время, а дети должны установить стрелки часов в соответствующее положение. Далее на часах устанавливается какое-нибудь время, а дети должны определить, какое время будут показывать часы через столько-то часов или какое время показывали часы столько-то часов назад, двигая соответствующим образом стрелки. Действия детей обсуждаются, уточняются их представления о времени. Говоря о времени, можно иметь в виду, сколько прошло времени (**длительность**, или **протяженность времени**), а можно иметь в виду время в данный **момент времени** (временной момент). Временной момент (в течение суток) определяется по тому времени, которое прошло до него с начала суток. Сутки состоят из 24 часов, они начинаются в полночь и заканчиваются в следующую полночь.



Часовая стрелка делает полный оборот за 12 часов (половину суток). Поэтому при определении по часам, сколько времени в данный момент, надо учитывать, о какой половине суток идет речь: первой (до полудня) или второй (после полудня). Одно и то же положение стрелок показывает сразу два момента времени, например 5 часов и 17 часов. Обычно

первую половину суток делят на ночь и утро, а вторую — на день и вечер (без четких границ между ними). Поэтому про эти же самые моменты времени говорят как о 5 часах утра (или ночи) и 5 часах вечера (или дня). Когда обе стрелки находятся на 12, то часы показывают сразу три момента времени: 0 ч (начало суток), 12 ч (середину суток, или полдень) и 24 ч (конец суток). Этим вопросам посвящены и задания 647–649 из учебника. В задании 648 «ловушка»: в сутках не может быть момента времени 24 ч 15 мин. Эта запись означает, что от начала суток до данного момента прошло 24 ч 15 мин. Но в сутках всего 24 ч, значит мы перешли уже в следующие сутки, а от начала этих суток прошло всего 15 мин. Правильно говорить о времени 0 ч 15 мин (но уже других суток).

658, 659. Упражнения на умножение многозначного числа на однозначное.

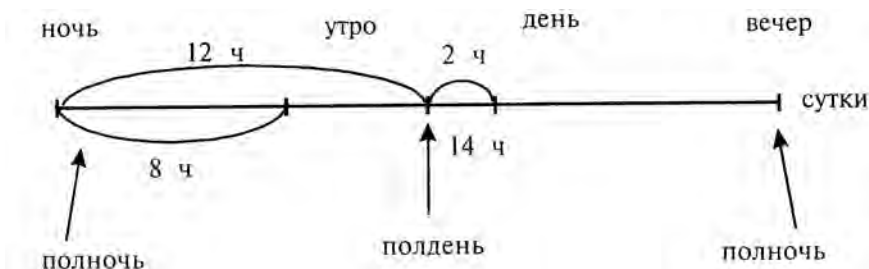
660. Решение записывается, если нужно, отдельными действиями, а затем одним выражением: $(6 \cdot 6) : (32 : 8)$.

661. Упражнение на соотношение единиц.

Построение чертежа и схемы к задачам на отношение моментов времени и длительности

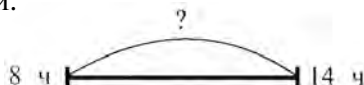
(Задания 662–669)

662. Выясняется, что 2 ч дня — это 2 ч после полудня, т. е. 14 ч с начала суток, а 8 ч утра — это 8 ч с начала суток.

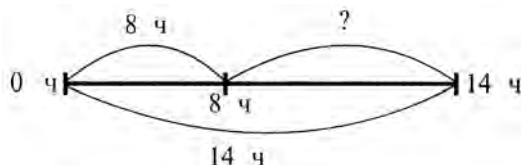


А что значит: один момент времени наступил позже (раньше) другого? Выясняется, что это означает, что до наступления первого прошло больше (меньше) времени с нача-

ла суток, чем до наступления второго. Поэтому сын вышел из дома раньше отца, а отец — позже сына. Далее выясняется, что в задаче требуется узнать не только, кто вышел позже, но и на сколько, т. е. время, которое пройдет с момента выхода одного до момента выхода другого. На чертеже точками отмечаются моменты времени, а отрезком — время, прошедшее между ними.

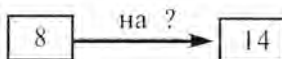


А как это время узнать? До более позднего момента пройдет больше времени от начала суток, чем до более раннего, и надо из этого большего времени вычесть меньшее.



$$14 - 8 = 6 \text{ (ч)}$$

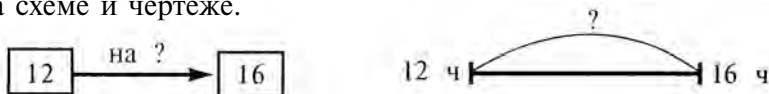
На схеме это будет выглядеть так:



Таким образом, позже или раньше наступает тот или иной момент — это значит, больше или меньше времени проходит до него от начала суток (на самом деле от любого другого фиксированного начального момента).

663. Цель этого задания — рассмотреть другую типичную ситуацию разностного сравнения временных моментов, связанную с описанием событий, — связь между началом, концом и длительностью события.

Выясняется, о чем говорится в задаче, и это фиксируется на схеме и чертеже.



Записывается решение задачи: $16 - 12 = 4 \text{ (ч)}$.

664. Сравниваются пары заданий. В одном случае имеется только один переход через разряд, во втором — два.

665, 666, 668. Упражнения на умножение.

667. Упражнение на порядок действий.

669. Дети с помощью линейки откладывают от точки A заданное расстояние (6 см) и ставят точку. Выясняется, что таких точек на прямой две.

После этого учитель предлагает найти еще несколько точек на плоскости, удаленных от точки A на это же расстояние. Так как расстояние откладывается по прямой, то проводятся другие прямые через точку A и на них находятся нужные точки.

Теперь предлагается построить еще несколько точек, находящихся на том же расстоянии от точки A , но уже без использования линейки. Какой инструмент нужно использовать в этом случае? Циркуль. Строятся несколько точек с помощью циркуля. Учитель спрашивает, как можно построить все такие точки. Нужно провести циркулем линию. Она проводится. Выясняется, что получилась окружность.

Решение задач на вычисление времени.

Центр окружности.

Радиус

(Задания 670–676)

670. В задании рассматривается задача на разностное отношение в особом случае: длительность события выступает как разность между моментами времени — концом и началом события. См. комментарий к заданию 662.

671. Особенность заданных случаев заключается в том, что при вычислениях нужно записывать нуль в том или ином разряде произведения.

672. Предлагается заранее сказать, может ли быть данное произведение двузначным числом. (Нет.) Получатся ли при умножении единицы? (Да — на месте единиц в произведении ставится точка.) Получатся ли десятки? (Ставится новая точка.) Сотни? (Еще одна точка.) Тысячи? Окажется, что в одних случаях произойдет образование разряда тысяч, в других — нет, причем это можно определить заранее, не выполняя всех вычислений. В последнем столбике даны такие случаи, в которых для предварительной оценки нужно обратить внимание на результат умножения не только сотен, но и десятков.

673. Чтобы проверить, произойдет ли образование разряда тысяч, в трех случаях нужно подставить самое большое значение «сказочной» цифры — 9. «Ловушка» в предпоследнем произведении: в зависимости от значения «сказочной» цифры произведение может быть трехзначным или четырехзначным числом. Учащиеся опробуют разные варианты.

674. Упражнение на порядок действий. Выполняется устно.

675. Упражнение на соотношение единиц.

676. Задание продолжает задание 669. Дети вспоминают, что все 20 точек можно отметить с помощью циркуля, раскрыв его на 2 см, и все они лежат на окружности. Поэтому можно было сначала провести окружность, а затем выбрать на ней любые 20 точек.

Обсуждается способ построения окружности, вводится соответствующая терминология.

Точка O , от которой удалены на одинаковое расстояние все точки окружности, называется **центром** окружности. Расстояние, на которое удалены от центра все точки окружности, называется **радиусом** окружности. Отрезок, соединяющий центр с произвольной точкой окружности, также называется радиусом окружности.

АНАЛИЗ СХЕМ СИСТЕМЫ ОТНОШЕНИЙ (5–6 уроков)

Кратное и разностное отношения в схемах.

Число цифр в произведении

(Задания 677–683)

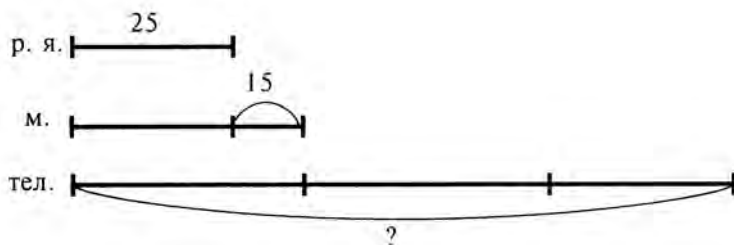
677, 678. Упражнения на умножение многозначного числа на однозначное.

679. Составление выражения на основе заданной схемы производится следующим образом. Схема расчленяется на части, описывающие только одно отношение. Каждое отношение указывается одной стрелкой (возможно, раздвоенной, тройной и т. п.). Члены отношения определяются только своим положением относительно этой стрелки, а не положением относительно друг друга, как на чертеже. Поэтому выделить часть схемы, описывающую одно отношение, — значит выделить одну стрелку и только те величины, которые стоят у ее начала (или начал) и конца, а также ту величину или число, которые стоят непосредственно у стрелки. На данный момент обучения при работе с текстовыми задачами явным образом используются только четыре типа отношений — разностное отношение, отношение кратности, отношение целого и частей и отношение между целым и частями в случае равных частей.

Выделенные части схемы используются для постепенного наращивания выражения. Выбор нужной части определяется наличием в ней только одной неизвестной величины (для поиска которой и будет достраиваться на этом шаге выражение). Действие, которое включается на данном шаге в выражение, определяется положением неизвестного относительно стрелки. Помимо содержательного смысла (что ищется, часть или целое, и т. п.), есть и формальные признаки действий. Величина, стоящая у острия стрелки, всегда находится сложением или умножением, а все остальные — вычитанием или делением.

680. Выясняется, что в задаче речь идет о сравнении между собой длительностей трех событий. Построение черте-

жа начинается с самой маленькой величины. Потом чертеж постепенно достраивается. На каждом шагу в него включается еще одна величина, которая связана с какой-нибудь из уже изображенных на чертеже. В результате чертеж может иметь следующий вид:



После этого записывается решение (либо выполняется по действиям, либо составляется выражение).

681, 682. Тренировка вычислительных навыков. Вычисления выполняются устно.

683. Тренировочное задание на построение окружности.

Направление стрелок в схемах. Случаи умножения вида $406 \cdot 7$

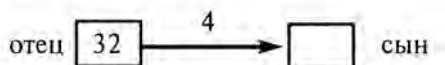
(Задания 684–691)

684. Вводятся случаи вида $302 \cdot 4$ и $3002 \cdot 4$. Обязательно выполняется строчная запись вычислений — она служит контрольной для последующих действий в столбике. Обращается внимание на то, что, выполняя умножение $302 \cdot 4$, мы записываем в строке только два промежуточных произведения, хотя работаем с числом трехзначным! Выясняется, что разряд десятков отсутствует, а значит, его не нужно и умножать. Таким же образом поясняется и работа в столбике: умножили единицы, записали в произведении число 8, десятков нет, записываем нуль, наконец, умножаем сотни и записываем в произведении 12. В следующем примере опять отсутствует разряд десятков — умножение выполнять не нужно, однако в произведении во втором разряде записывается не нуль, а число десятков, получившееся при умножении единиц.

685, 686. Упражнения на умножение многозначного числа на однозначное.

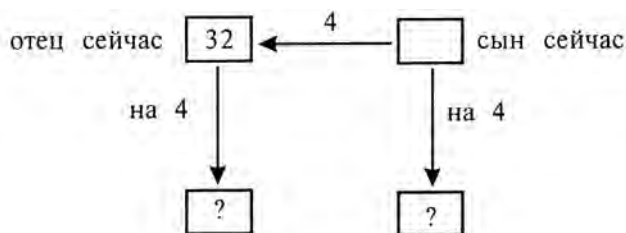
687. Вычисление неизвестного числа можно выполнять по действиям, а можно составить выражение.

688. Возможно, сначала дети выделяют только две сравниваемые между собой величины — возраст отца и возраст сына.



Однако в такую схему некуда поставить другие данные задачи. При более внимательном чтении текста обнаруживается, что на самом деле в задаче идет речь о двух возрастах отца — сейчас и через 4 года — и также о двух возрастах сына. Следовательно, надо в схему добавить еще два окошка.

Через 4 года отец и сын станут старше как раз на эти 4 года. Значит, в схему надо поставить соответствующие стрелки, связывающие старые величины с новыми. Остается представить в схеме вопрос задачи. Выясняется, что требуется найти значения новых величин.



После этого записывается решение.

689. Тренировка вычислительных навыков. В третьем примере в каждом столбике следует сделать прикидку и проверить выбор частного умножением.

690. Упражнение на соотношение единиц.

691. Тренировочное задание на построение окружности.

Учет направления стрелок в схемах.

Случаи умножения вида $2602 \cdot 7$

(Задания 692–701)

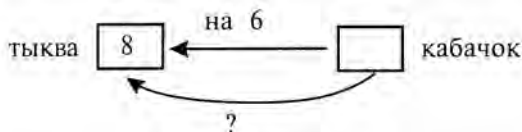
692–695. Рассматриваются разные случаи умножения чисел, включающих нуль.

696. Упражнение на умножение многозначного числа на однозначное.

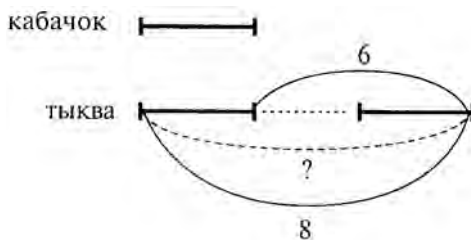
697. Вычисление неизвестного числа можно выполнять по действиям, а можно составить выражение.

698. Задание можно выполнять по группам, одна из которых строит схему, а другая — чертеж. Потом эти модели сравниваются.

При построении схемы выясняется, что две одни и те же величины (массы кабачка и тыквы) сравниваются два раза. Поэтому два окошка должны быть соединены двумя разными стрелками.



При построении чертежа надо начинать с изображения кратного сравнения величин, причем с меньшей из них.



Решение задачи можно выполнить устно.

699. Упражнение на порядок действий.

700. Упражнение на кратное сравнение. Вычисления выполняются устно.

701. Упражнение на понятие окружности.

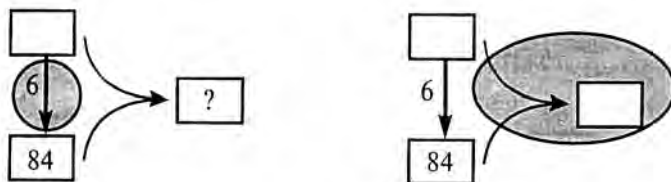
Место промежуточного неизвестного в схемах. Случаи умножения вида $3200 \cdot 4$

(Задания 702–709)

702. Вводится вариант записи вычислений в случаях, когда первый множитель является круглым числом. Анализируются записи в строку. В одном случае использовано правило умножения суммы на число, в другом — сочетательное свойство умножения. Ко второму случаю относится и вторая запись столбиком.

703, 704. Упражнения на умножение многозначного числа на однозначное.

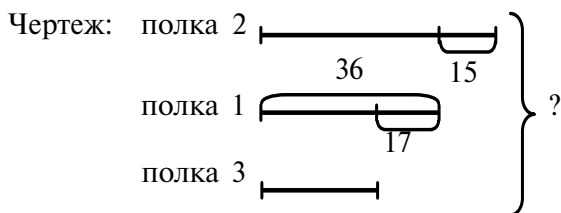
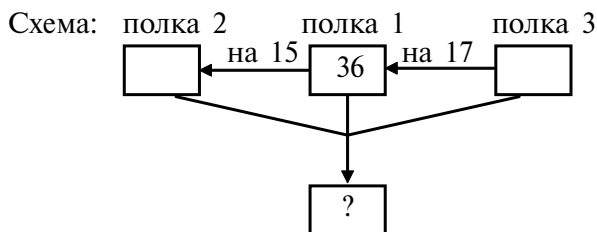
705. Напомним способ работы со схемой на втором примере. Схема изображает два отношения: 1) целое, составленное из двух частей; 2) кратное отношение, или целое, состоящее из 6 равных частей. (Как именно интерпретировать эту часть схемы, в данном случае не имеет значения, поскольку решается задача построения программы арифметических действий, а не описания некоторой предметной ситуации. В задачах, которые описываются схемами данного вида, обычно речь идет о кратном сравнении частей некоторого целого.)



В первом случае имеется два неизвестных числа и никакое действие сразу произвести нельзя. Во втором случае только одно число неизвестно и его можно найти. Это число меньше числа 84 в 6 раз. Чтобы найти меньшую величину, надо большую величину (84) разделить на кратность (6). Поскольку мы не должны вычислять искомое число по действиям, а составляем программу вычислений, то в соответствующее окошко записывается все выражение: $84 : 6$. Теперь можно воспользоваться первой частью схемы. В ней неизвестным

осталось только искомое число, а ранее пустовавшее окошко заполнилось выражением. Используя это выражение и еще одно данное, составляем выражение для вычисления искомого (целого): $(84 : 6) + 84$.

706. В тексте задачи описываются три величины, которые связаны разностными отношениями, а нужно найти целое, состоящее из трех величин. Схема и чертеж могут выглядеть так:



Решение можно выполнить по действиям или составить выражение: $36 + (36 + 15) + (36 - 17)$. Хотя скобки не нужны для определения порядка действий, но они полезны для выделения значений величин, из которых составлено целое.

707. Тренировка вычислительных навыков. Вычисления выполняются устно. Иногда проще сделать прикидку и проверить выбор частного умножением.

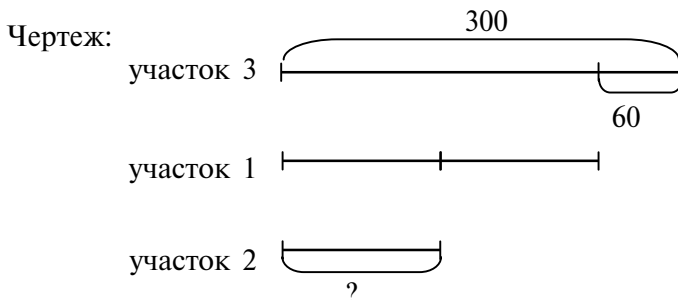
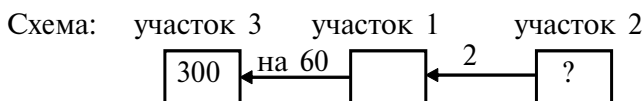
708. Упражнение на соотношение единиц.

709. Выясняется, что для выполнения задания нет необходимости проводить отрезок AB и измерять его длину, т. е. узнавать, чему равен радиус. Достаточно зафиксировать его раствором циркуля.

**Учет места промежуточного неизвестного
в схемах отношений. Диаметр***(Задания 710–716)*

710. Вычисление неизвестного числа можно выполнять по действиям, а можно составить выражение.

711. При заполнении схемы и чертежа необходимо значения всех величин представить в одних единицах. На чертеже при изображении отношения кратности лучше начинать построение с отрезка, изображающего меньшую величину (легче повторить отрезок несколько раз, чем дробить его на равные части). Схема и чертеж могут выглядеть так:



Решение можно выполнить по действиям или составить выражение: $(300 - 60) : 2$.

712. Упражнение на оценку числа цифр в произведении.

713. Упражнение на порядок действий.

714. Тренировка вычислительных навыков.

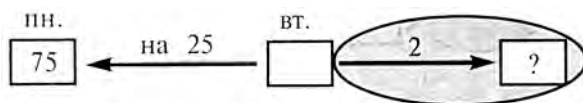
715. Повторение названий компонентов действий.

716. Цель задания — введение понятия диаметра окружности. В задании б) можно найти длину диаметра, не производя измерения, поскольку он проходит через центр и, значит, состоит из двух радиусов.

АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ СХЕМ СИСТЕМЫ ОТНОШЕНИЙ И РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ (5–7 уроков)

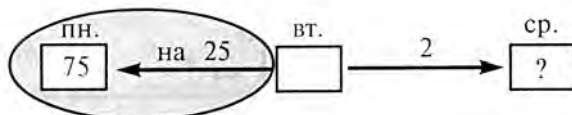
(Задания 717–753)

717. 1) После прочтения текста выделяется его законченный кусок (до первой запятой). В нем речь идет лишь о конкретной величине (о количестве посетителей библиотеки в понедельник), поэтому кусок следует продолжить до появления описания связи (отношения) этой величины с какой-нибудь другой величиной. В результате выделится кусок текста от начала до второй запятой. В нем говорится о разностном сравнении («на __ человек меньше») выделенной ранее величины с другой величиной (количеством посетителей во вторник). Схема расчленяется на две части, одна говорит о разностном сравнении, а другая — о кратном. К выделенному тексту должна подходить первая. Они сопоставляются, и в схеме отмечаются окошки (здесь важно соотнести направление стрелки с описанием меньшей и большей величин в тексте), а в текст вносятся значения известных величин:



«В понедельник в библиотеке побывало 75 человек, во вторник — на 25 человек меньше...»

В оставшемся тексте говорится еще об одном дне недели (среде), а это значит, что речь должна идти о третьей величине — количестве посетителей в среду. Рассматривается вторая часть схемы, и выясняется, что в ней действительно идет речь о новой величине, которая сравнивается с одной из уже задействованных в первой части схемы (количеством посетителей во вторник), причем новая величина в два раза больше.



Соответственно дополняется текст:

«...а в среду библиотеку посетило в 2 раза больше человек, чем во вторник».

Осталось сформулировать вопрос задачи. Схема показывает, что спрашивается о количестве посетителей библиотеки в среду.

«Сколько человек посетило библиотеку в среду?»

2) Задача должна использовать тот же текст, что и предыдущая. Рассматривается схема, и выясняется, что и схема получается из предыдущей: добавляется целое, состоящее из всех трех представленных в ней величин, и меняется вопрос задачи. Теперь надо найти целое, а не третью часть. У старой задачи меняется вопрос:

«Сколько всего человек побывало в библиотеке за три дня?»

718. Выражение будет таким: $13 \cdot 4 = 39$.

719. Упражнение на умножение многозначного числа на однозначное.

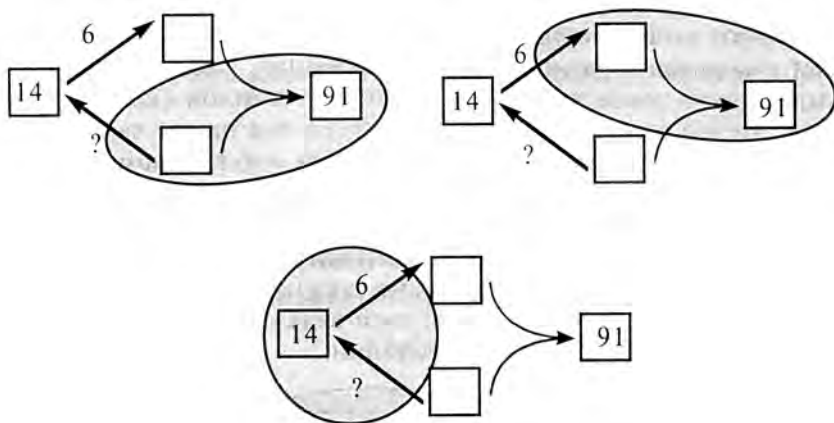
720. Упражнение на порядок действий.

721. Тренировка вычислительных навыков. Вычисления выполняются устно.

722. Тренировка вычислительных навыков.

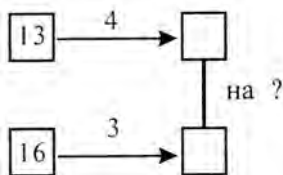
723. Упражнение на построение окружностей.

724. Схема 2) состоит из трех частей (отношений).



При составлении выражения будет использоваться сначала первая часть, затем третья и, наконец, вторая. Выражение будет иметь вид: $14 : (91 - 14 \cdot 6)$.

725. Работу следует начать с задачи 2). Здесь встанет проблема, как представить в схеме вопрос задачи, поскольку требуется узнать не только разность величин, но и какая из них больше. Значит, неясно, в какую сторону ставить стрелку с вопросом. Договариваемся в этом случае соединять сравниваемые величины линией без стрелки, сама постановка стрелки включается в вопрос.



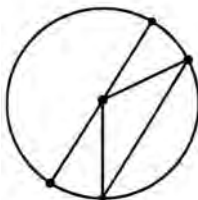
Эту задачу естественно выполнять по действиям.

726. «Сказочное» число для первой записи подбирается путем отбрасывания невозможных вариантов. Единственным возможным оказывается последний. Затем производится выбор из оставшихся чисел. Таким образом, лишним окажется трехзначное «сказочное» число.

727. Повторение названий компонентов действий.

728. Упражнение на соотношение единиц.

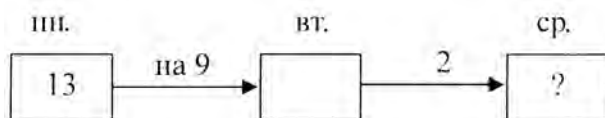
729. Цель задания — выяснить, что диаметр — самый длинный из отрезков, соединяющих две точки окружности. Сначала дети устанавливают это путем измерений, а затем можно предложить им обосновать этот факт без измерений, проведя два радиуса в концы отрезка, соединяющего две точки окружности, но не являющегося диаметром. Отрезок — это кратчайший путь, поэтому его длина меньше двух радиусов, т. е. меньше диаметра.



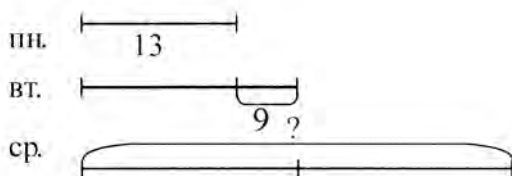
730. Вычисление неизвестного числа можно выполнять по действиям, а можно составить выражение.

731. Схема и чертеж могут выглядеть так:

Схема:

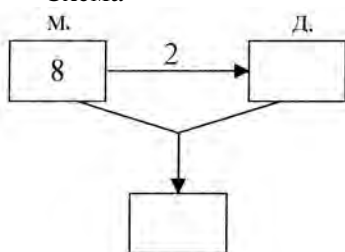


Чертеж:

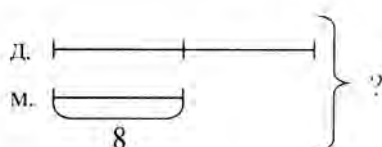


732. Схема и чертеж могут выглядеть так:

Схема



Чертеж



733. Упражнение на умножение многозначного числа на однозначное.

734. Удобным для вычислений окажется использование правила умножения числа на сумму. Каждое выражение переписывается соответствующим образом. При этом в одних случаях оказывается необходимой постановка скобок, а в других — их можно опустить.

735, 736. Тренировка вычислительных навыков. Вычисления выполняются устно.

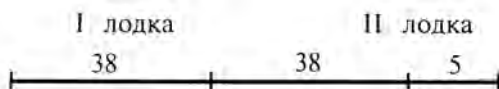
737. Для нахождения радиуса измеряется расстояние между точками C и N и делится пополам.

738. Вычисление неизвестного числа можно выполнять по действиям, а можно составить выражение.

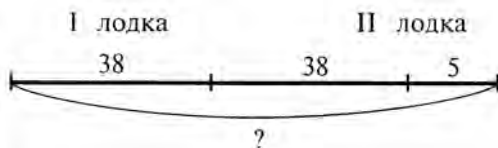
739. Важно понять, что при движении двух предметов из одного места в двух противоположных направлениях расстояние между ними будет состоять из расстояний, пройденных этими предметами. Поэтому начинать строить чертеж надо с отображения ситуации, описываемой в первом предложении.



После этого чертеж постепенно доделывается по мере вычитывания новой информации из текста. Из второго предложения вытекает, что расстояние, пройденное первой лодкой, — 38 км (на чертеже первое расстояние меньше, чем второе), а из расстояния, пройденного второй лодкой, надо выделить еще величину 5 км, на которую оно больше расстояния, пройденного первой лодкой.



Остается поставить знак вопроса. Выясняется, что расстояние между лодками, которое надо найти, состоит из трех частей (это видно из чертежа) и, значит, знак вопроса должен быть отнесен ко всему целому.



После этого записывается решение.

740. Для выполнения задания нужно обратиться (мысленно) к таблице умножения. Так, цифрой 4 заканчиваются произведения: $2 \cdot 2$ и $8 \cdot 8$. Цифра 9 может получиться

в случаях $3 \cdot 3$ и $7 \cdot 7$. Важно учитывать указанное точками количество цифр в произведении.

741. Упражнение на деление с остатком.

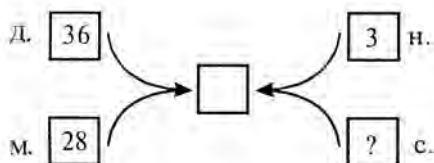
742. Упражнение на соотношение единиц.

743. Если понимать под радиусом отрезок MA , а не его длину, то можно построить только две окружности: с центром в точке A и с центром в точке B . Строятся эти окружности. Если же под радиусом понимать длину отрезка MA , то таких окружностей бесконечно много.

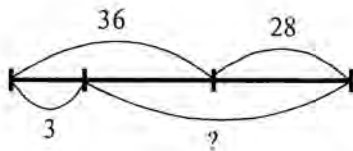
744. Вычисление неизвестного числа можно выполнять по действиям, а можно составить выражение.

745. В задаче 2) целое, составленное из двух частей, по-новому разбивается на две части.

Схема



Чертеж



746. Упражнение на умножение многозначного числа на однозначное.

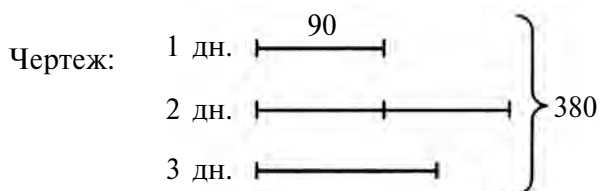
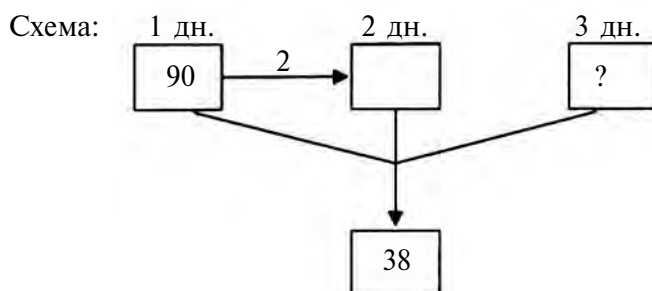
747. Упражнение на порядок действий.

748. Повторение названий компонентов действий.

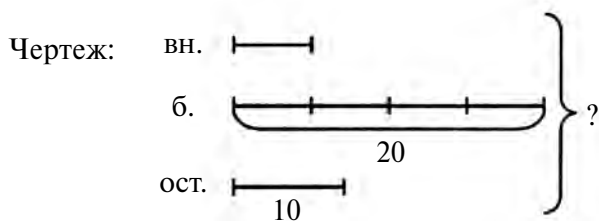
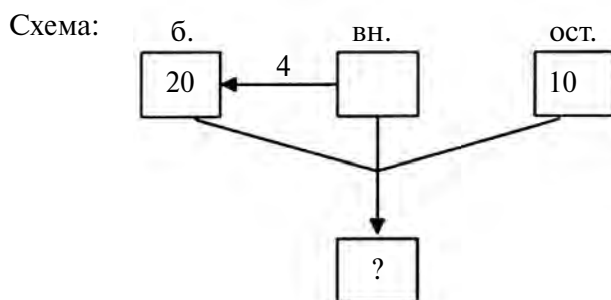
749. Тренировка вычислительных навыков.

750. Вычисление неизвестного числа можно выполнять по действиям, а можно составить выражение.

751. Схема и чертеж к задаче 1) могут выглядеть так:



А к задаче 2) так:



752. Упражнение на умножение многозначного числа на однозначное.

753. Упражнение на порядок действий.

ПОВТОРЕНИЕ (3 урока)

(Задания 1–28)

Дается набор основных заданий на повторение материала, пройденного в учебном году.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Примерное распределение учебного материала

Повторение (5–6 уроков)

Сложение и вычитание

Связь сложения с вычитанием

Уравнения

Измерение с помощью промежуточной мерки

Связь умножения с делением

Переместительное свойство умножения (3–4 урока)

Вводная задача

Использование переместительного свойства умножения для вычислений

Переместительное свойство как свойство умножения и сложения. Прямые

Умножение числа на сумму (5–7 уроков)

Вводная задача

Повторная постановка задачи

Обобщение способов умножения числа на сумму

Таблица умножения числа 4. Применение правила умножения числа на сумму

Умножение и деление на 4. Отрезки

Деление с остатком (6–8 уроков)

Вводная задача

Деление с остатком (закрепление)

Рациональный и нерациональный способы использования промежуточной мерки. Умножение на 5. Ломаная

Каким может быть остаток при делении. Луч

Величина остатка при делении на числа 2, 3, 4, 5

Составление примеров деления с остатком. Углы

Умножение и деление на 10 (3–5 уроков)

Образование вспомогательных мерок в разных системах счисления (подготовительные задания)

Умножение и деление чисел на основание системы счисления

Умножение и деление на 10

Соотношение единиц длины (3–4 урока)

Вводная задача

Преобразования единиц длины

Преобразования единиц длины с целью выполнения сложения и вычитания

Умножение числа на разность (6–8 уроков)

Вводная задача

Выбор удобного способа вычисления. Развернутый угол

Использование правила умножения числа на разность для освоения таблицы умножения на 9

Умножение числа 9, деление на 9

Умножение числа на сумму и на разность (подведение итогов)

Целое, состоящее из равных частей (7–9 уроков)

Моделирование целого, состоящего из равных частей. Таблица умножения числа 6

Поиск целого, состоящего из равных частей

Замещение одних моделей другими

Построение моделей к текстовым задачам. Смежные углы. Вертикальные углы

Вычисление значения целого, состоящего из нескольких равных частей и одной отличной от них части ($a \cdot 5 + e$)

Целое вида $(a \cdot 3) + (b \cdot 4)$. Умножение числа 7

Вычисление значения целого при использовании правила умножения числа на сумму

Вычисление количества равных частей в целом и значения равных частей (8 – 10 уроков)

Вычисление количества равных частей в целом. Вводная задача

Вычисление количества равных частей в целом (закрепление)

Деление на равные части. Вводная задача. Таблица умножения числа 8

Сопоставление трех видов задач с целым, состоящим из равных частей

Дифференциация задач, решаемых умножением и делением

Сопоставление ситуаций, в которых целое состоит из равных и неравных частей

Обобщение способов поиска значения целого, части, количества равных частей

Уравнения с действиями умножения и деления (7–8 уроков)

Построение уравнений на основе схемы умножения

Решение уравнений с неизвестным произведением

Решение уравнений с неизвестным множителем. Периметр прямоугольника

Построение уравнений на основе формулы умножения

Построение уравнений на основе формулы деления. Прием внетабличного умножения

Решение уравнений. Прием внетабличного умножения

Сопоставление уравнений, построенных на действиях разных ступеней

Деление суммы на число (3 урока)

Постановка задачи. Названия компонентов деления

Прием внетабличного деления

Доли (4–5 уроков)

Принцип называния долей величины

Определение доли одной величины от другой

Определение величины по ее доле. Периметр квадрата

Понятие доли в текстовых задачах

Деление на двузначное число

Анализ отношений, содержащихся в текстовых задачах (5–7 уроков)

Сведение схемы умножения к схеме измерения

Освоение новых схем целого, состоящего из равных и неравных частей

Составление и решение задач по заданным схемам
Построение схемы к задаче с двумя связанными отношениями

Построение схем по заданному чертежу

Сочетательное свойство умножения (5–7 уроков)

Постановка задачи

Применение сочетательного свойства умножения в вычислениях. Построение схемы по тексту задачи

Построение чертежа по заданной схеме отношений

Умножение четных чисел на 5

Применение сочетательного свойства умножения для выполнения вычислений и решения задач

Деление числа на произведение. Умножение и деление на 100 (6–8 уроков)

Постановка задачи

Умножение на 100

Деление на 100. Измерение углов

Умножение и деление на 100. Градус — единица измерения углов

Случаи деления вида $800 : 8$. Транспорт

Умножение и деление на разрядную единицу (4–5 уроков)

Вводная задача

Приемы умножения и деления на разрядную единицу (закрепление). Правила порядка выполнения действий

Деление вида $34000 : 34$, $34000 : 340$

Соотношение единиц длины

Кратное сравнение величин (6–7 уроков)

Вводная задача

Предметные способы кратного сравнения величин. Соотношение единиц массы

Кратное сравнение мерки и объекта

Кратное и разностное сравнение величин

Вычисление значений элементов кратного сравнения

Три вида задач с отношением кратного сравнения

Столбчатые диаграммы (1–2 урока)**Умножение и деление круглых чисел (6–7 уроков)**

Случаи вида $5 \cdot 300$. Окружность

Дифференциация кратного и разностного сравнения

Умножение вида $300 \cdot 40$. Дифференциация схем кратного и разностного сравнения

Два вида сравнения величин в одном задачном тексте

Деление вида $360 : 4$

Деление вида $270 : 30$. Расстояние между точками на плоскости

Умножение многозначного числа на однозначное (3 урока)

Запись способа вычисления в строку

Запись способа вычисления столбиком

Моменты времени и длительность (3–4 урока)

Вводная задача

Построение чертежа и схемы к задачам на отношение моментов времени и длительности

Решение задач на вычисление времени. Центр окружности. Радиус

Анализ схем системы отношений (5–6 уроков)

Кратное и разностное отношения в схемах. Число цифр в произведении

Направление стрелок в схемах. Случаи умножения вида $406 \cdot 7$

Учет направления стрелок в схемах. Случаи умножения вида $2602 \cdot 7$

Место промежуточного неизвестного в схемах. Случаи умножения вида $3200 \cdot 4$

Учет места промежуточного неизвестного в схемах отношений. Диаметр

Анализ сложных схем системы отношений и решение текстовых задач (5–7 уроков)**Повторение (3 урока)**

2. Методические рекомендации по использованию ресурсов электронного приложения

Масштабная компьютеризация образовательного процесса привела в настоящее время к тому, что школы более-менее оснащены современным оборудованием. Это оборудование (персональные компьютеры, компьютерные классы, медиапроекторы и пр.) используется по преимуществу для работы учеников в курсе информатики. Учителя-предметники средней и старшей школы, учителя начальной школы зачастую еще далеки от применения компьютерных технологий в образовательном процессе. Одна из важнейших задач последних лет состоит в приобщении учителя начальной школы к новому мощному образовательному ресурсу. Прежде всего учитель должен понять и оценить возможные функции цифровых образовательных ресурсов в организации учебного и воспитательного процессов.

Для поддержки курса математики 1—4 классов разработаны различные компьютерные учебные задания: тренажеры, конструкторы, анимация.

Развертывание предметной линии измерения сопровождается внедрением в практики разнообразных знаковых (символьных, словесных) форм фиксации общих способов действий, открытых детьми. Поэтому резко возрастает необходимость организации разнообразных коммуникативных пространств. Использование цифровых образовательных ресурсов создаст для этого оптимальные условия, так как такая коммуникация возможна лишь при применении современных информационных технологий.

Компьютер помогает отслеживать динамику учения каждого ребенка, позволяет развести для него предметное действие со знаковым. Например, изменение ребенком чертежа или формулы позволяет отобразить соответствующее этому изменению предметное преобразование.

Компьютерной поддержкой обеспечиваются привычные для организации учебной деятельности и вводятся новые формы учебной работы, практически неосуществимые в развернутом и полноценном виде без этой поддержки (например, общеклассные проекты, общеклассные учебники и справочники, мини-конференции и пр.).

Иной характер приобретают промежуточные продукты детской работы, они становятся реальными «черновиками», позволяющими легко перерабатывать и редактировать их в соответствии

с замечаниями учителя и одноклассников (отсюда у ребенка снижается страх ошибки).

Использование компьютерных заданий позволяет иначе подойти к проблеме индивидуализации сложных действий, включающих вереницу операций, требующих систематического контроля.

Компьютерные ресурсы дают возможность организовать продуктивное взаимодействие всех субъектов образования. Родители могут быть включены в совместную практическую работу с детьми, особенно в точках ее углубления, причем в соответствии с их собственными предметными интересами, а не принудительно.

Вместе с тем использование компьютерных технологий не должно вытеснять реальное исследовательское действие, живую дискуссию, предметные практические действия ребенка с различными материалами там, где они могут быть воссозданы и обеспечены.

Однако компьютер может выполнять совершенно иные функции, поддерживая собственную учебную деятельность ребенка. Компьютерное обучение должно быть обязательно встроено в обучение реальное (подчинено ему), в частности, предметно-практические действия должны оставаться предметно-практическими. Для решения задачи поддержки учебной деятельности ребенка разработаны цифровые ресурсы в достаточно «мелкой нарезке», которые учитель может встроить в учебный процесс в самых разных функциях и на разных его этапах.

Цифровые образовательные ресурсы.

Их характеристика и способы использования

Рассмотрим, как можно использовать цифровые ресурсы на уроках. Откройте электронное приложение. В левой части рабочего стола размещено оглавление учебника. Нажимая мышью на раздел или главу, вы открываете коллекцию ресурсов, рекомендованных для использования на данных уроках. Их список открывается непосредственно после названия главы, а также на основной части рабочего стола.

Перед тем как работать с ресурсами, познакомьтесь с меню. Оно поможет вам выбрать индивидуальные настройки (меню «Сервис»), прочитать руководство по использованию ресурсов разного типа (меню «Справка»).

Интерактивные задания отличаются тем, что решение ребенком задачи (текст ее дан вверху экрана) с помощью предложенных средств (перемещение объектов с помощью мыши, проведение стрелок от объекта к объекту с помощью мыши, выделение одного из

объектов нажатием левой кнопки мыши и т. д.) дает ему ответную реакцию — положительную или отрицательную. В некоторых случаях эта реакция простая, например: «Верно, молодец» или: «Увы, неверно». В некоторых случаях (там, где это возможно и обоснованно) эта реакция более содержательная. В любом случае, если реакция отрицательная, есть возможность исправить решение, поискать другое.

В тех случаях, когда объект небольшого размера, а нужно наблюдать его свойства, простое наведение мыши на объект позволяет увидеть его большим.

Как использовать эти ресурсы на уроках?

	Преимущества	Недостатки
Общеклассное обсуждение и выполнение	Простота реализации, быстрота обсуждения	Все дети хотят поработать на компьютере, а не только те, кого вызвали к доске
Парная работа за персональным компьютером	Взаимный контроль и осознание задачи, пути ее решения	Не всегда ученики хорошо срабатываются в паре (возможны споры из-за того, кто нажимает кнопку и пр.)
Индивидуальная работа за персональным компьютером	Хорошая тренировка в соотношении символов с объектами, выполнения нужной последовательности операций, тренировка в работе с мышью, клавиатурой	Ситуация меньше осознается учеником, возможен интуитивный поиск, подбор ответов. Учителю труднее оказывать помощь тем, кто не работал на персональном компьютере, или тем, кто не понял задачу

Таким образом, рекомендуемый вариант использования ресурсов состоит в демонстрации одного такого задания на широком экране всему классу, решении задачи в общеклассном обсуждении, а затем возможном переходе к парной или индивидуальной работе за персональными компьютерами.

Некоторые задания можно выполнять с начала до конца всем классом на большом экране. При этом каждый ребенок класса успевает в течение урока хотя бы однажды подойти к компьютеру и выполнить действие, принятое классом в общем обсуждении.

Для *третьего класса* разработаны разнообразные цифровые ресурсы для каждой темы курса. Для примера рассмотрим некоторые из них.

Интерактивные лаборатории

«Сравни площади фигур»: этот цифровой ресурс необходим для отработки умения сравнивать площади фигур с помощью отношения кратности, которое является необходимым базовым умением курса математики

Описание работы с ЦОР.

В верхней части экрана изображены фигуры, площади которых обозначены буквами. Под этой частью расположено рабочее поле. Копии фигур в любом количестве перетаскиваются (по мере необходимости) в рабочее поле. В рабочем поле фигуры можно передвигать, накладывать друг на друга (более маленькая на переднем плане). Треугольник можно отражать сверху вниз и поворачивать на 90° . Под рабочим полем помещается панель, на которой расположены цифры и знаки (больше, меньше, равно). Копии цифр и знаков перетаскиваются в появляющиеся окна с формулировками заданий для заполнения пропусков.

Последовательно появляются окна с заданиями серии. Под формулировками заданий помещены записи с пропусками, вида: «Сравните M и A .

M ___ A (в ___ раз)»,

Измерить площадь одной фигуры другой, если речь идет о кратном сравнении (во сколько раз), найти разность площадей, если ученик отвечает на вопрос «на сколько...». Для разностного сравнения не надо мерить одну площадь другой, нужно приложить (или положить одну фигуру на другую) и увидеть лишнюю часть, разность. Затем заполнить формулы. При этом надо внимательно следить, о каком сравнении идет речь: о разностном или кратном.

Главное в данной серии заданий различать два вида отношений, не путать их. Иногда неверное выполнение одного сравнения может привести к ошибке при выполнении другого.

«Разностное и кратное сравнение длин» — этот цифровой ресурс необходим для отработки умения сравнивать длины отрезков с помощью отношения кратности, которое является необходимым базовым умением при освоении понятия масштаба.

Описание работы с ЦОР:

На экране изображены 5 отрезков в порядке возрастания длин, длины первых двух обозначены буквами E и A . Для обозначения остальных оставлены пустые места. Отрезок с длиной A лежит на прямой линии. Можно перетаскивать копии отрезков, длины которых обозначены буквами E и A , и прикреплять их на линии (где

лежит отрезок с длиной A) к концу имеющегося там уже отрезка. Справа на экране расположена вертикальная пунктирная прямая линия, которая может двигаться по горизонтали и также крепиться к концу того же отрезка. Внизу панель с буквами, которые могут перетаскиваться на пустые места у отрезков.

Последовательно появляются окна с заданиями серии. В заданиях, где надо определить число, даны записи с пропусками, куда надо поместить это число. Ученик должен сравнить длины соответствующих отрезков, определяя их разность (лишнюю часть одного по сравнению с другим) или кратность (сколько раз один укладывается в другом). Затем ответить на вопросы: выбрать отрезок по его описанию и результату своего измерения.

В этом задании необходимо умение работать мышью (брать отрезок и прикладывать его к пунктирной линии несколько раз).

Тренажеры

Серия заданий *«Определение времени по часам с циферблатом»* является хорошим тренажером для обучения работе с часами. Сначала желательно поработать с макетами часов со стрелками, которые можно крутить и ставить по желанию и заказу. Учитель предлагает поставить часы на определенное время. После этого можно перейти к работе за компьютером (коллективной или индивидуальной).

После выполнения каждого задания имеет смысл обсудить, кто справился с ним с первой попытки, кто — со второй, какие были трудности при выполнении задания. В первом и втором заданиях при соотнесении циферблатов и карточек с записями времени один прямоугольник останется лишним.

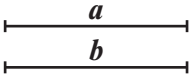
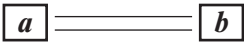
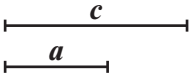
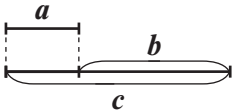
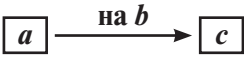
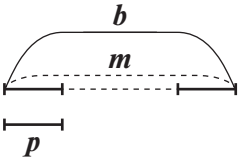
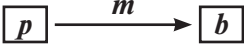
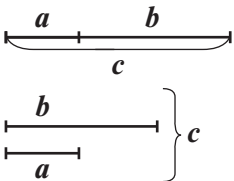
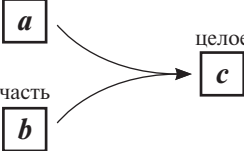
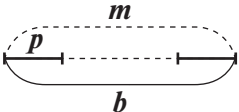
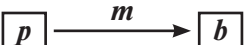
В заданиях 3 и 4 есть возможность «крутить» стрелки часов.

Конструкторы

Этот тип ресурсов представляет собой набор элементов (различного вида), из которых собирается структурированный объект.

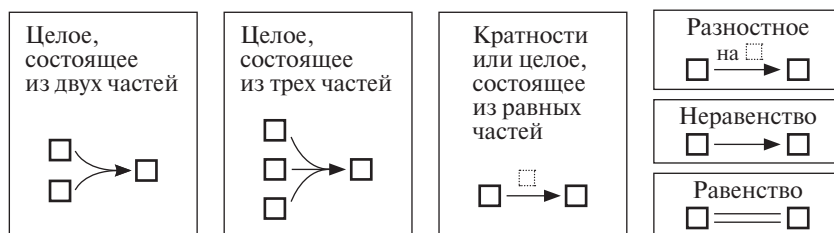
Конструктор схем предназначен для построения стрелочных схем — моделей определенного вида, позволяющих представлять математическую структуру текстовых задач (набор однородных величин и связывающих эти величины отношений).

На чертежах (другой вид моделей, конструктор которых будет описан следующим) и стрелочных схемах указанные выше отношения представляются следующим образом:

Чертежи	Стрелочные схемы
Отношение равенства	
	 одна величина другая величина
Отношение неравенства	
	 меньшая величина большая величина
Разностное отношение	
	разность  меньшая величина большая величина
Отношение кратности	
	во сколько  меньшая величина большая величина
Отношение «целого и частей»	
	часть  часть целое
Целое, состоящее из равных частей	
	число частей  часть целое

Этот ресурс ориентирован на формирование у учащихся структурного взгляда на схемы. Дети должны уметь «читать» схемы, выделяя отдельные смысловые части, и видеть, как они согласованы в целой схеме. Обычный способ построения схем, написания формул, построения чертежей и т. д. сводится к последовательному воспроизведению знаков. Вследствие этого структура схемы, формулы, чертежа и пр. не всегда четко выделяется. Данный конструктор позволяет действовать сразу отдельными смысловыми частями.

Исходными элементами конструктора («кирпичиками») являются схемы с пустыми «окошечками», описывающие одно отношение между однородными величинами.



Они расположены на левом поле экрана, откуда их можно перетаскивать на рабочее поле (справа). Их можно поворачивать на 90 градусов (для этого есть специальная кнопка «Повернуть объект»), «цеплять» друг за друга по «окошкам», представляющим общие члены отношений, и таким образом собирать из них более сложные схемы. «Окошки» могут заполняться текстом (числами, буквами). Также можно разбирать схемы, выделяя в них элементы и «вытаскивая» их.

Конструктор чертежей предназначен для построения чертежей — моделей другого вида, позволяющих представлять математическую структуру текстовых задач (набор однородных величин и связывающих эти величины отношений). Этот ресурс позволит облегчить и расширить возможности преобразования чертежей путем внесения в него локальных изменений, связанных с получением дополнительной информации, которую надо отобразить на чертеже. При рисовании чертежа на бумаге такая информация может привести к тому, что чертеж придется полностью рисовать заново.

Исходными элементами конструктора («кирпичиками») для построения чертежа являются:

1) Горизонтальный сплошной отрезок, который может менять горизонтальные размеры. Он предназначен для того, чтобы изображать величины.



2) Горизонтальные сплошные дуги, которые могут менять горизонтальные и вертикальные размеры. Они предназначены для выделения величины (целого или разности).



3) Вертикальная фигурная скобка, которая может менять вертикальные размеры. Она предназначена для выделения целого.



4) Горизонтальные пунктирные дуги, которые могут менять горизонтальные и вертикальные размеры. Они предназначены для выделения повторяющихся равных частей.



5) Горизонтальный пунктирный отрезок постоянного размера. Это символ повторения («и т. д.»).



Они расположены на левом поле экрана, откуда их можно перетаскивать на рабочее клетчатое поле (справа). В отличие от схем, где элементами являются отношения, а соединяются они в систему по общим членам (величинам), участвующим в них, здесь величины соединяются в общую систему на основании связывающих их отношений. Дуги и фигурная скобка крепятся произвольно к узлам сетки. Отрезки крепятся так же, но если на линии уже есть отрезок, то следующий на этой линии будет «прилипать» к нему справа. Изменение размеров происходит с шагом в 1 клетку. В уже построенном чертеже можно выделять элементы. Если нажать кнопку «Текст», то около выделенного элемента появится «окошко», в которое можно вставить число или букву.

3. Навигатор по заданиям учебника, реализующим требования ФГОС

Информация для учителя

Все задания, содержащиеся в учебнике, обеспечивают достижение учащимися образовательных результатов, предусмотренных ФГОС НОО. Конкретизировать использование заданий помогут приведенные далее сводные таблицы.

При работе с навигатором надо иметь в виду, что достижение образовательных результатов не ограничивается выполнением отдельных заданий учебника. Такие результаты можно получить только на основе системной работы со всеми учебными и методическими пособиями данного УМК в комплексе.

1. Задания на достижение личностных результатов

Перечень основных результатов	Задания
Познавательный интерес к математической науке, установка на поиск способов решения проблем; развитие критического мышления, умение формировать и отстаивать собственное мнение по поводу того или иного предмета, сопоставлять его с другими мнениями, уважать их	№№ 35, 53, 58, 87, 88, 143–145, 181, 221, 283, 447

2. Задания на достижение метапредметных результатов (в том числе на формирование универсальных учебных действий)

Перечень основных результатов	Задания
Способность контролировать и оценивать учебные действия в соответствии с поставленной задачей	№№ 2, 3, 48, 54, 55, 64, 112, 117, 136, 140, 167, 179, 188, 189, 191, 218, 227, 228, 237, 241, 243, 275, 290, 300, 304, 342, 359, 381, 387, 409, 426, 429, 443, 464, 539, 543, 598, 610, 673, 677
Способность анализировать информацию (текст, рисунок и т.п.) с точки зрения математических характеристик, выделять существенное и фиксировать	№№ 7, 13, 14, 19, 20, 21, 27, 30, 32, 35, 40, 53, 58, 88, 89, 95, 96, 103, 104, 110, 117, 143, 145, 159, 165, 166, 181, 189, 190, 214, 222, 223, 226, 227, 228, 237, 241, 248, 254, 270, 271, 283, 284, 290, 291, 310, 316, 319, 326, 333, 337, 338,

его в знаковых моделях	345, 356, 372, 384, 426, 447, 448, 449, 471, 472, 494, 537, 538, 567, 582, 583, 584, 585, 586, 603, 622, 626, 645, 710, 718, 730, 738, 744, 750
Способность использовать знаково-символические средства для создания моделей изучаемых объектов и решения учебных задач	№№ 4, 9, 10, 16, 49, 65, 74, 85, 97, 242, 249, 256, 264, 272, 298, 304, 321, 322, 329, 330, 380, 386, 402, 407, 417, 422, 437, 438, 452, 454, 462, 466, 467, 479, 485, 520, 526, 568, 575, 591, 696, 612, 623, 633, 642, 651, 662, 663, 680, 688, 698, 706, 711, 717, 725, 731, 732, 739, 745, 751

3. Задания на достижение предметных результатов

Перечень основных результатов	Задания
Умение представлять отношения между однородными величинами на различных моделях (на чертежах, стрелочных схемах и формулами) и переходить от моделей одного вида к моделям другого вида. Умение решать простейшие уравнения	№№ 7, 13, 14, 15, 24, 38, 61, 76, 93, 116, 125, 130, 139, 142, 170, 206, 212, 219, 221–223, 226–228, 237, 240, 248, 254, 259, 270, 271, 276, 282, 290, 291, 296, 308, 310, 314, 316, 319, 326–328, 333–336, 341, 342, 348–351, 355–359, 365–367, 374, 375, 382, 385, 390, 392, 393, 396, 399, 400, 405, 412, 422, 426, 442, 448, 449, 468, 472, 494, 502, 511, 520, 532, 537, 538, 541, 543, 544, 551, 557–560, 565–567, 598, 622, 679, 687, 705, 710, 715, 718, 724, 727, 730, 738, 744, 748, 750

Умение анализировать задачи с однородными величинами (выделять описываемые в тексте величины и связывающие их отношения) и представлять результаты анализа на моделях (чертежах и схемах), умение составлять выражения по чертежам и схемам	№№ 2, 4, 9, 10, 16, 49, 65, 75, 85, 97, 241, 242, 249, 256, 264, 272, 278, 292, 298, 304, 315, 321, 322, 329, 330, 331, 338, 345, 376, 379, 380, 386, 401, 402, 407, 408, 417, 430, 432, 437, 438, 441, 451, 454, 462, 466, 467, 479, 485, 526, 568, 575, 578, 591, 592, 606, 608, 612, 623, 633, 634, 641, 642, 651, 662, 670, 698, 706, 711, 717, 725, 731, 732, 739, 745, 751
Умение представлять результаты сравнения величин на столбчатых диаграммах	№№ 582–586, 603, 605, 613, 626, 645
Умение складывать и вычитать многозначные числа, умножать многозначное число на однозначное в десятичной системе счисления	№№ 5, 8, 12, 18, 26, 45, 50, 51, 57, 62, 66, 68, 76, 84, 86, 94, 101, 129, 131, 155, 163, 171, 178, 179, 187, 188, 196, 204, 233, 269, 281, 347, 391, 409, 410, 415, 435, 480, 490, 493, 495, 496, 512, 534, 535, 564, 589, 593, 586, 618, 636, 647–650, 658, 659, 664, 665, 668, 671–673, 677, 678, 684–686, 692–696, 702–704, 712, 721, 722, 726, 733, 736, 740, 746, 749, 752
Умение вычислять значения числовых выражений, используя правила порядка выполнения и свойства арифметических действий, вычислять значения буквенных	№№ 28, 34, 41, 42, 44, 46, 47, 48, 54–56, 59, 63, 64, 69–73, 78, 79, 82, 83, 91, 92, 99, 111, 113, 114, 123, 126–128, 136–138, 140, 141, 147, 148, 150, 151, 153, 154, 161, 169, 177, 183, 186, 191, 193, 198, 260, 268, 288, 297, 302, 309, 317,

выражений при заданных значениях букв	318, 323, 324, 343, 370, 377, 418, 429, 450, 461, 464, 465, 469, 486, 498, 503, 519, 521, 527, 528, 533, 540, 548, 554, 571, 579, 600, 609, 616, 635, 638, 643, 644, 660, 667, 674, 699, 713, 720, 735, 747, 753
Умение выполнять устные вычисления в пределах 100	№№ 6, 11, 17, 23, 25, 29, 39, 43, 60, 67, 80, 81, 90, 98, 100, 106–108, 115, 121, 122, 124, 156, 162, 194, 195, 200–203, 207–210, 215–218, 224, 225, 235, 236, 238, 239, 243–245, 250–252, 257, 258, 265–267, 273–275, 279, 280, 286, 287, 293–295, 299, 300, 305–307, 312, 313, 320, 339, 346, 352–354, 560–363, 368, 369, 373, 378, 381, 387–389, 395, 397, 403, 404, 411, 414, 416, 419, 423–425, 427, 428, 433, 434, 439, 440, 443–445, 456–458, 460, 473–475, 477, 482–484, 487, 488, 491, 492, 500, 501, 504, 506–510, 513, 515–517, 523, 525, 549, 555, 572, 580, 587, 588, 590, 595, 597, 602, 604, 610, 614, 615, 619–621, 625, 628–630, 639, 640, 652, 653, 666, 681, 682, 700, 707, 714, 734, 741
Умение сравнивать, складывать и вычитать составные именованные числа. Умение переводить значение величины из одних единиц в другие	№№ 3, 160, 167, 168, 173–176, 184, 185, 192, 199, 211, 229–232, 530, 531, 539, 545–547, 552, 553, 561–563, 569, 570, 576, 577, 607, 624, 646, 661, 675, 683, 690, 708, 728, 742

Умение представлять результаты измерения с помощью промежуточной мерки на стрелочной схеме и чертеже. Умение представлять действия сложения, вычитания, умножения и деления на числовой прямой	№№ 19, 20, 21, 22, 27, 30, 31, 32, 35, 36, 37, 40, 53, 58, 88, 89, 95, 96, 103–105, 110, 112, 117, 118, 120, 133–135, 143, 144, 149, 158, 165, 166, 181, 182, 189, 190, 214, 247, 255, 283, 284, 303, 325, 337, 372, 384, 447, 455, 459, 471, 478, 518, 632
Умение строить и обозначать линии (прямые, отрезки, лучи, ломаные линии, окружности) и плоские фигуры (многоугольники, углы, круги). Умение сравнивать и измерять длины отрезков и ломаных линий, находить периметр многоугольника. Умение сравнивать и измерять углы	№№ 52, 77, 87, 102, 109, 119, 132, 146, 152, 157, 164, 172, 180, 197, 205, 213, 220, 234, 246, 253, 261–263, 277, 285, 289, 311, 332, 340, 344, 364, 371, 383, 398, 406, 413, 420, 421, 431, 436, 446, 451, 453, 463, 470, 481, 489, 497, 505, 514, 522, 529, 536, 542, 550, 556, 573, 581, 594, 601, 611, 617, 627, 637, 654, 669, 676, 691, 701, 709, 716, 723, 729, 737, 743

МАТЕМАТИКА

(В.В. Давыдов, С.Ф. Горбов, Г.Г. Микулина, О.В. Савельева)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Общая характеристика учебного предмета

Основными целями изучения курса «Математика» являются формирование основ научного мышления ребенка в области математики, представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, развитие логического мышления, алгоритмической культуры, пространственного воображения.

В процессе изучения курса «Математика» развиваются такие общеучебные умения ребенка, как способность анализировать, выделять существенное и фиксировать его в знаковых моделях. Важнейшей линией курса является развитие оценочной самостоятельности учащихся, благодаря которой закладываются умения различать известное и неизвестное, критерияльно и содержательно оценивать процесс и результат собственной учебной работы, целенаправленно совершенствовать предметные умения.

Личностными результатами изучения курса «Математика» являются:

- познавательный интерес, установка на поиск способов решения математических задач;
- готовность ученика целенаправленно использовать знания в учении и повседневной жизни для исследования математической сущности предмета (явления, события, факта);
- способность характеризовать собственные знания, устанавливая, какие из предложенных задач могут быть решены;
- критичность мышления.

Метапредметным результатом изучения курса «Математика» является:

- способность регулировать свою познавательную и учебную деятельность;
- осуществлять информационный поиск, использовать знаково-символические средства представления информации для создания моделей изучаемых объектов и процессов, работать с моделями изучаемых объектов и явлений окружающего мира.

Предметными результатами изучения курса «Математика» являются:

- использование начальных математических знаний для описания и объяснения окружающих предметов, процессов, явлений, а также оценки их количественных и пространственных отношений;
- овладение основами логического и алгоритмического мышления, пространственного воображения и математической речи, измерения, пересчета, прикидки и оценки, наглядного представления данных и процессов, записи и выполнения алгоритмов;
- приобретение начального опыта применения математических знаний для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач;
- способность выполнять устно и письменно арифметические действия с числами и числовыми выражениями, решать текстовые задачи, умение

действовать в соответствии с алгоритмом и строить простейшие алгоритмы, исследовать, распознавать и изображать геометрические фигуры, работать с таблицами, схемами, графиками и диаграммами, представлять, анализировать и интерпретировать данные.

Основное содержание курса «Математика» определено стандартом начального общего образования второго поколения и условно может быть разделено на три больших раздела: «Числа и величины», «Отношения между величинами», «Элементы геометрии». К первому относится материал, связанный с формированием собственно понятия числа (представление чисел, арифметические действия с числами). Второй посвящен использованию чисел для описания математической структуры отношений между величинами и решения «прикладных» задач (в частности, анализ и решение текстовых задач). Третий охватывает геометрический материал, связанный с определением пространственных форм и взаимным расположением объектов.

Стержневым для всей школьной математики является понятие действительного числа. Поэтому основное содержание предмета «Математика» в начальной школе, связанное с понятием натурального числа, строится так, что натуральные числа, как и все другие виды чисел, вводимые позже, рассматриваются с единых оснований, позволяющих построить всю систему действительных чисел.

Таким основанием для введения всех видов действительных чисел является понятие величины. Тогда произвольное действительное число рассматривается как особое отношение одной величины к другой (единице, мерке), которое выявляется в процессе измерения. Различие же видов действительного числа проистекает из различия условий реализации данного отношения.

Особое место в изучении понятия величины занимает дочисловой период (он занимает приблизительно первую четверть первого класса). Действуя с разными предметами, дети выделяют параметры вещей, являющиеся величинами, т. е. свойства, для которых можно установить отношения *равно*, *неравно*, *больше*, *меньше*. При этом выделение каждой конкретной величины связано в первую очередь с овладением детьми определенным способом сравнения вещей и лишь во вторую со словом-термином. Так, представления о длине дети получают, прикладывая предметы определенным образом друг к другу; о площади — через наложение плоских предметов друг на друга сначала непосредственное, а затем с разделением на части и перегруппировкой частей; об объеме как о «емкости» вещей — переливая воду из одного сосуда в другой.

Полученные в результате сравнения предметов отношения моделируются сначала с помощью других предметов и графически (чертежами из отрезков), а затем — буквенными формулами ($A < B$, $A = B$, $A > B$).

Число появляется как средство сравнения величин в ситуации пространственной или временной разделенности сравниваемых величин. Одна величина в этом случае воспроизводится с помощью другой (единицы или мерки), которая повторяется в ней некоторое число раз. Действия измерения моделируются с помощью различных знаковых средств (чертежей, стрелочных схем, буквенных формул). Кроме того, процесс измерения как потенциально бесконечное повторение одной и той же величины (мерки) моделируется с

помощью числовой прямой. В дальнейшем числовая прямая выступает как основная рабочая модель для прояснения смысла вводимых (новых) видов чисел и действий с ними. Например, решая задачу уравнивания величин, дети открывают предметные действия «увеличение на» и «уменьшение на», которые моделируются на числовой прямой как арифметические действия сложения и вычитания. Причем действия сложения и вычитания сразу появляются в контексте одного отношения (разностного) как взаимообратные.

Дальнейшее развитие числовой линии происходит по одной схеме. Каждая новая форма представления чисел или новый вид чисел (именованные числа, многозначные числа, обыкновенные дроби, позиционные дроби, отрицательные числа) возникает в связи с новым способом измерения величины, который дети открывают, решая задачу воспроизведения величины при различных дополнительных ограничениях. Открытые детьми способы фиксируются в моделях, с помощью которых изучаются свойства «новых чисел», строятся правила оперирования ими. Таким образом, смысл числа и действий с ним один и тот же и определен до конкретных его реализаций. Наоборот, на его основании получают все формальные правила и алгоритмы.

Такой подход согласуется и с принятым анализом задач. Дети ищут в тексте не действия, которыми надо решить задачу, а отношения, связывающие данные с искомым. Лишь затем они определяют, что нужно найти, и в зависимости от того, какой член отношения неизвестен, производят действие. Таким образом, анализ задачи направлен на выявление структуры отношений и ее представление (моделирование) с помощью специальных знаково-символических средств. Модель, с одной стороны, позволяет представлять результаты анализа во внешнем плане, с другой — направляет поиск и выделение отношений.

Геометрический материал курса в значительной степени связывается с изучением величин и действий с ними. Однако он имеет и собственно геометрическое содержание, связанное с построением идеальных геометрических образов и развитием пространственных представлений. Одной из особенностей разворачивания геометрического материала является конструктивный подход к геометрическим понятиям. Такой подход естественным образом приводит к большому числу задач на построение, «разрезание» и «перекраивание» геометрических фигур.

ПРОГРАММА (540 ч)

Числа и величины

Содержание. Признаки предметов. Отношения *равно*, *неравно*. Величины как признаки, допускающие упорядочивание. Отношение *больше-меньше*.

Числа и измерение величин. Числовая прямая. Числовое значение величины. Сравнение чисел. Стандартные единицы измерения величин.

Действия увеличения и уменьшения величины. Сложение и вычитание чисел. Укрупнение единицы измерения, умножение и деление чисел. Деление с остатком. Взаимосвязь арифметических действий. Свойства арифметических действий.

Составные именованные числа. Действия с именованными числами.

Позиционный принцип записи чисел. Чтение и запись многозначных чисел. Сравнение многозначных чисел. Алгоритмы арифметических действий. Способы проверки правильности вычислений. Прикидка и оценка суммы, разности, произведения, частного.

Буквенные обозначения чисел и величин. Математическое выражение. Нахождение значения выражения. Порядок выполнения действий.

Основные способы действий. Описание и сравнение предметов по признакам. Упорядочивание предметов по разным величинам. Непосредственное измерение величин. Моделирование действий сравнения и измерения величин на числовой прямой. Моделирование арифметических действий на числовой прямой. Выполнение действий с многозначными числами. Контроль полноты и правильности алгоритма. Прикидка. Прогнозирование (оценка) результата арифметического действия. Сравнение разных способов вычислений, выбор удобных. Составление программы вычислений (в виде последовательности действий или выражения) для различных ситуаций, требующих нахождения неизвестной величины. Определение порядка действий в выражении.

Отношения между величинами

Содержание. Однородные и неоднородные величины. Отношения между однородными величинами: равенство-неравенство (больше-меньше), разностное (больше-меньше на...), кратности (больше-меньше в... раз), целого и частей. Целое, состоящее из равных частей. Деление на равные части. Доли. Величины как характеристики различных объектов. Описание величин. Известные и неизвестные величины. Анализ текстов. Текстовая задача, ее строение: величины и отношения между ними, искомая величина. Представление отношений между величинами стрелочными схемами и чертежами. Столбчатые диаграммы.

Время: длительность и моменты.

Процессы и переменные величины. События, на которые разбиваются процессы, характеристики событий. Некоторые стандартные процессы: движение (путь (расстояние) и время), работа (объем работы и время), купля-продажа (стоимость и количество товара), составление целого из частей (целое и количество частей). Таблицы. Равномерные и неравномерные процессы. Прямая пропорциональная зависимость величин. Производная величина, связывающая воедино переменные величины, как постоянная характеристика равномерного процесса. Скорость равномерного движения. Производительность труда. Цена. Формула прямой пропорциональной зависимости $Y = K \cdot X$. Согласование единиц. Анализ текстов: выделение описаний процессов, событий и их характеристик. Представление прямой пропорциональной зависимости: таблицы и прямоугольники. Решение текстовых задач в несколько действий с однородными и неоднородными величинами.

Основные способы действий. Выделение описаний величин и отношений между ними в текстах задач. Моделирование отношений между однородными величинами с помощью чертежей (из отрезков и прямоугольников) и стрелочных схем и таблиц.

Составление программы решения задачи в виде последовательности

арифметических действий или математического выражения. Реализация программы решения. Составление задач по чертежам, схемам, таблицам. Описание процессов с помощью таблиц. Представление данных в виде столбчатых диаграмм.

Элементы геометрии

Содержание. Взаимное расположение предметов в пространстве: выше-ниже, слева-справа, между и пр.

Форма предметов. Геометрические фигуры. Точки и линии. Прямая, отрезок. Ломаная линия. Замкнутые и незамкнутые линии. Плоские фигуры. Границы фигур. Многоугольники. Круг и окружность. *Пересечение плоских фигур*. Геометрические тела и поверхности. Шар, куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, цилиндр, конус. *Развертки геометрических тел*.

Угол. Сравнение углов. Виды углов (прямой, острый, тупой). Угол многоугольника. Прямоугольник, квадрат. Виды треугольников (прямоугольный, остроугольный, тупоугольный). *Развернутый угол. Смежные и вертикальные углы*.

Геометрические величины: длина, площадь, объем. Единицы длины. Длина ломаной линии. Периметр многоугольника. Периметр прямоугольника (квадрата). Расстояние между точками на плоскости. Центр, радиус и диаметр окружности. Площади плоских фигур. Единицы площади. Площадь прямоугольника. Измерение углов. Транспортёр.

Основные способы действий. Описание и моделирование ситуаций различного расположения предметов относительно друг друга.

Распознавание формы фигур. Сравнение геометрических фигур по форме. Определение формы предметов окружающего мира. Изготовление (конструирование) модели геометрических фигур, преобразование моделей.

Выявление геометрических величин в житейских ситуациях, предметах окружающего мира.

Измерение геометрических величин разными способами. Прямое измерение длин линий и площадей фигур (непосредственное «укладывание» единицы, «укладывание» единицы с предварительной перегруппировкой частей объекта). Вычисление по формулам. Измерение величин с помощью инструментов (линейки, транспорта).

Примерное тематическое планирование к курсу «Математика»

1 КЛАСС (4 ч × 33 нед. = 132 ч)

Признаки предметов (4 ч)

Задача поиска предметов. Признаки предмета: цвет, форма, размер. Описание предметов по признакам. Равенство (одинаковость) и неравенство (различие) предметов по признакам.

Пространственные представления (6 ч)

Взаимное расположение предметов в пространстве: сверху, снизу, слева, справа, между. Точки и линии. Прямая, отрезок. Ломаная линия. Замкнутые и незамкнутые линии. Границы плоских фигур.

Величины (8 ч)

Уточнение представлений о размере: длина, площадь. Уточнение неравенства: отношение «больше-меньше». Величина. Объем (емкость). Масса. Сравнение групп предметов. Графическое моделирование (изображение с помощью отрезков) отношений равенства и неравенства.

Упорядочивание величин (12 ч)

Упорядочивание величин. Возрастающие и убывающие ряды величин. Преобразование предметов: увеличение, уменьшение, сохранение величин. Графическое моделирование рядов величин (чертеж). Буквенные обозначения величин. Знаки « $=$ » (равно), « $\neq$ » (неравно), « $>$ » (больше) и « $<$ » (меньше). Знаковое моделирование отношений равенства и неравенства (формулы вида:

Числа и измерение величин (10 ч)

Непосредственное и опосредованное сравнение величин. Задача воспроизведения величины (построение величины, равной заданной). Измерение и построение величины с помощью мерки и числа (операторный аспект числа). Знаковое и графическое моделирование действий построения и измерения величин. Представление чисел метками. Измерение величин с помощью слов считалки (порядковый аспект числа). Свойства натурального ряда чисел. Числительные. Цифры.

Числовая прямая (7 ч)

Построение числовой прямой (выбор начала, направления и шага). Представление чисел в виде точек и отрезков на числовой прямой. Предыдущее и последующее числа.

Сравнение чисел (10 ч)

Моделирование отношения неравенства величин (больше-меньше) на числовой прямой. Сравнение чисел. Число как результат измерения величины — числовое значение величины (количественный аспект числа). Зависимость числового значения величины от выбора мерки. Именованные числа. Стандартные единицы измерения и счета.

Разностное сравнение величин. Сложение и вычитание чисел

(24 ч)

Задача уравнивания величин. Разность как характеристика различия уравниваемых величин. Уточнение неравенства величин: разностное отношение (больше-меньше на...). Графическое моделирование разностного отношения величин. Сложение и вычитание величин как увеличение или уменьшение одной величины на некоторую другую.

Моделирование разностного отношения величин на числовой прямой. Нахождение значения разности между величинами по их значениям с помощью числовой прямой. Разностное отношение между числами. Сложение и вычитание чисел. Знаки « $+$ » (плюс) и « $-$ » (минус). Присчет и отсчет. Случаи сложения и вычитания (в пределах двадцати). Число 0.

Обозначение чисел буквами. Выражения.

Простейшие текстовые задачи на разностное отношение величин (нахождение большей или меньшей величины).

Отношение «частей и целого» (24 ч)

Предметные действия составления величины из частей и разбиения величины на части. Отношение «частей и целого». Графическое моделирование отношения «частей и целого». Действия сложения и вычитания величин как действия нахождения целого по заданным частям и соответственно части по заданным целому и другой части.

Моделирование отношения «частей и целого» на числовой прямой. Состав чисел 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Сложение и вычитание чисел в пределах десяти. Простейшие текстовые задачи на отношение «частей и целого». Числа от 11 до 20.

Резерв 23 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (1 класс):

- способность различать разные параметры в одном предмете и производить по ним сравнение предметов (в частности, различать площадь и форму фигуры, сравнивать площади плоских фигур с помощью разрезания на части и перегруппировки этих частей);
- способность моделировать разностное отношение и отношение «частей и целого» с помощью чертежа и формул;
- способность отмерить величину с помощью данных мерки и числа, измерить величину заданной меркой и описать эти действия с помощью схемы и формул;
- способность строить числовую прямую, выбирая подходящие направление, начало и шаг;
- выполнение с помощью числовой прямой сравнения чисел, нахождение суммы и разности чисел по числовой прямой;
- выполнение сложения и вычитания чисел в пределах 10 (на уровне навыка);
- способность решать задачи на сложение и вычитание в одно действие;
- различение линий и плоских фигур, замкнутых и незамкнутых линий.

2 КЛАСС (4 ч × 34 нед. = 136 ч)

Отношение «частей и целого» (продолжение) (14 ч)

Разность и меньшая величина как части большей величины. Вычитание как действие нахождения разности чисел. Задачи на нахождение разности величин. Способ прибавления и отнимания числа по частям. Таблица сложения.

Текстовые задачи на отношение «частей и целого» и разностное сравнение величин. Задачи в два-три действия. Анализ условия задачи и моделирование выявленных в этом анализе отношений. Составление по моделям текстовых задач и математических выражений.

Уравнения. Решение уравнений следующих видов: $a + x = b$, $x + a = b$, $a - x = b$, $x - a = b$.

Составные именованные числа (9 ч)

Измерение величин по частям при помощи нескольких мерок. Составные именованные числа (значения величины относительно системы мерок).

Табличная форма записи именованных чисел. Сложение и вычитание именованных чисел.

Сравнение именованных чисел. Стандартный и нестандартный способы измерения величины с помощью системы мерок. Остаток.

Позиционные системы счисления (20 ч)

Задача воспроизведения величины в ситуации, когда счет можно вести только до определенного числа. Образование открытой системы дополнительных мерок. Системы счисления. Основание системы счисления как граница счета. Табличная форма записи многозначного числа (разрядная таблица). Измерение величин в разных системах счисления. Позиционная форма записи многозначного числа. Число и цифра. Цифра 0. Представление многозначного числа в виде суммы разрядных слагаемых. Изображение многозначных чисел на числовой прямой. Сравнение многозначных чисел в одной и разных системах счисления.

Десятичная система счисления (система с основанием 10) как частный случай позиционной системы счисления. Чтение многозначных чисел в десятичной системе счисления (в пределах 1000).

Сложение и вычитание многозначных чисел в десятичной системе счисления (35 ч)

Принцип поразрядного сложения и вычитания чисел. Табличная и позиционная («в столбик») формы записи сложения и вычитания чисел. Сложение и вычитание круглых десятков, сотен, тысяч. Сложение и вычитание чисел без перехода через разряд. Сложение и вычитание чисел с переходом через разряд. Определение количества цифр (разрядов) в сумме и разности. Приемы устного сложения и вычитания с переходом через разряд в пределах 100.

Умножение и деление чисел (20 ч)

Измерение величин с помощью промежуточной мерки. Моделирование действий отмеривания и измерения величины с помощью промежуточной мерки на числовой прямой. Умножение и деление чисел. Таблица умножения на 2 и 3. Умножение чисел на 1. Деление числа на 1 и на себя.

Элементы геометрии (14 ч)

Буквенные обозначения геометрических фигур (точек, отрезков, ломаных линий). Длина ломаной линии.

Многоугольники. Периметр многоугольника.

Угол. Сравнение углов. Виды углов (прямой, острый, тупой). Угол многоугольника. Прямоугольник, квадрат. Виды треугольников (прямоугольный, остроугольный, тупоугольный).

Резерв 20 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (2 класс):

- способность сравнивать многозначные числа в одной системе счисления, представлять их в виде суммы разрядных слагаемых;
- чтение (<1000) и запись многозначных чисел в десятичной системе счисления; запись многозначных чисел в системах счисления с основанием меньше 10;
- воспроизведение по памяти результатов табличных случаев сложения

и вычитания;

— выполнение устных вычислений на сложение и вычитание чисел в пределах 100;

— выполнение алгоритмов сложения и вычитания многозначных чисел;

— способность решать задачи на отношение «частей и целого» и разностное сравнение величин (в одно-два действия);

— сложение и вычитание именованных чисел (без перевода единиц);

— способность решать уравнения вида: $a + x = b$, $x + a = b$, $a - x = b$, $x - a = b$;

— способность по схеме отмерить величину, используя промежуточную мерку, измерить данную величину с помощью промежуточной мерки и представить результат измерения в виде схемы;

— выполнение умножения и деления чисел с помощью числовой прямой;

— способность вычислять длину ломаной линии, периметр многоугольника;

— различение видов углов и треугольников.

3 КЛАСС (4 ч × 34 нед. = 136 ч)

Умножение и деление чисел (25 ч)

Переместительное свойство умножения. Умножение суммы и разности на число. Умножение и деление на 10. Таблица умножения. Умножение числа на произведение. Умножение и деление на разрядные единицы. Деление суммы или разности на число. Деление числа на произведение. Вычисления с помощью свойств умножения и деления. Умножение и деление двузначного числа на однозначное.

Деление с остатком.

Решение уравнений следующих видов: $a : x = b$, $x : a = b$.

Целое, состоящее из равных частей (15 ч)

Целое, состоящее из равных частей. Задача нахождения целого, если известны часть и число таких частей. Связь умножения со сложением. Задача нахождения части, если известны целое и число равных частей. Деление на равные части. Доли. Задача нахождения числа равных частей, если известны целое и одна такая часть. Простейшие текстовые задачи на целое, состоящее из равных частей.

Кратное сравнение величин (12 ч)

Отношение кратности величин (больше-меньше...). Увеличение и уменьшение величины в несколько раз. Отношение кратности между числами. Умножение и деление как увеличение или уменьшение числа в несколько раз. Нахождение, во сколько раз одно число больше или меньше другого. Простейшие текстовые задачи на отношение кратности величин.

Столбчатые диаграммы.

Умножение многозначного числа на однозначное (20 ч)

Развернутый способ умножения многозначного числа на однозначное (разложение множимого в сумму разрядных слагаемых). Сведение умножения многозначного числа на однозначное к умножению однозначных чисел

и разрядных единиц. Стандартный алгоритм умножения многозначного числа на однозначное (умножение «в столбик»).

Определение количества цифр (разрядов) в произведении.

Анализ и решение текстовых задач (28 ч)

Однородные и неоднородные величины. Действия с именованными числами. Величины как характеристики различных объектов. Описания величин. Известные и неизвестные величины. Текстовая задача, ее строение: величины и отношения между ними, искомая величина. Моделирование отношений между однородными величинами с помощью чертежей и стрелочных схем.

Составление математических выражений по чертежам и схемам. Порядок действий. Значение выражения.

Составление задач по чертежам и схемам. Решение задач в несколько действий с однородными величинами.

Время: длительность и моменты.

Элементы геометрии (12 ч)

Периметр прямоугольника (квадрата). Измерение углов. Транспортир.

Развернутый угол. Смежные и вертикальные углы. Расстояние между точками. Центр, радиус и диаметр окружности.

Резерв 20 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (3 класс):

- воспроизведение по памяти результатов табличных случаев умножения и деления;
- выполнение устных вычислений в пределах 100;
- выполнение всех действий с именованными числами;
- способность решать уравнения вида: $a \cdot x = b$, $x \cdot a = b$, $a : x = b$, $x : a = b$;
- способность анализировать задачи с однородными величинами (выделять описываемые в тексте величины и связывающие их отношения) и моделировать результаты анализа на моделях (чертежах и схемах);
- способность читать чертежи и схемы, выполнять по ним вычисления;
- способность составлять выражения по чертежам и схемам, вычислять значения числовых выражений, используя правила порядка выполнения арифметических действий, вычислять значения буквенных выражений при заданных значениях букв;
- способность строить окружность (круг) с помощью циркуля;
- способность измерить угол с помощью транспортира.

4 КЛАСС (4 ч × 34 нед. = 136 ч)

Умножение и деление многозначных чисел (35 ч)

Многозначные числа: разряды и классы. Чтение многозначных чисел.

Умножение многозначных чисел, разложение множителя в сумму разрядных слагаемых. Определение количества цифр в произведении. Стандартный алгоритм умножения многозначных чисел (умножение «в столбик»).

Определение частного на основании связи между умножением и делением. Прикидка и округление как операции, входящие в алгоритм деления. Выполнение деления на основании прикидки с последующей проверкой полученного частного умножением. Определение количества цифр в частном. Стандартный алгоритм деления (деление «в столбик»). Случаи деления многозначного числа на однозначное и многозначное число. Сложные случаи деления: нули в делимом и частном.

Вычисление значений числовых выражений с многозначными числами, содержащих все четыре арифметических действия.

Прямая пропорциональная зависимость величин (30 ч)

Процессы и переменные величины. События, на которые разбиваются процессы, характеристики событий. Предварительный анализ текстов: выявление описаний процессов и их переменных характеристик (Y и X), выделение событий. Таблицы. Некоторые стандартные процессы: движение (Y — путь или расстояние, X — время), работа (Y — объем работы, X — время), купля — продажа (Y — стоимость, X — количество товара), составление целого из частей (Y — целое, X — количество частей).

Связь между переменными характеристиками процессов. Равномерные и неравномерные процессы. Прямая пропорциональная зависимость величин. Задачи на прямую пропорциональную зависимость величин.

Сравнение равномерных процессов. Производная величина K , связывающая переменные величины Y и X , как постоянная характеристика равномерного процесса. Скорость равномерного движения. Производительность труда. Цена. Часть как характеристика быстроты построения целого из равных частей. Измерение производных величин. Формула прямой пропорциональной зависимости $Y = K \cdot X$.

Площадь прямоугольника (22 ч)

Изменение площади и длины бумажной полоски в процессе ее развертывания. Прямая пропорциональная зависимость между площадью и длиной прямоугольника при постоянной ширине. Выбор единиц площади так, чтобы связь между площадью и длиной была наиболее простой. Связь единиц длины с единицами площади. Ширина как производная величина, связывающая площадь с длиной прямоугольника. Формула площади прямоугольника.

Моделирование событий из равномерных процессов с помощью прямоугольников. Решение текстовых задач в несколько действий с однородными и неоднородными величинами.

Элементы геометрии (15 ч)

Пересечение плоских фигур. Геометрические тела и поверхности. Шар, куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, цилиндр, конус. Развертки геометрических тел.

Применение формулы площади прямоугольника для нахождения площади фигур (разрезание на части, на «подходящие» части и перегруппировка этих частей) (16 ч)

Обыкновенные дроби (10 ч)

Задача воспроизведения величины в случае, когда мерка не укладывается в величине целое число раз. Промежуточная мерка, составляющая долю как основной мерки, так и измеряемой величины. Обыкновенная дробь как запись способа построения величины с помощью промежуточной мерки, составляющей долю основной. Знаменатель и числитель дроби. Обыкновенная дробь как результат измерения величины с помощью доли основной мерки (рациональное число).

Нахождение дроби от числа и числа по его дроби.

Резерв 20 ч

Предметные результаты изучения курса «Математика» (4 класс):

- чтение (в пределах миллиона) и запись многозначных чисел;
- сравнение многозначных чисел;
- выполнение устных вычислений с числами в пределах 100;
- выполнение сложения, вычитания, умножения и деления многозначных чисел;
- способность составлять выражения по чертежам и схемам, вычислять значения числовых выражений, используя правила порядка выполнения арифметических действий, вычислять значения буквенных выражений при заданных значениях букв;
- знание формулы прямой пропорциональной зависимости и способность использовать ее при решении текстовых задач;
- знание формулы площади прямоугольника и способность использовать ее при решении задач;
- выполнение всех действий с именованными числами, знание соотношения между единицами длины, площади, массы, времени, между единицами длины и площади;
- способность анализировать задачи (выделять описываемые в тексте величины и связывающие их отношения) и моделировать результаты анализа на различных моделях (чертежах, схемах, таблицах);
- способность строить окружность (круг) с помощью циркуля;
- различение линий и плоских фигур, геометрических тел и их поверхностей;
- способность измерить угол с помощью транспортира.

* * *

Реализовать поставленные цели и задачи по математике учителю помогут:

- 1) учебники для каждого года обучения;
- 2) методические пособия «Обучение математике» (для каждого класса);
- 3) рабочие тетради (для каждого класса);
- 4) контрольные работы (для каждого класса).

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Повторение	5
Переместительное свойство умножения	11
Умножение числа на сумму	16
Деление с остатком	26
Умножение и деление на 10	37
Соотношение единиц длины	47
Умножение числа на разность	52
Целое, состоящее из равных частей	63
Вычисление количества равных частей в целом и значения равных частей	77
Уравнения с действиями умножения и деления	86
Деление суммы на число	96
Доли	99
Анализ отношений, содержащихся в текстовых задачах	105
Сочетательное свойство умножения	115
Деление числа на произведение.	
Умножение и деление на 100	126
Умножение и деление на разрядную единицу	133
Кратное сравнение величин	137
Столбчатые диаграммы	148
Умножение и деление круглых чисел	153
Умножение многозначного числа на однозначное	168
Моменты времени и длительность	174
Анализ схем системы отношений	179
Анализ сложных схем системы отношений и решение текстовых задач	186
Повторение	193
Приложения	194
1. Примерное распределение учебного материала	194
2. Методические рекомендации по использованию ресурсов электронного приложения	199
3. Навигатор по заданиям учебника, реализующим требования ФГОС	207
4. Программа 1 — 4 классов	213